

Article citation info:

Brukalski M, Wasiewski A, Renski A. Analysis of the influence of adhesion on limit forces transferred between wheels and road. The Archives of Automotive Engineering – Archiwum Motoryzacji. 2018; 80(2): 5-18. <http://dx.doi.org/10.14669/AM.VOL80.ART1>

Analiza wpływu przyczepności przylgowej na graniczne siły na kołach pojazdu

Mateusz Brukalski¹, Andrzej Wasiewski², Andrzej Reński³

Politechnika Warszawska

Streszczenie

Bezpieczeństwo czynne jest jednym z najważniejszych czynników decydujących o rozwoju współczesnych samochodów. Obecne pojazdy są coraz bezpieczniejsze, ale także zapewniają coraz lepsze osiągi. Warunki drogowe występujące podczas jazdy są często różne i zmienne, podobnie jak zmieniać się może rozkład masy na osie pojazdu w zależności od rozłożenia ładunku. Typowy samochód osobowy ma cztery koła, za pomocą których przenoszone są na drogę siły wzdłużne i poprzeczne. W niniejszym artykule pokazano wpływ rodzaju nawierzchni i warunków atmosferycznych na graniczne siły na kołach pojazdu. Do tego celu wykorzystano metodę Dynamic Square Method (DSM). Pozwala ona na wyznaczenie maksymalnych sił wzdłużnych na kołach pojazdu dla danego przyspieszenia poprzecznego. Metoda DSM zapewnia uzyskanie charakterystyk w postaci izolinii o stałych wartościach

¹ Politechnika Warszawska, Wydział Samochodów i Maszyn Roboczych, Instytut Pojazdów, Zakład Samochodów, ul. Narbutta 84, 02-524 Warszawa, e-mail: mateusz.brukalski@simr.pw.edu.pl

² Politechnika Warszawska, Wydział Samochodów i Maszyn Roboczych, Instytut Pojazdów, Zakład Samochodów, ul. Narbutta 84, 02-524 Warszawa, e-mail: andrzej.wasiewski@simr.pw.edu.pl

³ Politechnika Warszawska, Wydział Samochodów i Maszyn Roboczych, Instytut Pojazdów, Zakład Samochodów, ul. Narbutta 84, 02-524 Warszawa, e-mail: andrzej.renski@simr.pw.edu.pl

przyspieszeń poprzecznych uzyskiwanych dla konkretnych wartości sił wzdłużnych na kołach jezdnych. Charakterystyki mieszczą się w polu ograniczonym czworokątem, od którego prawdopodobnie wywodzi się nazwa metody. Analizując uzyskane charakterystyki można określić, jaki wpływ na wartości sił wzdłużnych na kołach pojazdu ma zmiana wartości współczynnika przyczepności przyłgowej.

Słowa kluczowe: dynamika pojazdu, siły wzdłużne i poprzeczne, siły przyczepności, przyspieszenie wzdłużne i poprzeczne, rozdział siły napędowej, Dynamic Square Method.

1. Wstęp

Jednym z najważniejszych czynników wpływających na bezpieczeństwo czynne ruchu pojazdu jest przyczepność kół do jezdni i wynikająca stąd możliwość przenoszenia przez koła sił stycznych. Przyczepność kół do jezdni, wynikająca z jednej strony z rodzaju nawierzchni i jej stanu, a z drugiej z własności opon, charakteryzowana jest współczynnikiem przyczepności przyłgowej. Współczesne samochody wyposażane są w szereg systemów regulujących wielkość tych sił. Pierwszym z tych systemów był, wprowadzony w latach 80-tych XX wieku, układ zapobiegający blokowaniu kół przy hamowaniu ABS, a następnie układ regulacji poślizgu kół napędowych, oznaczany skrótem ASR lub TCS. Natomiast w połowie lat 90-tych ubiegłego wieku konstruktorzy samochodów poszli jeszcze o krok dalej, wprowadzając system stabilizacji toru jazdy (ESP). Systemy te, w których regulacja poślizgu kół odbywała się dzięki odpowiedniemu sterowaniu układem hamulcowym, znacząco poprawiły bezpieczeństwo prowadzenia i komfort podróżowania pojazdem, szczególnie po drogach o niskim współczynniku przyczepności przyłgowej.

Kolejnym krokiem było wprowadzenie także w połowie lat 90 ub. wieku sterowania rozdziałem siły napędowej pomiędzy koła, tzw. torque vectoring - TV. Ma to istotny wpływ z jednej strony na poprawę bezpieczeństwa, a drugiej na poprawę osiągnięć. W sterowaniu rozdziałem siły napędowej wykorzystuje się metodę Dynamic Square Method.

Samochód osobowy ma cztery koła. Siły wzdłużne i poprzeczne, które działają w danym momencie na pojazd są znaczne. Zatem ważnym aspektem jest określenie maksymalnych wartości tych sił i sprawdzenie, czy siły przyczepności są wystarczające do przejścia tych sił.

Metoda DSM umożliwia wyznaczenie maksymalnych sił wzdłużnych, możliwych do przeniesienia przez poszczególne koła (osie) pojazdu, przy założonych wartościach przyspieszenia poprzecznego [1, 3]. Zależność pomiędzy siłami wzdłużnymi działającymi na poszczególne osie przedstawia się w postaci wykresów poziomicowych. Na podstawie tych charakterystyk można określić, jakie maksymalne siły wzdłużne i dla jakiego przyspieszenia poprzecznego może przenieść dana oś.

Metodę Dynamic Square Method bliżej opisano w artykule [1], a w [2] przedstawiono zastosowanie tej metody do analizy wpływu parametrów pojazdu na graniczne siły na kołach jezdnych. Natomiast w niniejszym artykule będzie pokazane, jaki wpływ na graniczne siły na kołach ma rodzaj nawierzchni oraz warunki atmosferyczne (a ściślej współczynnik przyczepności przyłgowej), w jakich porusza się pojazd. Analizę przeprowadzono dla kilku rodzajów nawierzchni, cechujących się różnymi wartościami współczynników przyczepności przyłgowej.

2. Metoda Dynamic Square Method

Wzmianki o metodzie Dynamic Square Method (DSM) pojawiły się po raz pierwszy w 1995 r. Została ona wykorzystana przez inżynierów firmy Mitsubishi M. Kato, K. Isoda i H. Yuasa [3].

Posłużyła ona później do opracowania systemu rozdziału siły napędowej pomiędzy koła pojazdu [6, 7 i 8], który w 1996 r. został zastosowany w modelu samochodu tejże firmy. Z metody DSM w swoich publikacjach korzysta również M. Klomp [4, 5]. Jak już wcześniej wspomniano, algorytm działania metody Dynamic Square Method został opisany w [1].

W niniejszym opracowaniu możliwości algorytmu Dynamic Square Method przedstawiono na przykładzie dwukołowego modelu pojazdu [1]. Skupiono się na zbadaniu wpływu współczynnika przyczepności przyłgowej na graniczne siły na kołach pojazdu. Przeprowadzono analizy dla nawierzchni o jednakowym współczynniku przyczepności przyłgowej kół osi przedniej μ_{mf} i tylnej μ_{mr} ($\mu_{mf} = \mu_{mr}$), jak również dla przypadków, gdy współczynnik ten jest różny dla osi przedniej i tylnej. Ten ostatni przypadek może odzworowywać np. przejazd przez fragment śliskiej nawierzchni (plama oleju, oblodzenie, itp.)

Charakterystyka granicznych sił na kołach została wykonana dla pojazdu wzorcowego wyposażonego w napęd na cztery koła, o parametrach zawartych w tabeli 2.1 oraz dla przypadku, gdy współczynnik przyczepności przyłgowej dla osi przedniej μ_{mf} i tylnej μ_{mr} jest różny ($\mu_{mf} \neq \mu_{mr}$).

Tab. 2.1. Dane pojazdu wzorcowego

Masa pojazdu m [kg]	1450
Masa przypadająca na przednią oś m_1 [kg]	870
Masa przypadająca na tylną oś m_2 [kg]	580
Rozstaw osi l_{12} [m]	2,65
Odległość osi przedniej od środka masy l_1 [m]	1,06
Odległość osi tylnej od środka masy l_2 [m]	1,59
Wysokość środka masy h [m]	0,53

W tabeli 2.2 zestawiono przyjmowane przedziały wartości sił wzdłużnych na kołach osi przedniej (tylnej) $F_{x1(2)}$. Dodatkowo wartości tych sił wzdłużnych $F_{x1(2)}$ przedstawiają siły napędowe $F_{n1(2)}$, natomiast ujemne wartości sił wzdłużnych $F_{x1(2)}$ odpowiadają siłom hamowania $F_{h1(2)}$. Wartości te zostały dobrane tak, aby można było wykorzystać zakładaną przyczepność.

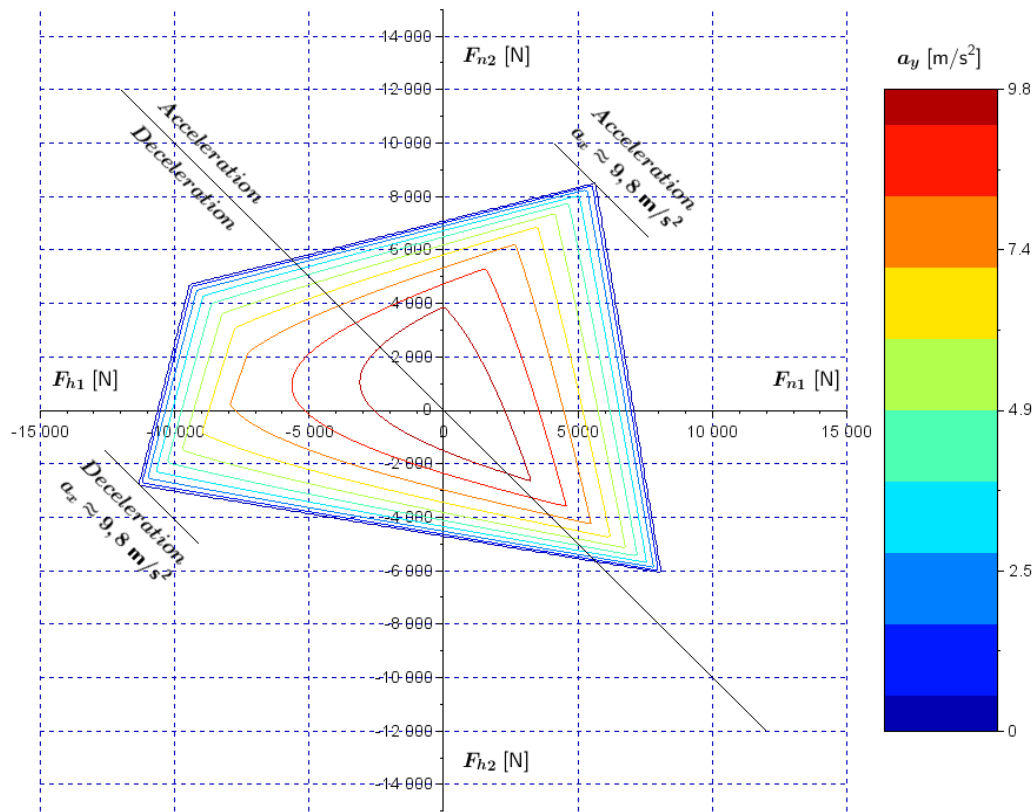
Tab. 2.2. Założone zakresy sił napędowych i hamowania dla pojazdu wzorcowego

Siła napędowa na kołach przednich F_{n1} [N]	(0; 12 000)
Siła hamowania na kołach przednich F_{h1} [N]	(-12 000; 0)
Siła napędowa na kołach tylnych F_{n2} [N]	(0; 12 000)
Siła hamowania na kołach tylnych F_{h2} [N]	(-7000; 0)

Punktem wyjścia obliczeń prowadzonych z wykorzystaniem metody DSM jest wstępne założenie wartości sił wzdłużnych na kołach pojazdu. Na ich podstawie wyznacza się

przyspieszenie wzdłużne i zmiany nacisków pionowych działających na koła osi przedniej i tylnej. Dzięki temu możliwe jest wyznaczenie siły przyczepności każdej z osi. Jeśli ta siła jest wystarczająco duża to możliwe będzie przeniesienie jeszcze siły poprzecznej, która umożliwi ruch krzywoliniowy pojazdu. Natomiast, jeśli siła przyczepności będzie mniejsza niż założona siła wzdłużna, to siła wzdłużna o takiej wartości nie będzie mogła być osiągnięta. Na podstawie wyznaczonej siły poprzecznej oblicza się przyspieszenie poprzeczne dla osi przedniej i tylnej. Wybierana jest wartość mniejsza. Każda para sił (która może być zrealizowana), odpowiadająca danemu przyspieszeniu poprzecznemu, stanowi jeden punkt na charakterystyce. Wykresy budowane za pomocą metody Dynamic Square Method składają się z tysięcy punktów, które odpowiadają maksymalnym sumarycznym wartościom sił wzdłużnych na kołach jezdnych pojazdu, osiąganym przy danym maksymalnym przyspieszeniu poprzecznym. Punkty odpowiadające tym samym wartościom przyspieszeń poprzecznych są łączone tworząc wykresy poziomicowe.

Wykres granicznych sił na kołach sporządzony dla danych pojazdu wzorcowego (tab. 2.1 i 2.2) oraz przy założeniu jednakowego współczynnika przyczepności przyłogowej kół osi przedniej i tylnej $\mu_{mf} = \mu_{mr} = 1,0$ został przedstawiony na rys. 2.1.



Rys. 2.1. Graniczne siły na kołach wyznaczone za pomocą metody DSM dla samochodu

wzorcowego ($h/l_{12} = 0,2$; $\mu_{mf} = \mu_{mr} = 1,0$; $m_1/m_2 = 1,5$) [2]

Charakterystyka otrzymana przy użyciu metody DSM (rys. 2.1) pozwala wyznaczyć maksymalne wartości sił wzdłużnych na kołach pojazdu $F_{x1(2)}$ oraz odpowiadające im wartości przyspieszenia poprzecznego pojazdu a_y .

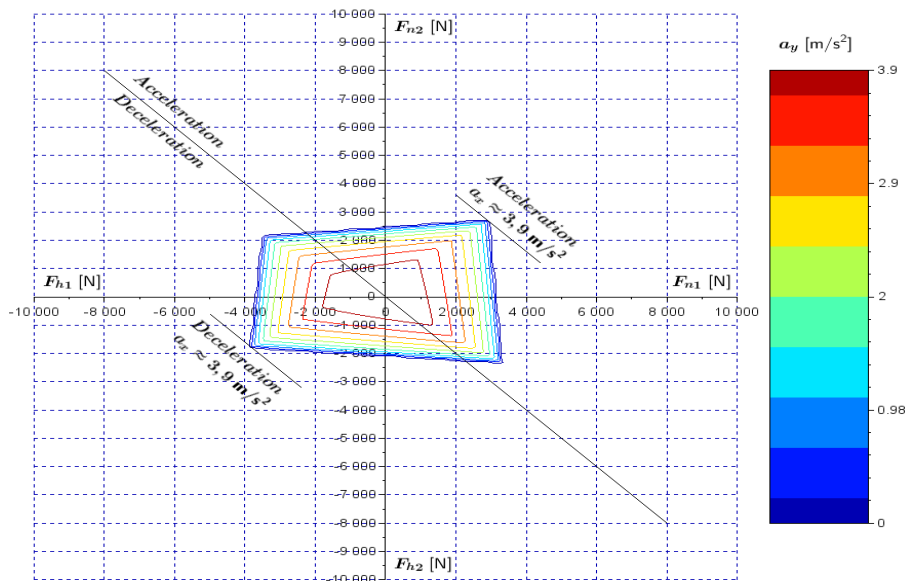
Linie nachylone pod kątem 45° do osi rzędnych odpowiadają stałym wartości sumarycznej siły wzdłużnej na obu osiach. Maksymalną sumaryczną wartość sił napędowych na obu osiach uzyskuje się wówczas, gdy przyspieszenie poprzeczne a_y jest równe zero, a wzdłużne jest maksymalne ($a_x \approx 9,8 \text{ m/s}^2$). Wartości sił napędowych dla poszczególnych osi można odczytać z wykresu (rys. 2.1), rzutując dany punkt na obwiedni charakterystyki na oś rzędnych i odciętych charakterystyki. W analogiczny sposób można oszacować maksymalną sumaryczną wartość sił hamowania na obu osiach. Jest ona uzyskiwana, gdy przyspieszenie poprzeczne a_y jest równe zero, a opóźnienie wzdłużne jest maksymalne ($a_x \approx 9,8 \text{ m/s}^2$).

Dla danych przyjętych w tabelach 2.1 i 2.2 dla punktu charakterystyki odpowiadającemu maksymalnej sumarycznej wartości sił napędowych na obu osiach (górnego narożnika w dodatniej ćwiartce układu współrzędnych) uzyskano za pomocą DSM następujące wartości sił napędowych: na kołach przednich $F_{n1} \approx 5700 \text{ N}$ i kołach tylnych $F_{n2} \approx 8500 \text{ N}$. Dla punktu charakterystyki odpowiadającemu maksymalnej sumarycznej wartości sił na obu osiach w przypadku hamowania (dolnego narożnika w ujemnej ćwiartce układu współrzędnych) uzyskano za pomocą DSM następujące wartości sił hamowania na kołach przednich $F_{h1} \approx -11\,400 \text{ N}$ i kołach tylnych $F_{h2} \approx -2800 \text{ N}$.

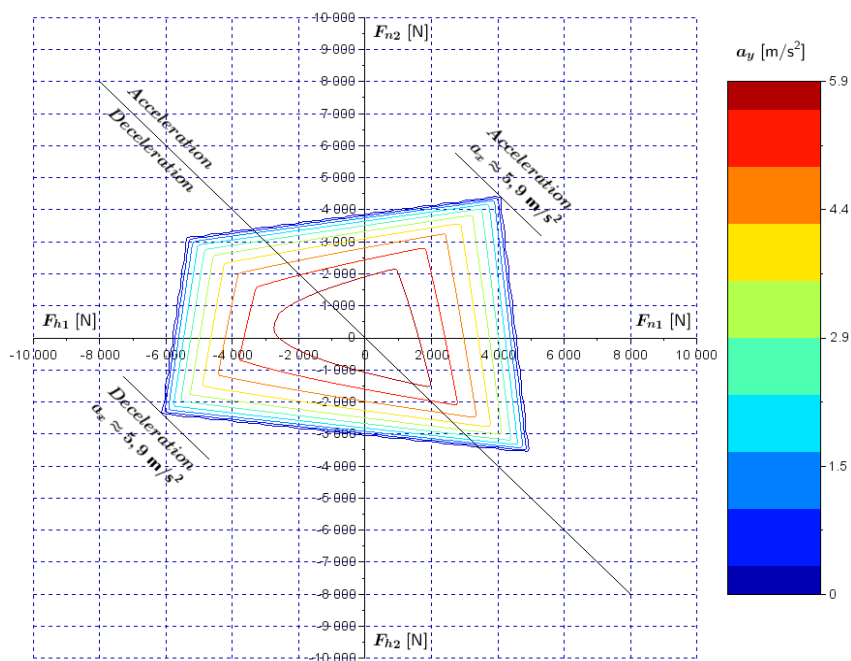
3. Wpływ współczynnika przyczepności przylgowej i rozkładu masy na osie

W tym punkcie zostanie przedstawiony wpływ współczynnika przyczepności przylgowej μ_m na wartości granicznych sił wzdłużnych na kołach pojazdu $F_{x1(2)}$. Ponadto, w przypadku różnej wartości współczynnika przyczepności przylgowej kół osi przedniej i tylnej, wzięto pod uwagę również wpływ rozkładu masy na osie m_1/m_2 .

Na rysunkach 3.1 i 3.2 przedstawiono charakterystyki granicznych sił na kołach $F_{x1(2)}$ dla dwóch różnych wartości współczynnika przyczepności przylgowej uzyskane za pomocą DSM. Przyjęto przy tym, że współczynnik przyczepności przylgowej kół osi przedniej oraz tylnej jest taki sam i wynosi odpowiednio $\mu_{mf} = \mu_{mr} = 0,4$ i $\mu_{mf} = \mu_{mr} = 0,6$. Natomiast na rysunkach 3.3 i 3.4 pokazano charakterystyki granicznych sił na kołach na nawierzchni o różnym współczynniku przyczepności przylgowej kół osi przedniej i tylnej ($\mu_{mf} \neq \mu_{mr}$).



Rys. 3.1. Graniczne siły na kołach wyznaczone za pomocą metody DSM dla współczynnika przyczepności przyłgowej $\mu_{mf} = \mu_{mr} = 0,4$ ($h/l_{12} = 0,2$; $m_1/m_2 = 1,5$)



Rys. 3.2. Graniczne siły na kołach wyznaczone za pomocą metody DSM dla współczynnika przyczepności przyłgowej $\mu_{mf} = \mu_{mr} = 0,6$ ($h/l_{12} = 0,2$; $m_1/m_2 = 1,5$)

W tabeli 3.1 zestawiono najważniejsze wielkości odczytane z charakterystyk granicznych sił na kołach jezdnych dla wcześniej przytoczonych wartości współczynnika przyczepności przylgowej.

Tab. 3.1. Zestawienie najważniejszych wielkości odczytanych z charakterystyk granicznych sił na kołach dla różnych wartości jednakowego współczynnika przyczepności przylgowej kół osi przedniej i tylnej oraz przy założeniu rozkładu masy $m_1:m_2 = 1,5$

Współczynnik przyczepności przylgowej kół	$\mu_{mf} = \mu_{mr} = 1,0$	$\mu_{mf} = \mu_{mr} = 0,6$	$\mu_{mf} = \mu_{mr} = 0,4$
Sumaryczna siła napędowa na kołach przednich ¹ F_{n1} [N]	5700 (100%)	4450 (- 22%)	2900 (- 49%)
Sumaryczna siła napędowa na kołach tylnych ¹ F_{n2} [N]	8500 (100%)	4100 (- 52%)	2750 (- 68%)
Maksymalne przyspieszenie wzdłużne a_x [m/s ²]	9,8 (100%)	5,9 (- 40%)	3,9 (- 60%)
Sumaryczna siła hamowania na kołach przednich ² F_{h1} [N]	- 11 400 (100%)	- 6200 (- 46%)	- 3850 (- 66%)
Sumaryczna siła hamowania na kołach tylnych ² F_{h2} [N]	- 2800 (100%)	- 2350 (- 16%)	- 1800 (- 36%)
Maksymalne opóźnienie wzdłużne a_x [m/s ²]	9,8 (100%)	5,9 (- 40%)	3,9 (- 60%)
Maksymalne przyspieszenie poprzeczne a_y [m/s ²]	9,8 (100%)	5,9 (- 40%)	3,9 (- 60%)

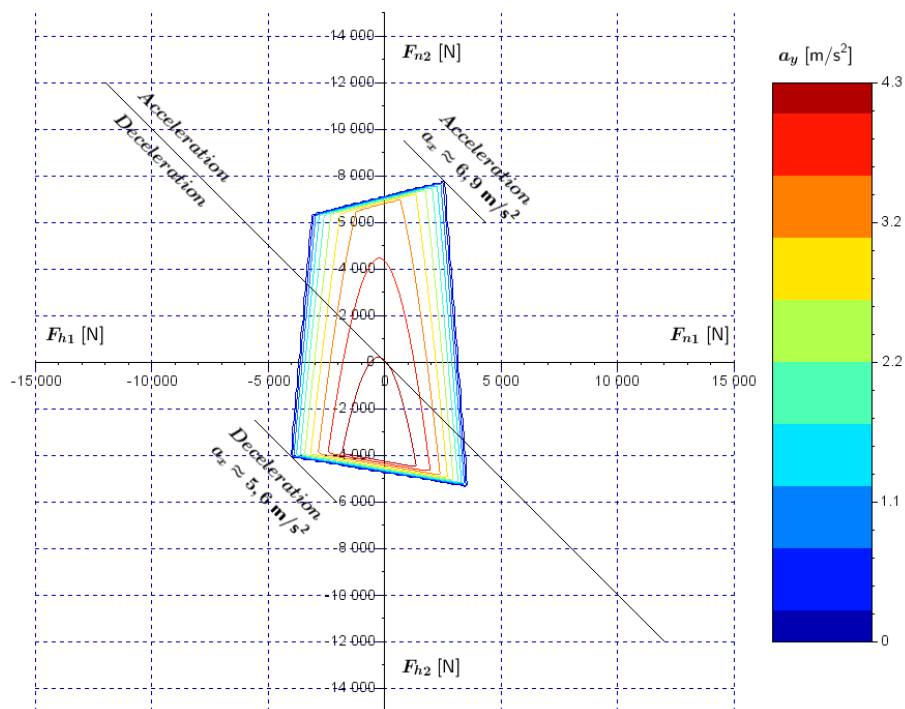
Zmniejszenie współczynnika przyczepności przylgowej kół osi przedniej i tylnej z $\mu_{mf} = \mu_{mr} = 1,0$ do $\mu_{mf} = \mu_{mr} = 0,6$, a następnie do $\mu_{mf} = \mu_{mr} = 0,4$ powoduje zmniejszenie wielkości takich jak: sumaryczna siła napędowa na kołach przednich i tylnych, maksymalne przyspieszenie wzdłużne, sumaryczna siła hamowania na kołach przednich i tylnych, maksymalne opóźnienie, maksymalne przyspieszenie poprzeczne. Warto zwrócić uwagę, że zmniejszenie sił nie jest proporcjonalne do zmniejszenia współczynnika przyczepności. Zawarte w tabeli 3.1 wartości wyrażone w procentach wskazują wzrost (+) lub zmniejszenie (-) tych wartości w stosunku do analogicznych wartości dla pojazdu wzorcowego poruszającego się po nawierzchni o jednorodnym współczynniku przyczepności przylgowej kół osi przedniej i tylnej $\mu_{mf} = \mu_{mr} = 1,0$ (przyjętych za 100%).

Na rysunkach 3.3 i 3.4 pokazano wpływ nawierzchni o różnym współczynniku przyczepności przylgowej kół osi przedniej i tylnej na osiągnięte graniczne siły na kołach pojazdu. Rysunek 3.3 przedstawia wartości granicznych sił na kołach jezdnych pojazdu w sytuacji, gdy

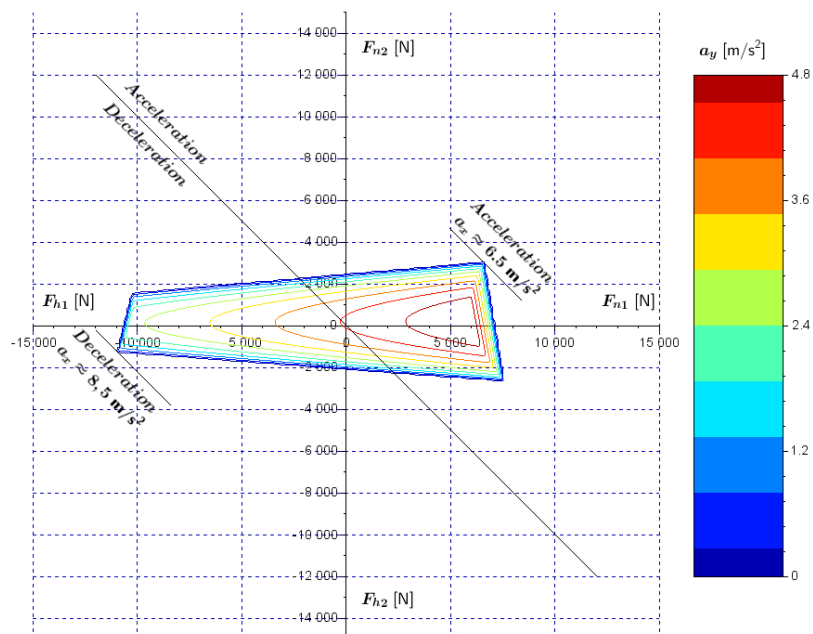
¹ Siły napędowe w punkcie charakterystyki, w którym osiągnięte jest największe możliwe przyspieszenie wzdłużne.

² Siły hamowania w punkcie charakterystyki, w którym osiągnięte jest największe możliwe opóźnienie.

współczynnik przyczepności przylgowej kół osi tylnej jest większy niż kół osi przedniej ($\mu_{mf} = 0,4$ i $\mu_{mr} = 1,0$). Natomiast rysunek 3.4 przedstawia wartości granicznych sił na kołach pojazdu w sytuacji, gdy współczynnik przyczepności przylgowej kół osi przedniej jest większy niż kół osi tylnej ($\mu_{mf} = 1,0$ i $\mu_{mr} = 0,4$).



Rys. 3.3. Graniczne siły na kołach wyznaczone za pomocą metody DSM dla różnych wartości współczynnika przyczepności przylgowej na osi przedniej $\mu_{mf} = 0,4$ i tylnej $\mu_{mr} = 1,0$ ($h/l_{12} = 0,2$; $m_1/m_2 = 1,5$)

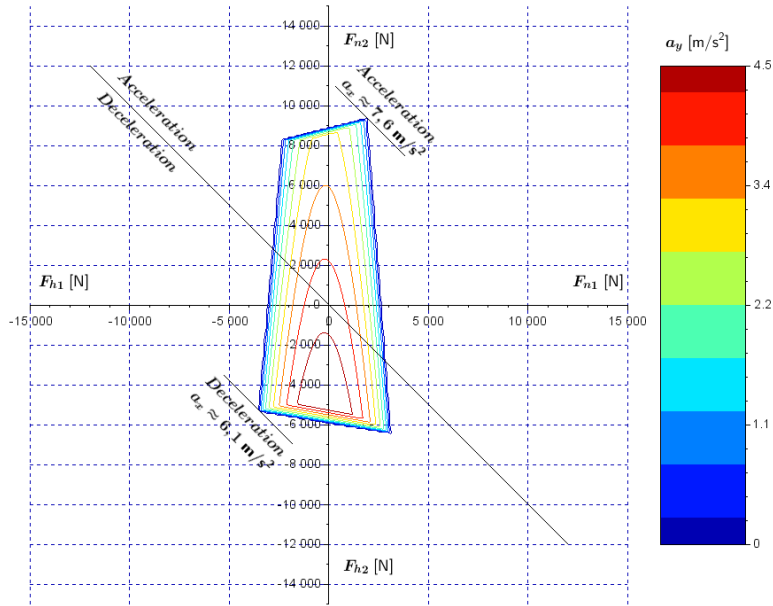


Rys. 3.4. Graniczne siły na kołach wyznaczone za pomocą metody DSM dla różnych wartości współczynnika przyczepności przylgowej na osi przedniej $\mu_{mf} = 1,0$ i tylnej $\mu_{mr} = 0,4$ ($h/l_{12} = 0,2$; $m_1/m_2 = 1,5$)

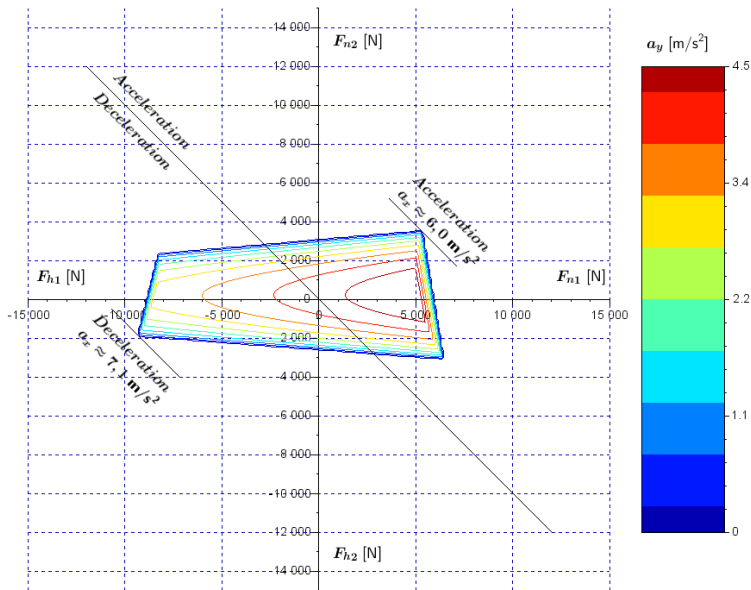
Zbadano również jak zmieniają się graniczne siły przyczepności $F_{\mu 1(2)}$ na kołach osi przedniej i tylnej, w przypadku nawierzchni o różnym współczynniku przyczepności przylgowej kół danej osi $\mu_{mf(r)}$, jeśli zmieni się rozkład masy na osie.³

Na rysunkach 3.5 i 3.6 pokazano wpływ nawierzchni o różnym współczynniku przyczepności przylgowej kół osi przedniej i tylnej na graniczne siły na kołach pojazdu dla rozkładu masy na osie $m_1/m_2 = 1,0$. Natomiast na rysunkach 3.7 i 3.8 przedstawiono wpływ nawierzchni o różnym współczynniku przyczepności przylgowej kół osi przedniej i tylnej na graniczne siły na kołach pojazdu dla rozkładu masy na osie $m_1/m_2 = 0,67$.

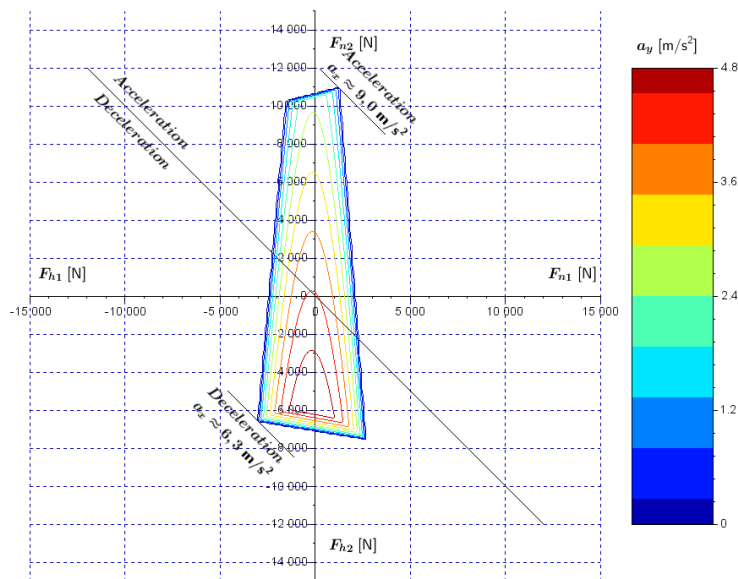
³ Dla uproszczenia rozważań przyjęto, że pozostałe parametry pojazdu pozostają takie same jak dla samochodu wzorcowego (tab. 2.1)



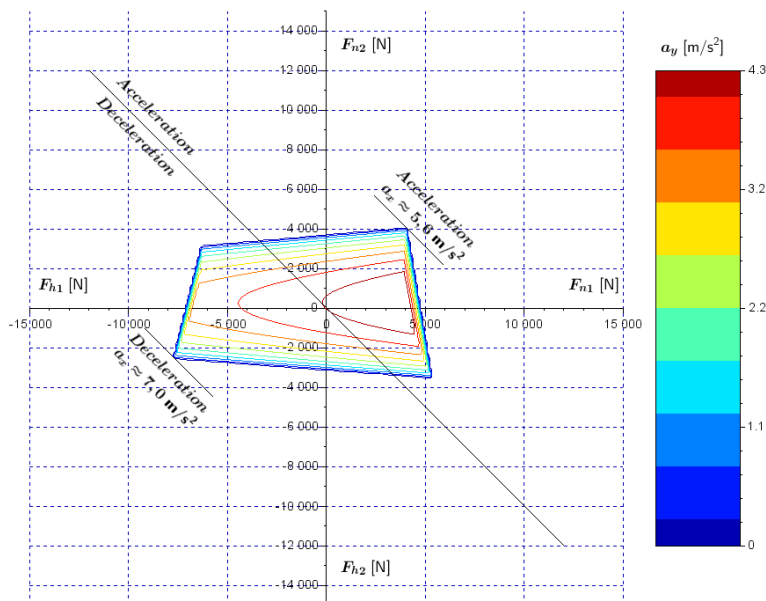
Rys. 3.5. Graniczne siły na kołach wyznaczone za pomocą metody DSM dla różnych wartości współczynnika przyczepności przylgowej na osi przedniej $\mu_{mf} = 0,4$ i tylnej $\mu_{mr} = 1,0$ ($h/l_{12} = 0,2$; $m_1/m_2 = 1,0$)



Rys. 3.6. Graniczne siły na kołach wyznaczone za pomocą metody DSM dla różnych wartości współczynnika przyczepności przyłgowej na osi przedniej $\mu_{mf} = 1,0$ i tylnej $\mu_{mr} = 0,4$ ($h/l_{12} = 0,2; m_1/m_2 = 1,0$)



Rys. 3.7. Graniczne siły na kołach wyznaczone za pomocą metody DSM dla różnych wartości współczynnika przyczepności przyłgowej na osi przedniej $\mu_{mf} = 0,4$ i tylnej $\mu_{mr} = 1,0$ ($h/l_{12} = 0,2; m_1/m_2 = 0,67$)



Rys. 3.8. Graniczne siły na kołach wyznaczone za pomocą metody DSM dla różnych wartości współczynnika przyczepności przylgowej na osi przedniej $\mu_{mf} = 1,0$ i tylnej $\mu_{mr} = 0,4$
($h/l_{12} = 0,2$; $m_1/m_2 = 0,67$)

Tab. 3.2. Porównanie najważniejszych wielkości odczytanych z charakterystyk granicznych sił na kołach dla różnych wartości współczynnika przyczepności przylgowej osi przedniej i tylnej oraz różnych rozkładów masy na osie ($m_1/m_2 = 1,5$; $m_1/m_2 = 1,0$; $m_1/m_2 = 0,67$)

Współczynnik przyczepności przylgowej kół	$\mu_{mf} = 0,4$ $\mu_{mr} = 1,0$ ($m_1/m_2 = 1,5$)	$\mu_{mf} = 1,0$ $\mu_{mr} = 0,4$ ($m_1/m_2 = 1,5$)	$\mu_{mf} = 0,4$ $\mu_{mr} = 1,0$ ($m_1/m_2 = 1,0$)	$\mu_{mf} = 1,0$ $\mu_{mr} = 0,4$ ($m_1/m_2 = 1,0$)	$\mu_{mf} = 0,4$ $\mu_{mr} = 1,0$ ($m_1/m_2 = 0,67$)	$\mu_{mf} = 1,0$ $\mu_{mr} = 0,4$ ($m_1/m_2 = 0,67$)
Sumaryczna siła napędowa na kołach przednich ⁴ F_{n1} [N]	2300 (- 60%)	6400 (+ 12%)	1950 (- 66%)	5200 (- 9%)	2200 (- 61%)	4050 (- 29%)
Sumaryczna siła napędowa na kołach tylnych ⁴ F_{n2} [N]	7700 (- 9%)	3000 (- 65%)	9450 (+ 11%)	3500 (- 59%)	10 900 (+ 28%)	4000 (- 53%)
Maksymalne przyspieszenie wzdłużne a_x [m/s ²]	6,9 (- 30%)	6,5 (- 34%)	7,6 (- 22%)	6,0 (- 39%)	9,0 (- 8%)	5,6 (- 43%)
Sumaryczna siła hamowania na kołach przednich ⁵ F_{h1} [N]	- 4050 (- 64%)	- 11 000 (- 4%)	- 3500 (- 69%)	- 9250 (- 19%)	- 2500 (- 78%)	- 7700 (- 32%)
Sumaryczna siła hamowania na kołach tylnych ⁵ F_{h2} [N]	- 4050 (+ 45%)	- 1300 (- 54%)	- 5350 (+ 91%)	- 1950 (- 30%)	- 6600 (+ 136%)	- 2500 (- 11%)
Maksymalne opóźnienie wzdłużne a_x [m/s ²]	5,6 (- 43%)	8,5 (- 13%)	6,1 (- 38%)	7,1 (- 28%)	6,3 (- 36%)	7,0 (- 29%)
Maksymalne przyspieszenie	4,3 (- 56%)	4,8 (- 51%)	4,5 (- 54%)	4,5 (- 54%)	4,8 (- 51%)	4,3 (- 56%)

⁴ Siły napędowe w punkcie charakterystyki, w którym osiągnięte jest największe możliwe przyspieszenie wzdłużne.

⁵ Siły hamowania w punkcie charakterystyki, w którym osiągnięte jest największe możliwe opóźnienie.

poprzeczne a_y [m/s ²]						
-----------------------------------------	--	--	--	--	--	--

Zawarte w tabeli 3.2 wartości wyrażone w procentach wskazują wzrost (+) lub zmniejszenie (-) tych wartości w stosunku do analogicznych wartości dla pojazdu wzorcowego poruszającego się po nawierzchni o jednorodnym współczynniku przyczepności przylgowej kół przedniej i tylnej osi $\mu_{mf} = \mu_{mr} = 1,0$ (przyjętych za 100% – patrz tab. 3.1).

Dla rozkładu masy na osie $m_1/m_2 = 1,5$ dla nawierzchni o współczynniku przyczepności przylgowej kół przednich $\mu_{mf} = 0,4$ i współczynniku przyczepności przylgowej kół tylnych $\mu_{mr} = 1,0$ w stosunku do pojazdu wzorcowego zaobserwowano:

- spadek sumarycznej siły napędowej na kołach przednich o 60% oraz zmniejszenie sumarycznej siły napędowej na kołach tylnych o 9%,
- spadek sumarycznej siły hamowania na kołach przednich o 64% oraz wzrost sumarycznej siły hamowania na kołach tylnych o 45%.

Dla rozkładu masy na osie $m_1/m_2 = 1,5$ dla nawierzchni o współczynniku przyczepności przylgowej kół przednich $\mu_{mf} = 1,0$ i współczynniku przyczepności przylgowej kół tylnych $\mu_{mr} = 0,4$ w stosunku do pojazdu wzorcowego otrzymano:

- wzrost sumarycznej siły napędowej na kołach przednich o 12% oraz zmniejszenie sumarycznej siły napędowej na kołach tylnych o 65%,
- spadek sumarycznej siły hamowania na kołach przednich o 4% oraz zmniejszenie sumarycznej siły hamowania na kołach tylnych o 54%.

Zmiana rozkładu masy na osie z $m_1/m_2 = 1,5$ do $m_1/m_2 = 1,0$ dla nawierzchni o współczynniku przyczepności przylgowej kół przednich $\mu_{mf} = 0,4$ i współczynniku przyczepności przylgowej kół tylnych $\mu_{mr} = 1,0$ powoduje:

- spadek sumarycznej siły napędowej na kołach przednich o 66% oraz wzrost sumarycznej siły napędowej na kołach tylnych o 11% w stosunku do pojazdu wzorcowego,
- spadek sumarycznej siły hamowania na kołach przednich o 69% oraz wzrost sumarycznej siły hamowania na kołach tylnych o 91% w stosunku do pojazdu wzorcowego.

Zmiana rozkładu masy na osie z $m_1/m_2 = 1,5$ do $m_1/m_2 = 1,0$ dla nawierzchni o współczynniku przyczepności przylgowej kół przednich $\mu_{mf} = 1,0$ i współczynniku przyczepności przylgowej kół tylnych $\mu_{mr} = 0,4$ powoduje:

- spadek sumarycznej siły napędowej na kołach przednich o 9% oraz zmniejszenie sumarycznej siły napędowej na kołach tylnych o 59% w stosunku do pojazdu wzorcowego,
- spadek sumarycznej siły hamowania na kołach przednich o 19% oraz zmniejszenie sumarycznej siły hamowania na kołach tylnych o 30% w stosunku do pojazdu wzorcowego.

Zmiana rozkładu masy na osie z $m_1/m_2 = 1,5$ do $m_1/m_2 = 0,67$ dla nawierzchni o współczynniku przyczepności przylgowej kół przednich $\mu_{mf} = 0,4$ i współczynniku przyczepności przylgowej kół tylnych $\mu_{mr} = 1,0$ powoduje:

- spadek sumarycznej siły napędowej na kołach przednich o 61% oraz wzrost sumarycznej siły napędowej na kołach tylnych o 28% w stosunku do pojazdu wzorcowego,
- spadek sumarycznej siły hamowania na kołach przednich o 78% oraz wzrost sumarycznej siły hamowania na kołach tylnych o 136% w stosunku do pojazdu wzorcowego.

Zmiana rozkładu masy na osie z $m_1/m_2 = 1,5$ do $m_1/m_2 = 0,67$ dla nawierzchni o współczynniku przyczepności przylgowej kół przednich $\mu_{mf} = 1,0$ i współczynniku przyczepności przylgowej kół tylnych $\mu_{mr} = 0,4$ powoduje:

- spadek sumarycznej siły napędowej na kołach przednich o 29% oraz zmniejszenie sumarycznej siły napędowej na kołach tylnych o 53% w stosunku do pojazdu wzorcowego,
- spadek sumarycznej siły hamowania na kołach przednich o 32% oraz zmniejszenie sumarycznej siły hamowania na kołach tylnych o 11% w stosunku do pojazdu wzorcowego.

4. Podsumowanie

W niniejszym artykule przedstawiono wpływ współczynnika przyczepności przylgowej na graniczne siły na kołach pojazdu. Do tego celu posłużono się metodą Dynamic Square Method (DSM). Wykonano charakterystyki granicznych sił wzdłużnych na kołach dla danych wartości przyspieszenia poprzecznego dla trzech różnych wartości współczynnika przyczepności przylgowej kół osi przedniej i tylnej ($\mu_{mf} = \mu_{mr} = 1,0$; $\mu_{mf} = \mu_{mr} = 0,4$; $\mu_{mf} = \mu_{mr} = 0,6$). Założono przy tym jednakową przyczepność kół obu osi. Pokazano również wpływ nawierzchni o różnym współczynniku przyczepności przylgowej kół osi przedniej i tylnej na osiągnięte graniczne siły na kołach pojazdu dla stałego rozkładu masy na osie. W badaniu tym zmniejszano współczynnik przyczepności przylgowej kół przednich do wartości $\mu_{mf} = 0,4$ przy zachowaniu współczynnika przyczepności przylgowej kół tylnych $\mu_{mr} = 1,0$ a następnie zmniejszano współczynnik przyczepności przylgowej kół tylnych do wartości $\mu_{mr} = 0,4$ przy zachowaniu współczynnika przyczepności przylgowej kół przednich $\mu_{mf} = 1,0$. Uzyskane wyniki odniesiono do pojazdu wzorcowego poruszającego się po jednorodnej nawierzchni o jednakowych współczynnikach przyczepności przylgowej kół osi przedniej i tylnej $\mu_{mf} = \mu_{mr} = 1,0$. Pokazano również wpływ rozkładu masy pojazdu na graniczne siły na kołach dla przypadku, gdy współczynnik przyczepności przylgowej kół osi przedniej i tylnej jest różny.

Przeprowadzona analiza potwierdza istotny wpływ współczynnika przyczepności przylgowej kół i rozkładu masy na osie na wartości granicznych sił wzdłużnych na kołach, a zastosowanie DSM pozwala na wyznaczenie zależności ilościowych. Wyniki tak prowadzonych obliczeń (analiz) mogą być przydatne przy projektowaniu systemów bezpieczeństwa czynnego.

5. Bibliografia

- [1] Brukalski M. Introduction to dynamic square method. *Zeszyty Naukowe Instytutu Pojazdów*. 2015; 3(103): pp. 29-35.
- [2] Brukalski M . The analysis of the impact of selected vehicle parameters on the limit forces on the vehicle's drive wheels. *The Archives of Automotive Engineering – Archiwum Motoryzacji*. 2017; 2(76):pp. 5-16.
- [3] Kato M., Isoda K., Yuasa H.: Study on vehicle dynamics in marginal condition using dynamic square method. *SAE Technical Paper*. 1995; nr 9531020: pp. 69-74.
- [4] Klomp M. Passenger Car All-Wheel Drive Systems Analysis. Degree Project University of Trollhättan/Uddevalla. Szwecja: 2004.
- [5] Klomp M. On Drive Force Distribution and Road Vehicle Handling-A Study of Understeer and Lateral Grip. Chalmers University of Technology. Szwecja: 2007.
- [6] Sawase K., Ushiroda Y., Inoue K. Effect of the Right-and-left Torque Vectoring System in Various Types of Drivetrain. *SAE Technical Paper*. 2007; 2007-01-3645: pp.1-8. doi:10.4271/2007-01-3645.
- [7] Sawase K., Ushiroda Y. Improvement of Vehicle Dynamics by Right-and-Left Torque Vectoring System in Various Drivetrains. *Mitsubishi Motors Technical Review*. 2008; nr 20: pp.14-20
- [8] Ushiroda Y., Sawase K., Takahashi N., Suzuki K., Manabe K. Development of Super AYC. *Technical Review*. 2003; nr 15: pp. 73-76.