

SPECHT Cezary

## DOŚTĘPNOŚĆ I NIEZAWODNOŚĆ SYSTEMÓW NAWIGACYJNYCH – MODELOWANIE STRUKTUR

### Streszczenie

Problem wyznaczania współrzędnych pozycji dla potrzeb nawigacji morskiej rozważany jedynie w kategoriach błędu pomiaru, wydaje się już w skali globalnej rozwiązany. Jego realizacja, z większą lub mniejszą precyzją, jest jedynie funkcją zastosowanego rozwiązania technicznego. W tej sytuacji istotnego znaczenia nabierają równie ważne, choć często pomijane, eksploatacyjne charakterystyki systemów radionawigacyjnych takie jak: dostępność, i niezawodność.

W artykule zaprezentowano wymagania formalne stawiane systemom nawigacji morskiej w zakresie dostępności oraz metody modelowania dostępności i niezawodności systemów, których struktury mogą zawierać elementy szeregowo i równoległe.

### WSTĘP

Zdefiniujmy pojęcia dostępności i niezawodności systemów nawigacyjnych w oparciu o dostępną literaturę tematu [5]:

- Dostępność systemu nawigacyjnego  $A(t)$  stanowi prawdopodobieństwo, że wyodrębniony element (lub system) znajduje się w stanie zdatności (pracy) w dowolnie wybranym momencie czasu  $t$
- Niezawodność systemu nawigacyjnego  $R[t, t + \tau)$  stanowi prawdopodobieństwo bezawaryjnej pracy wyodrębnionego elementu (lub systemu) w zadanym przedziale czasu  $[t, t + \tau)$ .

Aby rozważać systemy nawigacyjne na poziomie ogólnym w oparciu o teorię niezawodności systemów niezbędnym jest ściśle rozważenie jego struktury niezawodnościowej przez co należy rozumieć proces szeregowo-równoległego modelowania występujących pomiędzy elementami związków oraz relacji. Oszacowanie charakterystyk każdego z elementów stanowić może podstawę do dalszego wnioskowania o formach bardziej złożonych. Biorąc powyższe pod uwagę, dla dalszych rozważań niezbędnym jest zdefiniowanie pojęcia elementów struktury systemu nawigacyjnego, które umożliwia stosowanie w stosunku do nich jednakowych miar i wskaźników niezawodności. Niech modelem matematycznym złożonego systemu (obiektu) nawigacyjnego jest uporządkowany zbiór:

$$(S_1, S_2, \dots, S_n, S, \psi) \quad (1)$$

gdzie  $S_1, S_2, \dots, S_n$  - są zbiorami stanów niezawodności elementów.

W modelu tym  $\psi$  oznacza funkcję – reprezentującą strukturę nawigacyjną określoną jako:

$$\psi: S_1 \times S_2 \times \dots \times S_n \rightarrow S. \quad (2)$$

Funkcja ta przyporządkowuje stanom elementów stan systemu. W rozważaniach nawigacyjnych elementom jak i systemom możemy przyporządkowana dwa stany (binarne -  $B$ ) związane z ich użytkowaniem: „0” – oznaczający stan niezdatności elementu struktury lub systemu nawigacyjnego oraz „1” – oznaczający stan jego zdatności co zapiszemy jako:

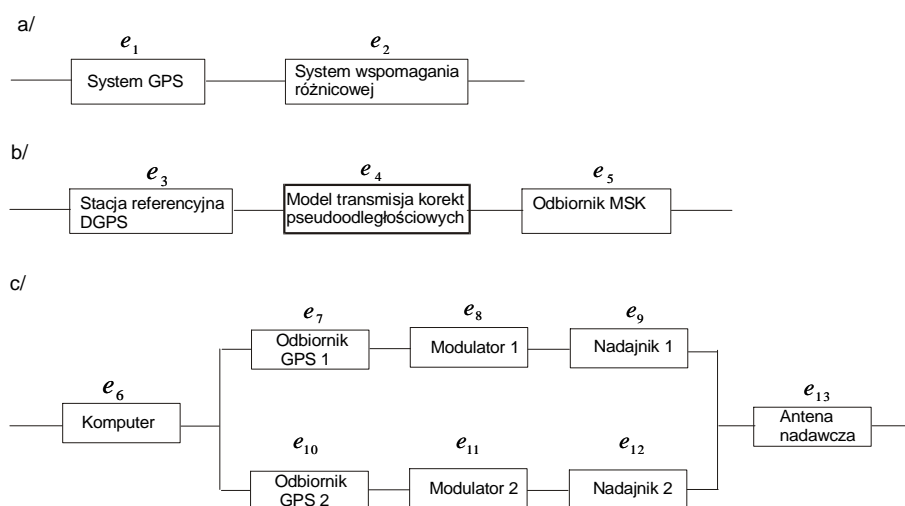
$$S_1 = \dots = S_n = S = B = \{0,1\}. \quad (3)$$

Dzięki tak sformalizowanemu zapisowi każdy z systemów, grup lub pojedynczych elementów może być niezależnie modelowany i w stosunku do niego dokonywać można niezależnych oszacowań niezawodności i dostępności, aż do pełnego modelu systemu włącznie. Szczególnie należy tu podkreślić, że elementami systemu mogą być zarówno obiekty fizyczne (urządzenia) jak również inne struktury, na których stan wpływają czynniki nie związane bezpośrednio z wyposażeniem technicznym. Oznacza to możliwość dołączania w ramach struktur dodatkowych elementów zależnych od np: lokalnych warunków meteorologicznych (dla systemów optycznych, radiolokacyjnych) cech propagacyjnych ośrodka (dla systemów radionawigacyjnych, akustycznych) czy właściwości hydrologicznych.

Równie istotnym jest fakt, iż w ramach modelowania struktur czy systemu dopuszczalnym jest zdefiniowanie dowolnych podsystemów zawierających podzbiory elementów struktur bardziej złożonych. Co sprowadza się do możliwości rozważania kryteriów niezawodnościowych (niezawodność, dostępność) na dowolnym podzbiore elementów. Na poniższym rysunku przedstawiono trzy przykładowe struktury nawigacyjne odnoszące się do systemu DGPS lub jego podstruktur. Pierwsza z nich (a) to ogólna, dwuelementowa, szeregowo-logiczna struktura systemu DGPS

$$\psi(x_1, x_2) = x_1 \wedge x_2 = \min(x_1, x_2) \quad (4)$$

gdzie  $x_1, x_2$  - są stanami niezawodności elementów  $e_1, e_2$  odpowiednio.



**Rys. 1.** Wybrane struktury nawigacyjne wchodzące w skład systemu DGPS. a/ struktura ogólna systemu, b/ struktura transmisji korekt pseudoodległościowych, c/ struktura stacji referencyjnej [5]

System DGPS jest strukturą bardzo złożoną stąd jego charakterystyki takie jak dostępność czy niezawodność uzyskiwać można jedynie na drodze analizy statystycznej

obejmującej reprezentatywną próbę pomiarową. Ze względu na dużą złożoność procesów wpływających na stany zdadności (pracy lub awarii) występujących w obu elementach opis probabilistyczny procesu pracy jest na dzień dzisiejszy praktycznie niemożliwy do wykonania.

Druga z przywołanych struktur (b) opisuje proces transmisji korekt pseudoodległościowych w relacji stacja referencyjna-odbiornik użytkownika. Jest ona podstrukturą struktury (a) wchodząc w skład jej elementu  $e_2$ . Na uwagę zasługuje, iż elementy struktury (b) mają charakter zarówno urządzeń technicznych, których niezawodnościowe charakterystyki techniczne umożliwiają wyznaczanie różnorodnych wskaźników niezawodnościowych, ale zawiera ona również element  $e_5$  - model transmisji korekt pseudoodległościowych nie będący tworem technicznym.

W przypadku gdyby udało się w sposób analityczny (probabilistyczny) opisać model transmisji korekt pseudoodległościowych będzie możliwym uzyskanie w stosunku do niego analogicznych charakterystyk jak w przypadku pozostałych elementów. W konsekwencji umożliwi to opis matematyczny całej struktury (b). Trzecia ze struktur (c) jest typową konstrukcją szeregowo-równoległą stacji referencyjnej DGPS o postaci logicznej:

$$\psi(x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}, x_{13}) = x_6 \wedge [(x_7 \wedge x_8 \wedge x_9) \vee (x_{10} \wedge x_{11} \wedge x_{12})] \wedge x_{13}, \quad (5)$$

gdzie  $x_6, x_7, \dots, x_{13}$  - są stanami niezawodności elementów  $e_6, e_7, \dots, e_{13}$  odpowiednio.

## 1. KATEGORIE DOSTĘPNOŚCI SYSTEMÓW NAWIGACJI MORSKIEJ

Problematyka dostępności i niezawodności systemów radionawigacyjnych często poruszany jest przez międzynarodowe organizacje działające na rzecz bezpieczeństwa na morzu. Jedną z nich jest Międzynarodowe Zrzeszenie Zarządów Latarni Morskich (ang.: International Association of Lighthouse Authorities - IALA). Zdaniem IALA racjonalnym rozwiązaniem klasyfikującym jakościowo systemy nawigacji morskiej jest użycie parametru dostępność i niezawodność w celu dokonywania analizy jakościowej i celowości wystawionych systemów nawigacyjnych. Z danych gromadzonych przez IALA wynika że [1, 2]:

- główne latarnie morskie, światła nabieżnika, oraz światła jednostek winny mieć dostępność większą od 99,8%,
- inne światła na określonych budowlach albo dużych pławach nawigacyjnych winny mieć dostępność przewyższającą czasami znacznie wartość 99%,
- małe pławy nawigacyjne winny mieć dostępność od 97% do 99,9% i jest to uzależnione od miejscowych warunków, wymagań użytkowników, stanu technicznego urządzeń i typu zasilania.

Dane IALA odnośnie systemów radionawigacyjnych przyjmowały minimalną dostępność w przybliżeniu równą 99,6%. Dostępność dla poszczególnych kategorii, ustalonych przez IALA, powinna wynosić [1, 2]:

- kategoria 1 - dostępność powyżej 99,8%,
- kategoria 2 - dostępność powyżej 99,0%,
- kategoria 3 - dostępność powyżej 95,0%.

Z przedstawionego podziału wynika, iż minimalny poziom dostępności systemu nawigacyjnego nie powinien być mniejszy od 95.0%.

## 2. MODELOWANIE MATEMATYCZNE DOSTĘPNOŚCI I NIEZAWODNOŚCI SYSTEMÓW NAWIGACYJNYCH

Niezawodność systemu, przez którą należy rozumieć prawdopodobieństwo jego bezawaryjnej pracy w określonym czasie jest funkcją związaną z niezawodnościami poszczególnych jego elementów. Rodzaj tej funkcji zależy od właściwości poszczególnych elementów oraz sposobu organizacji systemu, przez który oznaczamy sposób połączenia jego elementów. Wśród systemów wyróżnia się 3 podstawowe formy organizacji (realizacji połączeń):

- struktura szeregową – w której warunkiem zdatności systemu jest zdatność wszystkich jego elementów składowych,
- struktura równoległa – w której warunkiem zdatności systemu jest zdatność co najmniej jednego z elementów składowych,
- struktura mieszana – w której występują elementy (zespoły) o strukturze szeregowej i równoległej.

Systemy równoległe tworzone są poprzez rezerwowanie ich elementów, przez które rozumiemy zwielokrotnienie w systemie jego elementów pełniących tę samą funkcję (przeznaczenie) umożliwiające w przypadku awarii tego elementu wykorzystanie elementu zastępczego. Wśród systemów równoległych, w zależności od sposobu realizacji rezerwowania i naprawy, można wyróżnić:

- równoległy z rezerwą pasywną, bez naprawy,
- równoległy z rezerwą pasywną, z naprawą,
- równoległy z rezerwą aktywną, bez naprawy,
- równoległy z rezerwą aktywną, z naprawą.

W systemach z aktywną rezerwą urządzenie rezerwowe pomimo, że nie wykonuje funkcji decydującej o stanie pracy systemu przebywa w tzw. stanie czuwania – oznaczającym stan jego pracy. Potocznie można stwierdzić, iż jest ono włączone, lecz nie jest podłączone do systemu. W przypadku systemów z rezerwą pasywną urządzenie rezerwowe jest wyłączone. Uzupełnienia wymaga również pojęcie naprawy i jej braku (bez naprawy). System z naprawą oznacza taką strukturę niezawodnościową, w której po wystąpieniu uszkodzenia urządzenie rezerwowe zostanie włączone w system, a operator podejmie działania zmierzające do naprawy uszkodzonego elementu. Natomiast w przypadku systemów bez naprawy operator systemu podejmie działania naprawcze dopiero po uszkodzeniu wszystkich elementów rezerwowych struktury równoległej.

### 2.1. Systemy szeregowy

Złożone systemy nawigacyjne składają się z wielu elementów – systemów składowych. Modelowanie ich charakterystyk niezawodnościowych polega na wyznaczeniu miar opisujących cechy eksploatacyjne dla poszczególnych części składowych połączonych równoległe w bloki. Układ, który w ten sposób powstanie nazywamy układem szeregowym.



Rys. 2. System o niezawodnościowej strukturze szeregowej

Podczas normalnej pracy każdy z bloków posiada określoną niezawodność i co najistotniejsze uszkodzenia poszczególnych bloków są niezależne od siebie. Uszkodzenie pojedynczego bloku powoduje awarię całego systemu. Czas życia systemu  $\tau$  można opisać zależnością [4]:

$$\tau = \min\{\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n\} \quad (6)$$

gdzie  $\tau_k = 1, 2, \dots, n$ , określa zmienną losową oznaczającą czas życia k-tego elementu. Oznacza to, że system ulegnie uszkodzeniu po czasie po którym ulegnie uszkodzeniu element posiadający najkrótszy czas życia. Funkcję niezawodności można wyznaczyć przy wykorzystaniu funkcji intensywności uszkodzeń każdego z elementów składowych postaci:  $\lambda_k(t)$ ,  $k = 1, 2, \dots, n$ , o postaci

$$R_k(t) = \exp\left[-\int_0^t \lambda_k(x) dx\right] \text{ dla } k = 1, 2, \dots, n \quad (7)$$

lub w alternatywnej postaci:

$$R(t) = \prod_{k=1}^n R_k(t) = \prod_{k=1}^n \exp\left[-\int_0^t \lambda_k(x) dx\right] = \exp\left[-\int_0^t \sum_{k=1}^n \lambda_k(x) dx\right]. \quad (8)$$

Wartość *MTBF* dla systemu wyniesie

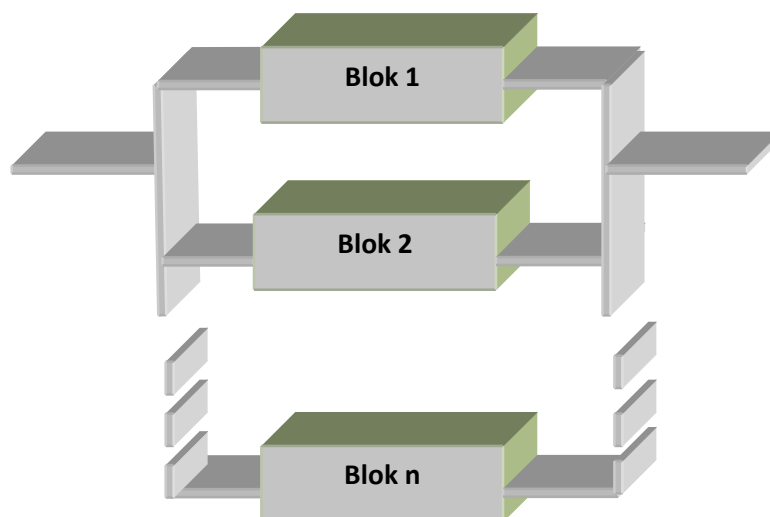
$$\frac{1}{MTBFS} = \frac{1}{MTBF_1} + \dots + \frac{1}{MTBF_i} + \frac{1}{MTBF_p}. \quad (9)$$

## 2.2. Systemy równoległe

System posiada niezawodnościową strukturę równoległą jeśli jego awaria następuje w momencie uszkodzenia ostatniego z jego elementów. System jest w stanie zdadności jeżeli pracuje co najmniej jeden z jego  $n$  elementów, a jego czas życia  $\tau$  spełnia zależność [4]:

$$\tau = \max\{\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n\}. \quad (10)$$

Istotę połączeń systemu równoległego przedstawiono na poniższym rysunku.



**Rys. 3.** System o niezawodnościowej strukturze równoległej

W tego typu systemach może występować  $n$  bloków rezerwowania, stąd oczywistym jest że w ramach zwiększania ich liczby wzrastają charakterystyki niezawodnościowe całego

system, jednakże należy mieć na uwadze, że odbywa się to kosztem nakładów finansowych na system. W zawiązku z powyższym niezawodność systemu o strukturze równoległej opiszemy jako funkcje niezawodności jego elementów postaci:

$$R(t) = 1 - F(t) = 1 - \prod_{k=1}^n F_k(t) = 1 - \prod_{k=1}^n [1 - R_k(t)] \quad \text{dla } t \geq 0. \quad (11)$$

### System równoległy z pasywną rezerwą, bez naprawy

Jeśli czasy pracy obu bloków oznaczmy odpowiednio  $x_i$  oraz  $y_i$ , wtedy średni czas pomiędzy uszkodzeniami równoległego systemu pasywnego bez naprawy jest określona równaniem

$$MTBF_S^{P.B} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i = MTBF_X + MTBF_Y \quad (12)$$

gdzie:

$n$  - jest całkowitą liczbą uszkodzeń systemu,

$MTBF_X$  - średni czas pomiędzy uszkodzeniami elementu  $X$ ,

$MTBF_Y$  - średni czas pomiędzy uszkodzeniami elementu  $Y$ .

Podczas prowadzenia analiz niezawodności takiego układu należy dodatkowo jeszcze uwzględnić prawdopodobieństwo  $p_u$  tego, że w momencie przełączenia bloków, blok  $Y$  może zadziałać niepoprawnie, bądź nie zadziałać wcale. Po przekształceniu równanie przyjmuje postać

$$MTBF_S^{P.B} = MTBF_X + (1 - p_u) MTBF_Y \quad (13)$$

### System równoległy z pasywną rezerwą, z naprawą

W tej strukturze niezawodnościowej system składa się z dwóch bloków:  $X$  i  $Y$  połączonych równoległe. Aby system działał poprawnie jeden z bloków musi być w stanie zdatności. Jeżeli zepsuje się blok  $X$  automatycznie włączany jest blok  $Y$  zwany niekiedy blokiem rezerwowym i system nadal działa poprawnie. W czasie pracy bloku rezerwowego dokonywana jest naprawa bloku  $X$ , czyniąc takie rozwiązanie „z naprawą”.

Podajmy analizie oszacowanie średniego czasu pomiędzy uszkodzeniami takiego systemu. Niech  $N$  będzie liczbą uszkodzeń bloku  $X$  w czasie jego użytkowania  $T$  postaci:

$$T = N \cdot (MTBF_X + MTBF_Y). \quad (14)$$

Blok  $Y$  znajdzie się w stanie pracy, podczas stanu awarii bloku  $X$ . Liczba awarii systemu może być oszacowana jako:

$$N_s = \frac{N_x \cdot MTTR_x}{MTBF_Y} \quad (15)$$

gdzie:

$N_x$  - liczba awarii bloku  $X$ ,

$N_s$  - liczba awarii systemu.

Jeśli charakterystyki niezawodnościowe obu bloków  $X$  i  $Y$  są identyczne, z czym najczęściej mamy do czynienia wtedy:

$$MTBF_S^{P.N} = \frac{(MTBF_X)^2}{MTTR_X} + MTBF_X. \quad (16)$$

Podobnie jak w poprzedniej strukturze należy dodatkowo rozważyć prawdopodobieństwo  $p_u$  tego że w momencie przełączenia bloków, blok  $Y$  może zadziałać niepoprawnie, bądź nie zadziałać wcale. W takim przypadku otrzymamy

$$N_S = N \cdot p_u + \frac{N(1-p_u)MTTR_X}{MTBF_Y} \quad (17)$$

oraz

$$MTBF_S = \frac{N(MTBF_X + MTTR_X)}{N_S} = \frac{MTBF_X + MTTR_X}{p_u + (1-p_u) \cdot \frac{MTTR_X}{MTBF_Y}}. \quad (18)$$

### System równoległy z aktywną rezerwą, bez naprawy

Bloki  $X$  i  $Y$  pracują w tym samym czasie pomimo tego, że aby system działał poprawnie wystarczyłoby, aby pracował tylko jeden z bloków. Awaria systemu następuje w wyniku uszkodzenia dwóch bloków i wtedy dopiero zostaje wykonywana naprawa uszkodzonych elementów. Jeśli elementy  $X$  i  $Y$  są identyczne wtedy funkcja niezawodności przyjmie postać:

$$R(t) = 2e^{-\lambda t} - e^{-2\lambda t}. \quad (19)$$

Wartość MTBF systemu wyniesie

$$MTBF_S = \frac{3}{2} MTBF_X. \quad (20)$$

Uwzględniając dodatkowe prawdopodobieństwo  $p_u$  otrzymamy

$$MTBF_S = \frac{3-2p_u}{2} MTBF_X. \quad (21)$$

### System równoległy z aktywną rezerwą, z naprawą

Bloki  $X$  i  $Y$  pracują w tym samym czasie pomimo tego, że aby system działał poprawnie wystarczyłoby aby pracował tylko jeden z bloków. Awaria systemu następuje w wyniku uszkodzenia dwóch bloków. Wartość MTBF systemu obliczymy jako:

$$MTBF_S = \frac{MTTR_X}{i} \left[ \left( 1 + \frac{MTBF_X}{MTTR_X} \right)^i - 1 \right] \quad (22)$$

gdzie  $i$  - liczba równoległych elementów.

## PODSUMOWANIE

W praktyce technicznej bardzo rzadko się zdarza, że mamy do czynienia z jednolitymi strukturami: szeregową lub równoległą. Najczęściej występującą strukturą jest struktura mieszana, zawierająca zarówno połączenia szeregowe jak i równoległe. Określanie charakterystyk niezawodnościowych takich systemów składa się z kilku etapów. Pierwszym z nich jest określanie MTBF elementów o niezawodnościowej strukturze równoległej, które w dalszej kolejności umożliwiają wyznaczenie charakterystyk całej struktury szeregowej.

## BIBLIOGRAFIA

1. International Association Of Marine Aids To Navigation And Lighthouse Authorities, *Guide to the Availability and Reliability of Aids to Navigation*. 1989.
2. International Association Of Marine Aids To Navigation And Lighthouse Authorities, *Guide to the Availability and Reliability of Aids to Navigation - Theory and Examples*. December 2004.
3. International Association Of Marine Aids To Navigation And Lighthouse Authorities, *World Wide Radio Navigation Plan, Edition 1*. Saint Germain en Laye, France 2009.
4. Koźniewska I., Włodarczyk M., *Modele odnowy, niezawodności i masowej obsługi*. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa, 1978.
5. Specht C, *Availability Reliability and Continuity Model of Differential GPS Transmission*. Annual of Navigation no 5/2003, Gdynia 2003.

## AVAILABILITY AND RELIABILITY OF THE NAVIGATION SYSTEMS – STRUCTURE MODELLING

### *Abstract*

*The problem of fixing position coordinates for navigational needs considered only in terms of measurement error seems to have already been solved in a global scale. Its realization with higher or lower precision is only a function of the technical solution adopted. Therefore, other, equally important, although often omitted, exploitation parameters of navigation systems become crucial. These are: availability and reliability.*

*This article attempts formal requirements for navigation systems related to availability and reliability and theoretical issues for its mathematical modeling, where the structure structures are parallel or connected in series.*

### **Autorzy:**

prof. dr hab. inż. **Cezary Specht** – Akademia Morska w Gdyni, c.specht@geodezja.pl