

Zagadnienie obliczania zmęczeniowej trwałości projektowej cięgieł nośnych skipu górniczego

Marek Płachno


1. Wprowadzenie

Zmęczeniowa trwałość projektowa cięgieł nośnych skipu górniczego jest zwykle rozumiana jako liczba milionów cykli wydobywczych w określonym szybie, które – z udziałem skipu odpowiadającego konkretnej dokumentacji konstrukcyjnej – mogą być wykonane bez zaistnienia uszkodzeń zmęczeniowych w cięgiłach skipu. Takie uszkodzenia, które występują zwłaszcza przy skipach o dużej ładowności, nie są od wielu lat rzadkością, mimo że cięgiła tych skipów oblicza się zmęczeniowo ze względu na zmienne obciążenia statyczne. Zatem każdy przypadek omawianych uszkodzeń jest potwierdzeniem, że niezbędne są obliczenia zmęczeniowe cięgieł dotyczące drgań poprzecznych skipu związanych z jego użytkowaniem w szybie, których zredukowanie w ruchu szybowym jest bardzo trudne. Jednak dotychczas, mimo podejmowanych prób, np. [4], [5], [7], [9], [10], nie dopracowano się wiarygodnej metody takich obliczeń, na którą od wielu lat oczekują użytkownicy skipów górniczych. Zmęczeniowe uszkodzenia cięgieł nośnych są bowiem poważnym zagrożeniem dla bezpieczeństwa i ciągłości pracy każdego wyciągu szybowego, mimo że poddaje się te cięgiła regularnym badaniom defektoskopowym w celu wykrywania ewentualnych uszkodzeń, a do ich naprawy stosuje się coraz doskonalsze technologie. Oczekiwana metoda jest zatem potrzebna, a jej opracowanie jest nadal aktualnym wyzwaniem stojącym przed zapleczem naukowo-badawczym przemysłu wydobywczego.

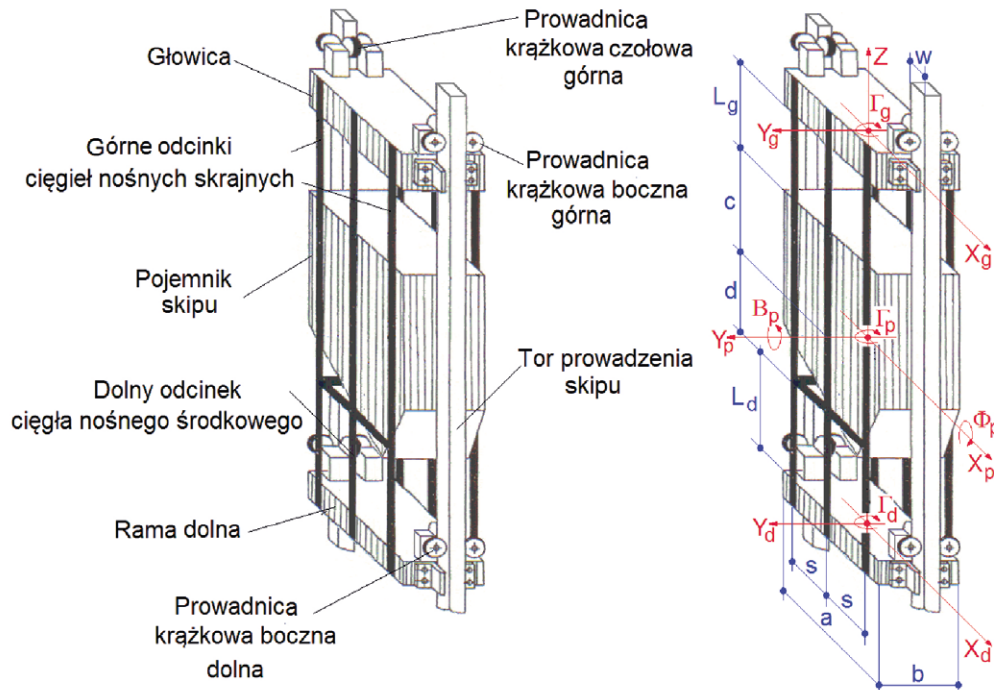
Zdaniem autora, główną przeszkodą dla opracowania oczekiwanej metody była niezadowalająca zgodność z rzeczywistością zarówno wyników obliczeń, jak i wyników pomiarów wykorzystywanych dotychczas przy opracowywaniu takiej metody. Świadczą o tym przypadki omawianych uszkodzeń, które nie znalazły uzasadnienia w tych wynikach. Niezbędna była zatem merytoryczna korekta dotychczasowego podejścia do omawianego problemu, którą zaproponowano w [8], następstwem czego były badania diagnostyczne [1] podjęte w 2007 r. przez specjalistów z Wydziału Inżynierii Mechanicznej i Robotyki AGH. Te badania wykonano przy ośmiu skipach po naprawie zmęczeniowych uszkodzeń cięgieł, a wśród skipów objętych badaniami [1] były dwa skipy o ładowności 18 Mg, dwa skipy o ładowności 23 Mg oraz cztery skipy o ładowności 33 Mg.

Zweryfikowane doświadczenia poznawcze z badań [1] – przedstawione w poprzednim rozdziale tej monografii – wykazały, że można zadowalająco prognozować rzeczywistą trwałość zmęczeniową cięgieł nośnych skipu w oparciu o tzw. empiryczną trwałość zmęczeniową tych cięgieł, wyznaczaną na

Streszczenie: Przy projektowaniu skipów górniczych wykonuje się obliczenia zmęczeniowe cięgieł nośnych, dotyczące zmiennych obciążeń statycznych. Mimo to uszkodzenia zmęczeniowe cięgieł, zwłaszcza przy skipach o dużej ładowności, nie są sporadyczne, czego główną przyczyną są drgania poprzeczne skipów związane z ich użytkowaniem w szybach. Te drgania są bardzo trudne do redukcji w ruchu szybowym, w związku z czym użytkownicy skipów górniczych oczekują, aby projektowe obliczenia zmęczeniowe cięgieł dotyczyły także takich drgań. Jednak, mimo podejmowanych prób, nie dopracowano się dotychczas wiarygodnej metody oczekiwanych obliczeń, która jest nadal aktualnym wyzwaniem dla naukowo-badawczego zaplecza przemysłu wydobywczego. Niniejsza praca dotyczy tego wyzwania, a inspiracją do jego podjęcia były doświadczenia poznawcze uzyskane w diagnostycznych badaniach [1] naprężeń w cięgiłach skipów, przedstawione w poprzednim rozdziale tej monografii.

 **Abstract:** When designing mining skips, fatigue calculations of carrying pull rods for static load variables are performed. In spite of this, the fatigue failures of carrying pull rods, especially in high payload skips, is not sporadic, which is mainly due to the transverse vibrations of the skips associated with their use in the shafts. These vibrations are very difficult to reduce in shaft motion, so users of mining skips expect that the fatigue design of tie rods also involves such vibrations. However, in spite of the attempts made, the reliable method of expected calculations has not yet been developed, which is still a current challenge for the mining industry's research and development background. This paper deals with this challenge, and the inspiration for it was the cognitive experience gained in diagnostic studies [1] of stresses in carrying pull rods, presented in the previous chapter of this monograph.

podstawie widma mocy ekstremalnych naprężeń zmiennych normalnych i stycznych, zmierzonych w skrajnym cięgle skipu podczas jego jazdy w szybie. Z tego powodu uzyskane w zakresie badań [1] wyniki poddano analizie w kierunku określenia wpływu, jaki na empiryczną trwałość cięgieł badanych skipów miały ich parametry konstrukcyjne oraz parametry nierówności torów prowadzenia w szybie. Ta analiza wykazała, że między



Rys. 1. Schemat konstrukcyjny składu górniczego (z lewej) oraz model fizyczny układu sprężysto-masowego tego składu (z prawej)

(Źródło: opracowanie własne)

takimi parametrami a empiryczną trwałością zmęczeniową cięgieł składowych objętych badaniami [1] istnieją konkretne zależności matematyczne, które mają uzasadnienie w teorii losowych procesów zmęczeniowych dotyczących konstrukcji mechanicznych. Odkryte zależności podano i omówiono w niniejszym artykule, ilustrując je przykładem obliczeniowym mającym na celu pokazanie, że dla składu „prawie rzeczywistego”, tj. składu, który nie jest jeszcze wykonany, ale ma już opracowaną dokumentację konstrukcyjną i ma wskazany szyb jako miejsce swojego użytkowania, można już wykonywać – z wystarczającą wiarygodnością – obliczenia zmęczeniowe cięgieł nośnych tego składu dotyczące jego drgań poprzecznych. Ze względu na tę wiarygodność najważniejsze jest obliczenie widma mocy dla ekstremalnych naprężeń w cięgiach składu „prawie rzeczywistego”, stanowiących skutek takich drgań. Te naprężenia nazwano w niniejszym artykule naprężeniami projektowymi, stąd ich widmo nazwano widmem mocy zmiennych naprężeń projektowych.

2. Zależności do obliczania widma mocy zmiennych naprężeń projektowych dla cięgieł nośnych składu górniczego

Omawiane zależności dotyczą składu, który ma konstrukcję złożoną z trzech głównych mas, tj. głowicy, pojemnika oraz ramy dolnej (rys. 1), trwale połączonych między sobą za pomocą prętów pionowych nazywanych cięgiłami nośnymi. Pomiedzy głowicą a pojemnikiem oraz pomiedzy pojemnikiem a ramą dolną występują w konstrukcji takiego składu duże odstępki pionowe, od 3 do 5 m, konieczne ze względu na załadunek oraz rozładunek pojemnika.

Z tego powodu każde z cięgieł nośnych omawianego składu ma dwa odcinki swobodne, z których odcinek pomiedzy dolną krawędzią głowicy a górną krawędzią pojemnika, oznaczony na rys. 1 jako L_g , nazwano górnym odcinkiem cięgieł, a odcinek pomiedzy dolnym stężeniem pojemnika a górną krawędzią ramy dolnej, oznaczony na rys. 1 jako L_d , nazwano dolnym odcinkiem cięgieł.

Podczas jazdy składu w szybie prowadnice krążkowe składu zadają na głowicę składu oraz na jego ramę dolną siły losowe, powodowane oddziaływaniem na te prowadnice losowych nierówności torów prowadzenia składu w szybie. Z tego powodu każda z głównych mas składu jest pobudzana do drgań poprzecznych, które wykorzystują aż jedenaście stopni swobody tych mas. Omawiane drgania oznaczono na rysunku 1 następująco:

- X_g, Y_g, Γ_g – drgania poprzeczne głowicy składu, odpowiednio: drgania postępowe czołowe głowicy, drgania postępowe boczne głowicy oraz drgania kątowe tej głowicy w płaszczyźnie poziomej;
- $X_p, Y_p, B_p, \Phi_p, \Gamma_p$ – drgania poprzeczne pojemnika składu, odpowiednio: drgania postępowe czołowe środka masy pojemnika, drgania postępowe boczne tego środka oraz drgania kątowe względem środka masy pojemnika, zachodzące – odpowiednio – w płaszczyźnie pionowej równoległej do bocznych ścian składu, w płaszczyźnie pionowej równoległej do jego ścian czołowych oraz w płaszczyźnie poziomej;
- X_d, Y_d, Γ_d – drgania poprzeczne ramy dolnej składu, odpowiednio: drgania postępowe czołowe i drgania postępowe boczne środka masy tej ramy oraz drgania kątowe względem jej środka masy zachodzące w płaszczyźnie poziomej.

Badania [1] potwierdziły, że równania różniczkowe opisujące drgania poprzeczne głównych mas skipu można rozdzielić na trzy układy równań, matematycznie niezależne:

$$M_x \cdot \ddot{U}_x + H_x \cdot \dot{U}_x + S_x \cdot U_x = W_x \quad (1)$$

$$M_y \cdot \ddot{U}_y + H_y \cdot \dot{U}_y + S_y \cdot U_y = W_y \quad (2)$$

$$M_\gamma \cdot \ddot{U}_\gamma + H_\gamma \cdot \dot{U}_\gamma + S_\gamma \cdot U_\gamma = W_\gamma \quad (3)$$

w których:

- U_x, U_y, U_γ – macierze (4) drgań poprzecznych doznawanych przez główne masy skipu, odpowiednio: macierz drgań nazwanych czołowymi, macierz drgań nazwanych bocznymi oraz macierz drgań nazwanych skrętnymi;
- M_x, M_y, M_γ – macierze (5) bezwładności mas głównych skipu, odpowiednio: macierz bezwładności czołowej, macierz bezwładności bocznej i macierz bezwładności skrętnej;
- H_x, H_y, H_γ – macierze (6) współczynników tłumienia drgań poprzecznych skipu, kolejno: macierz współczynników tłumienia drgań czołowych, macierz współczynników tłumienia drgań bocznych oraz macierz współczynników tłumienia drgań skrętnych;
- S_x, S_y, S_γ – macierze (7) współczynników sztywności poprzecznej skipu, odpowiednio: macierz współczynników sztywności czołowej, macierz współczynników sztywności bocznej oraz macierz współczynników sztywności skrętnej;
- W_x, W_y, W_γ – macierze (8) sił wymuszających drgania poprzeczne skipu, kolejno: macierz sił wymuszających drgania czołowe, macierz sił wymuszających drgania boczne oraz macierz sił wymuszających drgania skrętne.

Macierze (4–8) są następujące:

$$\begin{aligned} U_x &= \{X_g \ X_p \ X_d \ B_p\} \\ U_y &= \{Y_g \ Y_p \ Y_d \ \Phi_p\} \\ U_\gamma &= \{\Gamma_g \ \Gamma_p \ \Gamma_d\} \end{aligned} \quad (4)$$

$$M_x = \begin{matrix} m_g & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_{\beta p} \end{matrix} \quad M_y = \begin{matrix} m_g & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_{\phi p} \end{matrix} \quad (5)$$

$$M_\gamma = \begin{matrix} J_{\gamma g} & 0 & 0 \\ 0 & J_{\gamma p} & 0 \\ 0 & 0 & J_{\gamma d} \end{matrix}$$

$$H_x = \begin{matrix} h_g & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h_d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & h_{\beta p} \end{matrix} \quad H_y = \begin{matrix} h_g & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h_d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & h_{\phi p} \end{matrix} \quad (6)$$

$$M_\gamma = \begin{matrix} h_{\gamma g} & 0 & 0 \\ 0 & h_{\gamma p} & 0 \\ 0 & 0 & h_{\gamma d} \end{matrix}$$

$$S_x = \begin{matrix} k_{xgxp} & -k_{xgxp} & 0 & k_{xg\beta p} \\ -k_{xpxg} & k_{xpxp} & -k_{xpxd} & -k_{xp\beta p} \\ 0 & -k_{xdxp} & k_{xdxd} & -k_{xd\beta p} \\ k_{\beta pxg} & -k_{\beta pxp} & -k_{\beta pxd} & k_{\beta p\beta p} \end{matrix}$$

$$S_y = \begin{matrix} k_{ygyg} & -k_{ygyg} & 0 & k_{yg\phi p} \\ -k_{ypyg} & k_{ypyp} & -k_{ypyd} & -k_{yp\phi p} \\ 0 & -k_{ydyg} & k_{ydxd} & -k_{yd\phi p} \\ k_{\phi pyg} & -k_{\phi pyg} & -k_{\beta pyd} & k_{\phi p\phi p} \end{matrix} \quad (7)$$

$$S_\gamma = \begin{matrix} k_{\gamma g\gamma g} & -k_{\gamma g\gamma p} & 0 \\ -k_{\gamma p\gamma g} & k_{\gamma p\gamma p} & -k_{\gamma p\gamma d} \\ 0 & -k_{\gamma d\gamma p} & k_{\gamma d\gamma d} \end{matrix}$$

$$W_x = \begin{matrix} k_{cg} \cdot X_{ng}(t) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{cd} \cdot X_{nd}(t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

$$W_y = \begin{matrix} k_{bg} \cdot Y_{ng}(t) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{bd} \cdot Y_{nd}(t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix} \quad (8)$$

$$W_\gamma = \begin{matrix} (a+w) \cdot k_{bg} \cdot Y_{ng}(t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (a+w) \cdot k_{bd} \cdot Y_{nd}(t) \end{matrix}$$

a oznaczenia nadane elementom tych macierzy przedstawiają:

- $X_g, Y_g, X_p, Y_p, X_d, Y_d, B_p, \Phi_p, \Gamma_g, \Gamma_p, \Gamma_d$ – drgania poprzeczne głównych mas skipu jak na rys. 1;
- m_g, m_p, m_d – trzy wartości masy dotyczące kolejno głowicy skipu z jej prowadnicami, pojemnika skipu z dopuszczalnym ładunkiem oraz ramy dolnej z prowadnicami tej ramy;
- $J_{\beta p}, J_{\phi p}, J_{\gamma p}, J_{\gamma g}, J_{\gamma d}$ – pięć momentów bezwładności masy, w tym trzy dla masy pojemnika skipu z dopuszczalnym ładunkiem dotyczące, odpowiednio, drgań B_p, Φ_p, Γ_p , oraz po jednym dla głowicy i ramy dolnej odnoszące się, odpowiednio, do drgań Γ_g oraz Γ_d ;

- $h_g, h_p, h_d, h_{yg}, h_{\beta p}, h_{\phi p}, h_{\gamma p}, h_{\gamma d}$ – osiem współczynników tłumienia wiskotycznego drgań poprzecznych skipu, odpowiednio: drgań postępowych głowicy, drgań postępowych pojemnika z urobkiem, drgań postępowych ramy dolnej, drgań kątowych głowicy, drgań kątowych pojemnika z urobkiem oraz dla drgań kątowych ramy dolnej skipu;
- $k_{xgxg} - k_{ygyg}$ – trzydzieści pięć współczynników sztywności poprzecznej skipu, w tym czternaście dla jego drgań czołowych, czternaście dla jego drgań bocznych oraz siedem dla drgań skrętnych tego skipu;
- a, w – wymiary jak na rys. 1;
- $k_{cg}, k_{cd}, k_{bg}, k_{bd}$ – współczynniki sztywności prowadnic krążkowych skipu, odpowiednio: prowadnic czołowych górnych, prowadnic czołowych dolnych oraz prowadnic bocznych górnych i prowadnic bocznych dolnych;
- $X_{ng}(t), X_{nd}(t), Y_{ng}(t), Y_{nd}(t)$ – losowe funkcje czasu odwzorowujące oddziaływanie nierówności torów prowadzenia skipu w szybie na prowadnice krążkowe tego skipu, odpowiednio: na prowadnice czołowe górne, na prowadnice czołowe dolne, na prowadnice boczne górne oraz na prowadnice boczne dolne.

Do obliczania wartości elementów macierzy (5)–(8) opracowano w zakresie badań [1] specjalny moduł wspomagania komputerowego, ułatwiający też fizyczną weryfikację zależności matematycznych, którymi opisano te elementy. Ta weryfikacja wykazała, że wartości widma mocy ekstremalnych naprężeń zmiennych zmierzonych dla ciągłych skipów objętych badaniami (1) oraz wartości widma mocy naprężeń obliczone dla tych skipów z wykorzystaniem zależności opisujących elementy macierzy (5)–(8) są wystarczająco zgodne względem siebie. Ta zgodność jest też potwierdzeniem słuszności założeń, które przyjęto dla możliwie jak największego uproszczenia zależności matematycznych opisujących widma mocy dla zmiennych naprężeń w ciągłych nośnych skipu „prawie rzeczywistego”. Kolejno podano i mówiono najważniejsze z tych założeń oraz wynikające z nich zależności (9)–(23).

1. Największy wpływ na naprężenia zmienne w ciągłych nośnych skipu mają drgania poprzeczne ustalone (o ustalonych trajektoriach), doznawane przez główne masy skipu (rys. 1), a wyrażone przez dwie liniowe kombinacje tych drgań, nazwane w tym artykule jako górne drgania ustalone skipu i dolne drgania ustalone skipu oraz opisane wzorami:

$$\begin{aligned} x_g &= X_g - X_p + c \cdot B_p & y_g &= Y_g - Y_p + c \cdot \Phi_p \\ \gamma_g &= \Gamma_g - \Gamma_p \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} x_d &= X_d - X_p - d \cdot B_p & y_d &= Y_d - Y_p - d \cdot \Phi_p \\ \gamma_d &= \Gamma_d - \Gamma_p \end{aligned} \quad (10)$$

gdzie:

- x_g, y_g, γ_g – drgania ustalone górne skipu, odpowiednio: drgania ustalone górne czołowe, drgania ustalone górne boczne oraz drgania ustalone górne skrętne;

- x_d, y_d, γ_d – drgania ustalone dolne skipu, odpowiednio, drgania ustalone dolne czołowe, drgania ustalone dolne boczne oraz drgania ustalone dolne skrętne;
- c, d – wymiary jak na rys. 1;
- $X_g, Y_g, X_p, Y_p, X_d, Y_d, B_p, \Phi_p, \Gamma_g, \Gamma_p, \Gamma_d$ – drgania ustalone poprzeczne głównych mas skipu jak na rys. 1.

2. Ustalonym drganiom górnym i dolnym skipu, występującym w pasmach częstotliwości rezonansowych tych drgań, odpowiadają równania różniczkowe niezależne względem siebie, mające postaci:

$$\begin{aligned} \ddot{x}_{gj} + 2\pi \cdot f_{xj} \cdot \alpha_{xg} \cdot \dot{x}_{gj} + 4\pi^2 \cdot f_{xj}^2 \cdot x_{gj} &= \\ = 4\pi^2 \cdot f_{xj}^2 \cdot \frac{k_{cg} \cdot (c^2 \cdot k_{xgxp} + k_{\beta p \beta p})}{k_{xgxp} \cdot k_{\beta p \beta p}} \cdot X_{ng}(t), & \quad j = 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \ddot{x}_{dj} + 2\pi \cdot f_{xj} \cdot \alpha_{xd} \cdot \dot{x}_{dj} + 4\pi^2 \cdot f_{xj}^2 \cdot x_{dj} &= \\ = 4\pi^2 \cdot f_{xj}^2 \cdot \frac{k_{cd} \cdot (d^2 \cdot k_{xdxp} + k_{\beta p \beta p})}{k_{xdxp} \cdot k_{\beta p \beta p}} \cdot X_{nd}(t), & \quad j = 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \ddot{y}_{gj} + 2\pi \cdot f_{yj} \cdot \alpha_{yg} \cdot \dot{y}_{gj} + 4\pi^2 \cdot f_{yj}^2 \cdot y_{gj} &= \\ = 4\pi^2 \cdot f_{yj}^2 \cdot \frac{2 \cdot k_{bg} \cdot (c^2 \cdot k_{ygyg} + k_{\phi p \phi p})}{k_{ygyg} \cdot k_{\phi p \phi p}} \cdot Y_{ng}(t), & \quad j = 2, 3, 4 \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \ddot{y}_{dj} + 2\pi \cdot f_{yj} \cdot \alpha_{yd} \cdot \dot{y}_{dj} + 4\pi^2 \cdot f_{yj}^2 \cdot y_{dj} &= \\ = 4\pi^2 \cdot f_{yj}^2 \cdot \frac{2 \cdot k_{bg} \cdot (d^2 \cdot k_{ydyp} + k_{\phi p \phi p})}{k_{ydyp} \cdot k_{\phi p \phi p}} \cdot Y_{nd}(t), & \quad j = 2, 3, 4 \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\gamma}_{gj} + 2\pi \cdot f_{\gamma j} \cdot \alpha_{\gamma g} \cdot \dot{\gamma}_{gj} + 4\pi^2 \cdot f_{\gamma j}^2 \cdot \gamma_{gj} &= \\ = 4\pi^2 \cdot f_{\gamma j}^2 \cdot \frac{(a+w) \cdot k_{bg}}{k_{\gamma g \gamma p}} \cdot Y_{nb}(t), & \quad j = 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\gamma}_{dj} + 2\pi \cdot f_{\gamma j} \cdot \alpha_{\gamma d} \cdot \dot{\gamma}_{dj} + 4\pi^2 \cdot f_{\gamma j}^2 \cdot \gamma_{dj} &= \\ = 4\pi^2 \cdot f_{\gamma j}^2 \cdot \frac{(a+w) \cdot k_{bd}}{k_{\gamma d \gamma p}} \cdot Y_{nb}(t), & \quad j = 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (16)$$

w których:

- x_{gj}, x_{dj} – ustalone j-te drgania czołowe górne i dolne skipu, które występują w paśmie j-tej częstotliwości rezonansowej f_{xj} tych drgań oraz są wymuszone przez czołowe oddziaływanie $X_{ng}(t)$ oraz $X_{nd}(t)$ nierówności torów prowadzenia skipu na jego krążkowe prowadnice czołowe, odpowiednio: na czołowe prowadnice krążkowe górne i dolne;
- y_{gj}, y_{dj} – ustalone j-te drgania boczne górne i dolne skipu, które występują w paśmie j-tej częstotliwości rezonansowej f_{yj} tych drgań oraz są wymuszone przez boczne

oddziaływanie $Y_{ng}(t)$ oraz $Y_{nd}(t)$ nierówności torów prowadzenia skipu na jego krążkowe prowadnice boczne, odpowiednio: na boczne prowadnice krążkowe górne i dolne;

- γ_{gj}, γ_{dj} – ustalone j -te drgania skrzętne górne i dolne skipu, które występują w paśmie j -tej częstotliwości rezonansowej f_{yj} tych drgań oraz są wymuszone przez boczne oddziaływanie $Y_{ng}(t)$ oraz $Y_{nd}(t)$ nierówności torów prowadzenia skipu na jego krążkowe prowadnice boczne, odpowiednio na boczne prowadnice krążkowe górne i dolne;
- f_{xj} – j -ta częstotliwość rezonansowa drgań czołowych górnych i dolnych, obliczona za pomocą układu równań (1) jako j -ta częstotliwość własna tego układu;
- f_{yj} – j -ta częstotliwość rezonansowa drgań bocznych górnych i dolnych, obliczona za pomocą układu równań (2) jako j -ta częstotliwość własna tego układu;
- f_{yj} – j -ta częstotliwość rezonansowa drgań skrzętnych górnych i dolnych, obliczona za pomocą układu równań (3) jako j -ta częstotliwość własna tego układu;
- $k_{cg}, k_{cd}, k_{bg}, k_{bd}$ – współczynniki sztywności prowadnic krążkowych skipu występujące w macierzach (8);
- $k_{xgxp}, k_{xdxp}, k_{\beta\beta\beta\beta}$ – współczynniki sztywności czołowej skipu występujące w macierzy S_x przynależnej do (7);
- $k_{ygyg}, k_{ydyd}, k_{\phi\phi\phi\phi}$ – współczynniki sztywności bocznej skipu występujące w macierzy S_y przynależnej do (7);
- k_{ygyg}, k_{ydyd} – współczynniki sztywności skrzętnej skipu występujące w macierzy S_y przynależnej do (7);
- $X_{ng}(t), X_{nd}(t), Y_{ng}(t), Y_{nd}(t)$ – losowe funkcje czasu występujące w macierzach (8);
- a, c, d, w – wymiary jak na rys. 1;
- $\alpha_{xg}, \alpha_{gxd}, \alpha_{yg}$ – względne współczynniki tłumienia górnych drgań skipu, wyznaczone empirycznie [1] jako liczby równe, odpowiednio: 0,025, 0,025 oraz 0,008;
- $\alpha_{xd}, \alpha_{yd}, \alpha_{yd}$ – względne współczynniki tłumienia dolnych drgań skipu, wyznaczone empirycznie [1] jako liczby równe, odpowiednio: 0,02, 0,02 oraz 0,007.

3. Naturalnym skutkiem drgań górnych oraz dolnych skipu są kierunkowe ugięcia górnych i dolnych odcinków jego cięgieł nośnych oraz odpowiadające tym ugięciom cztery rodzaje wewnętrznych obciążeń cięgieł. Największe ugięcia oraz obciążenia, które dotyczą końcowych przekrojów każdego z tych odcinków, opisano w zakresie badań [1] następującymi zależnościami:

$$\begin{aligned} u_{xg}(t) &= x_g(t) + 0,5 \cdot b \cdot \gamma_g(t) & u_{yg}(t) &= y_g(t) + s \cdot \gamma_g(t) \\ u_{\gamma g}(t) &= \gamma_g(t) \\ u_{xd}(t) &= x_d(t) + 0,5 \cdot b \cdot \gamma_d(t) & u_{yd}(t) &= y_d(t) + s \cdot \gamma_d(t) \\ u_{\gamma d}(t) &= \gamma_d(t) \end{aligned} \quad (17)$$

$$M_{xg}(t) = \frac{6 \cdot EJ_{xg}}{L_g^2} \cdot u_{xg}(t) \quad M_{yg}(t) = \frac{6 \cdot EJ_{yg}}{L_g^2} \cdot u_{yg}(t) \quad (18)$$

$$M_{\gamma g}(t) = \frac{GJ_{sg}}{L_g} \cdot u_{\gamma g}(t) \quad N_g(t) = \frac{EA_g}{200 \cdot L_g} \cdot [u_{xg}(t) + u_{yg}(t)]$$

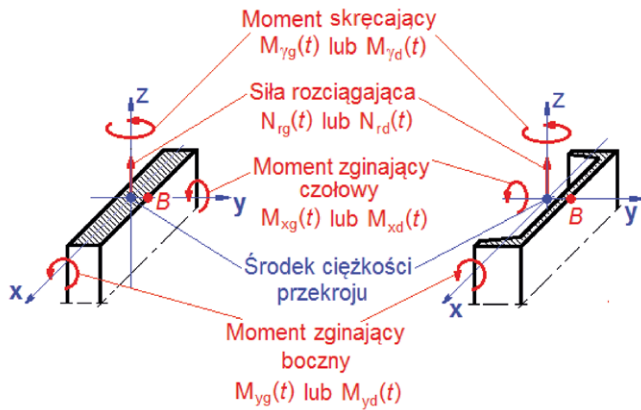
$$M_{xd}(t) = \frac{6 \cdot EJ_{xd}}{L_d^2} \cdot u_{xd}(t) \quad M_{yd}(t) = \frac{6 \cdot EJ_{yd}}{L_d^2} \cdot u_{yd}(t) \quad (19)$$

$$M_{\gamma d}(t) = \frac{GJ_{sd}}{L_d} \cdot u_{\gamma d}(t) \quad N_d(t) = \frac{EA_d}{200 \cdot L_d} \cdot [u_{xd}(t) + u_{yd}(t)]$$

w których:

- $u_{xg}(t), u_{yg}(t), u_{\gamma g}(t)$ – analizowane realizacje czasowe największych ugięć dotyczących górnych odcinków cięgieł skrajnych skipu, odpowiednio ugięć czołowych, ugięć bocznych oraz ugięć skrzętnych;
- $u_{xd}(t), u_{yd}(t), u_{\gamma d}(t)$ – analizowane realizacje czasowe największych ugięć dotyczących dolnych odcinków cięgieł skrajnych skipu, odpowiednio ugięć czołowych, ugięć bocznych oraz ugięć skrzętnych;
- b, s – wymiary jak na rys. 1;
- $x_g(t), y_g(t), \gamma_g(t)$ – analizowane realizacje czasowe drgań ustalonych górnych skipu obliczone za pomocą równań (11), (13) i (15);
- $x_d(t), y_d(t), \gamma_d(t)$ – analizowane realizacje czasowe drgań ustalonych dolnych skipu obliczone za pomocą równań (12), (14) i (16);
- $M_{xg}(t), M_{yg}(t), M_{\gamma g}(t), N_g(t)$ – analizowane realizacje czasowe największych obciążeń wewnętrznych dotyczących górnego odcinka skrajnych cięgieł skipu, odpowiednio: momentu zginającego czołowego, momentu zginającego bocznego, momentu skręcającego oraz siły rozciągającej;
- $M_{xd}(t), M_{yd}(t), M_{\gamma d}(t), N_d(t)$ – analizowane realizacje czasowe największych obciążeń wewnętrznych dotyczących dolnego odcinka skrajnych cięgieł skipu, odpowiednio: momentu zginającego czołowego, momentu zginającego bocznego, momentu skręcającego oraz siły rozciągającej;
- $EJ_{xg}, EJ_{yg}, GJ_{sg}, EA_g$ – sztywności przekrojowe górnych odcinków cięgieł skrajnych skipu, odpowiednio: sztywność przekrojowa na zginanie czołowe, sztywność przekrojowa na zginanie boczne, sztywność przekrojowa na skręcanie oraz sztywność przekrojowa na rozciąganie;
- $EJ_{xd}, EJ_{yd}, GJ_{sd}, EA_d$ – sztywności przekrojowe dolnych odcinków cięgieł skrajnych skipu, odpowiednio: sztywność przekrojowa na zginanie czołowe, sztywność przekrojowa na zginanie boczne, sztywność przekrojowa na skręcanie oraz taka sztywność na rozciąganie;
- L_g, L_d – długości odcinków cięgieł skrajnego, odpowiednio: odcinków górnych i dolnych.

4. Obciążenia wewnętrzne $M_{xg}(t), M_{yg}(t), M_{\gamma g}(t), N_g(t)$ dotyczące przekrojów na końcach górnego odcinka cięgieł skrajnych, jak też obciążenia wewnętrzne $M_{xd}(t), M_{yd}(t), M_{\gamma d}(t), N_d(t)$ odnoszące się do przekrojów na końcach dolnego



Rys. 2. Układ obciążeń wewnętrznych dla najczęściej spotykanych przekrojów cięgieł nośnych skipu górniczego (Źródło: opracowanie własne)

odcinka tych cięgieł, powodują w poszczególnych punktach tych przekrojów złożony stan naprężeń. Schematy takich przekrojów odnoszące się do dwu najczęściej spotykanych konstrukcji cięgieł, tj. cięgieł z płaskowników oraz cięgieł z ceowników, pokazuje rys. 2, gdzie przez B oznaczono punkt, w którym równoczesne naprężenia normalne i styczne są ekstremalne dla całego przekroju. Temu punktowi odpowiadają też naprężenia normalne i styczne, które są ekstremalne dla całego cyklu wydobywczego (naprężenia zmienne projektowe), określone jako naprężenia powtarzające się w każdym cyklu wydobywczym o takich samych parametrach. Te naprężenia, stanowiące skutek tzw. wędrówki energii [2], którą stwierdzono [1] między postępowymi i kątowymi drganiami głównych mas tych skipów, opisano wzorami (20) i (21).

Wzory (20) i (21) są następujące:

$$\sigma_{gmax}(t) = \left[\frac{6 \cdot s \cdot EJ_{yg}}{L_g^2 \cdot W_{ykg}} + \frac{(0,5 \cdot b + s) \cdot EA_g}{200 \cdot A_{kg} \cdot L_g} \right] \cdot \left[K_{xg} \cdot \sum_{j=1}^{j=3} x_{gj}(t) + K_{yg} \cdot \sum_{j=2}^{j=4} y_{gj}(t) + \sum_{j=1}^{j=3} \gamma_{gj}(t) \right]$$

$$\tau_{gmax}(t) = \frac{GJ_{sg}}{L_g \cdot W_{skg}} \cdot \left[K_{xg} \cdot \sum_{j=1}^{j=3} x_{gj}(t) + K_{yg} \cdot \sum_{j=2}^{j=4} y_{gj}(t) + \sum_{j=1}^{j=3} \gamma_{gj}(t) \right] \quad (20)$$

$$K_{xg} = \sqrt{\frac{k_{xgxp} \cdot k_{\beta\beta\beta\beta}}{k_{\gamma\gamma\gamma\gamma} \cdot (c^2 \cdot k_{xgxp} + k_{\beta\beta\beta\beta})}}$$

$$K_{yg} = \sqrt{\frac{k_{ygyy} \cdot k_{\phi\phi\phi\phi}}{k_{\gamma\gamma\gamma\gamma} \cdot (c^2 \cdot k_{ygyy} + k_{\phi\phi\phi\phi})}}$$

$$\sigma_{dmax}(t) = \left[\frac{6 \cdot s \cdot EJ_{yd}}{L_d^3 \cdot W_{ykd}} + \frac{(0,5 \cdot b + s) \cdot EA_d}{200 \cdot A_{kd} \cdot L_d} \right] \cdot \left[K_{xd} \cdot \sum_{j=1}^{j=4} x_{dj}(t) + K_{yd} \cdot \sum_{j=1}^{j=4} y_{dj}(t) + \sum_{j=1}^{j=3} \gamma_{dj}(t) \right]$$

$$\tau_{dmax}(t) = \frac{GJ_{sd}}{L_d \cdot W_{skd}} \cdot \left[K_{xd} \cdot \sum_{j=1}^{j=4} x_{dj}(t) + K_{yd} \cdot \sum_{j=1}^{j=4} y_{dj}(t) + \sum_{j=1}^{j=3} \gamma_{dj}(t) \right] \quad (21)$$

$$K_{xd} = \sqrt{\frac{k_{xdxp} \cdot k_{\beta\beta\beta\beta}}{k_{\gamma\gamma\gamma\gamma} \cdot (d^2 \cdot k_{xdxp} + k_{\beta\beta\beta\beta})}}$$

$$K_{yd} = \sqrt{\frac{k_{ydyd} \cdot k_{\phi\phi\phi\phi}}{k_{\gamma\gamma\gamma\gamma} \cdot (d^2 \cdot k_{ydyd} + k_{\phi\phi\phi\phi})}}$$

gdzie:

- $\sigma_{gmax}(t)$, $\sigma_{dmax}(t)$ – realizacja czasowa naprężenia normalnego w punkcie B obu końcowych przekrojów, jakie mają odcinki skrajnych cięgieł skipu, odpowiednio: górne i dolne, obejmująca bliskie otoczenie wartości tego naprężenia, która jest ekstremalna dla całego cyklu wydobywczego;
- $\tau_{gmax}(t)$, $\tau_{dmax}(t)$ – realizacja czasowa naprężenia stycznego w punkcie B obu końcowych przekrojów, jakie mają odcinki skrajnych cięgieł skipu, odpowiednio: górne i dolne, obejmująca bliskie otoczenie wartości tego naprężenia, która jest ekstremalna dla całego cyklu wydobywczego;
- A_{kg} , A_{kd} – powierzchnia każdego z dwu końcowych przekrojów, jakie mają odcinki skrajnych cięgieł skipu, odpowiednio: górne i dolne;
- b , c , d , s – wymiary jak na rys. 1;
- EJ_{yg} , GJ_{sg} , EA_g , EJ_{yd} , GJ_{sd} , EA_d , L_g , L_d – jak we wzorach (18) i (19);
- k_{xgxp} , k_{xdxp} , $k_{\beta\beta\beta\beta}$ – jak w równaniach (11) i (12);
- k_{ygyy} , k_{ydyd} , $k_{\phi\phi\phi\phi}$ – jak w równaniach (13) i (14);
- k_{ygyy} , k_{ydyd} – jak w równaniach (15) i (16);
- W_{ykg} , W_{ykd} – wskaźnik wytrzymałości na zginanie boczne każdego z dwu końcowych przekrojów, jakie mają odcinki skrajnych cięgieł skipu, odpowiednio: górne i dolne;
- W_{skg} , W_{skd} – wskaźnik wytrzymałości na skręcanie każdego z dwu końcowych przekrojów, jakie mają odcinki skrajnych cięgieł skipu, odpowiednio: górne i dolne;
- $x_g(t)$, $y_g(t)$, $\gamma_g(t)$, $x_d(t)$, $y_d(t)$, $\gamma_d(t)$ – jak we wzorach (17).

5. Poszczególnym realizacjom czasowym naprężeń $\sigma_{gmax}(t)$, $\tau_{gmax}(t)$, $\sigma_{dmax}(t)$, $\tau_{dmax}(t)$, opisanym wzorami (20) i (21), odpowiada widmo mocy tych naprężeń, oznaczone, odpowiednio: $G_{\sigma g}(f)$, $G_{\tau g}(f)$, $G_{\sigma d}(f)$, $G_{\tau d}(f)$ oraz wyrażone właściwym z następujących wzorów:

$$G_{\text{og}}(f) = \left[\frac{6 \cdot s \cdot EJ_{yg}}{L_g^2 \cdot W_{ykg}} + \frac{(0,5 \cdot b + s) \cdot EA_g}{200 \cdot A_{kg} \cdot L_g} \right]^2 \cdot \left[K_{xg}^2 \cdot \sum_{j=1}^{j=3} G_{xgj}(f) + K_{yg}^2 \cdot \sum_{j=2}^{j=4} G_{ygj}(f) + \sum_{j=1}^{j=3} G_{\gamma gj}(f) \right] \quad (23)$$

$$G_{\text{tg}}(f) = \left[\frac{GJ_{sg}}{L_g \cdot W_{skg}} \right]^2 \cdot \left[K_{xg}^2 \cdot \sum_{j=1}^{j=3} G_{xgj}(f) + K_{yg}^2 \cdot \sum_{j=2}^{j=4} G_{ygj}(f) + \sum_{j=1}^{j=3} G_{\gamma gj}(f) \right]$$

$$G_{\text{od}}(f) = \left[\frac{6 \cdot s \cdot EJ_{yd}}{L_d^2 \cdot W_{ykd}} + \frac{(0,5 \cdot b + s) \cdot EA_d}{200 \cdot A_{kd} \cdot L_g} \right]^2 \cdot \left[K_{xd}^2 \cdot \sum_{j=1}^{j=3} G_{xdj}(f) + K_{yd}^2 \cdot \sum_{j=2}^{j=4} G_{ydj}(f) + \sum_{j=1}^{j=3} G_{\gamma dj}(f) \right] \quad (24)$$

$$G_{\text{td}}(f) = \left[\frac{GJ_{sd}}{L_d \cdot W_{skd}} \right]^2 \cdot \left[K_{xd}^2 \cdot \sum_{j=1}^{j=3} G_{xdj}(f) + K_{yd}^2 \cdot \sum_{j=2}^{j=4} G_{ydj}(f) + \sum_{j=1}^{j=3} G_{\gamma dj}(f) \right]$$

w których :

- $A_{kg}, A_{kd}, b, s, EJ_{yg}, GJ_{sg}, EA_g, EJ_{yd}, GJ_{sd}, EA_d, L_g, L_d, k_{xg}, k_{yg}, k_{xd}, k_{yd}, W_{ykg}, W_{ykd}, W_{skg}, W_{skd}$ – jak we wzorach (21) i (22);
- $G_{xgj}(f), G_{ygj}(f), G_{\gamma gj}(f)$ – widmo mocy j-tych drgań górnych skipu, kolejno: j-tych drgań górnych czołowych, j-tych drgań górnych bocznych oraz j-tych drgań górnych skrętnych, opisane odpowiednim ze wzorów (25–27);
- $G_{xdj}(f), G_{ydj}(f), G_{\gamma dj}(f)$ – widmo mocy j-tych drgań dolnych skipu, kolejno: j-tych drgań dolnych czołowych, j-tych drgań dolnych bocznych oraz j-tych drgań dolnych skrętnych, opisane odpowiednim ze wzorów (28–30).

Wzory (25–30) mają postaci:

$$G_{xgj}(f) = \left[\frac{k_{cg} \cdot (c^2 \cdot k_{xgxp} + k_{\beta\beta\beta\beta})}{k_{xgxp} \cdot k_{\beta\beta\beta\beta}} \right]^2 \cdot \frac{G_{nx}(f)}{\left(1 - \frac{f^2}{f_{yj}^2}\right)^2 + \alpha_{xg}^2 \cdot \frac{f^2}{f_{yj}^2}} \quad (25)$$

$$G_{ygj}(f) = \left[\frac{2 \cdot k_{bg} \cdot (c^2 \cdot k_{ygyg} + k_{\phi\phi\phi\phi})}{k_{ygyg} \cdot k_{\phi\phi\phi\phi}} \right]^2 \cdot \frac{G_{ny}(f)}{\left(1 - \frac{f^2}{f_{yj}^2}\right)^2 + \alpha_{yg}^2 \cdot \frac{f^2}{f_{yj}^2}} \quad (26)$$

$$G_{\gamma gj}(f) = \left[\frac{k_{bg} \cdot (a + w)}{k_{\gamma g\gamma p}} \right]^2 \cdot \frac{G_{ny}(f)}{\left(1 - \frac{f^2}{f_{yj}^2}\right)^2 + \alpha_{\gamma g}^2 \cdot \frac{f^2}{f_{yj}^2}} \quad (27)$$

$$G_{xdj}(f) = \left[\frac{k_{cd} \cdot (d^2 \cdot k_{xdxp} + k_{\beta\beta\beta\beta})}{k_{xdxp} \cdot k_{\beta\beta\beta\beta}} \right]^2 \cdot \frac{G_{nx}(f)}{\left(1 - \frac{f^2}{f_{xj}^2}\right)^2 + \alpha_{xd}^2 \cdot \frac{f^2}{f_{xj}^2}} \quad (28)$$

$$G_{ydj}(f) = \left[\frac{2 \cdot k_{bd} \cdot (d^2 \cdot k_{ydyd} + k_{\phi\phi\phi\phi})}{k_{ydyd} \cdot k_{\phi\phi\phi\phi}} \right]^2 \cdot \frac{G_{ny}(f)}{\left(1 - \frac{f^2}{f_{yj}^2}\right)^2 + \alpha_{yd}^2 \cdot \frac{f^2}{f_{yj}^2}} \quad (29)$$

$$G_{\gamma dj}(f) = \left[\frac{k_{bg} \cdot (a + w)}{k_{\gamma d\gamma p}} \right]^2 \cdot \frac{G_{ny}(f)}{\left(1 - \frac{f^2}{f_{yj}^2}\right)^2 + \alpha_{\gamma d}^2 \cdot \frac{f^2}{f_{yj}^2}} \quad (30)$$

w których:

- a, c, d, w – wymiary jak na rys. 1;
- $f_{xj}, f_{yj}, f_{yj}, k_{cg}, k_{cd}, k_{bg}, k_{bd}, k_{xgxp}, k_{xdxp}, k_{\beta\beta\beta\beta}, k_{ygyg}, k_{ydyd}, k_{\phi\phi\phi\phi}, k_{ygyg}, k_{ydyd}, \alpha_{xg}, \alpha_{yg}, \alpha_{yg}, \alpha_{xd}, \alpha_{yd}, \alpha_{yd}$ – jak w równaniach (11–16);
- $G_{nx}(f), G_{ny}(f)$ – widmo mocy nierówności torów prowadzenia skipu w szybie, kolejno: nierówności czołowych i nierówności bocznych, określone przez odpowiedni ze wzorów:

$$G_{nx}(f) = \frac{0,173 \cdot D_x \cdot \frac{V}{L} \cdot f}{1 + k_n \cdot f^5} \quad G_{ny}(f) = \frac{0,173 \cdot D_y \cdot \frac{V}{L} \cdot f}{1 + k_n \cdot f^5} \quad (31)$$

gdzie:

- D_x, D_y – wariancja największych nierówności torów prowadzenia skipu w szybie, odpowiednio: nierówności czołowych i bocznych, obliczona w oparciu o wyniki pomiarów tych nierówności uzyskane zgodnie z przepisami górniczymi;
- k_n – współczynnik widmowy nierówności torów prowadzenia skipu w szybie, określony dla typowych konstrukcji tych torów jako $0,5 s^5$;
- L, V – odpowiednio, odstęp pionowy dźwigarów – podpór przewodników w szybie w [m], oraz prędkość tzw. jazdy ustalonej skipu w szybie w [m/s].

Ze wzorów (23–30) wynika, że wartości widma mocy zmiennych napreżeń projektowych normalnych oraz stycznych są względem siebie wprost proporcjonalne. Jest to jedno z jakościowych potwierdzeń, że podane założenia wraz

Tabela 1. Parametry bezwładności analizowanego skipu górniczego

(źródło: opracowanie własne na podstawie [1])

m_g	m_p	m_d	$J_{\phi p}$	$J_{\phi p}$	$J_{y g}$	$J_{y p}$	$J_{y d}$
kg	kg	kg	kgm ²	kgm ²	kgm ²	kgm ²	kgm ²
4520	52300	3290	401900	263600	8170	32100	5390

z zależnościami do obliczeń takiego widma są zgodne z wynikami pomiarów naprężeń zmiennych w ciągłach skipów, omówionymi w poprzednim rozdziale niniejszej monografii. Inne potwierdzenia, także ilościowe, przedstawiono w kolejnych częściach tego artykułu.

3. Przykład obliczeń widma mocy zmiennych naprężeń projektowych dla ciągów nośnych skipu górniczego

Z zależności podanych w 2. części niniejszego artykułu wynika, że omawiane obliczenia korzystnie jest wykonać w trzech częściach, z których pierwszą jest skompletowanie danych do obliczeń, drugą jest określenie rezonansowych częstotliwości drgań poprzecznych analizowanego skipu, a trzecią stanowi opracowanie czterech wykresów widma mocy przedmiotowych naprężeń.

Skompletowanie danych do obliczeń polega na zestawieniu potrzebnych do tych obliczeń parametrów konstrukcji analizowanego skipu i parametrów torów prowadzenia, z którymi ma on współpracować w szybie (łącznie ponad 60 liczb) oraz na przygotowaniu aktualnych wyników kontrolnych pomiarów prostoliniowości tych torów do obliczeń parametrów D_x , D_y .

Z kolei określenie rezonansowych częstotliwości drgań poprzecznych analizowanego skipu wymaga najpierw wyznaczenia liczbowych elementów macierzy bezwładności (5) i macierzy sztywności (7) analizowanego skipu. Wtedy, po podstawieniu tych macierzy do układów równań (1), (2) i (3), oblicza się jedenaście częstotliwości własnych tych układów, z których każdej przyporządkowuje się oznaczenie częstotliwości rezonansowej, stosując zasady:

- $f_{x1} < f_{x2} < f_{x3} < f_{x4}$ – gdy są to częstotliwości własne układu równań (1);
- $f_{y1} < f_{y2} < f_{y3} < f_{y4}$ – gdy są to częstotliwości własne układu równań (2);
- $f_{y1} < f_{y2} < f_{y3}$ – gdy są to częstotliwości własne układu równań (3).

Natomiast w celu opracowania czterech wykresów widma mocy zmiennych naprężeń projektowych dla ciągów analizowanego skipu wyznacza się najpierw wariancje D_x , D_y występujące w zależnościach (31). W tym celu, całą długość jednego i drugiego z tych torów dzieli się na k odcinków o długości ΔH obliczonej za pomocą wzoru (32), po czym każdemu z tych odcinków przyporządkowuje się dwa zbiory liczb: jeden zawierający wyniki kontrolnych pomiarów dla czołowej prostoliniowości tego odcinka, a drugi zawierający takie wyniki dotyczące prostoliniowości bocznej. Następnie dla każdego z tak utworzonych zbiorów nierówności czołowych wyznacza się wariancję D_{xk} , a dla każdego ze zbiorów nierówności bocznych – wariancję D_{yk} , po czym za pomocą wzorów (33) określa wariancję

D_x , D_y podstawiane do zależności (31). Wzory (32) i (33) są następujące:

$$\Delta H \approx \max\left(\frac{3,5 \cdot V}{f_{x1}}, \frac{3,5 \cdot V}{f_{y2}}\right) \quad (32)$$

$$D_x = \max(D_{x1}, D_{x2}, \dots, D_{xk}) \quad (33)$$

$$D_y = \max(D_{y1}, D_{y2}, \dots, D_{yk})$$

gdzie

- f_{x1}, f_{y2} – częstotliwości rezonansowe drgań poprzecznych analizowanego skipu;
- V – prędkość tzw. jazdy ustalonej skipu w szybie.

Kolejno wyznacza się numeryczne wartości czterech funkcji $G_{\sigma g}(f)$, $G_{\tau g}(f)$, $G_{\sigma d}(f)$, $G_{\tau d}(f)$ opisujących za pomocą wzorów (23) i (24) widma mocy zmiennych naprężeń projektowych normalnych oraz stycznych, po czym dla wartości tych funkcji sporządza się cztery wykresy, które są końcowym wynikiem obliczeń omawianego widma.

Jako przykład przedstawiono w tabelach 1–4 oraz na rys. 3 dane i wyniki dotyczące drugiej oraz trzeciej części omówionych obliczeń wykonanych dla parametrów konstrukcyjnych skipu, który był już użytkowany w szybie, kiedy to, po wykonaniu przez wyciąg górniczy ok. 150 tys. cykli wydobywczych, wykryto uszkodzenia zmęczeniowe dolnego odcinka ciągów skrajnych tego skipu. W tabeli 1 zestawiono parametry bezwładności omawianego skipu jako elementy macierzy (5), w tabeli 2 podano parametry sztywności tego skipu jako elementy macierzy (7), a w tabeli 3 zamieszczono jedenaście częstotliwości własnych obliczonych dla układów równań (1), (2), (3), jako częstotliwości rezonansowe występujące we wzorach (11–16) oraz (25–30). Z kolei w tabeli 4 zamieszczono dane do numerycznych obliczeń wartości funkcji $G_{\sigma g}(f)$, $G_{\tau g}(f)$, $G_{\sigma d}(f)$, $G_{\tau d}(f)$, a na rys. 3 pokazano ich wykresy w dwu zestawach: górnym dla górnego odcinka ciągów skrajnych skipu oraz dolnym – dla dolnego odcinka tych ciągów. Ponadto dla każdego z tych zestawów obliczono odpowiadającą mu wartość naprężenia projektowego zredukowanego, obliczoną za pomocą właściwego ze wzorów:

$$\sigma_{zgmax} = \left[\frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{f_g} G_{\sigma g}(f) df + \frac{3}{\pi} \cdot \int_0^{f_g} G_{\tau g}(f) df \right]^{0,5} \quad (34)$$

$$\sigma_{zdmax} = \left[\frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{f_g} G_{\sigma d}(f) df + \frac{3}{\pi} \cdot \int_0^{f_g} G_{\tau d}(f) df \right]^{0,5} \quad (35)$$

Tabela 2. Parametry sztywności analizowanego skipu górnego

(Źródło: opracowanie własne na podstawie [1])

k_{xgxg}	k_{xgxp}	$k_{xg\beta p}$	k_{xpxg}	k_{xpxp}	k_{xpxd}	$k_{xpp\beta p}$
N/m	N/m	N	N/m	N/m	N/m	N
$13,5 \cdot 10^6$	$11,1 \cdot 10^6$	$43 \cdot 10^6$	$11,1 \cdot 10^6$	$12,2 \cdot 10^6$	$1,2 \cdot 10^6$	$41 \cdot 10^6$
k_{xdxp}	k_{xdxd}	$k_{xd\beta p}$	$k_{\beta pxg}$	$k_{\beta pxp}$	$k_{\beta pxd}$	$k_{\beta p\beta p}$
N/m	N/m	N	N	N	N	N · m
$1,2 \cdot 10^6$	$2,9 \cdot 10^6$	$2,3 \cdot 10^6$	$43 \cdot 10^6$	$41 \cdot 10^6$	$2,3 \cdot 10^6$	$173 \cdot 10^6$
k_{ygyg}	$k_{ygy p}$	$k_{y g\beta p}$	$k_{y pyg}$	$k_{y py p}$	$k_{y py d}$	$k_{y p\beta p}$
N/m	N/m	N	N/m	N/m	N/m	N
$3,3 \cdot 10^6$	$0,27 \cdot 10^6$	$1,0 \cdot 10^6$	$0,27 \cdot 10^6$	$0,32 \cdot 10^6$	$0,05 \cdot 10^6$	$0,94 \cdot 10^6$
$k_{y dyp}$	$k_{y d y d}$	$k_{y d\beta p}$	$k_{\phi pyg}$	$k_{\phi py p}$	$k_{\phi py d}$	$k_{\phi p\beta p}$
N/m	N/m	N	N	N	N	N · m
$0,05 \cdot 10^6$	$3,1 \cdot 10^6$	$0,11 \cdot 10^6$	$1,0 \cdot 10^6$	$0,94 \cdot 10^6$	$0,11 \cdot 10^6$	$4,3 \cdot 10^6$
$k_{y\beta yg}$	$k_{y\beta y p}$	$k_{y\beta pyg}$	$k_{y\beta py p}$	$k_{y\beta py d}$	$k_{y\beta dyp}$	$k_{y\beta dy d}$
N · m	N · m	N · m	N · m	N · m	N · m	N · m
$12,7 \cdot 10^6$	$5,1 \cdot 10^6$	$5,1 \cdot 10^6$	$5,7 \cdot 10^6$	$0,62 \cdot 10^6$	$0,62 \cdot 10^6$	$8,3 \cdot 10^6$

Tabela 3. Częstotliwości rezonansowe drgań poprzecznych analizowanego skipu górnego

(Źródło: opracowanie własne)

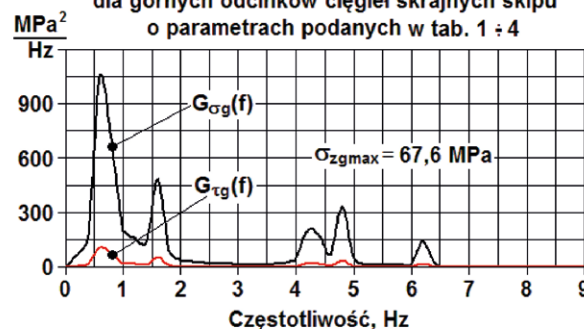
Drgania czołowe				Drgania boczne				Drgania skrętne		
f_{x1}	f_{x2}	f_{x3}	f_{x4}	f_{y1}	f_{y2}	f_{y3}	f_{y4}	f_{y1}	f_{y2}	f_{y3}
Hz	Hz	Hz	Hz	Hz	Hz	Hz	Hz	Hz	Hz	Hz
0,71	1,58	4,73	9,46	0,21	0,69	4,29	4,85	1,66	6,25	6,42

w których:

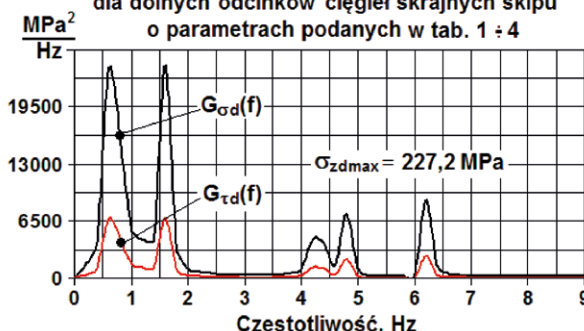
- σ_{zgmax} – naprężenie projektowe zredukowane górnego odcinka skrajnych cięgieł analizowanego skipu, obliczone wg hipotezy HMH (Huber, Mises, Hencky) jako największe naprężenie zredukowane końcowych przekrojów (rys. 2) tego odcinka;
- σ_{zdmax} – naprężenie projektowe zredukowane dolnego odcinka skrajnych cięgieł analizowanego skipu, obliczone wg hipotezy HMH (Huber, Mises, Hencky) jako największe naprężenie zredukowane końcowych przekrojów (rys. 2) tego odcinka;
- f_g – największa częstotliwość, dla której funkcje $G_{\sigma g}(f)$, $G_{\tau g}(f)$, $G_{\sigma d}(f)$, $G_{\tau d}(f)$ mają jeszcze niepomijalne wartości, określona jako 9 Hz.

Jak podano na rys. 3, naprężenie projektowe zredukowane σ_{zgmax} górnego odcinka skrajnych cięgieł analizowanego skipu, obliczone za pomocą wzoru (34), wynosi 67,6 MPa, a naprężenie projektowe zredukowane dolnego odcinka tych cięgieł, obliczone z wykorzystaniem wzoru (35), jest równe 227,2 MPa. Jeżeli wziąć pod uwagę, że takie naprężenia – podane w poprzednim rozdziale tej monografii jako wyznaczone w oparciu o widmo mocy ekstremalnych naprężeń zmiennych, które zmierzono w skrajnym cięgle skipu o identycznych parametrach, jak skip analizowany – wynoszą odpowiednio 61,7 MPa oraz 219,1 MPa, to można stwierdzić, że uzyskano zadowalające potwierdzenie ilościowej zasadności zarówno założeń, jak i wzorów obliczeniowych podanych w 2. części niniejszego artykułu.

Widmo mocy naprężeń zmiennych projektowych dla górnych odcinków cięgieł skrajnych skipu o parametrach podanych w tab. 1 ÷ 4



Widmo mocy naprężeń zmiennych projektowych dla dolnych odcinków cięgieł skrajnych skipu o parametrach podanych w tab. 1 ÷ 4



Rys. 3. Dwa zestawy wykresów funkcji $G_{\sigma g}(f)$, $G_{\tau g}(f)$, $G_{\sigma d}(f)$, $G_{\tau d}(f)$ opisujących za pomocą wzorów (23–27) widma mocy naprężeń projektowych zmiennych w skrajnych cięglach analizowanego skipu o dużej ładowności (Źródło: opracowanie własne)

Tabela 4. Dane do obliczeń numerycznych wartości funkcji $G_{og}(f)$, $G_{ig}(f)$, $G_{od}(f)$, $G_{id}(f)$

(Źródło: opracowanie własne)

A_{kg}	A_{kd}	a	b	c	d	D_x	D_y
m^2	m^2	m	m	m	m	m^2	m^2
$7,5 \cdot 10^{-3}$	$5,4 \cdot 10^{-3}$	3,2	1,3	3,9	2	$1,27 \cdot 10^{-6}$	$3,72 \cdot 10^{-6}$
EA_g	EA_d	EJ_{yg}	EJ_{yd}	GJ_{sg}	GJ_{sd}	k_{bg}	k_{bd}
N	N	$N \cdot m^2$	$N \cdot m^2$	$N \cdot m^2$	$N \cdot m^2$	N/m	N/m
$1575 \cdot 10^6$	$1134 \cdot 10^6$	$1176 \cdot 10^2$	$861 \cdot 10^2$	$1,61 \cdot 10^6$	$1,4 \cdot 10^6$	$1,5 \cdot 10^6$	$1,5 \cdot 10^6$
k_{cg}	k_{cd}	K_{xg}	K_{xd}	K_{yg}	K_{yd}	L	L_g
N/m	N/m	1/m	1/m	1/m	1/m	m	m
$2,5 \cdot 10^6$	$1,7 \cdot 10^6$	1,05	1,37	0,17	0,28	3	3,3
L_d	s	V	W_{skg}	W_{skd}	W_{ykg}	W_{ykd}	w
m	m	m/s	m^3	m^3	m^3	m^3	m
5,1	0,8	20	$6,8 \cdot 10^{-5}$	$4,9 \cdot 10^{-5}$	$3,8 \cdot 10^{-5}$	$2,7 \cdot 10^{-5}$	0,2

4. Przykład obliczeń zmęczeniowej trwałości projektowej cięgieł nośnych skipu górniczego w oparciu o widmo mocy naprężeń zmiennych projektowych wyznaczone dla skrajnych cięgieł tego skipu

Ten przykład dotyczy skipu, którego cięgła skrajne mają widmo mocy naprężeń zmiennych projektowych pokazane na rys. 3. Jest zatem kontynuacją poprzedniego przykładu oraz ilustracją obliczeń, które, podobnie jak obliczenia widma mocy naprężeń zmiennych projektowych, korzystnie jest wykonać w trzech częściach. Pierwszą z nich jest skompletowanie danych do obliczeń, drugą jest parametryzacja ogólnych równań projektowej trwałości zmęczeniowej cięgieł skipu, a część trzecią stanowi wyznaczenie parametrów obliczanej trwałości projektowej jako rozwiązań równań tej trwałości po ich parametryzacji.

Skompletowanie danych do omawianych obliczeń polega na zestawieniu ośmiu wartości, które dla przypadku analizowanego skipu zamieszczono w tabeli 5.

Te dane mają oznaczenia:

- f_1 – argument (częstotliwość) pierwszego lokalnego maksimum wykresów widma jak na rys. 3;
- m – wykładnik krzywej zmęczenia, który dla cięgieł skipów objętych badaniami [1] przyjęto jako 3,5, przez analogię konstrukcyjną pomiędzy cięglami skipu a ustrojami stalowymi, których dotyczy norma [8];
- N_o – bazowa liczba milionów cykli wydobywczych z udziałem analizowanego skipu, którą – również przez analogię konstrukcyjną pomiędzy cięglami skipu a ustrojami stalowymi, których dotyczy norma [8] – przyjęto jako 2;
- R_{wg} , R_{wd} – kolejno: dla górnego i dolnego odcinka cięgieł, wytrzymałość zmęczeniowa trwała przekroju cięgła ze spiną pachwinową, określona na bazie N_o cykli zmian naprężenia normalnego o stałej amplitudzie oraz o współczynniku asymetrii równym -1 ;
- T_w – nominalny czas jednego cyklu wydobywczego s;
- σ_{zmax} , σ_{zmax} – naprężenie projektowe zredukowane, odpowiednio, górnego i dolnego odcinka skrajnych cięgieł skipu, obliczone za pomocą właściwego ze wzorów (34) i (35).

Z kolei druga część omawianych obliczeń, którą jest parametryzacja ogólnych równań projektowej trwałości zmęczeniowej cięgieł skipu, obejmuje zastąpienie symbolicznych współczynników w ogólnych równaniach (36) tej trwałości, przez współczynniki liczbowe dotyczące analizowanego skipu. Równania (36) mają postaci:

$$N_{Sg} - N_o \cdot \left[\frac{R_{wg}}{\sigma_{eg}(N_{Sg})} \right]^m = 0 \quad (36)$$

$$N_{Sd} - N_o \cdot \left[\frac{R_{wd}}{\sigma_{ed}(N_{Sd})} \right]^m = 0$$

gdzie:

- N_{sg} , N_{sd} – obliczane parametry projektowej trwałości zmęczeniowej cięgieł skipu, odpowiednio: projektowa trwałość zmęczeniowa górnego odcinka cięgieł oraz projektowa trwałość zmęczeniowa ich odcinka dolnego;
- N_o , R_{wg} , R_{wd} – dane do obliczeń jak w tabeli 5;
- $\sigma_{eg}(N_{sg})$, $\sigma_{ed}(N_{sd})$ – ekwiwalentna amplituda naprężenia projektowego zredukowanego, odpowiednio: σ_{zmax} , σ_{zmax} , zdefiniowana jako stała amplituda cyklicznych zmian naprężenia normalnego, mających współczynnik asymetrii równy -1 oraz liczbę cykli, odpowiednio: N_{sg} oraz N_{sd} ; ta amplituda – po wykorzystaniu zależności z teorii losowych procesów zmęczeniowych dotyczących konstrukcji mechanicznych, np. [3], [8], [14] – jest wyrażona za pomocą odpowiedniego ze wzorów:

Tabela 5. Dane do obliczeń projektowej trwałości zmęczeniowej cięgieł nośnych skipu

(Źródło: opracowanie własne)

f_1	m	N_o	R_{wg}	R_{wd}	T_w	σ_{zmax}	σ_{zmax}
Hz	-	-	MPa	MPa	s	MPa	MPa
0,71	3,5	2	63	45	120	67,6	227,2

$$\begin{aligned} \sigma_{eg}(N_{sg}) &= \\ &= \sigma_{zgmax} \cdot \exp\left(-1,676 + 0,958 \cdot K_p + 0,776 \cdot N_{sg}^{0,426}\right) \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{ed}(N_{sd}) &= \\ &= \sigma_{zdmax} \cdot \exp\left(-1,676 + 0,958 \cdot K_p + 0,776 \cdot N_{sd}^{0,426}\right) \end{aligned}$$

w których:

- σ_{zgmax} , σ_{zdmax} – jak w tabeli 5;
- K_p – parametr zdefiniowany dla ogólnego przypadku ustrojów konstrukcyjnych jako współczynnik obciążeń [3], [6], [11], obliczany jako:

$$K_p = \left[\int_0^1 q^m f(q) dq \right]^{\frac{1}{m}} \quad (38)$$

gdzie:

- m – wykładnik krzywej zmęczenia;
- $f(q)$ – funkcja gęstości prawdopodobieństwa zmiennej losowej q ; ta funkcja – jak wykazano w poprzednim rozdziale tej monografii – ma w przypadku cięgieł skipu następujący wzór:

$$f(q) = 2 \cdot \ln(f_1 \cdot T_w) \cdot q \cdot \exp\left[-q^2 \cdot \ln(f_1 \cdot T_w)\right] \quad (39)$$

w którym

- f_1 , T_w – parametry jak w tabeli 1.

Po obliczeniu dla analizowanego skipu odpowiadającej mu wartości parametru K_p formułuje się dla zależności (37) ich sparametryzowane postaci, a po podstawieniu ich wraz z liczbami m , N_o , R_{wg} , R_{wd} do równań (36) uzyskuje się sparametryzowane postaci tych równań.

Dla skipu, którego dotyczy ten przykład, te postaci są następujące:

$$N_{sg} - 97,5 \cdot \exp\left(-2,716 \cdot N_{sg}^{0,426}\right) = 0 \quad (40)$$

$$N_{sd} - 0,431 \cdot \exp\left(-2,716 \cdot N_{sd}^{0,426}\right) = 0$$

W trzeciej, ostatniej części niniejszego przykładu wyznaczono rozwiązania równań (40) jako liczby N_{sg} i N_{sd} . Pierwsza z nich jest trwałością projektową dla górnego odcinka cięgieł skrajnych skipu, wyrażoną w milionach cykli wydobywczych wyciągu górniczego, druga jest taką trwałością dla dolnego odcinka tych cięgieł. Obie liczby podano w tabeli 6, w której zamieszczono również liczby określające w milionach cykli

Tabela 6. Porównanie trwałości zmęczeniowej cięgieł nośnych skipu górniczego, projektowej, empirycznej i rzeczywistej

(źródło: opracowanie własne)

Trwałość zmęczeniowa cięgieł nośnych analizowanego skipu o dużej ładowności wyrażona w milionach cykli wydobywczych wyciągu górniczego					
Górny odcinek cięgieł nośnych			Dolny odcinek cięgieł nośnych		
Trwałość projektowa	Trwałość empiryczna	Trwałość rzeczywista	Trwałość projektowa	Trwałość empiryczna	Trwałość rzeczywista
2,19	2,25	2,40	0,135	0,145	0,150

wydobywczych trwałości empiryczną oraz trwałości rzeczywistą cięgieł nośnych analizowanego skipu, podane już w poprzednim rozdziale tej monografii.

Z tabeli 6 wynika, że trwałość projektowa cięgieł nośnych analizowanego skipu, obliczona jako rozwiązanie równań (40), jest zadowalająco zgodna liczbowo z empiryczną oraz rzeczywistą trwałością tych cięgieł, co dotyczy zarówno ich górnego, jak i dolnego odcinka. Można zatem stwierdzić, że przedstawione w tym artykule zależności matematyczne, w oparciu o które sformułowano równania (40), są wystarczające do zaproponowania wiarygodnej metody zmęczeniowego obliczania cięgieł nośnych skipu górniczego ze względu na drgania poprzeczne tego skipu związane z jego użytkowaniem w szybie. Jak już podano we wprowadzeniu do niniejszego artykułu, na taką metodę oczekują od wielu lat użytkownicy skipów górniczych, zwłaszcza skipów o dużej ładowności.

5. Posumowanie

1. Zostały sformułowane zależności matematyczne do obliczania zmęczeniowej trwałości projektowej cięgieł nośnych skipu górniczego, dotyczącej drgań poprzecznych związanych z użytkowaniem skipu w szybie. W niniejszym artykule wykazano, że wyniki obliczeń uzyskiwane za pomocą tych zależności dla skipów, przy których wykonano również diagnostyczne badania zmiennych naprężeń w cięgłach, są zadowalająco zgodne liczbowo zarówno z empiryczną trwałością zmęczeniową cięgieł określoną w oparciu o takie badania, jak i z rzeczywistą trwałością zmęczeniową tych cięgieł.
2. Można stwierdzić, że przedstawione w tym artykule zależności matematyczne opisujące zagadnienie obliczania zmęczeniowej trwałości projektowej cięgieł nośnych skipu górniczego są wystarczające, aby zaproponować wiarygodną metodę zmęczeniowego obliczania tych cięgieł ze względu na drgania poprzeczne skipu związane z jego użytkowaniem w szybie. Na taką metodę od wielu lat oczekują użytkownicy skipów górniczych, zwłaszcza skipów o dużej ładowności.

reklama

reklama

Literatura

- [1] *Badania stanu zmienności naprężeń doznawanych przez ciągła nośne naczyni wyciągowych wskutek nierówności torów prowadzenia*. Niepublikowane raporty z badań wykonanych pod kierunkiem M. Płachno w okresie od 2007 r. do 2016 r. przez AGH-WIMiR dla KGHM PM SA O/ZG Rudna, udostępnione na potrzeby niniejszej pracy przez ich właściciela.
- [2] BOGUSZ W., ENGEL Z., GIERGIEL J.: *Drgania i szumy*. Wydawnictwa Geologiczne, Warszawa 1974.
- [3] DIETRYCH M.: *Wstęp do stochastycznej teorii maszyn*. PWN, Warszawa 1972.
- [4] HEYNS M., HEYNS P.S., BACKEBERG R.A.: *The Design of Optimal Guide Roller Systems for Mining Conveyances*. Materiały International Conference on Mine Hoisting 93, Londyn 1993.
- [5] MATACHOWSKI F.: *Opracowanie kryteriów projektowania wybranych elementów nośnych naczynia wyciągowego*. Praca doktorska wykonana w AGH Kraków (WIMiR-KWZMiK) w 2011 r.
- [6] Polska norma PN-79/M-06515. Dźwignice. Ogólne zasady projektowania stalowych ustrojów.
- [7] PŁACHNO M.: *Zagadnienie drgań poprzecznych naczyni wyciągowych*. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, seria Górnictwo z. 180, Gliwice 1989.
- [8] PŁACHNO M.: *Metoda dynamiczna badań stanu zmienności naprężeń w ciągłach naczyni wyciągowych powodowanego nierównościami torów prowadzenia*. Rozdz. 5 monografii *Transport szybowy 2007*, wyd. Centrum Mechanizacji Górnictwa KOMAG, Gliwice 2007.
- [9] TEJSZERSKA D.: *Modelowanie drgań poprzecznych naczynia wydobywczego*. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Mechanika z. 113, Gliwice 1993.
- [10] THOMAS G.R.: *The effect of conveyance and steelwork flexibilities on slipper plate impact forces*. Materiały Międzynarodowej Konferencji MINE HOISTING 1993, Londyn 1993.
- [11] WARSZYŃSKI M.: *Niezawodność w obliczeniach konstrukcyjnych*. PWN, Warszawa 1988.

Artykuł stanowi wynik pracy dofinansowanej z działalności statutowej.

Artykuł został przedstawiony podczas Konferencji KOMTECH 2017. Pierwsza część artykułu pt.: *Doświadczenia poznawcze wynikające z diagnostycznych badań naprężeń doznawanych przez ciągła nośne skipów górniczych o dużej ładowności* została opublikowana w wydaniu 1/2018 miesięcznika.



Marek Płachno – Akademia Górniczo-Hutnicza im. St. Staszica w Krakowie, Katedra Wytrzymałości, Zmęczenia Materiałów i Konstrukcji, e-mail: plachno@agh.edu.pl