



Sprzężona analiza Eulera-Lagrange'a w modelowaniu procesu wyciskania

Coupled Eulerian-Lagrangian approach in simulation of extrusion process

(1) G. Rzyńska*, (2) A. Skrzat, (3) R.E. Śliwa

Politechnika Rzeszowska, al. Powstańców Warszawy 12, 35-959 Rzeszów, Poland

Informacje o artykule

Data przyjęcia: 2.10.2014
Data recenzji: 18.12.2014
Data akceptacji: 16.03.2015

Wkład autorów

- (1) Koncepcja, założenia, metoda, badania
- (2) Koncepcja, założenia, metoda, badania
- (3) Koncepcja, założenia, metoda, badania

Streszczenie

W pracy przedstawiono badania eksperymentalne i symulacje numeryczne procesu wyciskania warstwowych kompozytów metalowych o strukturze rdzeń–powłoka. W badaniach eksperymentalnych badano próbki o stałym stosunku średnicy rdzenia (Al) do zewnętrznej średnicy powłoki (Pb) oraz o różnym stopniu redukcji przekroju poprzecznego wyrobu. Siła rejestrowana podczas badań posłużyła do weryfikacji poprawności przyjętych modeli numerycznych. W symulacjach numerycznych procesu wyciskania zastosowano osiowosymetryczny model Lagrange'a (program MSC Marc Mentat) oraz model sprzężonej analizy Eulera-Lagrange'a (program Abaqus). Głównym problemem obliczeń numerycznych są bardzo duże deformacje wsadowego materiału złożonego do wykonania wyrobu kompozytowego. W podejściu Lagrange'a uzyskanie zbieżności rozwiązania wymaga ciągłego generowania nowych siatek elementów skończonych. Wpływa to negatywnie na zbieżność obliczeń. Rozpatrywane zadanie rozwiązano jako problem osiowosymetryczny. Podejście CEL nie wymagało generacji nowych siatek, ponieważ Eulerowska siatka elementów skończonych pozostawała nieruchoma a przez nią przepływał materiał. Dzięki temu uwarunkowanie problemu nie zmieniało się w czasie analizy, a proces rozwiązywania był stabilny. W programie Abaqus analizy CEL są ograniczone wyłącznie do problemów trójwymiarowych, co powoduje konieczność zastosowania dużej ilości elementów i znacznie wydłuża czas obliczeń. Ze względu na symetrię problemu rozpatrywano jedynie jedną czwartą modelu fizycznego, zmniejszając w ten sposób liczbę stopni swobody. Uzyskane numerycznie wyniki w postaci wykresów zależności siły w funkcji przemieszczenia stempla porównywano z rezultatami badań eksperymentalnych. Oszacowanie siły w procesie uzyskane za pomocą obydwu podejść jest porównywalne.

Słowa kluczowe: wyciskanie, kompozyt Al-Pb, sprzężona analiza Eulera-Lagrange'a

Article info

Received: 2.10.2014
Reviewed: 18.12.2014
Accepted: 16.03.2015

Authors' contribution

- (1) Concept, assumptions, methodology, investigation
- (2) Concept, assumptions, methodology, investigation
- (3) Concept, assumptions, methodology, investigation

Abstract

An experimental and numerical study of the extrusion of metallic composite materials is presented in this paper. In the experimental investigations constant diameters of aluminum core and lead cylinder are considered as well as various extrusion ratios. The punch force registered in experiments is used to verify the reliability of proposed numerical models. Numerical simulations of the extrusion process use updated Lagrangian approach (MSC Marc Mentat program) and coupled Eulerian-Lagrangian (CEL) approach (Abaqus program). The main difficulty of numerical calculations are very large deformations of the processed material. The application of the Lagrangian approach requires continuous generation of new finite element meshes in order to achieve the convergence. Considered problem is solved as axisymmetric. CEL approach does not require new mesh generation because Eulerian mesh remains fixed and material flows

* Autor do korespondencji. Tel.: +48 17 865 15 07; e-mail: grar@prz.edu.pl

* Corresponding author. Tel.: +48 17 865 15 07; e-mail: grar@prz.edu.pl

through it. Thanks to this condition the solution process is stable. Abaqus CEL analysis implementation is limited to the three-dimensional problem only, making necessary to use a large number of elements. To make the computations more efficient only one-quarter of the model is considered due to the symmetry of the problem. The results of numerical simulations in terms of plots of the punch force versus the punch displacement are compared to data registered in the experimental investigations. Estimation of the punch force in both approaches is comparable.

Keywords: extrusion, composite Al-Pb, coupled Eulerian-Lagrangian approach

SPIS OZNACZEŃ

σ	– naprężenie
ε	– odkształcenie
σ_y	– granica plastyczności
D_0	– średnica wlewka
h	– wysokość wlewka
R_i	– promień rdzenia
R_0	– promień wlewka
D_z	– średnica zewnętrzna matrycy
h_m	– wysokość matrycy
l_k	– długość paska kalibrującego
λ	– stopień redukcji pola przekroju poprzecznego
$\frac{D\phi}{Dt}$	– pochodna materialna
$\frac{\partial\phi}{\partial t}$	– pochodna przestrzenna
ρ	– gęstość
b	– wektor sił masowych
e	– energia odkształceń
v	– wektor prędkości
D	– wektor prędkości odkształceń
J_2	– drugi niezmiennik dewiatora naprężeń

LIST OF SYMBOLS

σ	– stress
ε	– strain
σ_y	– yield stress
D_0	– ingot diameter
h	– ingot height
R_i	– core radius
R_0	– ingot radius
D_z	– outer die diameter
h_m	– die height
l_k	– calibration length
λ	– reduction of cross-section
$\frac{D\phi}{Dt}$	– material derivative
$\frac{\partial\phi}{\partial t}$	– spatial derivative
ρ	– density
b	– vector of mass forces
e	– strain energy
v	– velocity vector
D	– strain rates vector
J_2	– second invariant of deviatoric stress

1. WSTĘP

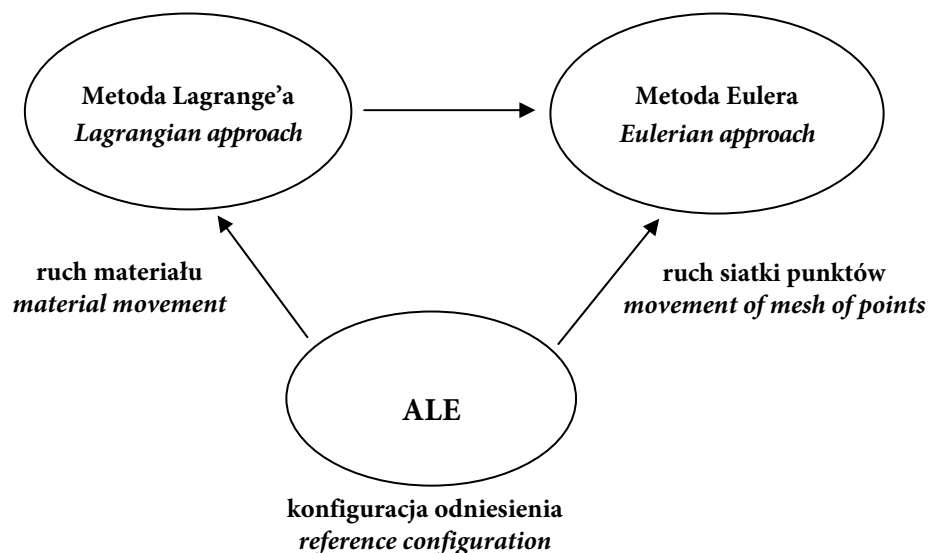
Zachowanie materiału w procesie kształtowania plastycznego zależy od typu płynięcia materiałów składników, ich cech strukturalnych i mechanicznych oraz czynników związanych z warunkami prowadzenia procesu. Kontrola struktury materiału oraz określenie wpływu właściwości materiału na efekt płynięcia to podstawowe informacje niezbędne do opisu procesu odkształcenia plastycznego materiałów metalicznych. Możliwość przewidywania mechaniki plastycznego płynięcia może dać podstawę do kontrolowania przebiegu operacji plastycznego formowania. Materiały kompozytowe w prostej formie jak bimetalowe pręty czy druty o strukturze rdzeń-powłoka można otrzymywać w procesie wyciskania odpowiednio przygotowanego wlewka.

1. INTRODUCTION

The behavior of the material in the process of plastic flow depends on the type of material components and their structural and mechanical characteristics and factors related to the conditions of the process. The material structure and material properties as the result of the flow is the most important information needed to describe the process of plastic deformation of metallic materials. Prediction of the mechanics of plastic flow allows to control the course of the plastic forming operations. Composite materials of simple forms such as bars or bimetal wires as well as core-shell structures can be obtained by the extrusion of the billet. The simultaneous plastic deformations of the two materials of different properties forces heterogeneous deformations of com-

Jednoczesne odkształcenie plastyczne dwóch materiałów o różnych właściwościach wymusza niejednorodność odkształcenia tego typu kompozytu. W takim przypadku mamy do czynienia ze złożonym sposobem płynięcia spowodowanym niejednorodnością właściwości materiału wsadowego [1–3]. Forma stref plastycznych w procesie wyciskania warstwowych materiałów złożonych typu rdzeń-powłoka zależy od wielu czynników [4] i w konsekwencji może prowadzić na przykład do nieproporcjonalnego płynięcia lub defektów w postaci pęknięcia składników kompozytu [5, 6]. Wprowadzenie odpowiednich metod teoretycznych wspomagających projektowanie tego typu procesów w tym MES może pozwolić uniknąć tego typu negatywnych zjawisk. Możliwość zastosowania metody elementów skończonych do analizy procesów wyciskania materiałów złożonych pozwala na określenie między innymi rozkładów odkształceń i lepsze poznanie zachowania się materiału w różnych warunkach prowadzenia procesu [7–9].

Jednym z elementów wpływających na wyniki obliczeń jest rodzaj opisu kinematyki odkształcenia. Może ona być opisana metodami: Lagrange’a (Total Lagrangian lub Updated Lagrangian), Eulera oraz metodami złożonymi ALE (Arbitrary Lagrangian-Eulerian) i CEL (Coupled Eulerian-Lagrangian) – rys. 1.



Rys. 1. Różne opisy kinematyki odkształcenia stosowane w mechanice

Fig. 1. Various descriptions of kinematics of deformation in mechanics

Wybór metody musi być podyktowany rodzajem modelu i typem problemu. W metodzie

The choice of the method depends on the type of the model and the type of the problem. In the

posite. In this case, complex flow takes place caused by the heterogeneity of the feed material [1–3]. Formation and extension of plastic zones in the extrusion laminated composite material of the core-shell type depend on many factors [4] and may lead e.g. to disproportionate flow or defects such as cracks in the components of the composite [5, 6]. An application of appropriate theoretical method which supports the design of this type of processes can avoid these negative phenomena. The finite element method as the tool for the analysis of the extrusion of composite materials allows to determine the strain distribution and permits better understanding the material behavior under different conditions of the process [7–9].

One of the factors that affects the results of the calculations is the type of description of the deformation kinematics. The potential descriptions are: Lagrangian (Total Lagrangian and Updated Lagrangian), Euler, mixed methods i.e. ALE (Arbitrary Lagrangian-Eulerian) and CEL (Coupled Eulerian-Lagrangian) –see Fig. 1.

Lagrange'a siatka elementów skończonych jest przypisana do materiału i porusza się wraz z materiałem. Mankamentem tej metody są duże zniekształcenia siatki elementów skończonych pogarszające uwarunkowanie problemu i zbieżność obliczeń [10–11].

Alternatywnym rozwiązaniem jest podejście Eulera w którym siatka elementów skończonych nie jest związana z ciałem odkształcanym. Z powodzeniem stosuje się tę metodę do opisu płynięcia. Jednak podejście Eulera stwarza pewne problemy w opisie powierzchni swobodnych oraz efektów sprężystości [12]. Metody ALE i CEL są stosowane do obliczeń dotyczących analizy bardzo dużych odkształceń [13–16], w tym w procesach wyciskania [17], łączą zalety podejścia Eulera i Lagrange'a. Kombinację obu metod CEL i ALE przedstawiono w pracy [19], gdzie zastosowano je do modelowania procesu wykrawania blach aluminiowych i miedzianych. Badano efekt wpływu parametrów procesu na zjawisko rozdrobnienia ziarna, stosując odpowiednie procedury. Zastosowanie metody CEL pozwoliło na prowadzenia obliczeń pomimo bardzo dużych odkształceń bez konieczności wprowadzania kryteriów rozdzielania.

W badaniach eksperymentalnych wyciskano metaliczne kompozyty o strukturze rdzeń-powłoka z materiałów takich jak aluminium i ołów, ze względu na małe wartości naprężeń uplastyczniających, co pozwoliło na realizację badań eksperymentalnych w warunkach laboratoryjnych. Rejestrowano siłę wyciskania oraz badano jakość otrzymanych próbek pod kątem występowania defektów. Proces wyciskania kompozytów symulowano numerycznie za pomocą metody elementów skończonych. Pierwszym modelem był model osiowosymetryczny dla podejścia *updated Lagrangian*. Analiza ta wymagała ciągłego generowania nowych siatek tzw. remeshing. W drugim podejściu zadanie wyciskania rozwiązano jako problem trójwymiarowy z zastosowaniem sprężonej analizy Eulera-Lagrange'a (CEL). W obliczeniach siatka elementów Eulerowskich pozostawała nieruchoma, a przez nią przepływał wyciskany materiał. Zaletą tej analizy był brak konieczności remeshingu. Wyniki symulacji numerycznych porównywano z wynikami badań eksperymentalnych.

Lagrangian approach, the finite element mesh is associated with the material and deforms with the material. In the case of large deformations large mesh distortions make the problem ill-conditioned and worse the convergence of the calculations [10–11].

In alternative the Eulerian approach the finite element mesh is not associated with the body deformations. The Eulerian approach can be successfully used to describe the flow of the material. However, it poses some problems in the description of the free surfaces and elasticity effects [12]. ALE and CEL methods are usually used in the analysis of very large strains [13–16] e.g. extrusion processes [17]. They combine the advantages of the Euler and Lagrange approaches. CEL and ALE methods are presented in [19], in the simulation of aluminum and copper punching process. The effects of the influence of process parameters on the phenomenon of grain refinement using the appropriate procedures are investigated. An application of the CEL method allows to successfully execute computations for very large deformations without having to introduce the criteria of the separation.

In the experimental investigations made within presented research extruded are metal composites of core-shell type made of materials such as aluminum and lead. Due to the small yield stresses, the laboratory research is possible. Extrusion force is recorded, and the quality of the obtained samples are tested for the presence of defects. The extrusion process of composites is numerically simulated by use of the finite element method commercial software. At first, the axisymmetric model is investigated and an updated Lagrangian approach is applied. This analysis required the continuous generation of new meshes. In the second attempt the extrusion process is solved as a three-dimensional analysis of coupled Eulerian-Lagrangian approach (CEL). During calculations Eulerian mesh remains stationary and the material flows through it. The advantage of this type of analysis is that there is no need for remeshing. The results of both simulations are compared with experimental results.

2. BADANIA EKSPERYMENTALNE

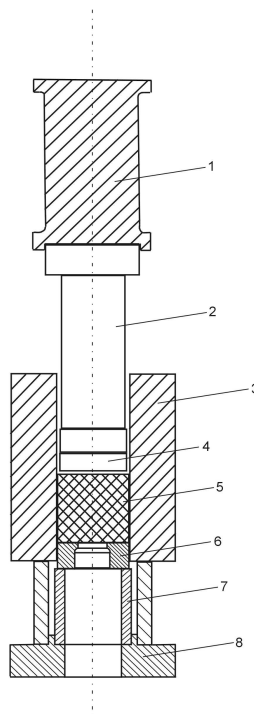
Próby wyciskania z zastosowaniem metalicznych materiałów złożonych przeprowadzone zostały na stanowisku badawczym z użyciem prasy hydraulicznej wyposażonej w czujniki do pomiaru siły i przemieszczenia stempla, oraz zestaw narzędzi (rys. 2.). Komplet matryc (rys. 3.) obejmował matryce płaskie umożliwiające uzyskanie trzech różnych stopni redukcji przekroju poprzecznego λ . Dla identyfikacji cech szczególnych zachowania się materiałów o różnych typach płynięcia odkształcanych jednocześnie i, biorąc pod uwagę fakt, że każdy ze składników wymaga innego kąta w przypadku matrycy stożkowej, zastosowano matryce płaskie.

Badania wyciskania metalicznych materiałów kompozytowych przeprowadzono z zastosowaniem próbek dwuwarstwowych, składających się z rdzenia (Al) i powłoki (Pb). Wymiary zewnętrzne wszystkich próbek były takie same i wynosiły odpowiednio: średnica $D_0 = 36$ mm i wysokość $h = 72$ mm. Zestaw do wyciskania zainstalowano na prasie hydraulicznej pionowej.

2. EXPERIMENTAL INVESTIGATIONS

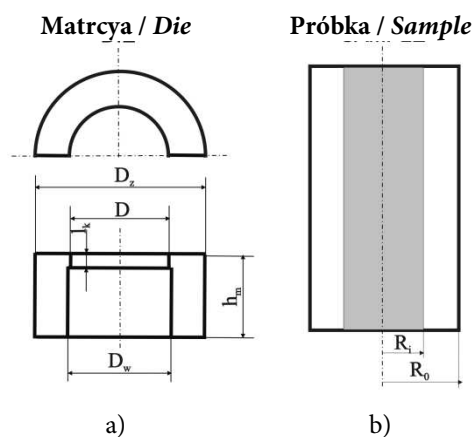
Experimental investigations of metallic composite materials are carried out on the test bench using the hydraulic press equipped with sensors measuring the punch force and displacement as shown in Fig. 2. A set of matrices (Fig. 3.) consists of flat dies which allow to obtain three different degrees of the cross-sectional reduction λ . To identify the specific characteristics of the behavior of materials flat dies are applied taking into account the fact that each of the components requires a different angle of the conical die.

Extruded samples made of metal composite material consist of a core (Al) and shell (Pb). External dimensions of all samples are the same i.e. diameter $D_0 = 36$ mm and height $h = 72$ mm. Extrusions are carried out on the vertical hydraulic press.



Rys. 2. Zestaw do wyciskania: 1 – tensometryczny czujnik siły, 2 – stempel, 3 – pojemnik, 4 – przetłoczka, 5 – wlewek, 6 – matryca, 7 – tuleja, 8 – podstawa

Fig. 2. Extrusion unit: 1 – tensorial force sensor, 2 – punch, 3 – recipient, 4 – dummy block, 5 – extruded material, 6 – die, 7 – sleeve, 8 – base



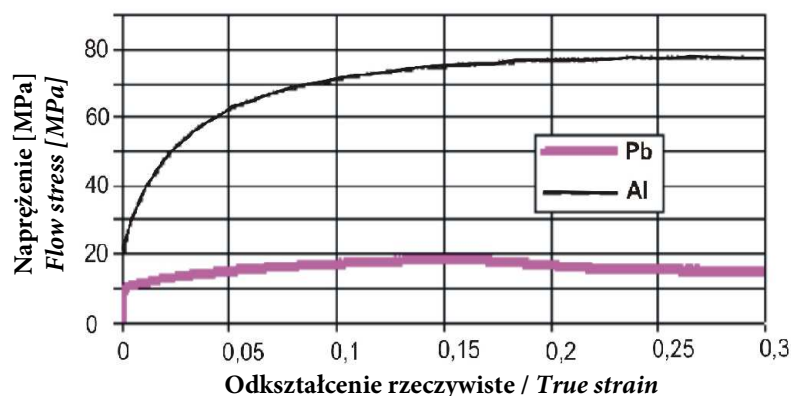
Parametr / Parameter	Wartość / Value
R_i/R_0	0,28
D_z / mm	36
D / mm	20,78; 14,70; 10,38
h_m / mm	20
l_k / mm	2
$\lambda = D_z^2/D^2$	3; 6; 12

Rys. 3. Parametry geometryczne matryc i próbek zastosowanych w badaniach eksperymentalnych;
a) matryce do wyciskania, b) materiały wsadowe do wyciskania

Fig. 3. Geometric parameters of the dies and samples used in experiment;
a) dies, b) initial materials

Charakterystyki naprężenie uplastyczniające w funkcji odkształcenia dla obu badanych materiałów pokazano na rys. 4. Wybrane właściwości materiałów użytych w eksperymencie zamieszczono w tabeli (tab. 1).

The plot of the yield stress-strain relation for both tested materials is shown in Fig. 4. Selected properties of the materials used in the experiment are given in the Tab. 1.



Rys. 4. Charakterystyki naprężenie-odkształcenie dla badanych materiałów uzyskane w próbie spężnia próbek o różnej smukłości

Fig. 4. Stress-strain curves for investigated materials obtained in upsetting test for different shape of samples

Przed procesem wyciskania próbki zostały wyczyszczone i wyjałowione acetonem w celu wyeliminowania wpływu pozostałości smaru i innych zanieczyszczeń.

Prior to the extrusion process, the samples are cleaned and sterilized by acetone in order to eliminate the effect of residual grease and other contaminants.

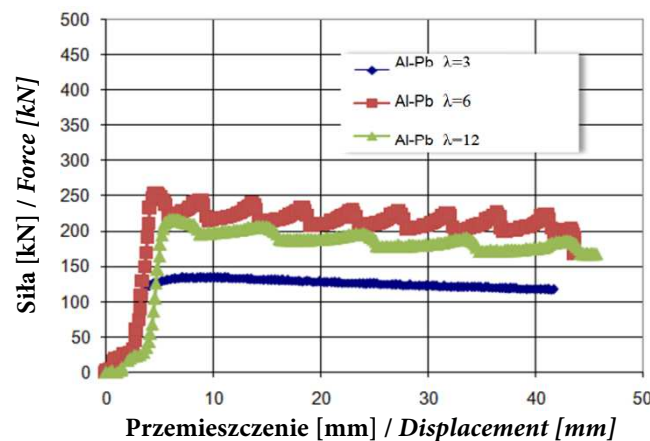
Tab. 1. Właściwości mechaniczne materiałów użytych w eksperymencie

Tab. 1. Mechanical properties of materials used in investigations

Material <i>Material</i>	Skład chemiczny [%] <i>Chemical composition [%]</i>	Granica plastyczności [MPa] <i>Yield stress [MPa]</i>	Moduł Younga [MPa] <i>Young's modulus [MPa]</i>	Współczynnik Poissona <i>Poisson ratio</i>	Twardość Brinella HB <i>Brinell hardness HB</i>
Ołów <i>Lead</i>	99,98 Pb; 0,05 Ag; 0,05As; 0,01Sb; 0,05Sn; 0,05Cu; 0,05Fe; 0,05Zn; 1,0Bi	5	14000	0,43	4,4
Aluminium 1050 <i>Aluminum</i> 1050	99,5 Al; 0,4Fe; 0,3Si; 0,05Cu; 0,07Zn; 0,05Ti	26	70000	0,33	22,4

Po zakończeniu procesu wyciskania otrzymane dane zestawiono w postaci zależności siły w funkcji przemieszczenia stempla prasy (rys. 5). W wyniku wyciskania wlewków złożonych o układzie rdzeń twardy powłoka miękka, uzyskano szereg wyrobów, które przecięto wzdłuż osi symetrii w celu obserwacji struktury na przekroju (rys. 6).

As the result of the extrusion investigations the discrete data – force versus the punch displacement are collected (Fig. 5). Extruded billets made of soft coating system and hard core are cut out in the symmetry plane in order to observe the structure of the product (Fig. 6).

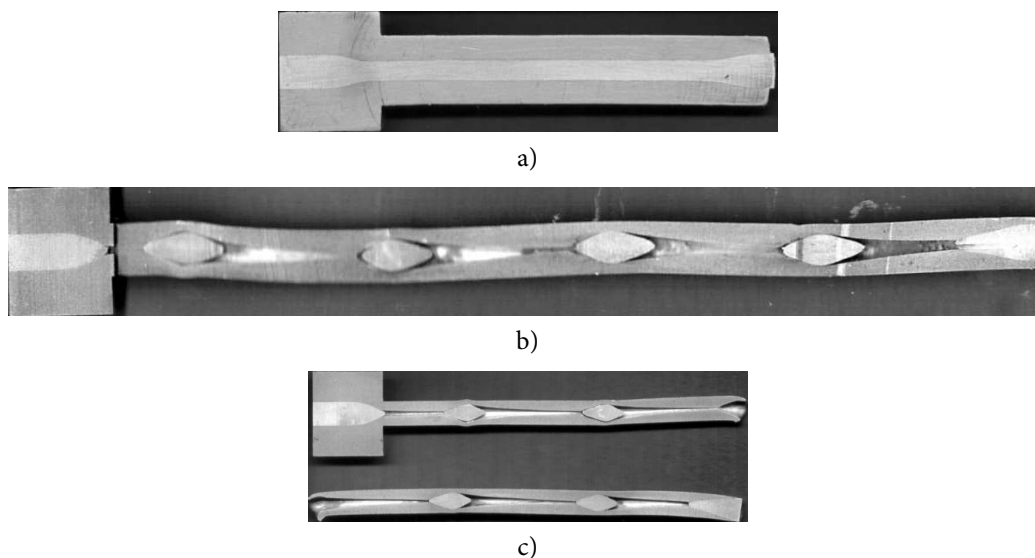


Rys. 5. Przebiegi siły w funkcji przemieszczenia stempla

Fig. 5. Force – displacement curves

Widoczne na rys. 5 charakterystyczne przebiegi siły w funkcji przemieszczenia stempla prasy obrazują periodyczny stopniowy wzrost siły wyciskania po wystąpieniu zjawiska pęknięcia rdzenia i ponownym wciąganiu materiału rdzenia w obszar oczka matrycy ($\lambda = 6$ i $\lambda = 12$) w odróżnieniu do wykresu dotyczącego wyciskania ze współczynnikiem $\lambda = 3$ gdzie nie obserwuje się takiego zjawiska.

One can see in Fig. 5 characteristic wave forms of force which are being increased after the occurrence of the core cracking ($\lambda = 6$, and $\lambda = 12$) in contrast to the graph for the extrusion with the ratio $\lambda = 3$ where such phenomenon is not observed.



Rys. 6. Przekroje podłużne części wlewków i uzyskanych wyrobów: a) $\lambda = 3$, b) $\lambda = 6$, c) $\lambda = 12$; rdzeń (Al) – powłoka (Pb)
 Fig. 6. Longitudinal cross-section of billet and extrudates: a) $\lambda = 3$, b) $\lambda = 6$, c) $\lambda = 12$; core (Al) –sleeve (Pb)

Przekroje podłużne próbek po wyciskaniu pozwoliły na ocenę efektów wspólnego odkształcenia rdzenia (Al) i powłoki (Pb) oraz jakości wykonanych wyrobów. Uzyskano wyrób dobrej jakości przy zastosowaniu współczynnika $\lambda = 3$ (rys. 6a) oraz okresowe pęknięcie rdzenia w wyrobach otrzymanych z zastosowaniem współczynników $\lambda = 6$ i $\lambda = 12$ (rys. 6b, 6c), co może być spowodowane znacznym zróżnicowaniem cech składników oraz parametrami geometrycznymi jednoczesnego wyciskania. Wyniki eksperymentalne były pomocne w stworzeniu modelu numerycznego procesu wyciskania dla różnych współczynników redukcji pola przekroju poprzecznego. Zarejestrowane przebiegi sił w funkcji przemieszczenia stempla, wielkość tarcia oraz parametry geometryczne uzyskanych wyrobów w odniesieniu do geometrii materiału wsadowego stanowiły podstawę do kalibrowania modeli numerycznych.

3. MODELOWANIE PROCESU WYCISKANIA Z ZASTOSOWANIEM PODEJŚCIA LAGRANGE'A

Do modelowania procesu wyciskania materiałów złożonych zastosowano komercyjny program MSC Marc Mentat. Zbudowano trzy modele osiowoosymetryczne (dla $\lambda = 3$, $\lambda = 6$, $\lambda = 12$), w których narzędzia: matryca, stempel, pojem-

Longitudinal cross-sections of the samples allow to investigate the effects of deformations of the Al core and Pb shell and determine the quality of the products. Good quality is obtained for the coefficient $\lambda = 3$ (Fig. 6a). For $\lambda = 6$, and $\lambda = 12$ (Fig. 6b, 6c), a periodic core cracking in the products appears which may be caused by significant differences of the properties of the extruded components. Experimental results are helpful in developing of the numerical model (extrusion process for different reductions of the cross-sectional area). Relations between the punch force and the punch displacements registered in the experiment are very useful in the numerical calibration models.

3. LAGRANGE APPROACH TO THE MODELING EXTRUSION

Simulations of the extrusion of composite materials are made by use of commercial program MSC Marc Mentat. Three axisymmetric models are developed for $\lambda = 3$, $\lambda = 6$, $\lambda = 12$ in which all the tools i.e. die, punch and straight recipient

nik jako idealnie sztywne wchodzą w kontakt z odkształcalnymi materiałami próbki. Siatka elementów skończonych została zbudowana z elementów quad 4 (MSC Marc). Do opisu kinetyki odkształcenia zastosowano podejście *Updated Lagrangian Method*. Obliczenia przeprowadzono z zastosowaniem remeshingu, co pozwalało na kontynuację obliczeń przy bardzo dużych odkształceniach siatki elementów skończonych. Charakterystyki materiałów (rys. 3) oraz współczynniki tarcia wyznaczono eksperymentalnie dla obu badanych materiałów. W celu wyznaczenia współczynników tarcia pomiędzy warstwami kompozytu, a narzędziami oraz tarcia międzywarstwowego przeprowadzono próby tarcia przy pomocy tribotestera T-01M, typu trzpień-tarcza (bez smarowania próbek). Na podstawie pomiaru siły nacisku oraz siły obwodowej w przeprowadzonym teście obliczono wartości współczynników tarcia (tab. 2.).

as the rigid bodies are in contact with the deformable sample. Finite element mesh is made of quad 4 elements (MSC Marc). Kinetics of deformation is described by the updated Lagrangian approach (UL). Continuous remeshing allows for the continuation of the calculations for a very large deformations of the finite element mesh. Materials properties (Fig. 3) and the friction coefficient are determined experimentally for the both tested materials. In order to determine the coefficients of friction between the composite layers and the tools experimental investigations are made using T-01M tribotester without the lubrication of samples. By measuring both the force and circumferential force, the friction coefficient is calculated (Tab. 2).

Tab. 2. Wyznaczone eksperymentalnie współczynniki tarcia

Tab. 2. Experimentally obtained friction coefficients

Para metali <i>Pair of metals</i>	Wyznaczony współczynnik tarcia <i>Friction coefficient calculated</i>
aluminium – stal <i>aluminum – steel</i>	0,15
ołów – stal <i>lead – steel</i>	0,2
aluminium – ołów <i>aluminum – lead</i>	0,35

Porównanie modeli wykonanych w MSC Marc oraz Abaqus pokazano w tab. 3.

Comparison of MSC Marc and Abaqus models is shown in the Tab. 3.

Tab. 3. Porównanie modeli wyciskania (MSC Marc oraz Abaqus)

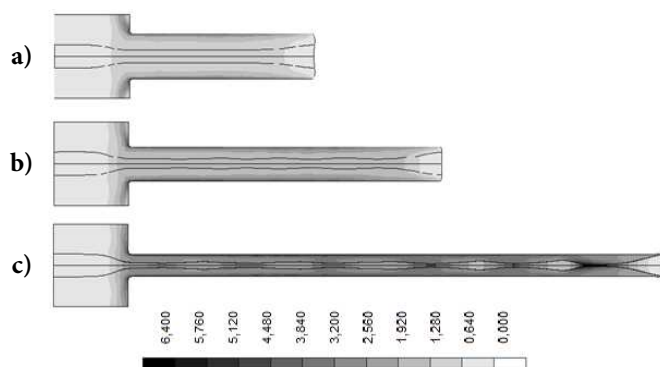
Tab. 3. Comparison of extrusion models (MSC Marc and Abaqus)

	MSC Marc	Abaqus
Warunek plastyczności <i>Yield stress</i>	Huber-Misses $l_2 = k^2$, $k = \frac{\sigma_y}{\sqrt{3}}$	Huber-Misses $l_2 = k^2$, $k = \frac{\sigma_y}{\sqrt{3}}$
Prawo płynięcia <i>Flow rule</i>	Prandtl-Reuss $d\varepsilon^p = d\varepsilon \frac{-p}{\partial \sigma}$	Prandtl-Reuss $d\varepsilon^p = d\varepsilon \frac{-p}{\partial \sigma}$
Charakterystyka naprężenie-odkształcenie <i>Stress-strain characteristic</i>	Krzywa naprężenie-odkształcenie <i>Stress-strain curve</i>	Krzywa naprężenie-odkształcenie <i>Stress-strain curve</i>

	MSC Marc	Abaqus
Model tarcia <i>Friction model</i>	Coulomb friction model <i>Coulomb friction model</i>	Penalty (funkcja kary) <i>Penalty</i>
Typ geometrii modelu <i>Geometry</i>	osiowosymetryczny <i>axisymmetric</i>	3D
Liczba elementów <i>Number of elements</i>	5000	200000
Remeshing <i>Remeshing</i>	tak <i>yes</i>	nie <i>no</i>
Średni czas obliczeń <i>Computation time</i>	3h	13h
Opis kinematyki odkształcenia <i>Kinematic description</i>	Updated Lagrangian	CEL (Coupled Eulerian-Lagrangian)
Konfiguracja komputera <i>Computer configuration</i>	i7-4700MQ, 2,4GH NVIDIAQuadro K610M	i7-4700MQ, 2,4GH NVIDIAQuadro K610M

Jako model materiału dla ołowiu i aluminium zastosowano model sprężysto-plastyczny z nieliniowym umocnieniem (eksperymentalne krzywe zależności naprężenie-odkształcenie). W wyniku przeprowadzonych obliczeń numerycznych uzyskano zarówno przebiegi siły w funkcji przemieszczenia stempla, jak i rozkłady naprężeń i odkształceń na przekroju wyrobu w każdym kroku obliczeniowym. Przykładowe wyniki w formie rozkładów zastępczych odkształceń plastycznych dla trzech różnych stopni redukcji pola przekroju poprzecznego pokazano na rys. 7.

An elastic-plastic model with a non-linear hardening is used for lead and aluminum (experimental stress-strain relations). As the result of numerical calculations the following data are obtained: the punch force versus the punch displacement as well as the stress and strain distributions in the cross-section of the product at each increment. Exemplary results of the effective plastic strains for three different degrees of the cross-sectional reduction are shown in Fig. 7.



Rys. 7. Rozkład zastępczych odkształceń plastycznych: a) $\lambda = 3$, b) $\lambda = 6$, c) $\lambda = 12$; rdzeń (Al) – powłoka (Pb)
Fig. 7. Distribution of total equivalent plastic strain: a) $\lambda = 3$, b) $\lambda = 6$, c) $\lambda = 12$; core (Al) –sleeve (Pb)

4. SPRĘŻONA ANALIZA EULERA-LAGRANGE'A (CEL)

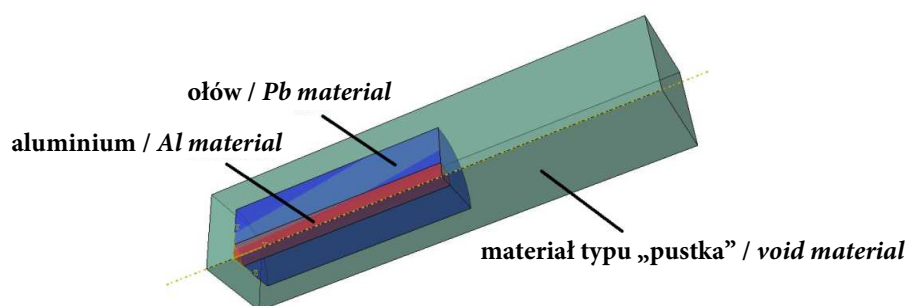
Podejścia Lagrange'a i Eulera są powszechnie stosowane w analizie dużych deformacji ciał stałych. Obydwa podejścia mają swoje zalety i ogra-

4. COUPLED EULERIAN-LAGRANGIAN APPROACH (CEL)

The Lagrangian and Eulerian approaches are commonly used in simulations of large displacement problems of solid mechanics. Both formula-

niczenia. W podejściu Lagrange'a siatka elementów skończonych deformuje się pod wpływem obciążenia. Dla dużych deformacji skutkuje to koniecznością generacji nowych siatek odpowiadających zdeformowanej geometrii ciała jest to źródłem problemów ze zbieżnością rozwiązania i powoduje wydłużenie czasu obliczeń. W takich przypadkach podejście Eulera staje się bardziej efektywne. W podejściu tym siatka elementów skończonych pozostaje nieruchoma, a deformowany materiał przepływa przez nią, nie ma więc potrzeby stosowania remeshingu. Zalety podejść Lagrange'a i Eulera zebrano razem w sprzężonym podejściu Eulera-Lagrange'a (z ang. CEL). Jest ono szczególnie przydatne w symulacjach plastycznego kształtowania metali (wyciskanie, kucie, walcowanie itp.), jak również w symulacjach jednoczesnego kształtowania materiałów złożonych. W podejściu tym możliwe jest modelowanie kontaktu pomiędzy elementami Eulerowskimi (obrabiany materiał) i Lagrange'owskimi (narzędzia). Unikalną cechą podejścia CEL jest możliwość wypełnienia jednej objętości kilkoma materiałami. Stopień wypełnienia objętości materiałem jest określony za pomocą parametru VOF (*volume fraction*). W komercyjnym programie ABAQUS parametr VOF przypisany poszczególnym elementom skończonym jest obliczany na podstawie objętości odniesienia. Na rys. 8 pokazany jest model geometryczny wyciskanych elementów. Dwie objętości odniesienia odpowiadają początkowym położeniom materiałów aluminium i ołowiu. Objętości niewypełnione żadnym materiałem mają automatycznie przypisany materiał typu „pustka” (ang. *void*).

tions have their advantages and limitations. In the Lagrangian approach as the finite element mesh becomes distorted under the loading, the generation of completely new mesh is required more or less frequently. It causes convergence problems and extends the computation time. In such cases the Eulerian approach becomes more efficient. In the Eulerian formulation the finite element mesh remains fixed, while material flows through it. There is no need for remeshing, therefore. The advantages of both the Lagrangian and Eulerian approaches were combined together in the new approach called coupled Eulerian-Lagrangian (CEL). CEL method is very useful in the simulations of metal forming and processing. It allows to model contact between Lagrangian (usually tools) and Eulerian parts (usually material). Unordinary feature of the CEL analysis is that a single volume can be filled simultaneously with many materials. In ABAQUS commercial program used in the numerical computations the volume fraction parameter VOF is introduced. The determination of the VOF parameter is based on the reference volume. In Fig. 8 the quarter of geometrical model is presented. One can see two reference volumes representing initial positions of aluminum and lead materials. In locations without an Eulerian material or locations occupied by the Lagrangian tools the presence of void material is assumed.



Rys. 8. Obliczenie parametru określającego wypełnienie objętości materiałem w modelu wyciskania materiału złożonego typu rdzeń (Al) – powłoka (Pb); metoda CEL

Fig. 8. Evaluation of the volume fraction parameter in modeling of composite extrusion process core (Al) – sleeve (Pb); CEL approach

Część Eulerowska (ang. *Eulerian part*) modelu powinna całkowicie obejmować objętość próbek w całym zakresie ich deformacji. Jeśli materiał Eulerowski wypływa poza siatkę MES nie jest brany pod uwagę w dalszych obliczeniach.

W opisie Eulera stosuje się przestrzenne pochodne po czasie, w opisie Lagrange'a stosuje się pochodne materialne. Zależność pomiędzy materialnym i przestrzennymi pochodnymi przedstawia się następująco:

$$\frac{D\phi}{Dt} = \frac{\partial\phi}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot (\nabla\phi) \quad (1)$$

gdzie ϕ jest dowolną zmienną w rozwiązaniu, \mathbf{v} jest prędkością materiału. $\frac{D\phi}{Dt}$ i $\frac{\partial\phi}{\partial t}$ są odpowiednio pochodnymi materialnymi i przestrzennymi.

Prawa zachowania masy, pędu i energii w sformułowaniu Lagrange'a w opisie Eulera przedstawiają się następująco [14]:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot (\nabla\rho) + \rho\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial\mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot (\nabla \cdot \mathbf{v}) = \frac{1}{\rho} (\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}) + \mathbf{b} \quad (3)$$

$$\frac{\partial e}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot (\nabla e) = \boldsymbol{\sigma} : \mathbf{D} \quad (4)$$

gdzie ρ jest gęstością, $\boldsymbol{\sigma}$ naprężenie Cauchy'ego, \mathbf{b} jest wektorem sił masowych, e jest energią odkształceń, \mathbf{D} jest prędkością odkształceń. Równania (2)–(4) mogą być zapisane w spójnej formie:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\mathbf{v}) = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial\rho\mathbf{v}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\mathbf{v} \otimes \mathbf{v}) = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \rho\mathbf{b} \quad (6)$$

$$\frac{\partial e}{\partial t} + \nabla \cdot (e\mathbf{v}) = \boldsymbol{\sigma} : \mathbf{D} \quad (7)$$

Ogólna postać równań (5)–(7) przedstawia się jak poniżej:

$$\frac{\partial\Phi}{\partial t} + \nabla \cdot \boldsymbol{\Phi} = \mathbf{S} \quad (8)$$

gdzie $\boldsymbol{\Phi}$ jest funkcją strumienia, \mathbf{S} określa źródło. Równanie (8) jest symbolicznym zapisem każdego z równań (5), (6), (7). Pojęcia strumienia i źródła objaśniono w [14]. Operator podziału dzieli równanie (8) na dwa równania rozwiązywane sekwencyjnie.

$$\frac{\partial\phi}{\partial t} = \mathbf{S} \quad (9)$$

The Eulerian part should entirely include initial and final positions of the specimen. If any part of Eulerian material flows outside Eulerian mesh this material is loss from the analysis.

In the Eulerian description equations are written using spatial time derivatives. In the standard Lagrangian description material time derivatives are used. The relation between material and spatial time derivatives is:

$$\frac{D\phi}{Dt} = \frac{\partial\phi}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot (\nabla\phi) \quad (1)$$

where ϕ is the arbitrary solution variable and \mathbf{v} is the material velocity. $\frac{D\phi}{Dt}$ and $\frac{\partial\phi}{\partial t}$ are the material and spatial time derivatives, respectively.

The Lagrangian mass, momentum and energy conservation equations transferred into the Eulerian (spatial derivatives) conservation equations [14] are:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot (\nabla\rho) + \rho\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial\mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot (\nabla \cdot \mathbf{v}) = \frac{1}{\rho} (\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}) + \mathbf{b} \quad (3)$$

$$\frac{\partial e}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot (\nabla e) = \boldsymbol{\sigma} : \mathbf{D} \quad (4)$$

where ρ is the density, $\boldsymbol{\sigma}$ is the Cauchy stress, \mathbf{b} is the vector of body forces, e is the strain energy, \mathbf{D} is the velocity strain. The Eulerian equations (2)–(4) can be written in the conservative forms:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\mathbf{v}) = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial\rho\mathbf{v}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\mathbf{v} \otimes \mathbf{v}) = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \rho\mathbf{b} \quad (6)$$

$$\frac{\partial e}{\partial t} + \nabla \cdot (e\mathbf{v}) = \boldsymbol{\sigma} : \mathbf{D} \quad (7)$$

The Eulerian governing equations (5)–(7) have the general form:

$$\frac{\partial\Phi}{\partial t} + \nabla \cdot \boldsymbol{\Phi} = \mathbf{S} \quad (8)$$

where $\boldsymbol{\Phi}$ is the flux function, and \mathbf{S} is the source term. Equation (8) is a general form of each of equations (5), (6), (7). Definitions of flux and source are given in [14]. Splitting operator divides Equation (8) into two equations solved sequentially.

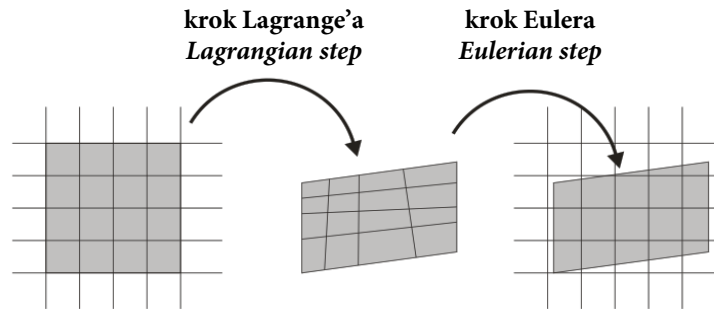
$$\frac{\partial\phi}{\partial t} = \mathbf{S} \quad (9)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \nabla \cdot \Phi = 0 \quad (10)$$

Równanie (9) opisuje krok Lagrange'a, a równanie (10) krok Eulera. Graficzna reprezentacja operatora podziału pokazana jest na rys. 9.

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \nabla \cdot \Phi = 0 \quad (10)$$

Eq. (9) contains the source term represents the Lagrangian step. Eq. (10) contains the convective term represents the Eulerian step. Graphical representation of the split operator is shown in Fig. 9.



Rys. 9. Operator podziału w sformułowaniu CEL

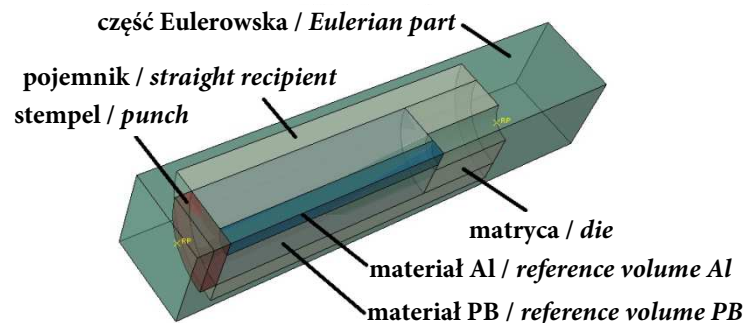
Fig. 9. Split operator for the CEL formulation

W procesie rozwiązywania (10) zdeformowana siatka Lagrange'a porusza się wewnątrz stacjonarnej siatki Eulera, a w obliczeniach określa się objętość materiału przepływającego przez siatkę Eulerowską [14]. Zmienne w rozwiązaniu Lagrange'a (masa, naprężenia, energia itp.) zostają dopasowane do rozwiązania Eulera.

Na rys. 10 pokazano kompletny model MES zastosowany w analizie CEL wyciskania kompozytów metalowych. Ze względu na podwójną symetrię analizowano jedynie ćwiartkę modelu. Na powierzchniach symetrii narzucono odpowiednie warunki brzegowe.

To solve Eq. (10) the deformed mesh from Lagrangian step is moved through the Eulerian fixed mesh, and volume of material transported between adjacent elements is calculated [14]. The Lagrangian solution variables (e.g. mass, stress, energy etc.) are adjusted to account for the flow of the material between adjacent elements.

The complete assembly of FEM model used in numerical simulations is shown in Fig. 10. Because of the double symmetry only one quarter is considered. Appropriate boundary conditions are applied in the planes of symmetry.



Rys. 10. Model MES procesu wyciskania materiału złożonego typu rdzeń twardy (Al) – powłoka miękka (Pb); metoda CEL

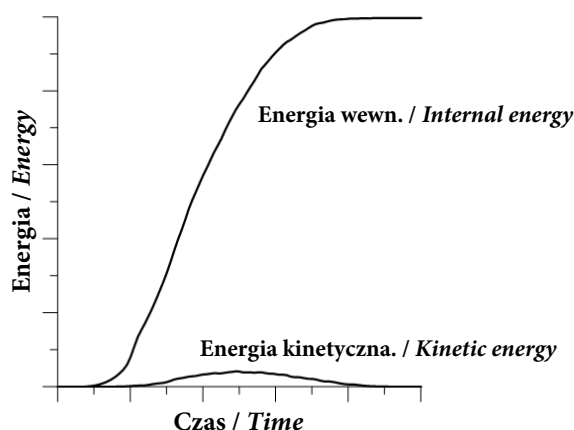
Fig. 10. FEM model of composite extrusion process: hard core (Al) – soft sleeve (Pb); CEL approach

W komercyjnym programie ABAQUS problemy CEL mogą być rozwiązywane wyłącznie jako

In ABAQUS program CEL problems can be solved only as dynamic explicit analyses. It is

analizy dynamiczne z jawnym schematem całkowania (*dynamic explicit*). Jak powszechnie wiadomo [18–19] jawne całkowanie jest warunkowo zbieżne tj. stabilny przyrost czasu musi być bardzo mały np. 10^{-5} sekundy. Rozwiązanie zadania wymaga setek tysięcy przyrostów czasowych. Pewne techniki pozwalają na znaczne przyspieszenie procesu obliczeń numerycznych (skalowanie masy, skrócenie czasu przykładania obciążenia, „miękki” sposób obciążania i odciążania). Jednym ze sposobów określenia, czy rozwiązywany problem jest statyczny (quasi-statyczny) czy dynamiczny, jest porównanie energii odkształceń z energią kinetyczną modelu [20]. Przyjęto, że jeśli energia kinetyczna stanowi mniej niż 5% energii odkształceń modelu zadanie może być traktowane jako quasi-statyczne. Porównanie energii kinetycznej z energią odkształceń dla jednego z analizowanych zadań jest pokazane na rys. 11. W zadaniu tym kilkakrotnie zwiększono prędkość stempla dla skrócenia czasu analizy.

known [18–19], that dynamic explicit approach is conditionally stable i.e. the stable time increment is very short e.g. 10^{-5} s. The solution of such a problem usually requires hundreds of thousands time increments. There are several techniques which allow to make the computations faster and more effective e.g. mass scaling, short-time load application and so-called smooth step. One of the indicators which shows if the solution might be treated as quasi-static is the comparison of the model internal and kinetic energy [20]. It is commonly assumed that if the model kinetic energy is less than 5% of the model internal energy the problem is quasi-static. Comparison of internal and kinetic energy for one of considered problems is shown in Fig. 11. Punch velocity was increased several times in order to reduce time analysis during calculations.



Rys. 11. Porównanie energii wewnętrznej z energią kinetyczną dla wybranej symulacji wyciskania

Fig. 11. Comparison of internal and kinetic energy in simulation of extrusion

Na rys. 11 energia kinetyczna jest o wiele niższa od energii odkształceń, więc analizowany problem jest quasi-statyczny (efekty masowe nie wpływają na otrzymane wyniki). Wspomniana technika miękkiego obciążania i odciążania modelu (*smooth step data*) zapobiega propagacji fali naprężeń przez model dla szybko zmieniających się obciążeń. W symulacjach wyciskania przemieszczenia stempla były małe na początku i końcu analizy. Funkcja opisująca przemieszczenia u_0 do u_1 dla przedziału czasu t_0 do t_1 jest zdefiniowana w następujący sposób:

One can see that the kinetic energy is much lower than the internal energy – considered problem is quasi-static, therefore. The smooth step data is used in ABAQUS program to avoid propagation of stress waves in the case of sudden load. In the presented simulations the increment of punch displacement is very small at the beginning and at the end of the analysis. For the time t_0 to t_1 the punch displacement u_0 to u_1 is defined as:

$$u = u_0 + (u_1 - u_0)\xi^3(10 - 15\xi + 6\xi^2) \quad (11)$$

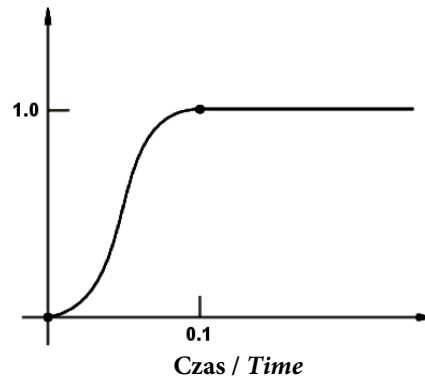
$$t \in [t_0, t_1] \text{ gdzie } \xi = (t - t_0)/(t_1 - t_0)$$

Wykres funkcji dla przedziału czasu $t_0 = 0$, $t_1 = 0,1$ i przemieszczeń $u_0 = 0$, $u_1 = 1,0$ jest pokazany na rys. 12.

$$u = u_0 + (u_1 - u_0)\xi^3(10 - 15\xi + 6\xi^2) \quad (11)$$

$$t \in [t_0, t_1] \text{ where } \xi = (t - t_0)/(t_1 - t_0)$$

The smooth step data for $t_0 = 0$, $t_1 = 0.1$, $u_0 = 0$ and $u_1 = 1.0$ is presented in Fig. 12.



Rys.12. Amplituda miękkiego obciążania dla dwóch danych

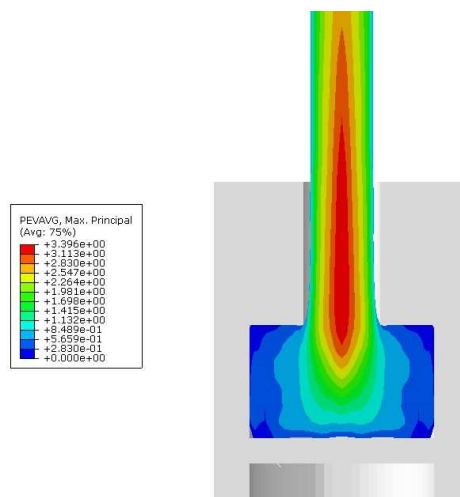
Fig. 12. Smooth step amplitude definition with two data points

W wyniku przeprowadzonych obliczeń metodą CEL uzyskano rozkłady odkształceń i naprężeń we wlewku oraz uzyskanym wyrobie, jak również przebiegi siły w funkcji przemieszczenia stempla.

Przykładowy rozkład zastępczych odkształceń plastycznych w symulacji MES wyciskania metalowych kompozytów jest pokazany na rys. 13.

As the result of the CEL calculations the stress and strain distributions in the ingot and the product are obtained, as well as the relations of the punch force against the punch displacement.

An exemplary distribution of effective plastic strain in the simulation of the metal composite extrusion is shown in Fig. 13.

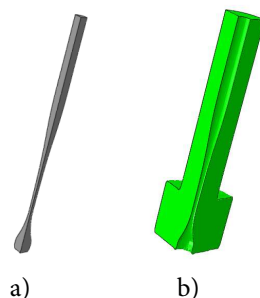


Rys. 13. Rozkład zastępczych odkształceń plastycznych dla wyciskanego kompozytu typu rdzeń twardy (Al) – powłoka miękka (Pb); metoda CEL

Fig. 13. Equivalent plastic strain distribution in extruded composite hard core (Al) – soft sleeve (Pb); CEL approach

Geometria wyciskanego aluminiowego rdzenia oraz ołowianej powłoki jest zaprezentowana na rys. 14.

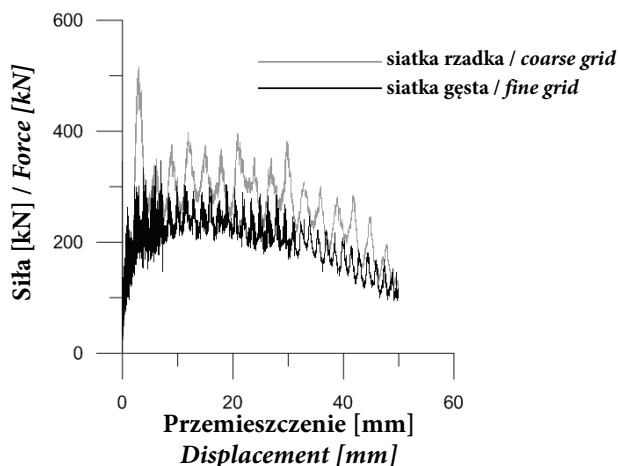
The geometry of extruded aluminum core and lead shell is presented in Fig. 14.



Rys. 14. Geometria wyciskanego aluminium (a) i ołowiu (b)
 Fig. 14. Geometry of extruded aluminium (a) and lead (b)

Zależności siła-przemieszczenie stempla uzyskane w symulacjach CEL wykazują zawyżone wartości siły w porównaniu z wynikami eksperymentu. Dla $\lambda = 6$ wyniki uzyskane dla dwóch siatek o różnej gęstości (siatka rzadka – 4 mm, siatka gęsta – 1 mm) przedstawione są na rys. 15. Zmniejszanie rozmiaru siatki powoduje drastyczny wzrost czasu obliczeń. Dla podanych wymiarów siatki rzadkiej czas obliczeń wynosił 3 godziny, dla siatki gęstej czas obliczeń wzrósł do 24 godzin.

The punch force-displacement relations obtained in CEL simulations exhibit excessive force magnitude when compared to the results of experiment. For $\lambda = 6$ the results gained for two grids of different density (coarse grid – 4 mm, fine grid – 1 mm) are shown in Fig. 15. Reduced size of the grid dramatically increases the computation time. For the coarse grid the computation time is 3 hours, for the dense grid the computation time increases to 24 hours.

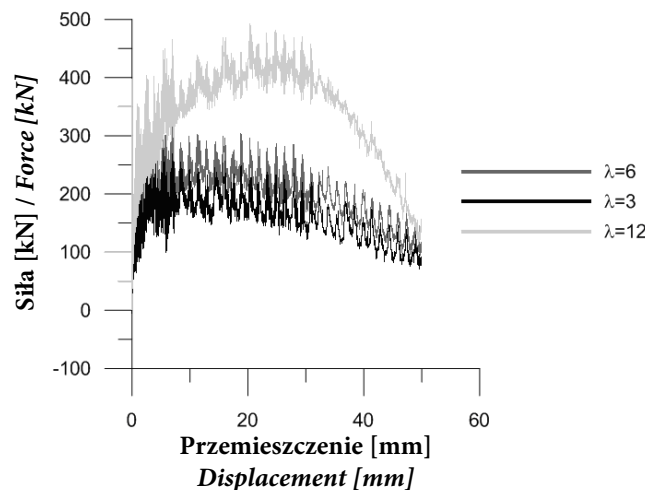


Rys. 15. Zależności siła-przemieszczenie stempla dla różnych wartości λ ; w modelowanym procesie wyciskania kompozytu typu rdzeń twardy (Al) – powłoka miękka (Pb)

Fig. 15. Force – displacement curves for various λ ; in modeling of composite extrusion process hard core (Al) – soft sleeve (Pb)

Kształt krzywych jest charakterystyczny dla zastosowanego w obliczeniach jawnego schematu całkowania (*explicit*). Wyniki dla siatki gęstej są zbliżone do wyników eksperymentu (rys. 5.). Zestawienie sił w funkcji przemieszczenia stempla dla różnych wartości λ uzyskane z symulacji CEL pokazano na rys. 16.

Scattering of the punch force is characteristic for the explicit integration scheme. Results for the dense grid are comparable to the results of the experiment (Fig. 5). The plots of the punch force for various λ parameter are presented in Fig. 16.



Rys. 16. Zależności siła-przemieszczenie stempla dla różnych wartości λ ; w modelowanym procesie wyciskania kompozytu typu rdzeń twardy (Al) – powłoka miękka (Pb)

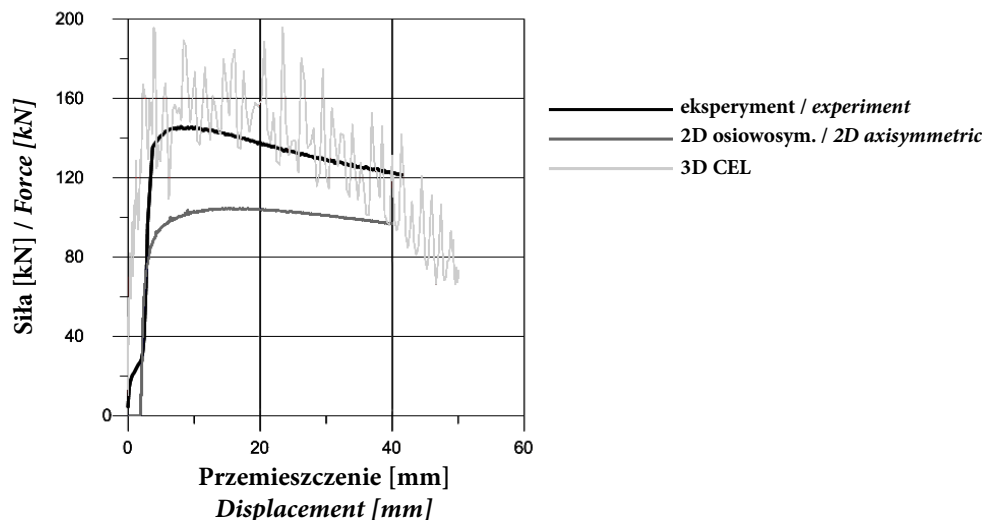
Fig. 16. Force – displacement curves for various λ ; in modeling of composite extrusion process hard core (Al) – soft sleeve (Pb)

Zastosowana procedura *dynamic explicit* jest warunkowo zbieżna. Stabilny przyrost czasu Δt_{kryt} (przyrost obciążenia) zależy od rozmiaru charakterystycznego najmniejszego elementu. Zmniejszanie rozmiaru elementów zwiększa rozmiar zadania, zmniejszając równocześnie Δt_{kryt} (np. 100 razy) co drastycznie wydłuża czas obliczeń. Powoduje to brak możliwości dowolnego zagęszczenia siatki. W dwóch rozpatrywanych przypadkach zagęszczenie siatki do 1 mm pozwoliło uzyskać wyniki porównywalne z wynikami doświadczalnymi (dla $\lambda = 3$ oraz $\lambda = 6$). Rozwiązanie dla $\lambda = 12$ wyraźnie różni się od krzywej z rys. 5, co może świadczyć o niewystarczająco gęstej siatce elementów skończonych zastosowanej w obliczeniach numerycznych – niewielki przekrój wyciskanego wyrobu wymaga zastosowania w tym przypadku jeszcze gęstszej siatki. Przyjęty model materiału sprężysto-plastycznego nie uwzględnia zniszczenia (osłabienia), co dodatkowo zwiększa wartości obliczanych sił w procesie.

Zależności siła-przemieszczenie stempla zarejestrowane w badaniach eksperymentalnych oraz uzyskane w symulacjach numerycznych dla podejść Lagrange’a oraz CEL dla $\lambda = 3$ pokazano na rys. 17.

Explicit dynamic procedure used in numerical computations is conditionally stable. The stable time increment Δt_{stable} (increase in load) depends on the size of the smallest element. Reduced element size increases the size of the task and at the same time reduces Δt_{stable} (e.g. 100 times) which drastically increases the computation time. In the two considered cases, the mesh consisting of 1 mm elements provides results comparable to the experimental measurements ($\lambda = 3$ and $\lambda = 6$). The solution for $\lambda = 12$ is clearly different from the curve in Fig. 5 which may suppose that the mesh density is not sufficient – a small cross-section of the extruded product requires the use of even denser grids. The applied model of the elastic-plastic material does not take into account the material damage (softening), which further increases the force calculated in the process.

The punch force-displacement relations registered in the experimental investigations as well as the results of numerical simulations obtained for the Lagrangian approach and CEL for $\lambda = 3$ are shown in Fig. 17.



Rys. 17. Zależność siła-przemieszczenie stempla;
wyciskanie kompozytu rdzeń twardy (Al) – powłoka miękka (Pb); $R_i/R_o = 0,28$, $\lambda = 3$

Fig. 17. Force – displacement curve;
extrusion of composite hard core (Al) – soft sleeve (Pb); $R_i/R_o = 0,28$, $\lambda = 3$

Zastosowanie podejścia Lagrange'a oraz CEL umożliwia zadowalające oszacowanie siły w procesie wyciskania kompozytów metalowych.

An application of both the Lagrangian and CEL approaches allows to estimate the force in the extrusion process of metal composites.

5. PODSUMOWANIE

W pracy przedstawiono symulacje procesu wyciskania kompozytów metalowych z wykorzystaniem metody Lagrange'a oraz sprzężonej analizy Eulera Lagrange'a (CEL). Głównym problemem obliczeń numerycznych są bardzo duże deformacje wsadowego materiału złożonego do wykonania wyrobu kompozytowego. W podejściu Lagrange'a uzyskanie zbieżności rozwiązania wymaga ciągłego generowania nowych siatek elementów skończonych. Wpływa to negatywnie na zbieżność obliczeń. Rozpatrywane zadanie rozwiązano jako problem osiowosymetryczny, dzięki czemu liczba stopni swobody nie była duża.

Podejście CEL nie wymagało generacji nowych siatek, ponieważ Eulerowska siatka elementów skończonych pozostawała nieruchoma, a przez nią przepływał materiał. Dzięki temu uwarunkowanie problemu nie zmieniało się w czasie analizy a proces rozwiązywania był stabilny. Niestety w programie Abaqus analizy CEL są ograniczone wyłącznie do problemów trójwymiarowych.

5. CONCLUSIONS

Numerical simulations of the extrusion of the metal composites using Lagrangian and coupled Eulerian-Lagrangian methods are presented in this paper. The main difficulty of numerical calculations are very large deformations of the processed material. The application of the Lagrangian approach requires continuous generation of new finite element meshes in order to achieve the convergence. Considered problem is solved as axisymmetric – the number of degrees of freedom is not very large, therefore.

CEL approach does not require new mesh generation because Eulerian mesh remains fixed and material flows through it. Thanks to this condition the solution process is stable. Unfortunately, Abaqus CEL analysis implementation is limited to the three-dimensional problem only, making necessary to use a large number of elements. To make the computations more efficient

miarowych, co powoduje konieczność zastosowania dużej ilości elementów i znacznie wydłuża czas obliczeń. Ze względu na symetrię problemu rozpatrywano jedynie jedną czwartą modelu fizycznego, zmniejszając w ten sposób liczbę stopni swobody.

Uzyskane numerycznie wyniki w postaci wykresów zależności siły w funkcji przemieszczenia stempla porównywano z rezultatami badań eksperymentalnych. Oszacowanie siły w procesie uzyskane za pomocą obydwu podejść jest porównywalne, jednak niedostatecznie dokładne, co nie jest łatwe dla analizowanego silnie nieliniowego problemu i jak pokazano, uzależnione od przyjętej gęstości siatki elementów skończonych. W przyszłości planuje się przeprowadzenie podobnych symulacji dla gęstych siatek oraz modeli materiałów uwzględniających zniszczenie (osłabienie odkształceniowe).

only one-quarter of the model is considered due to the symmetry of the problem.

The results of numerical simulations in terms of plots of the punch force versus the punch displacement are compared to data registered in the experimental investigations. Estimation of the punch force in both approaches is comparable, however insufficiently accurate. In the future research similar simulations are planned in which material models will take into account the damage (strain softening).

LITERATURA

- [1] Tokuno H., Ikeda K.: *Analysis of deformation in extrusion of composite rods*. *J. Mat. Proc. Tech.* nr 26 (1991), s. 323-335.
- [2] Śliwa R., Zasadziński J.: *Non-homogeneous plastic deformation of metal composites*. In: EUROMAT'91, Cambridge (1991), s. 158.
- [3] Śliwa R.: *Plastic deformation of metal composites in co-extrusion*. *Zeszyty Naukowe PRz* nr 32 (1992), Rzeszów.
- [4] Avitzur B.: *Handbook of Metal-Forming Processes*, New York 1983.
- [5] Ryzińska G., Nowotyńska I., Śliwa R.: *Niejednorodność plastycznego odkształcenia warstwowych materiałów złożonych w próbie ściskania*. *Rudy i Metale Nieżelazne* R. 49 nr 1 49 (2004), s. 17-22.
- [6] Ryzińska G., Śliwa R.: *Ductile fracture phenomenon during extrusion of bimetal rods*. *Archives of Metallurgy and Materials* nr 51 (2006), s. 109-118.
- [7] Ryzińska G., Śliwa R.: *The theoretical and experimental researches of Pb-Al composite materials extrusion*. *Metallurgy* nr 51 (2012), s. 293-297.
- [8] Kazanowski P., Epler M.E., Misiolek W.Z.: *Bi-metal Rod Extrusion – Process and Product Optimization*. *Mat. Sci. Eng. A* nr 369 (2004), s. 170-180.
- [9] Ryzińska G., Śliwa R.: *Zakres odkształcalności materiałów złożonych o strukturze rdzeń-powłoka z uwzględnieniem przewidywania efektu pęknięcia w teoretycznym modelowaniu*. *Rudy i Metale Nieżelazne* R. 53 nr 3 (2008), s. 150-158.
- [10] Flitta, I., Sheppard, T.: *Simulation of bridge die extrusion using the finite element method*. *Mater. Sci. Technol.* nr 18 (2002), s. 987-994.

REFERENCES

- [1] Tokuno H., Ikeda K.: *Analysis of deformation in extrusion of composite rods*. *J. Mat. Proc. Tech.* no. 26 (1991), pp. 323-335.
- [2] Śliwa R., Zasadziński J.: *Non-homogeneous plastic deformation of metal composites*. In: EUROMAT'91, Cambridge (1991), s. 158.
- [3] Śliwa R.: *Plastic deformation of metal composites in co-extrusion*. *Zeszyty Naukowe PRz* nr 32 (1992), Rzeszów.
- [4] Avitzur B.: *Handbook of Metal-Forming Processes*, New York 1983.
- [5] Ryzińska G., Nowotyńska I., Śliwa R.: *Niejednorodność plastycznego odkształcenia warstwowych materiałów złożonych w próbie ściskania*. *Ores and Non-Ferrous Metals* vol. 49 no. 1 (2004), pp. 17-22.
- [6] Ryzińska G., Śliwa R.: *Ductile fracture phenomenon during extrusion of bimetal rods*. *Archives of Metallurgy and Materials* no. 51 (2006), pp. 109-118.
- [7] Ryzińska G., Śliwa R.: *The theoretical and experimental researches of Pb-Al composite materials extrusion*. *Metallurgy* no. 51 (2012), pp. 293-297.
- [8] Kazanowski P., Epler M.E., Misiolek W.Z.: *Bi-metal Rod Extrusion – Process and Product Optimization*. *Mat. Sci. Eng. A* no. 369 (2004), pp. 170-180.
- [9] Ryzińska G., Śliwa R.: *Zakres odkształcalności materiałów złożonych o strukturze rdzeń-powłoka z uwzględnieniem przewidywania efektu pęknięcia w teoretycznym modelowaniu*. *Ores and Non-Ferrous Metals* vol. 53 no. 3 (2008), pp. 150-158.
- [10] Flitta, I., Sheppard, T.: *Simulation of bridge die extrusion using the finite element method*. *Mater. Sci. Technol.* no. 18 (2002), pp. 987-994.

- [11] Flitta, I., Sheppard, T.: *Nature of friction in extrusion process and its effect on material flow. Mater. Sci. Technol.* nr 19 (2003), s. 837–846.
- [12] Grasmo, G., Holthe, K., Střren, S., Valberg, H.: *Modeling of two-dimensional extrusion.* In: Proceedings of the Fifth International Aluminium Extrusion Technology Seminar, ET 1992, Chicago, USA, s. 367–376.
- [13] Benson D.J., Okazawa S.: *Contact in a multi-material Eulerian finite element formulation. Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* nr 193 (2004), s. 4277–4298.
- [14] Benson D.J.: *A mixture theory for contact in multi-material Eulerian formulations. Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* nr 140 (1997), s. 59–86.
- [15] Al-Athel K.S., Gadala M.S.: *Eulerian volume of solid (VOS) approach in solid mechanics and metal forming. Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* nr 200 (2011), s. 2145–2159.
- [16] Bathe K.J.: *Finite Element Procedures.* Upper Saddle River 1996.
- [17] Gouveia B.P.P.A., Rodrigues J.M.C, Martins P.A.F.: *Finite element modeling of cold forward extrusion using updated Lagrangian and combined Eulerian-Lagrangian formulations. J. Mat. Proc. Tech.* nr 80–81 (1998), s. 647–652.
- [18] Belytschko T., Liu K.W, Moran B.: *Non-linear Finite Element Analysis for Continua and Structures.* New York 2000.
- [19] Rodriguez-Ferran A., Perez-Foguet A., Huerta A.: *Arbitrary Lagrangian–Eulerian (ALE) formulation for hyperelastoplasticity. Int. J. Numer. Methods Eng.* nr 53 (2002), s. 1831–1851.
- [20] Armero F., Love E.: *An arbitrary Lagrangian–Eulerian finite element method for finite strain plasticity. Int. J. Numer. Methods Eng.* nr 57 (2003), s. 471–508.
- [11] Flitta, I., Sheppard, T.: *Nature of friction in extrusion process and its effect on material flow. Mater. Sci. Technol.* no. 19 (2003), pp. 837–846.
- [12] Grasmo, G., Holthe, K., Střren, S., Valberg, H.: *Modeling of two-dimensional extrusion.* In: Proceedings of the Fifth International Aluminium Extrusion Technology Seminar, ET 1992, Chicago, USA, pp. 367–376.
- [13] Benson D.J., Okazawa S.: *Contact in a multi-material Eulerian finite element formulation. Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* no. 193 (2004), pp. 4277–4298.
- [14] Benson D.J.: *A mixture theory for contact in multi-material Eulerian formulations. Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* nr 140 (1997), pp. 59–86.
- [15] Al-Athel K.S., Gadala M.S.: *Eulerian volume of solid (VOS) approach in solid mechanics and metal forming. Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* no. 200 (2011), pp. 2145–2159.
- [16] Bathe K.J.: *Finite Element Procedures.* Upper Saddle River 1996.
- [17] Gouveia B.P.P.A., Rodrigues J.M.C, Martins P.A.F.: *Finite element modeling of cold forward extrusion using updated Lagrangian and combined Eulerian-Lagrangian formulations. J. Mat. Proc. Tech.* no. 80–81 (1998), pp. 647–652.
- [18] Belytschko T., Liu K.W, Moran B.: *Non-linear Finite Element Analysis for Continua and Structures.* New York 2000.
- [19] Rodriguez-Ferran A., Perez-Foguet A., Huerta A.: *Arbitrary Lagrangian–Eulerian (ALE) formulation for hyperelastoplasticity. Int. J. Numer. Methods Eng.* no. 53 (2002), pp. 1831–1851.
- [20] Armero F., Love E.: *An arbitrary Lagrangian–Eulerian finite element method for finite strain plasticity. Int. J. Numer. Methods Eng.* no. 57 (2003), pp. 471–508.