

Edward RYDYGIER

Urząd m. st. Warszawy, ul. Kondratowicza 20, 00-983 Warszawa,
McLeod Institute of Simulation Sciences, Radom Satellite Center,
ul. Malczewskiego 29, 26-600 Radom
E-mail: erydygier@gmail.com

Zygmunt STRZYŻAKOWSKI

Uniwersytet Technologiczno-Humanistyczny im. Kazimierza Pułaskiego
w Radomiu, Wydział Transportu i Elektrotechniki,
McLeod Institute of Simulation Sciences, Radom Satellite Center,
ul. Malczewskiego 29, 26-600 Radom
E-mail: zstrz@data.pl

**Symulacje w modelowaniu
układu koło – szyna kolejowa**

1 Wstęp

Modelowanie matematyczne wspomaga badania doświadczalne przy ocenie skutków kontaktu koła pojazdu i szyny, gdyż często z przyczyn technicznych nie jest możliwe uzyskanie pełnego zestawu danych pomiarowych użytecznych w ocenie deformacji szyny powstałych w wyniku oddziaływania pojazdu szynowego [13]. Przedstawiony w pracy sposób modelowania zagadnienia kontaktowego koło – szyna polega na sprowadzeniu badanego układu do zagadnienia polowego i rozwiązaniu zadania identyfikacji źródeł pola w układzie 2-D. Pola fizyczne występujące w zagadnieniu kontaktowym zostały opisane niejednorodnymi cząstkowymi równaniami różniczkowymi drugiego rzędu (równanie Poissona). Do rozwiązania układu równań różniczkowych cząstkowych zastosowano efektywną metodę numeryczną, opracowaną przy użyciu narzędzi obliczeniowych wziętych z analizy kombinatorycznej [8]. Metodę tę przetestowano za pomocą symulacji komputerowych. Symulowano nie tylko różne rozkłady pól fizycznych, ale też za pomocą symulacji komputerowych dobierano parametry regularyzacyjne procedur aproksymacyjnych, które stabilizują wyniki obliczeń. Uzupelnienie metody o procedurę stabilizującą wyniki jest konieczne, gdyż zagadnienie identyfikacji stanowi problem odwrotny, zawierający się w klasie problemów niepoprawnie sformułowanych, dla których uzyskane rozwiązania mogą być niestabilne [14].

Do modelowania kontaktu koło – szyna zastosowano także inną metodę, skonstruowaną w oparciu o metody stosowane w badaniu obwodów elektrycznych, wykorzystujące koncepcję energii jednookresowej. W analizie w czasie rzeczywistym procesów energetycznych w obwodach elektrycznych w stanie okresowym niesinusoidalnym procesy energetyczne można badać na płaszczyźnie fazowej energii oraz oceniać je na podstawie zmian chwilowego napięcia i prądu, związanych z danym elementem obwodu w ciągu jednego okresu. Ten sposób obliczeń zaadaptowano do modelowania dynamiki kontaktu koło – szyna w przypadku działania siły normalnej, gdyż

w płaszczyźnie pionowej na szynę ze strony koła działa nieciągła pionowa siła nacisku. Badając procesy energetyczne na fazowej płaszczyźnie energii, energię jednookresową dla badanego przypadku kontaktu koło – szyna można opisać polem powierzchni ograniczonym pętlą o współrzędnych przemieszczenia pionowego i siły normalnej nacisku.

2 Metoda symulacyjna

Metoda Symulacyjna identyfikacji źródeł pola jest efektywną metodą numeryczną wykorzystującą narzędzia obliczeniowe wzięte z analizy kombinatorycznej. W konstrukcji metody zastosowano narzędzia obliczeniowe w postaci potęgowych wielomianów monicznych $T_n(q)$ i $P_n(q)$, a w procedurach programów komputerowych wykorzystano zmodyfikowane trójkąty liczbowe generujące wielomiany potęgowe [8]. Badany układ został opisany równaniem Poissona ze znanymi warunkami brzegowymi u i Γ na brzegu Γ badanego obszaru, ma postać [6]:

$$\frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial y^2} = f(x, y), \quad (1)$$

gdzie $x \in (0, l_x)$, $y \in (0, l_y)$, $u = u(x, y) \in R^2$ oznacza funkcję polową, $f = f(x, y) \in R^2$ – funkcję rozkładu źródeł (funkcję źródłową).

Zadanie identyfikacji źródeł pola w badanym układzie (1) polegało na wyznaczeniu funkcji rozkładu źródeł $f(x, y)$. W celu rozwiązania tego zadania sposobem numerycznym przybliżono ciągły opis układu modelem dyskretnym. Po zamianie zmiennych ciągłych na dyskretne, np. w przypadku prostokątnej siatki podziału badanego obszaru o wymiarach $l_x \times l_y$ według wzoru $x = ih$, $i = 0, 1, 2, \dots, M$, $y = jh$, $j = 0, 1, 2, \dots, N$, $M = l_x/h$, $N = l_y/h$, h – długość kroku dyskretyzacji, oraz przybliżeniu równania różniczkowego (1) równaniem różnicowym za pomocą schematu różnic skończonych uzyskano układ równań algebraicznych wiążących wartości funkcji polowej u i źródłowej f w węzłach siatki w następujący sposób [6]:

$$u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j} + u_{i,j+1} - 2u_{i,j} + u_{i,j-1} = h^2 f(i, j) = q_{i,j}, \quad i=1, 2, \dots, M, j=1, \dots, N, \quad (2)$$

gdzie: $u_{i,j} = u(i, j)$, $q_{i,j} = q(i, j)$.

Warunki brzegowe dla równania (2) przyjmują postać:

$$\begin{aligned} u(0, j) &= U_0(j), & u(M, j) &= U_M(j), & j &= 0, 1, \dots, N, \\ u(i, 0) &= U_0(i), & u(i, N) &= U_N(i), & i &= 0, 1, \dots, M. \end{aligned}$$

Dla modelu dyskretnego (2) rozwiązanie zagadnienia identyfikacji źródeł polega na wyznaczeniu wartości funkcji źródłowej $q(i, j)$ w węzłach siatki. Funkcja źródłowa aproksymowana dyskretnym rozkładem Fouriera ma postać

$$f_{m,n} = \sqrt{2} \sum_{k=1}^{N-1} F_m(k) \sin \frac{k\pi n}{N}, \quad f_{m,0} = f_{m,N} = 0, \quad m = 0, 1, 2, \dots, M, \quad (3)$$

gdzie n jest parametrem, $F(k)$ oznacza współczynniki rozkładu dla $k = 1, 2, \dots, N-1$.

Podobnie została rozwinięta funkcja polowa:

$$u_{m,n} = \sqrt{2} \sum_{k=1}^{N-1} U_m(k) \sin \frac{k\pi n}{N}, \quad u_{0,n} = u_{M,n} = 0, \quad n = 0, 1, \dots, N. \quad (4)$$

Równanie (2) zapisane przy użyciu współczynników rozkładu Fouriera przyjmuje następującą formę:

$$\frac{1}{h^2} \left[(U_{m+1}(k) - 2U_m(k) + U_{m-1}(k)) - (4 \sin^2 \frac{k\pi}{2N}) U_m(k) \right] = F_m(k), \quad m = 1, 2, \dots, M \quad (5)$$

z warunkami brzegowymi określonymi przez $U_0(k) = 0$ oraz wartości $U_M(k)$ wyznaczone z równości $u_{M,n} = 0, n = 1, \dots, N$.

Po podstawieniu wielomianu monicznego $P(q_k)$ dla $q_k = 4 \sin^2 \frac{k\pi}{2N}$ do (5) rozwiązanie problemu prostego przyjmuje formę:

$$U_m(k) = P_m(q_k) U_1(k) + \sum_{l=1}^{m-1} P_{m-l}(q_k) h^2 F_l(k), \quad m = 2, 3, \dots, M-1. \quad (6)$$

Wartości $U_1(k)$ w równaniu (6) można wyznaczyć z warunków brzegowych. Dla $N = M$ z układu $M-1$ równań można wyznaczyć zestaw współczynników $U_M(k), k = 1, 2, \dots, M-1$. Następnie przez podstawienie tych współczynników do równania (6) dla $m = M$ można otrzymać zestaw współczynników $U_1(k)$ dla $k = 1, 2, \dots, M-1$. Funkcję połową u można odtworzyć według formuły (4). Natomiast rozwiązanie problemu odwrotnego wyznaczenia funkcji źródłowej przyjmuje postać:

$$F_l(k) = \frac{U_{l+1}(k) - P_{l+1}(q_k) U_1(k) - \sum_{i=1}^{l-1} P_{l+1-i}(q_k) h^2 F_i(k)}{P_l(q_k) h^2}. \quad (7)$$

Funkcję źródłową f można odtworzyć według formuły (3). Ponieważ zagadnienie identyfikacji źródeł pola jest problemem odwrotnym, zatem jego rozwiązanie wymaga stabilizacji wyników obliczeń. Stabilność rozwiązania zapewnia odpowiednia procedura regularyzacyjna. W celu zapewnienia stabilizacji wyników Metoda Symulacyjna została uzupełniona przez specjalną numeryczną procedurę aproksymacyjną, opracowaną na podstawie metody odwrotnych odległości, używaną do wygładzania danych w układach 2-D, która stanowi rodzaj samoregularyzacji [14]. Opracowaną metodę numeryczną identyfikacji źródeł nazwano Metodą Symulacyjną, gdyż symulacje komputerowe miały istotny wkład w przetestowanie skuteczności, dokładności i stabilności nowej metody numerycznej dla różnych symulowanych funkcjami wzorcowymi pól fizycznych oraz przy weryfikacji z zastosowaniem danych pomiarowych. Ponadto symulacje komputerowe posłużyły do ulepszenia procedur przetwarzania danych pomiarowych oraz do testowania procedur regularyzacji i doboru współczynników regularyzacyjnych.

3 Identyfikacja źródeł w diagnostyce toru kolejowego

Metoda Symulacyjna może znaleźć zastosowanie w diagnostyce toru kolejowego w modelowaniu skrzywienia szyny kolejowej [9]. Skrzywienie szyny kolejowej jest zagadnieniem kontaktowym, gdyż źródłem siły powodującej skrzywienie szyn jest poruszający się po nich pojazd [7]. Za pomocą Metody Symulacyjnej można wyznaczyć

źródła pola naprężeń w przekroju poprzecznym szyny. Identyfikacja źródeł pola naprężeń szyny kolejowej wywołanych jej skręcaniem przy wymuszeniach siłowych została dokonana, przyjmując, że deformacje szyny podlegają prawu Hooke'a. Zagadnienie skręcania szyny dla układu 2-D można przedstawić za pomocą ekwiwalentnego równania o postaci [15]:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = F, \quad (8)$$

gdzie ψ – funkcja pomocnicza, $F = -\theta G$ oznacza stałą funkcję źródłową, θ – kąt skręcenia, czyli kąt obrotu na jednostkę długości, G – moduł sprężystości poprzecznej.

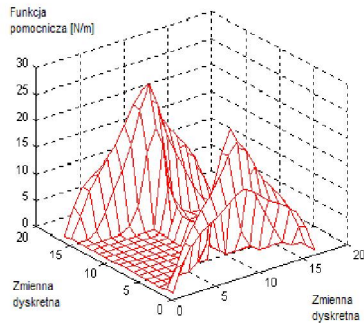
Badany obszar stanowi pole przekroju poprzecznego szyny, wartości funkcji ψ na brzegu obszaru D są zerowe, oś z usytuowana jest wzdłuż długości szyny. Zakładamy, że skręcaniu nie towarzyszy zmiana objętości, co oznacza, że powoduje ono deformację czystego ścinania. Dla tych warunków funkcja pomocnicza ψ jest zdefiniowana za pomocą składowych tensora naprężeń [3]:

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_{xy} = \sigma_{zz} = 0, \quad \sigma_{xz} = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad \sigma_{yz} = -\frac{\partial \psi}{\partial x}. \quad (9)$$

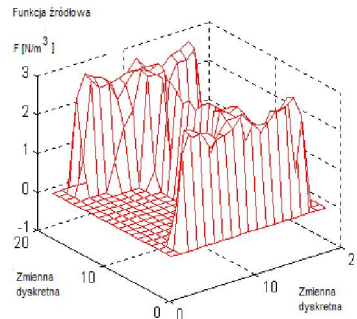
Między momentem sił M działającym na kraniec $z = l$ i funkcją pomocniczą ψ istnieje następujący związek

$$M = 2 \iint_D \psi dx dy. \quad (10)$$

W przypadku modelowania zagadnienia skręcania szyny kolejowej rozwiązanie problemu odwrotnego polegało na identyfikacji funkcji źródłowej F przy zadanych wartościach funkcji naprężeń ψ na krańcach obszaru pola przekroju poprzecznego szyny (przyjęto zerowe warunki brzegowe). Obliczenia wykonano za pomocą opracowanych programów komputerowych w języku MATLAB. Dane wejściowe przedstawione na rysunku 1 odpowiadają funkcji pomocniczej $\psi(x, y)$ związanej z kątem skręcenia na płaszczyźnie przekroju poprzecznego. Wyniki obliczeń funkcji źródłowej wykonanych Metodą Symulacyjną zostały przedstawione na rysunku 2.



Rys. 1. Funkcja pomocnicza ψ
Fig. 1. Auxiliary function ψ



Rys. 2. Funkcja źródłowa
Fig. 2. Sources' function

Wyznaczona przy użyciu metody symulacyjnej funkcja źródłowa przyjmuje wartość stałą w obszarze przekroju poprzecznego. Otrzymane wyniki są zgodne z opisem matematycznym z rozwiązaniem analitycznym problemu odwrotnego opisanego równaniem Poissona (8).

4 Obliczanie energii jednookresowej

W modelowaniu układu koło – szyna kolejowa może zostać wykorzystany sposób obliczeń z wykorzystaniem koncepcji energii jednookresowej. Pojęcie energii jednookresowej stosowane jest w analizie w czasie rzeczywistym procesów energetycznych w obwodach elektrycznych w stanie okresowym niesinusoidalnym. Procesy energetyczne można wówczas badać na płaszczyźnie fazowej energii oraz oceniać je na podstawie zmian chwilowego napięcia i prądu, związanych z danym elementem obwodu w ciągu jednego okresu. Przykładowo rozpatrując dwójnik dynamiczny działający w stanie okresowym niesinusoidalnym, dla którego sygnałem wymuszenia jest napięcie $v(t) = v(t + T)$, T – okres, a odpowiedzią prąd $i(t) = i(t + T)$, można energię oddaną przez źródło $v(t)$ do odbiornika w przedziale czasu $\Delta t = nT$, $n \in \mathbb{N}$, określić wyrażeniem [10]:

$$W(\Delta t) = nW_T, \quad (11)$$

gdzie W_T oznacza energię jednookresową, tzn. energię dostarczoną do odbiornika podczas jednego okresu wymuszenia i odpowiedzi.

W stanie okresowym niesinusoidalnym wyznaczenie energii pobranej ze źródła przez odbiornik w danym przedziale czasu $\Delta t = nT$ można sprowadzić do określenia energii uzyskanej w jednym okresie W_T , a następnie pomnożenia tej wartości przez n . Dla badanego zagadnienia [10]

$$W_T = \int_0^T v(t)i(t)dt = \int_0^T v(t) \frac{d}{dt} \left(\int_0^t i(\tau)d\tau \right) dt = \int_{q(0)}^{q(T)} v(t)dq(t) = \int_{\psi(0)}^{\psi(T)} i(t)d\psi(t), \quad (12)$$

gdzie $q(t) = \int i(t)dt$ oznacza ładunek, a $\psi(t) = \int v(t)dt$ – strumień magnetyczny źródła.

Z postaci wyrażenia (11) wynika, że energię jednookresową W_T pobraną przez odbiornik ze źródła określa pole powierzchni ograniczonej pętlą na fazowej płaszczyźnie energii o współrzędnych $(v(t), q(t))$ lub równoważnie $(\psi(t), i(t))$.

W przypadku gdy $v(t) = |V|\sqrt{2} \cos(\omega t)$ jest harmonicznym napięciem źródłowym, prąd jako odpowiedź w obwodzie można przedstawić w postaci $i(t) = |I|\sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi)$, gdzie φ oznacza argument impedancji dwójnika $Z = R + jX$, $|V|$ – wartość skuteczną napięcia, natomiast wartość skuteczną prądu $|I| = |V|/Z$. Gdy prąd chwilowy $i(t)$ zostanie przyjęty jako jedna ze współrzędnych fazowej płaszczyzny energii, wówczas strumień magnetyczny $\psi(t) = \int v(t)dt = \frac{|V|\sqrt{2}}{\omega} \sin(\omega t)$ powinien być drugą współrzędną tej płaszczyzny. W tym przypadku

$$W_T = \int_{\psi(0)}^{\psi(T)} i(t)d\psi(t). \quad (13)$$

Aby wyznaczyć wyrażenie określające pętlę energii jednoczesnej, należy uzależnić sygnał $i(t)$ od $\psi(t)$ przez wyeliminowanie zmiennej t , co można uzyskać przez podstawienie $\cos(\omega t) = \sqrt{1 - \left(\frac{\omega\psi(t)}{|V|\sqrt{2}}\right)^2}$, gdzie $\frac{\omega\psi(t)}{|V|\sqrt{2}} = \sin(\omega t)$, do wzoru na $i(t)$, co daje

$$x^2(t) + y^2(t) - 2x(t)y(t)\sin\varphi = \cos^2\varphi, \quad (14)$$

gdzie $x(t) = i(t)/|I|\sqrt{2}$, $y(t) = \omega\psi(t)/|V|\sqrt{2}$ nowe zmienne bezwymiarowe prądu i strumienia.

Wzór (14) wskazuje na to, że na płaszczyźnie $(x(t), y(t))$ pętla energii jednoczesnej przyjmuje postać elipsy. Przez obrót układu współrzędnych o kąt $\alpha = \pi/4$ otrzymujemy równanie elipsy we współrzędnych kanonicznych $(x'(t), y'(t))$, gdzie a, b oznaczają długości półosi:

$$\left(\frac{x'(t)}{a}\right)^2 + \left(\frac{y'(t)}{b}\right)^2 = 1, \quad a = \cos\varphi/\sqrt{1+\sin\varphi}, \quad b = \cos\varphi/\sqrt{1-\sin\varphi}.$$

Wracając do współrzędnych $(\psi(t), i(t))$, pętlę energii jednoczesnej zapisujemy równaniem:

$$\left(\frac{i(t)}{a}\right)^2 + \left(\frac{\psi(t)}{b}\right)^2 = 1, \quad a = \frac{|I|\sqrt{2}\cos\varphi}{\sqrt{1+\sin\varphi}}, \quad b = \frac{|V|\sqrt{2}\cos\varphi}{\omega\sqrt{1-\sin\varphi}}. \quad (15)$$

Energię jednoczesną można wyznaczyć jako pole powierzchni elipsy (14):

$$W_T = \pi ab = \frac{2\pi|V||I|\cos^2\varphi}{\omega\sqrt{1-\sin^2\varphi}} = T|V||I|\cos\varphi, \quad (16)$$

gdzie $T = 2\pi/\omega$ oznacza okres harmonicznego sygnału na wejściu dwójnika.

5 Energia jednoczesna w modelowaniu kontaktu koło – szyna

Rozpatrując kontakt koło – szyna, przyjęto, że na szynę ze strony koła działa pionowa siła nacisku, mająca charakter sygnału okresowego [11]:

$$F(t) = f(t + T), \quad (17)$$

gdzie okres T odpowiada przedziałowi czasu do przyjechania koła w następnym wagonie, $T = \Delta x/v$, v – prędkość wzdłuż toru.

W płaszczyźnie pionowej prostopadłej do toru kolejowego układ dynamiczny kontaktu tocznego można opisać następującym układem równań [4]:

$$m \frac{d^2 y_1}{dt^2} + b_1 \frac{d(y_1 - y_2)}{dt} + k_1(y_1 - y_2) = 0, \quad (18)$$

$$M \frac{d^2 y_2}{dt^2} + b_2 \frac{d(y_2 - y_1)}{dt} + k_2(y_2 - y_1) = F(t),$$

gdzie $y_1 = y_1(t)$, $y_2 = y_2(t)$, parametry m, b_1, k_1 związane są z podkładem, a M, b_2, k_2 z szyną.

Korzystając z koncepcji badania procesów energetycznych na fazowej płaszczyźnie energii stosowanej do analizy obwodów elektrycznych, energię jednoczesną

dla badanego przypadku badania skutków oddziaływania siły wertykalnej można w oparciu o wzór (11) przedstawić za pomocą następującej zależności [11]:

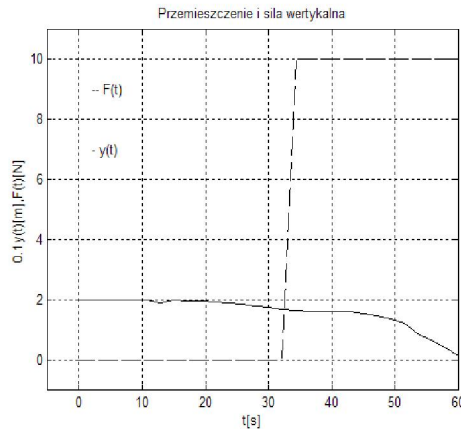
$$W_T = \int_0^T F w dt = \int_{y(0)}^{y(T)} F dy_2, \quad w = \frac{dy_2}{dt}. \quad (19)$$

Z postaci wyrażenia (19) wynika, że pole powierzchni ograniczonej pętlą na fazowej płaszczyźnie energii o współrzędnych $(y_2(t), F(t))$ określa energię W_T przekazaną w jednym okresie. Korzystając z analogii z opisem obwodu elektrycznego, siła $F(t)$ odpowiada wymuszeniu, czyli napięciu źródłowemu $v(t)$, a zmienna przemieszczenia $y(t)$ – chwilowemu ładunkowi $q(t)$ płynącemu w obwodzie.

Po przekształceniu układu różniczkowy drugiego rzędu dwóch zmiennych (18) w układ różniczkowy pierwszego rzędu czterech zmiennych za pomocą podstawienia [5]

$$\frac{dy_1}{dt} = y_3(t), \quad \frac{dy_2}{dt} = y_4(t), \quad (20)$$

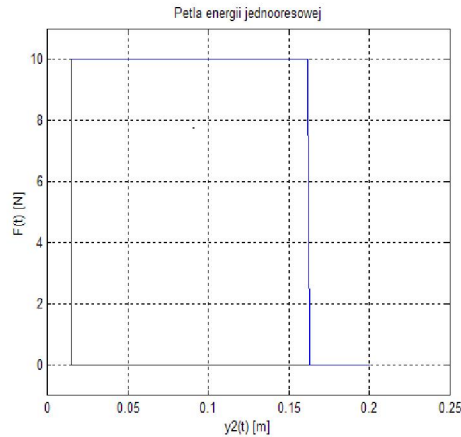
a następnie użyciu funkcji *ode23* z biblioteki MATLABA, do numerycznego rozwiązywania równań różniczkowych zwyczajnych wyznaczono czasowy przebieg przemieszczenia $y_2(t)$. Przebiegi czasowe przemieszczenia $y_2(t)$ oraz siły wertykalnej $F(t)$ w jednym okresie przedstawiono na rysunku 3.



Rys. 3. Przebiegi czasowe przemieszczenia i siły wertykalnej

Fig. 3. Plots of the displacement and vertical force over time

W układzie współrzędnych $(y_2(t), F(t))$ pętla energii jednookresowej przyjmuje postać przedstawioną na rysunku 4.



Rys. 4. Pętla energii jednookresowej

Fig. 4. One period power loop

Wykres pętli energii jednookresowej przedstawiony na rysunku 4 ma kształt prostokąta, co znacznie ułatwia obliczenie energii jednookresowej. Bezpośrednie obliczenie z przedstawionego wykresu ustala dla przyjętych danych $W_T = 1,616$ J.

6 Wnioski

W pracy wykazano, że zarówno metoda identyfikacji źródeł pola, jak i metoda wykorzystująca pojęcie energii jednookresowej są użyteczne w modelowaniu układu koło – szyna kolejowa. Metoda identyfikacji źródeł pola może służyć do badania skutków mechanicznych i cieplnych kontaktu koło – szyna [7, 11, 12]. Natomiast metoda wykorzystująca pojęcie energii jednookresowej, która jest stosowana w obliczeniach sieci i obwodów elektrycznych, może znaleźć zastosowanie w badaniu dynamiki układu pojazd szynowy – tor, szczególnie w badaniu procesów energetycznych kontaktu koło – szyna skutkujących zniszczeniami powierzchni tocznych kół i szyny [1, 2].

Literatura

1. Bogacz R., Frischmuth K.: Dynamical and evolutionary effects in vehicle – track interaction. *Mat. XV Warsztatów Nauk. PTSK nt. „Symulacja w badaniach i rozwoju”*, Zakopane, wrzesień 2008, pp. 31-37
2. Bogacz R., Świdorski Z.: Symulacja warunków eksploatacyjnych powodujących uszkodzenia powierzchni tocznych kół i szyn kolejowych. *Symulacja w badaniach i rozwoju* (kwartalnik PTSK) Vol. 1, No. 2/2010, pp.119-125
3. Dyląg Z., Jakubowicz A., Orłoś Z.: *Wytrzymałość materiałów*. PWN, Warszawa 2002
4. Kisilowski J.(red.): *Dynamika układu mechanicznego pojazd szynowy – tor*. PWN, 1991
5. Palczewski A.: *Równania różniczkowe zwyczajne*. WNT, Warszawa 2004.

6. Potter D.: *Computational physics*. Wiley, New York 1980
7. Rydygier E., Strzyżakowski Z.: Application of inverse problems modelling to design and utilize rail vehicles. *Proc. International Conference on Transport of the 21st Century*, Stare Jabłonki, September 2007, Vol. 2, pp. 169-174
8. Rydygier E., Strzyżakowski Z.: The Simulation Method used to solve engineering inverse problems. *Proc. 6th Vienna Intern. Conf. on Mathematical Modelling MATHMOD9*, Vienna, Feb. 2009, Vol. of Abstracts, Argesim Report No. 34, p. 451, Full Papers CD Volume, Argesim Report No. 35, Vienna University of Technology.
9. Rydygier E., Strzyżakowski Z.: Application of numerical methods of field sources identification to selected issues in rail vehicle – track system. *Prace Naukowe Politechniki Warszawskiej, Transport*, Z71, 2009
10. Rydygier E., Strzyżakowski Z.: Zastosowanie sposobów obliczeniowych używanych w elektrotechnice do modelowania wybranych zagadnień w układzie pojazd szynowy – tor. *Mat. XVII Warsztatów Naukowych PTSK nt. „Symulacja w badaniach i rozwoju”*, Krynica Zdrój, wrzesień 2010, str. 74-76, cały art. *W Symulacja w Badaniach i Rozwoju* (kwartalnik PTSK), Vol. 1, No. 4/2010, str. 379-389
11. Rydygier E., Strzyżakowski Z.: Modelowanie problemów odwrotnych w zagadnieniach transportu szynowego. *Proc. 15th International Conference on Computer Systems Aided Science, Industry and Transport – TRANSCOMP 2011*, Zakopane, Dec. 2011, cały artykuł *Logistyka* 6/2011, w dziale „Logistyka-nauka” (artykuły recenzowane) na płycie CD
12. Rydygier E., Strzyżakowski Z.: Modelowanie problemów odwrotnych w diagnostyce toru kolejowego, Streszczenie w *Mat. IX Konf. Naukowo-Technicznej nt. „Logistyka, systemy transportowe, bezpieczeństwo w transporcie – LogiTrans 2012”*, Szczyrk, kwiecień 2012, cały artykuł w *Logistyka* 3/2012, w dziale „Logistyka-nauka” (artykuły recenzowane) na płycie CD
13. Strzyżakowski Z.: *Modelowanie zagadnień dynamicznych w układach transportowych*. Wyd. Politechniki Radomskiej, Radom 2007
14. Tikhonov A. N., Goncharsky A. V., Stepanov V. V., Yagola A. G.: *Numerical Methods for the Solution of Ill-posed Problems*. Kluwer, 1995
15. Timoshenko S., Goodier J. N.: *Teoria sprężystości*. Wyd. „Arkady”, Warszawa 1962

Streszczenie

W pracy przedstawiono wybrane symulacyjne sposoby modelowania matematycznego układu koło – szyna użyteczne w diagnostyce toru kolejowego. Przedstawiono sposób modelowania zagadnienia kontaktowego polegający na sprowadzeniu badanego układu do zagadnienia polowego i identyfikacji źródeł pola w układzie 2-D jako zagadnienia odwrotnego. Do rozwiązania układu równań różniczkowych cząstkowych zastosowano efektywną metodę numeryczną, wykorzystującą narzędzia obliczeniowe opracowane przy użyciu pojęć analizy kombinatorycznej. Metodę tę przetestowano przy użyciu symulacji komputerowych, symulując nie tylko różne rozkłady pól fizycznych, ale wykorzystując także symulacje do doboru parametrów regularyzacyjnych procedury stabilizacyjnej. Przedstawiono także inną metodę, skonstruowaną w oparciu o metody stosowane w badaniu obwodów elektrycznych, wykorzystujące koncepcję energii

jednookresowej. Ten sposób obliczeń zaadaptowano do modelowania dynamiki kontaktu koło – szyna, przyjmując, że w płaszczyźnie pionowej na szynę w obszarze styku z kołem działa nieciągła siła nacisku, mająca charakter sygnału okresowego. Potwierdzono efektywność obliczeniową opracowanych metod modelowania w badaniu skutków mechanicznych i cieplnych kontaktu koło – szyna kolejowa oraz wykazano ich użyteczność w diagnostyce toru.

Computer simulations to model the wheel-rail system

Summary

The paper presents selected simulation methods for mathematical modelling of the wheel – rail useful in the diagnosis of railway track. For the first presented method the way of modelling consists in changing the contact problem on the problem of identification of sources of the field which is an inverse problem of 2-D system. To solve a system of partial differential equations it was used an efficient numerical method constructed with computational tools developed using the concepts from combinatorial analysis. This method was tested using computer simulations to simulate not only the different distributions of physical Fields but also to select the regularization parameter of stabilization procedure. The paper presents another method constructed on the basis of the one period energy methods used in the study of electrical circuits. This method of calculation was adapted to model the dynamics of the contact wheel – rail assuming that the vertical discontinuous force running on a rail within the contact area have the nature of a periodic signal. Effectiveness of computational modelling methods was confirmed on the basis of the study of the mechanical and thermal effects of contact wheel – rail and their usefulness in the diagnosis of the track was demonstrated.