Zeszyty Naukowe Wydziału Elektrotechniki i Automatyki Politechniki Gdańskiej Nr 59

L Międzyuczelniana Konferencja Metrologów

MKM 2018

Szczecin - Kopenhaga, 10-12 września 2018

doi: 10.32016/1.59.43

UOGÓLNIONY MODEL MATEMATYCZNY PRZETWORNIKÓW JEDNOCZESNYCH ZMIAN DWÓCH PARAMETRÓW DWÓJNIKÓW RC / GC O WYJŚCIU CZĘSTOTLIWOŚCIOWYM

Lesław TOPÓR-KAMIŃSKI[1]**, Janusz GUZIK**[2]**, Adam PILŚNIAK**[3]

1. Politechnika Śląska, Katedra Metrologii, Elektroniki i Automatyki
   tel.: 32 237 25 12, e-mail: leslaw.topor-kaminski@polsl.pl
2. Politechnika Śląska, Katedra Metrologii, Elektroniki i Automatyki
   tel.: 32 237 29 91, e-mail: janusz.guzik@polsl.pl
3. Politechnika Śląska, Katedra Metrologii, Elektroniki i Automatyki
   tel.: 32 237 26 54, e-mail: adam.pilsniak@polsl.pl

Streszczenie: W pracy przedstawiono uogólniony model matematyczny nowej klasy przetworników parametrów {(R;C), (C; $tg\delta=\omega RC$), (G;C); (C; $tg\delta=G/\omega C$)} (dwójników *RC* postaci $Z = R+1/j\omega C$ lub dwójników *GC* postaci $Y = G+j\omega C$) , pozwalających w oparciu o układ oscylatora kwadraturowego rzędu trzeciego (por. rysunek 1a,b) na jednoczesny pomiar tych dwóch parametrów, przy czym zmianom jednego z parametrów (C) odpowiadają zmiany wartości pulsacji ω sygnału wyjściowego przetwornika, natomiast zmianom wartości drugiego z parametrów (R, G, $tg\delta$) – odpowiednio – wzrost lub spadek wartości amplitudy U_1 i U_2 generowanych sygnałów. Wskazano przy tym na optymalne układy analizowanej klasy przetworników.

Słowa kluczowe: dwójnik typu *RC* / *GC*, przetwornik zmian parametrów impedancji – częstotliwość, oscylator kwadraturowy rzędu trzeciego, transkonduktancyjny wzmacniacz operacyjny (OTA).

1. WSTĘP

W literaturze (np. [1, 2]) opisanych jest wiele różnych metod pomiaru składowych impedancji Z dwójników *RC* postaci $Z = R+1/j\omega C$ lub admitancji Y dwójników *GC* postaci $Y = G+j\omega C$. Jedną z rozwijanych w ostatnim okresie klas przetworników są układy oparte o przetwarzanie parametrów impedancji - wybranych spośród par {(R;C), (C; $tg\delta=\omega RC$)} lub {(G;C); (C; $tg\delta=G/\omega C$)} - na częstotliwość, w których wykorzystywane są przeróżne konstrukcje oscylatorów [3]. Jednym z charakterystycznych, kluczowych kryteriów podziału takich przetworników jest między innymi rząd n równania charakterystycznego opisującego układ oscylatora [4, 5, 6, 7].

Dotychczas opracowywane przetworniki składowych impedancji na częstotliwość wykorzystywały zazwyczaj oscylatory rzędu n=2 i umożliwiały na ogół przetwarzanie tylko jednego parametru dwójników typu *RC* lub *GC* [3].

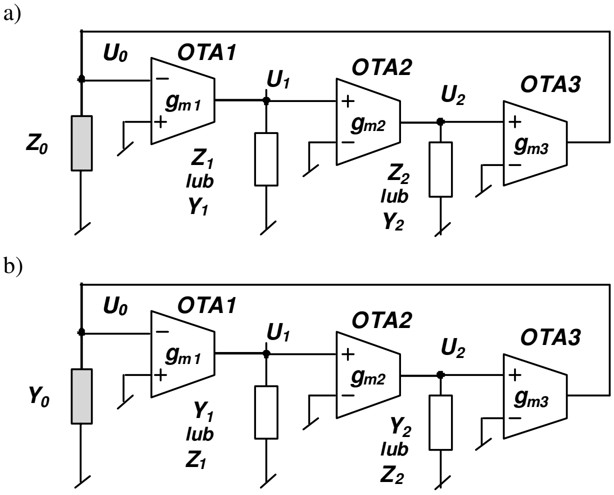
Z kolei zastosowanie oscylatorów rzędu trzeciego, tj. o n=3, pozwala na zarówno mniejszą zawartość wyższych harmonicznych w wytwarzanych oscylacjach [8], jak i na zasygnalizowaną w pracy [9] możliwość jednoczesnego pomiaru dwóch parametrów takich dwójników.

2. PODSTAWOWE ZALEŻNOŚCI

W dalszym ciągu w niniejszym artykule zaprezentowano opis uogólnionego modelu matematycznego analizowanej klasy przetworników do jednoczesnego pomiaru dwóch parametrów dwójników zarówno typu *RC* jak i *GC* - zilustrowanych odpowiednio na rys.1a,b.

a)

b)



Rys. 1. Przetwornik jednoczesnych zmian parametrów dwójników *RC* / *GC* postaci:{(R_0;C_0), (C_0;$tg\delta_0$)} (a) oraz {(G_0;C_0), (C_0;$tg\delta_0$)} (b)

Wykorzystano do tego celu układ oscylatora kwadraturowego rzędu n=3 z zastosowaniem 3 transkonduktancyjnych wzmacniaczy operacyjnych OTA1 – OTA3 [8, 9].

Pracę układu przetwornika według rysunku 1a,b opisuje równanie charakterystyczne rzędu n=3 postaci: $a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + a_3 s^3 = 0$, co pozwala na określenie zawartych w tabelach 1 i 2 wartości pulsacji oscylacji $\omega=\omega_G=\omega_0$ [8, 9]:

$$\omega_G = \sqrt{a_0 / a_2} \tag{1a}$$

i

$$\omega_0 = \sqrt{a_1/a_3} \quad . \tag{1b}$$

Tabela 1. Zestawienie wartości danych $\omega=\omega_G=\omega_0$ dla przetwornika parametrów dwójników *RC* wg rys.1a

$\omega = f(C_0) = \sqrt{\frac{g_{m1}g_{m2}g_{m3}(R_0C_0 + R_1C_1 + R_2C_2)}{C_0C_1C_2 + g_{m1}g_{m2}g_{m3}R_0C_0R_1C_1R_2C_2}}$	Z_0-Z_1-Z_2
$(R_1 = 0; R_2C_2 >> R_0C_0)$: $\omega = f(C_0) = \sqrt{\frac{g_{m1}g_{m2}g_{m3}R_2}{C_0C_1}}$	Wariant
$(R_2 = 0; R_1C_1 >> R_0C_0)$: $\omega = f(C_0) = \sqrt{\frac{g_{m1}g_{m2}g_{m3}R_1}{C_0C_2}}$	
$\omega = f(C_0) = \sqrt{\frac{g_{m1}g_{m2}g_{m3}(R_0C_0 + R_2C_2)}{C_0C_1C_2}}$	Z_0-Y_1-Z_2
$R_2C_2 >> R_0C_0$: $\omega = f(C_0) = \sqrt{\frac{g_{m1}g_{m2}g_{m3}R_2}{C_0C_1}}$	Wariant
$\omega = f(C_0) = \sqrt{\frac{g_{m1}g_{m2}g_{m3}(R_0C_0 + R_1C_1)}{C_0C_1C_2}}$	Z_0-Z_1-Y_2
$R_1C_1 >> R_0C_0$: $\omega = f(C_0) = \sqrt{\frac{g_{m1}g_{m2}g_{m3}R_1}{C_0C_2}}$	Wariant
$\omega = f(C_0) = \sqrt{\frac{g_{m1}g_{m2}g_{m3}}{G_1C_0C_2 + G_2C_0C_1}}$	Z_0-Y_1-Y_2
$G_1 = 0$: $\omega = f(C_0) = \sqrt{\frac{g_{m1}g_{m2}g_{m3}}{G_2C_0C_1}}$	Wariant
$G_2 = 0$: $\omega = f(C_0) = \sqrt{\frac{g_{m1}g_{m2}g_{m3}}{G_1C_0C_2}}$	

Sygnałami wyjściowymi przetworników wg rysunku 1a,b są tutaj napięcia U_1 oraz U_2, przy czym występuje dla nich cecha typowa dla oscylatorów kwadraturowych, tj. przesunięcie fazowe tych napięć względem siebie o kąt $\pi/2$ [4, 5, 6, 7].

W cytowanych już pracach [8,9] pokazano, że dla relacji $\omega=\omega_G=\omega_0$ mamy do czynienia z sygnałami sinusoidalnymi U_1 lub U_2 o jednakowej amplitudzie, co można względnie łatwo stwierdzić doświadczalnie oscyloskopem dwukanałowym metodą krzywych Lissajoux [1, 2]. Ma to miejsce wtedy, gdy [9]:

Tabela 2. Zestawienie wartości danych $\omega=\omega_G=\omega_0$ dla przetwornika parametrów dwójników *GC* wg rys.1b

Y_0-Y_1-Y_2	$\omega = f(C_0) = \sqrt{\frac{g_{m1}g_{m2}g_{m3}}{G_0C_1C_2 + G_2C_0C_1 + G_1C_0C_2}}$
Wariant	$(G_1 = 0; G_2C_0 >> G_0C_2)$: $\omega = f(C_0) = \sqrt{\frac{g_{m1}g_{m2}g_{m3}}{G_2C_0C_1}}$
	$(G_2 = 0; G_1C_0 >> G_0C_1)$: $\omega = f(C_0) = \sqrt{\frac{g_{m1}g_{m2}g_{m3}}{G_1C_0C_2}}$
Y_0-Z_1-Y_2	$\omega = f(C_0) = \sqrt{\frac{G_0G_2C_1 + g_{m1}g_{m2}g_{m3}R_1C_1}{C_0C_1C_2}}$
Wariant	$G_2 = 0$: $\omega = f(C_0) = \sqrt{\frac{g_{m1}g_{m2}g_{m3}R_1}{C_0C_2}}$
Y_0-Y_1-Z_2	$\omega = f(C_0) = \sqrt{\frac{G_0G_1C_2 + g_{m1}g_{m2}g_{m3}R_2C_2}{C_0C_1C_2}}$
Wariant	$G_1 = 0$: $\omega = f(C_0) = \sqrt{\frac{g_{m1}g_{m2}g_{m3}R_2}{C_0C_1}}$
Y_0-Z_1-Z_2	$\omega = f(C_0) = \sqrt{\frac{g_{m1}g_{m2}g_{m3}(R_1C_1 + R_2C_2)}{C_0C_1C_2}}$
Wariant	$R_1 = 0$: $\omega = f(C_0) = \sqrt{\frac{g_{m1}g_{m2}g_{m3}R_2}{C_0C_1}}$
	$R_2 = 0$: $\omega = f(C_0) = \sqrt{\frac{g_{m1}g_{m2}g_{m3}R_1}{C_0C_2}}$

$$\frac{a_0}{a_2} = \frac{a_1}{a_3} \,. \tag{2}$$

Warto podkreślić, że brak spełnienia warunku (2) prowadzi wprost do powstania łatwo stwierdzalnych tłumionych lub narastających oscylacji o wartości pulsacji ω. W dalszym ciągu w tabelach 3 i 4 zestawiono szczegółowe postacie warunku (2).

3. WYBÓR OPTYMALNEJ POSTACI RÓWNAŃ PRZETWARZANIA UOGÓLNIONEGO MODELU ANALIZOWANEJ KLASY PRZETWORNIKÓW PARAMETRÓW DWÓJNIKÓW RC / GC

Równania przetwarzania dla uogólnionego modelu przetworników parametrów dwójników *RC* / *GC* według rysunku 1a,b są tutaj następujące. Wartość składowej biernej C_0 przetwarzana jest wprost na częstotliwość (tu: pulsację $\omega=\omega_G=\omega_0$), zgodnie z wzorami zawartymi w tabelach 1 i 2 typu $\omega = f(C_0) = k/\sqrt{C_0}$, gdzie k jest pewną stałą.

Tabela 3. Zestawienie szczegółowych postaci warunku (2) dla przetwornika parametrów dwójników *RC* wg rys.1a

Z_0-Z_1-Z_2	$\frac{1}{R_0C_0(R_1C_1+R_2C_2)+R_1C_1R_2C_2}=$ $=\frac{g_{m1}g_{m2}g_{m3}(R_0C_0+R_1C_1+R_2C_2)}{C_0C_1C_2+g_{m1}g_{m2}g_{m3}R_0C_0R_1C_1R_2C_2}$
Wariant	$(R_1=0; R_2C_2>>R_0C_0)$: $R_0=\frac{C_1}{R_2^2C_2g_{m1}g_{m2}g_{m3}}=g(C_2)$; $tg\delta_0=\frac{1}{\omega R_2C_2}=\frac{1}{tg\delta_2}=h(C_2)$
	$(R_2=0; R_1C_1>>R_0C_0)$: $R_0=\frac{C_2}{R_1^2C_1g_{m1}g_{m2}g_{m3}}=g(C_1)$; $tg\delta_0=\frac{1}{\omega R_1C_1}=\frac{1}{tg\delta_1}=h(C_1)$
Z_0-Y_1-Z_2	$\frac{1}{G_1C_0C_2+g_{m1}g_{m2}g_{m3}R_0C_0R_2C_2}=\frac{R_0C_0+R_2C_2}{C_0C_1C_2}$
Wariant	$R_2C_2>>R_0C_0$: $R_0=\frac{C_1-R_2G_1C_2}{R_2^2C_2g_{m1}g_{m2}g_{m3}}=g(C_2)$; $tg\delta_0=\frac{1}{tg\delta_2}\frac{C_1-R_2G_1C_2}{C_1}=h(C_2)$
Z_0-Z_1-Y_2	$\frac{1}{G_2C_0C_1+g_{m1}g_{m2}g_{m3}R_0C_0R_1C_1}=\frac{R_0C_0+R_1C_1}{C_0C_1C_2}$
Wariant	$R_1C_1>>R_0C_0$: $R_0=\frac{C_2-R_1G_2C_1}{R_1^2C_1g_{m1}g_{m2}g_{m3}}=g(C_1)$; $tg\delta_0=\frac{1}{tg\delta_1}\frac{C_2-R_1G_2C_1}{C_2}=h(C_1)$
Z_0-Y_1-Y_2	$\frac{g_{m1}g_{m2}g_{m3}}{G_1C_0C_2+G_2C_0C_1}=\frac{G_1G_2C_0+g_{m1}g_{m2}g_{m3}R_0C_0}{C_0C_1C_2}$
Wariant	$G_1=0$: $R_0=\frac{C_2}{G_2C_0}$; $tg\delta_0=\frac{\omega C_2}{G_2}=\frac{1}{tg\delta_2}=h(C_2)$
	$G_2=0$: $R_0=\frac{C_1}{G_1C_0}$; $tg\delta_0=\frac{\omega C_1}{G_1}=\frac{1}{tg\delta_1}=h(C_1)$

Tabela 4. Zestawienie szczegółowych postaci warunku (2) dla przetwornika parametrów dwójników G*C* wg rys.1b

Y_0-Y_1-Y_2	$\frac{g_{m1}g_{m2}g_{m3}}{G_0C_1C_2+G_2C_0C_1+G_1C_0C_2}=$ $=\frac{G_0G_1C_2+G_0G_2C_1+G_1G_2C_0}{C_0C_1C_2}$
Wariant	$(G_1=0; G_2C_0>>G_0C_2)$: $G_0=\frac{g_{m1}g_{m2}g_{m3}C_2}{G_2^2C_1}=g(C_2)$; $tg\delta_0=\frac{\omega C_2}{G_2}=\frac{1}{tg\delta_2}=h(C_2)$
	$(G_2=0; G_1C_0>>G_0C_1)$: $G_0=\frac{g_{m1}g_{m2}g_{m3}C_1}{G_1^2C_2}=g(C_1)$; $g\delta_0=\frac{\omega C_1}{G_1}=\frac{1}{tg\delta_1}=h(C_1)$
Y_0-Z_1-Y_2	$\frac{g_{m1}g_{m2}g_{m3}}{G_0C_1C_2+G_2C_0C_1}=\frac{G_0G_2C_1+g_{m1}g_{m2}g_{m3}R_1C_1}{C_0C_1C_2}$
Wariant	$G_2=0$: $G_0=\frac{C_0}{R_1C_1}$; $tg\delta_0=\frac{1}{\omega R_1C_1}=\frac{1}{tg\delta_1}=h(C_1)$
Y_0-Y_1-Z_2	$\frac{g_{m1}g_{m2}g_{m3}}{G_0C_1C_2+G_1C_0C_2}=\frac{G_0G_1C_2+g_{m1}g_{m2}g_{m3}R_2C_2}{C_0C_1C_2}$
Wariant	$G_1=0$: $G_0=\frac{C_0}{R_2C_2}$; $tg\delta_0=\frac{1}{\omega R_2C_2}=\frac{1}{tg\delta_2}=h(C_2)$
Y_0-Z_1-Z_2	$\frac{1}{G_0C_1C_2+R_1R_2C_1C_2g_{m1}g_{m2}g_{m3}}=\frac{R_1C_1+R_2C_2}{C_0C_1C_2}$
Wariant	$R_1=0$: $G_0=\frac{C_0}{R_2C_2}$; $tg\delta_0=\frac{1}{\omega R_2C_2}=\frac{1}{tg\delta_2}=h(C_2)$
	$R_2=0$: $G_0=\frac{C_0}{R_1C_1}$; $tg\delta_0=\frac{1}{\omega R_1C_1}=\frac{1}{tg\delta_1}=h(C_1)$

Wartość składowej czynnej R_0 lub G_0 lub współczynnika strat dielektrycznych $tg\delta_0=\omega R_0C_0$ oraz $tg\delta_0=G_0/\omega C_0$ wyznaczana jest z równości amplitud sygnału U_1 i U_2, tj. warunku (2) (por. tabele 3 i 4).

Innymi słowy oznacza to, że w strukturach uogólnionego modelu przetworników będą występowały dodatkowe elementy nastawne ζ, pozwalające na uzyskanie relacji: $U_1 = U_2$. Zatem matematycznym warunkiem wyboru elementów nastawnych ζ, jest dla par funkcji:

$$\left.\begin{aligned}\omega &= f(C_0)\\ R_0 \text{ lub } G_0 &= g(\zeta)\end{aligned}\right\}. \tag{3a}$$

$$\left.\begin{aligned}\omega &= f(C_0)\\ tg\delta_0 &= h(\zeta)\end{aligned}\right\}. \tag{3b}$$

jest kryterium (i), by $\partial f/\partial\zeta=0$, $\partial g/\partial C_0=0$ i $\partial h/\partial C_0=0$. Odpowiada to wyborowi nastaw uwidocznionych po prawej stronie kolumn tabel 3 i 4 (brak zaznaczenia symbolizuje niespełnienie tego kryterium). Możliwości pomiaru parametrów określonych układem (3a) nie posiadają natomiast układy przetworników oznaczone symbolami: Z_0-Y_1-Y_2, Y_0-Z_1-Y_2, Y_0-Y_1-Z_2, *i* Y_0-Z_1-Z_2..

Kryterium (ii) dotyczy z kolei wyboru układu o jak najmniejszej liczbie wielkości wpływowych występujących w równaniach przetwarzania (3a) -(3b). Wtedy to z uwagi na złożoność równań przetwarzania, porównywalne są układy Z_0-Z_1-Z_2, Y_0-Y_1-Y_2, natomiast zdecydowanie należy wykluczyć układy oznaczone symbolami: Z_0-Y_1-Z_2 oraz Z_0-Z_1-Y_2.

Trzecim kryterium (iii) jest maksymalizacja czułości przetwarzania przez przetwornik parametru C_0, tj. $k \to \max$.

I tutaj (por. tablice 1 i 2) właściwości wszystkich układów są pod tym względem porównywalne.

4. WNIOSKI KOŃCOWE

Ważną zaletą przyjętej realizacji przetworników według rysunku 1a,b jest możliwość pomiaru w tym samym czasie 2 składowych impedancji pasywnego dwójnika typu RC,/GC postaci: $\{(R_0,C_0),(G_0,C_0),(C_0,tg\delta_0)\}$ przy czym jeden z tych parametrów jest przetwarzany wprost na częstotliwość (pulsację ω – por. tablice 1 i 2), natomiast drugi parametr wyznaczany jest na podstawie warunku (2) przy stałości amplitud sygnałów sinusoidalnych U_1 lub U_2.

Wtedy to koniecznym jest jednak wskazanie elementu nastawnego ζ (tu: C_1 lub C_2 – por. tablice 3 i 4).

Omawiane układy przetworników można przy tym łatwo zautomatyzować i przystosować np. do pomiarów różnicowych, wykorzystując zalety tego typu pomiaru [1,2].

Reasumując – optymalnymi przetwornikami do pomiaru składowych $(R_0,C_0),(G_0,C_0)$ są układy Z_0-Z_1-Z_2, Y_0-Y_1-Y_2, natomiast do przetwarzania parametrów $(C_0,tg\delta_0)$ – odpowiednio – układy Y_0-Z_1-Y_2, Y_0-Y_1-Z_2, Y_0-Z_1-Z_2. W tym ostatnim przypadku dodatkową zaletą jest mało krytyczny dobór nastaw wartości $tg\delta_{1,2} = 1/tg\delta_0$.

5. BIBLIOGRAFIA

1. Szadkowski B.: Synteza metod pomiaru immitancji, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Elektryka, Nr 93 (802), Gliwice 1984.
2. Tumański S.: Principles of electrical measurement, CRC Press, Taylor & Francis Group, New York, London 2006.
3. Rybin Y. K.: Measuring signal generators, Springer International Publishing AG Switzerland, Zürich 2014.
4. Ahmed M. T., Khan I. A., Minhaj N.: On transconductance – C quadrature oscillators, International Journal of Electronics, Issue 2, Vol. 83, 1997, s. 201-208.
5. Chaturvedi B., Maheshwari S.: Third order quadrature oscillator circuit with current and voltage outputs, ISRN Electronics, Article ID:385062, 2013, s. 1-8.
6. Pandey R. et. al.: OTRA based voltage mode third order quadrature oscillator, ISRN Electronics, Article ID:126471, 2014, s. 1-5.
7. Pandey N., Pandey R.: Approach for third order quadrature oscillator realisation, IET Circuits, Devices and Systems, Issue 3, Vol.9, 2015, s.161-171.
8. Topór-Kamiński L.: Wielozaciskowe wzmacniacze operacyjne w układach oscylacyjnych, Wydawnictwo Pomiary, Automatyka, Kontrola, Warszawa 2008.
9. Topór-Kamiński L., Guzik J., Pilśniak A.: Struktury przetworników jednoczesnych zmian dwóch parametrów dwójników RC o wyjściu częstotliwościowym, Zeszyty Naukowe Wydziału Elektrotechniki i Automatyki PG, Nr 54, Gdańsk 2017, s. 225-228.

GENERALIZED MODEL OF SIMULTANEOUS TWO PARAMETER CHANGES OF TWO-PORT RC / GC NETWORK CONVERTER WITH FREQUENCY OUTPUT

In the paper the generalized model of simultaneous new two parameter $\{(R;C), (C; tg\delta=\omega RC), (G;C); (C; tg\delta=G/\omega C)\}$ changes (of two-port *RC* given in form $Z = R+1/j\omega C$ or *GC* network given in form $Y = G+j\omega C$) converter with frequency output is presented. The converter is based on third order quadrature oscillator (see Fig.1a,b) where one of the measuring two-port parameter (C) is converted into frequency ω , however second parameter changes (R, G, $tg\delta$) – suitably converted – to the growth or the fall of amplitude value U_1 or U_2 of generated signals. The advantages of proposed optimal converter realization variant circuits were indicated

Keywords: impedance component changes-to-frequency converter, quadrature oscillator, transconductance amplifier (OTA).