

Marcin KLIMEK
Państwowa Szkoła Wyższa w Białej Podlaskiej
Zakład Informatyki
m.klimek@dydaktyka.pswbp.pl

FINANSOWA OPTYMALIZACJA DLA PROBLEMU HARMONOGRAMOWANIA WIELOETAPOWEGO PROJEKTU

Streszczenie. Artykuł przedstawia problem harmonogramowania projektu z ograniczonymi zasobami z maksymalizacją zdyskontowanych przepływów pieniężnych z perspektywy wykonawcy. Jako przepływy finansowe związane z projektem rozpatrywane są wydatki wykonawcy związane z wykonywaniem zadań i płatności klienta (wpływy dla wykonawcy) po zrealizowaniu umownych etapów prac. Do rozwiązania zagadnienia proponowane jest użycie zmodyfikowanej techniki justyfikacji uwzględniającej kamienie milowe projektu.

Słowa kluczowe: harmonogramowanie projektu z ograniczonymi zasobami, maksymalizacja zdyskontowanych przepływów pieniężnych, justyfikacja, kamienie milowe

FINANCIAL OPTIMISATION FOR THE MULTI-STAGE PROJECT SCHEDULING PROBLEM

Abstract. The article presents the resource-constrained project scheduling problem with the maximisation of discounted cash flows from the contractor's perspective. As the project's cash flows contractor expenses (outflows) related to the execution of activities and client payments (inflows for contractor) for completed stages of the project are considered. To solve the problem, the proposed is modified justification technique taking into account milestones of the project.

Keywords: resource-constrained project scheduling problem, discounted cash flow maximisation, justification, milestones

1. Wprowadzenie

Jednym z ważnych zagadnień praktycznych jest problem harmonogramowania zadań, określania czasów ich rozpoczęcia oraz przydziału zasobów (maszyn, pracowników) do ich realizacji przy przyjętych kryteriach optymalizacyjnych (czasowych, finansowych). Na podstawie ustalonego harmonogramu tworzone są zamówienia materiałów niezbędnych do wykonywania prac, przygotowywane są środki pieniężne na realizację czynności itp.

W pracy analizowany jest klasyczny problem harmonogramowania projektu z ograniczonymi zasobami RCPSP (ang. *Resource-Constrained Project Scheduling Problem*). Jest to jeden z najczęściej podejmowanych problemów badawczych z zakresu badań operacyjnych. Omówienie stosowanych modeli można znaleźć w pracach przeglądowych¹. Jako kryteria optymalizacji najczęściej analizowane są kryteria czasowe, tj. minimalizacja czasu trwania projektu (ang. *makespan*), lub kryteria finansowe, tj. maksymalizacja zdyskontowanych przepływów pieniężnych (problem RCPSP-DC – *RCPSP with Discounted Cash flows*).

Przy harmonogramowaniu projektu w praktyce istotne są analiza skutków finansowych, uwzględnienie wszystkich przepływów pieniężnych związanych z realizowanym przedsięwzięciem, które w większości badań podlegają dyskontowaniu, tzn. obliczana jest ich aktualna wartość NPV (ang. *Net Present Value*) przy przyjętej stopie dyskontowej. Rozpatrywane są m.in. problemy harmonogramowania płatności projektowych PPS (ang. *Payment Project Scheduling*)² z perspektywy wykonawcy i/lub klienta (zleceniodawcy) – różne modele rozliczeń między klientem a wykonawcą, w których ustalane są np. całkowita kwota płatności klienta za wykonanie projektu, liczba transz, terminy i kwoty poszczególnych płatności itp.

W tej pracy rozważane jest zagadnienie PPS z punktu widzenia wykonawcy przedsięwzięcia. Dla tego problemu wśród przepływów pieniężnych analizowane są przepływy dodatnie (ang. *cash inflows*), np. wydatki wykonawcy związane z realizacją zadań przy wykorzystywaniu zasobów, oraz przepływy ujemne (ang. *cash outflows*), np. płatności klienta na rzecz wykonawcy za zrealizowany projekt lub jego etapy. Klient może płacić jednorazowo po zakończeniu projektu (model *Lump-Sum Payment*) lub wielokrotnie: po wystąpieniu określonych zdarzeń (model *Payments at Event Occurrences*), tj. ukończeniu etapu projektu lub zakończeniu czynności (model *Payments at Activities' Completion times*), lub w stałych odstępach czasowych (model *Equal Time Intervals*, model *Progress Payments*).

¹ Brucker P., Drexl A., Mohring R., Neumann K., Pesch E.: Resource-constrained project scheduling: Notation, classification, models and methods. „European Journal of Operational Research”, Vol. 112(1), p. 3-41; Hartmann S., Briskorn D.: A Survey of Variants and Extensions of the Resource-Constrained Project Scheduling Problem. „European Journal of Operational Research”, Vol. 207(1), 2012, p. 1-14; Józefowska J., Węglarz J. (eds.): Perspectives in modern project scheduling. Springer, Berlin 2006.

² Dayanand N., Padman R.: Project contracts and payment schedules: The client's problem. „Management Science”, Vol. 47, 2001, p. 1654-1667; Mika M., Waligóra G., Węglarz J.: Simulated annealing and tabu search for multi-mode resource-constrained project scheduling with positive discounted cash flows and different payment models. „European Journal of Operational Research”, Vol. 164(3), 2005, p. 639-668; Ulusoy G., Sivrikaya-Serifoglu F., Sahin S.: Four Payment Models for the Multi-Mode Resource Constrained Project Scheduling Problem with Discounted Cash Flows. „Annals of Operations Research”, Vol. 102, 2001, p. 237-261.

Przy rozliczeniach projektu stosowany jest również system kar i nagród³. Kary wyznaczone są za przekroczenie umownego terminu realizacji projektu (etapu), nagrody za wcześniejsze ukończenie projektu (etapu) itp. Definiowane są dokładne terminy zakończenia projektu (etapu) lub okna czasowe, w których ukończenie projektu (etapu) nie jest ani nagradzane, ani karane. System kar i nagród ma zmobilizować wykonawcę do jak najszybszej realizacji zadań.

W tej pracy proponowany jest model maksymalizacji przepływów pieniężnych związanych z projektem z perspektywy wykonawcy, z etapowymi rozliczeniami, w którym klienci ustalają z wykonawcą umowne etapy prac (kamienie milowe) z terminami ich realizacji oraz kwotami płatności za ukończenie prac etapowych. W przypadku opóźnionego końca umownych etapów stosowane są kary zmniejszające etapowe płatności klienta. Korzyść z etapowego systemu rozliczeń dla wykonawcy to możliwość otrzymywania wcześniejszych płatności za wykonane prace, które można przeznaczyć na bieżącą działalność (realizację nowych czynności, zakup materiałów itp.).

Model rozliczeń ze zdefiniowanymi kamieniami milowymi może być przydatny w praktyce. Przy realizacji projektów stosowana jest technika kamieni milowych, która jest istotnym elementem planowania prac. Jest wykorzystywana do określania stopnia realizacji projektu na poszczególnych jego etapach (koniec etapu to kamień milowy)⁴. Kamieniami milowymi są „punkty koordynacyjne i kontrolne, mające szczególne znaczenie ze względu na: wagę częściowych rezultatów projektu dla rezultatów jego następnych etapów i kroków oraz dla rezultatu końcowego (tzw. odbiór końcowy)”⁵. Liczba kamieni milowych zależy od specyfiki przedsięwzięcia, ale powinna być niewielka, aby podkreślić ich wyjątkowość. Systemy komputerowe wspierające harmonogramowanie projektu, tj. Microsoft Project, udostępniają możliwość stosowania techniki kamieni milowych, która ułatwia zarządzanie przedsięwzięciem, zwiększając możliwości kontroli przebiegu i terminowości jego wykonania. System kamieni milowych można wykorzystać przy finansowym rozliczaniu się z klientem.

W badaniach dotyczących RCPSP zagadnienie z etapowym rozliczeniem prac projektu, poza pracami autora, w tej postaci nie było rozpatrywane. Przepływy pieniężne przypisane etapom projektu są rozważane w przypadku planowania projektu z wieloma sposobami wykonywania zadań MMRCPSP (ang. *Multi-Mode* RCPSP). W tej pracy analizowany jest problem harmonogramowania projektu z ograniczoną dostępnością zasobów RCPSP ze zdefiniowanymi umownymi etapami projektu z jednym sposobem wykonania czynności (ang. *Single-Mode* RCPSP), w którym funkcją celu jest maksymalizacja sumy zdyskontowanych przepływów pieniężnych: z płatnościami klienta za ukończone etapy projektu, z karami za ich nieterminową realizację oraz z wydatkami wykonawcy ponoszonymi z tytułu wykonywania zadań.

³ He Z.W., Xu Y.: Multi-mode project payment scheduling problems with bonus penalty structure. „European Journal of Operational Research”, Vol. 189, 2008, p. 1191-1207; He Z., Wang N., Jia T., Xu Y.: Simulated annealing and tabu search for multimode project payment scheduling. „European Journal of Operational Research”, Vol. 198(3), 2009, p. 688-696; Klimek M., Łebkowski P.: Harmonogramowanie projektu rozliczanego etapowo. Wydawnictwo AGH, Kraków 2015.

⁴ Stabryła A.: Zarządzanie projektami ekonomicznymi i organizacyjnymi. PWN, Warszawa 2006, s. 157-158.

⁵ Trocki M.: Nowoczesne zarządzanie projektami. PWE, Warszawa 2012, s. 184.

Celem pracy jest przedstawienie metody generowania rozwiązań przeznaczonych dla rozważanego modelu stosującego technikę justyfikacji⁶, wykorzystywaną w najefektywniejszych heurystykach dla RCPSP, m.in. z minimalizacją czasu trwania zadań. Zilustrowana jest proponowana potrójna technika justyfikacji, która przekształca rozwiązanie wygenerowane w przód w taki sposób, aby zadania były rozpoczynane jak najpóźniej przy jak najwcześniejszym kończeniu umownych etapów projektu, co jest zalecaną strategią przy generowaniu uszeregowania dla analizowanego zagadnienia.

2. Sformułowanie problemu

Projekt (przedsięwzięcia) to unikalny zbiór współzależnych czynności (zadań), realizowanych przy użyciu dostępnych zasobów (pracowników, maszyn, materiałów). W tym artykule rozpatrywany jest klasyczny problem RCPSP, z niepodzielnymi zadaniami, o jednym sposobie ich wykonania (ang. *nonpreemptive single-mode*).

Projekt reprezentowany jest jako graf skierowany $G(V, E)$, w reprezentacji czynność na węzle AON (ang. *Activity-On-Node*), w którym V to zbiór węzłów odpowiadający czynnościom, a E to zbiór łuków opisujących zależności kolejnościowe (patrz: wzór 1) między czynnościami typu koniec-początek bez zwłoki (ang. *finish-start zero-lag precedence*). Czynności realizowane są przy wykorzystaniu ograniczonych, odnawialnych zasobów, których liczba jest stała w czasie (patrz: wzór 2).

$$ST_i + d_i \leq ST_j \quad \forall (i, j) \in E \quad (1)$$

$$\sum_{i \in J(t)} r_{ik} \leq a_k, \quad \forall t, \forall k \quad (2)$$

gdzie:

i – indeks (numer) czynności, $i = 1, \dots, N_A$ (N_A – liczba czynności w projekcie),

ST_i – czas rozpoczęcia czynności i ,

d_i – czas realizacji czynności i ,

$J(t)$ – zbiór czynności wykonywanych w okresie $[t-1, t]$,

r_{ik} – zapotrzebowanie czynności i na zasób typu $k = 1 \dots K$ (K – liczba typów zasobów),

a_k – dostępność zasobów odnawialnych typu k ; w każdym momencie t (przez cały czas realizacji harmonogramu) liczba wykorzystanych zasobów nie może przekraczać a_k .

⁶ Valls V., Ballestin F., Quintanilla S.: Justification and RCPSP: a technique that pays. „European Journal of Operational Research”, Vol. 165(2), 2005, p. 375-386; Valls V., Ballestin F., Quintanilla S.: Justification technique generalisations, [in:] Józefowska J., Węglarz J. (eds.): Perspectives in Modern Project Scheduling. Springer, Berlin 2006, p. 205-223.

Celem harmonogramowania jest znalezienie uszeregowania (najczęściej czasów rozpoczęcia wszystkich zadań) przy przyjętym kryterium optymalizacyjnym (najczęściej minimalizacja czasu trwania projektu) i przy spełnieniu ograniczeń zasobowych (patrz: wzór 1) oraz kolejnościowych (patrz: wzór 2).

W tej pracy proponowany jest model optymalizacyjny z perspektywy wykonawcy, w którym stosowane są etapowe rozliczenia zadań między klientem a wykonawcą. Określone są grupy zadań do ukończenia w danym etapie projektu, które mogą być ustalone na podstawie wstępnego harmonogramu prac projektowych. Dla poszczególnych etapów (kamieni milowych) przedsięwzięcia definiowane są umowne, ustalone np. w drodze negocjacji klienta i wykonawcy, terminy realizacji prac etapowych, wysokości płatności klienta za ukończone prace i kary umowne w przypadku opóźnień w realizacji kamieni milowych.

Ustalenia dotyczące wspólnych rozliczeń między klientem a wykonawcą mogą być prowadzone na podstawie wstępnego harmonogramu prac projektowych, który jest podstawą do określenia m.in. umownych etapów projektu, terminów ich ukończenia i zadań do realizacji w tych etapach. Proponowany model optymalizacyjny z maksymalizacją przepływów pieniężnych, z punktu widzenia wykonawcy związanych z ponoszonymi kosztami realizacji czynności oraz z przychodami uzyskiwanymi z tytułu wykonywania umownych etapów przedsięwzięcia, opisany jest wzorami (3-5):

$$\min F = F_A + F_M = \sum_{i=1}^{N_A} (CFA_i \cdot e^{-\alpha \cdot ST_i}) + \sum_{m=1}^{N_M} (CFM_m \cdot e^{-\alpha \cdot MT_m}) \quad (3)$$

$$MT_m = \max_{i \in MA_m} (FT_i) \quad (4)$$

$$CFM_m = MP_m - MC_m \cdot \max(MT_m - MD_m, 0) \quad (5)$$

gdzie:

F – suma zdyskontowanych przepływów pieniężnych; minimalizacja F to funkcja celu rozpatrywanego problemu,

F_A – suma zdyskontowanych płatności wykonawcy ponoszonych z tytułu realizowanych czynności,

F_M – suma zdyskontowanych płatności klienta za ukończone etapy projektu,

CFA_i – wydatki wykonawcy związane z realizacją czynności i ,

m – indeks (numer) etapu projektu (kamienia milowego), $i = 1, \dots, N_M$ (N_A – liczba etapów),

FT_i – czas zakończenia czynności i ($FT_i = ST_i + d_i$),

CFM_m – płatności klienta za wykonanie m -tego etapu projektu (wpływy z perspektywy wykonawcy) ustalone dla aktualnego harmonogramu,

α – stopa dyskontowa,

MT_m – termin realizacji m -tego etapu projektu w aktualnym harmonogramie,

MA_m – zbiór zadań do wykonania w m -tym etapie projektu,

MP_m – płatność klienta na rzecz wykonawcy za zrealizowanie m -tego etapu projektu,

MD_m – umowny termin zakończenia m -tego etapu projektu,

MC_m – umowna kara jednostkowa za przekroczenie terminu zakończenia m -tego etapu projektu

MD_m .

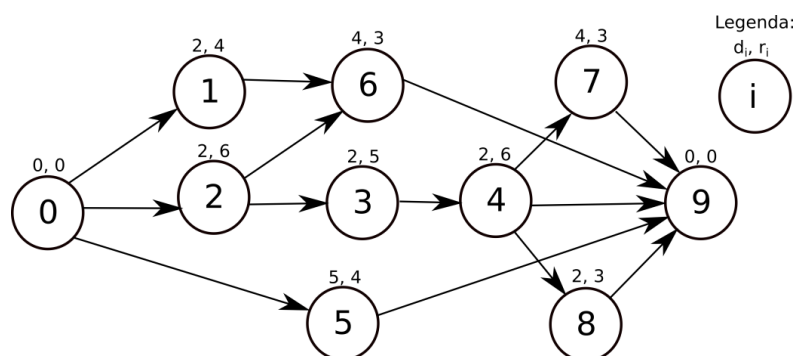
Płatności klienta CFM_m (dodatknie przepływy pieniężne z perspektywy wykonawcy) wykonywane są dokładnie po ukończeniu umownych etapów w terminie MT_m , w zdefiniowanych wysokościach MP_m pomniejszonych o ewentualne kary umowne uwzględniające jednostkowy koszt opóźnień MC_m . Założono, że wszystkie wydatki wykonawcy (ujemne przepływy pieniężne z perspektywy wykonawcy) są powiązane z wykonywaniem zadań i dla każdego z zadań są ponoszone dokładnie w terminie ich planowanego rozpoczęcia (zakup niezbędnych materiałów, ich transport, zaangażowanie zasobów itp.). Problem ewentualnych opóźnień w transferach pieniężnych jest pominięty w tym modelu – przy opóźnionych płatnościach może być stosowany system rekompensat uwzględniających nieterminowość.

Proponowany system etapowych rozliczeń prac projektowych może być przydatny w praktyce i korzystny zarówno dla klienta, jak i wykonawcy. Jego zastosowanie może prowadzić do ograniczenia nieterminowości wykonywania prac projektowych, która jest dużym problemem występującym przy realizacji praktycznych przedsięwzięć.

Dla wykonawcy pozyskiwane od klienta płatności za etapy projektowe to środki finansowe, które mogą być przeznaczane na bieżącą działalność, np. na zakup materiałów niezbędnych do realizacji kolejnych zadań, na pensje pracowników itp. Dla klienta konieczność ponoszenia wcześniejszych wydatków rekompensowana jest przez wprowadzenie kar umownych za nieterminowość w kończeniu etapów przedsięwzięcia oraz możliwość kontroli przebiegu prac w trakcie realizacji projektu.

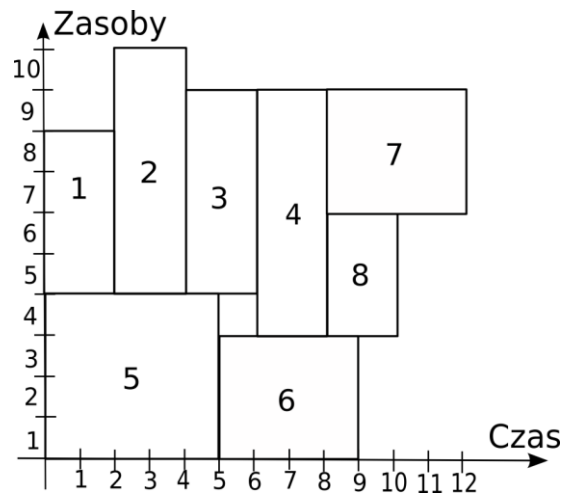
W praktycznych projektach dane do rozliczeń finansowych, tj. terminy MD_m , umowne płatności i kary, mogą być przedmiotem negocjacji między klientem i wykonawcą w celu ustalenia rozwiązania satysfakcjonującego obie strony.

Aby zilustrować analizowany model optymalizacyjny, rozważmy przykładowy projekt przedstawiony na rys. 1, składający się z 8 zadań realizowanych przy użyciu jednego typu zasobów o dostępności równej 10.



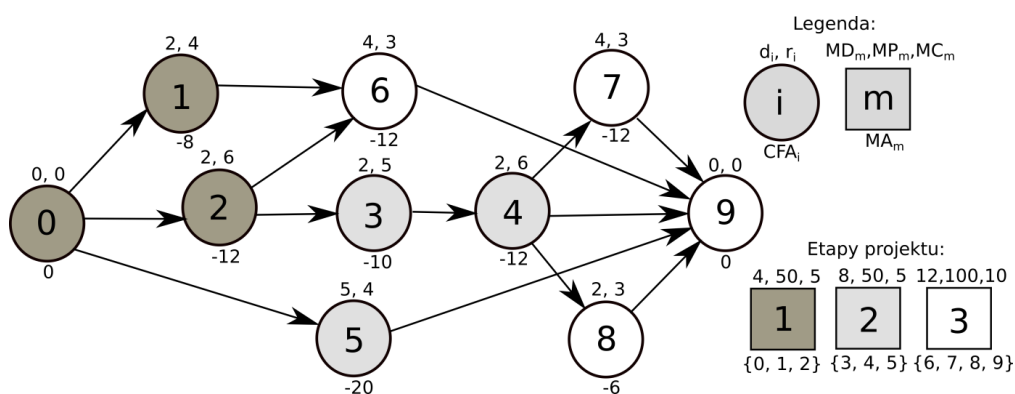
Rys. 1. Przykładowy projekt w reprezentacji AON
Źródło: Opracowanie własne.

Za wstępny harmonogram przyjęto uszeregowanie zaprezentowane na rys. 2, ustalone np. przy użyciu szeregowej procedury SGS, dla listy czynności $\{5, 2, 1, 3, 6, 4, 7, 8\}$.



Rys. 2. Wstępny harmonogram
Źródło: Opracowanie własne.

Założmy, że uszeregowanie z rys. 2 stanowi punkt wyjścia do negocjacji i ustalenia etapowych rozliczeń między klientem i wykonawcą. Założmy również, że wyodrębniono 3 umowne etapy prac, które mają terminy ukończenia: $MD_1 = 4$, $MD_2 = 8$, $MD_3 = 12$. Ze wstępnego harmonogramu wynika, że zbiory zadań realizowanych w kolejnych etapach są następujące: $MA_1 = \{1, 2\}$, $MA_2 = \{3, 4, 5\}$, $MA_3 = \{6, 7, 8\}$. Szczegółowe informacje o wydatkach związanych z zadaniami CFA_i i o etapach projektowych, tj. umownych terminach zakończenia MD_m , zbiorze realizowanych zadań MA_m , kwocie umownych płatności klienta MP_m oraz jednostkowych kosztach opóźnień MC_m przedstawione są w reprezentacji AON na rys. 3. Dane o kamieniach milowych oznaczone są symbolem kwadratu. W tych samych odcieniach prezentowane są węzły reprezentujące czynności z tego samego etapu przedsięwzięcia.



Rys. 3. Projekt w reprezentacji AON ze zdefiniowanymi etapowymi rozliczeniami
Źródło: Opracowanie własne.

Po ustaleniu etapowych rozliczeń wykonawca projektu przygotowuje harmonogram, w którym z jego perspektywy maksymalizowana jest suma przepływów pieniężnych – funkcja F . Wskazane jest opóźnianie wydatków (ujemnych przepływów pieniężnych) ponoszonych w momencie rozpoczynania zadań (niższa zdyskontowana ich wartość) oraz przyspieszanie płatności klienta za etapy przedsięwzięcia (dodatnich przepływów pieniężnych) pozyskiwanych w momencie ich ukończenia (wyższa zdyskontowana ich wartość). Harmonogram wstępny zaprezentowany na rys. 2 można poprawić np. przez odroczone rozpoczęcie zadań 6 i 8. Możliwe jest też wcześniejsze ukończenie etapów prac. W artykule opisane są możliwe metody generowania rozwiązań przeznaczonych dla rozpatrywanego zagadnienia oraz proponowane jest zastosowanie algorytmu poprawy z techniką justyfikacji uszeregowania.

4. Metody rozwiązania problemu

Problem RCPSP jako uogólnienie problemu gniazdowego *job shop* jest zagadnieniem silnie NP-trudnym⁷. W związku ze złożonością problemu częściej stosowane i bardziej przydatne w praktyce niż metody dokładne są algorytmy przybliżone (heurystyczne), o wielomianowej złożoności obliczeniowej, znajdujące rozwiązania w akceptowalnym czasie także dla projektów o większych rozmiarach. Przegląd stosowanych algorytmów dla zagadnienia harmonogramowania projektu, a także porównanie ich skuteczności można znaleźć w pracach zamieszczonych w przypisie⁸.

Rozwiązaniem dla zagadnienia RCPSP jest najczęściej wektor czasów rozpoczęcia czynności, na podstawie którego można wyznaczyć np. czas trwania lub sumę zdyskontowanych przepływów pieniężnych projektu. Podczas poszukiwań harmonogramu heurystyki w większości badań stosują kodowanie rozwiązań przy wykorzystaniu innych, wygodniejszych do przeszukiwania i generowania otoczenia, reprezentacji, m.in. listy czynności, reguł priorytetu, wektora opóźnień itp. Najlepsze wyniki dla RCPSP są uzyskiwane dla reprezentacji uszeregowania za pomocą listy czynności, w której rozwiązanie jest permutacją numerów zadań uwzględniającą zależności kolejnościowe. Lista czynności jest przekształcana w realizowalny harmonogram (uwzględniający ograniczenia zasobowe i kolejnościowe) w reprezentacji bezpośredniej przy wykorzystaniu procedur dekodujących SGS (ang. *Schedule Generation Scheme*), do których można zaliczyć procedurę szeregową (ang. *Serial SGS*)

⁷ Błażewicz J., Lenstra J., Kan A.: Scheduling subject to resource constraints classification and complexity. „Discrete Applied Mathematics”, Vol. 5, 1983, p. 11-24.

⁸ Hartmann S., Kolisch R.: Experimental evaluation of state-of-the-art heuristics for the resource-constrained project scheduling problem. „European Journal of Operational Research”, Vol. 127, 2000, p. 394-407; Kolisch R., Hartmann S.: Experimental Investigation of Heuristics for Resource-Constrained Project Scheduling: An Update. „European Journal of Operational Research”, Vol. 74(1), 2006, p. 23-37.

i równoległą (ang. *Parallel SGS*)⁹. Przy generowaniu rozwiązań procedury SGS mogą stosować techniki harmonogramowania w przód (ang. *forward scheduling*), planując zadania w najwcześniejszych terminach ich rozpoczęcia, lub wstecz (ang. *backward scheduling*), planując zadania najpóźniej, jak to możliwe, dla przyjętego terminu zakończenia projektu.

W przypadku problemu maksymalizacji zdyskontowanych ujemnych i dodatnich przepływów pieniężnych (podobnie jak dla analizowanego problemu) harmonogram ustalony za pomocą procedur SGS (szeregowej, równoległej) można poprawić. Wskazane jest tu jak najwcześniejsze rozpoczynanie zadań (etapów) związanych z dodatnimi przepływami pieniężnymi i jak najpóźniejsze rozpoczynanie zadań (etapów) związanych z ujemnymi przepływami pieniężnymi. W badaniach analizowana jest m.in. dwukierunkowa procedura SGS (ang. *bi-directional SGS*)¹⁰, która wykorzystuje techniki harmonogramowania w przód i wstecz, planując w przód (jak najwcześniej) zadania z dodatnimi przepływami pieniężnymi, natomiast wstecz (jak najpóźniej) zadania z ujemnymi przepływami pieniężnymi.

Zwiększenie sumy zdyskontowanych przepływów pieniężnych może być też uzyskane przez zastosowanie algorytmów przesunięć, które przemieszczają w prawo zadania o ujemnych przepływach pieniężnych (dla harmonogramów tworzonych w przód) i/lub w lewo zadania o dodatnich przepływach pieniężnych (dla harmonogramów tworzonych wstecz). Przegląd takich procedur poprawy można znaleźć w pracy M. Vanhoucke'a¹¹.

W harmonogramie odpowiednim dla analizowanego w artykule problemu z funkcją celu F (patrz wzór 3) dodatnie przepływy pieniężne, tzn. płatności klienta za ukończenie umownych etapów prac, powinny być pozyskiwane jak najwcześniej, a ujemne przepływy pieniężne, tzn. wydatki wykonawcy związane z rozpoczynanymi czynnościami, ponoszone jak najpóźniej. Korzystne jest rozpoczynanie zadań zgodnie z zasadą „najpóźniej, jak to możliwe” ALAP (ang. *As Late As Possible*) przy uwzględnieniu umownych terminów ukończenia etapów przedsięwzięcia. Korzystne może być wcześniejsze niż w umownych terminach kończenie etapów projektu – wyższa wartość NPV wcześniejszych płatności klienta. Przy planowaniu zadań wskazane jest przeprowadzenie bilansu strat z późniejszych wpłat za zrealizowane etapy projektu i korzyści z odroczonej wydatków na rozpoczynanie zadań. Zawsze opłacalne jest odroczenie w czasie tych zadań (z przypisanymi ujemnymi przepływami pieniężnymi), których opóźnione rozpoczęcie nie zmienia czasu ukończenia etapów projektu.

We wcześniejszych pracach autora rozważane jest wykorzystanie różnych procedur SGS uwzględniających umowne etapy projektu oraz poprawy rozwiązań przez przesunięcia czynności: w prawo (przy harmonogramowaniu wstecz) lub w lewo (przy harmonogramowaniu

⁹ Kolisch R.: Serial and parallel resource-constrained project scheduling methods revisited: Theory and computation. „European Journal of Operational Research”, Vol. 90, 1996, p. 320-333.

¹⁰ Selle T., Zimmermann J.: A bidirectional heuristic for maximizing the net present value of large-scale projects subject to limited resources. „Naval Research Logistics”, Vol. 50, 2003, p. 130-148.

¹¹ Vanhoucke M.: A scatter search procedure for maximizing the net present value of a resource-constrained project with fixed activity cash flows. „Working Paper”, Vol. 417, 2006, Gent, p. 1-23.

wstecz)¹². Badania wskazują na najlepszą efektywność strategii harmonogramowania wstecz przy optymalizacji (przesuwaniu) terminów realizacji umownych etapów projektu¹³. W strategii tej wykonywane są jednostkowe przesunięcia w czasie planowanych terminów ukończenia etapów prac MT_m . Dla każdego kolejnego etapu, zaczynając od pierwszego, a kończąc na ostatnim, przesunięcia w prawo tego etapu są prowadzone dopóty, dopóki ta operacja zwiększa wartość funkcji F .

Usprawnienia natomiast wymagają algorytmy przesunięć prawostronnych (lub lewostronnych) zadań. Przesunięcia muszą być wykonywane przy uwzględnieniu ograniczeń zasobowych i kolejnościowych. Dla danego harmonogramu przesunięcie w prawo (lub w lewo) danej czynności może wywołać różne zmiany w uszeregowaniu. Proponowane są procedury, które pozwalają jednoznacznie ustalać, jak generować rozwiązanie przy przesuwaniu czynności:

- przesuwanie czynności na podstawie analizowanej listy czynności przy wykorzystaniu procedur SGS, które przy generowaniu rozwiązań z przesunięciami biorą pod uwagę ograniczenia zasobowe i kolejnościowe (procedury przesunięć bez ustalonej alokacji),
- przesuwanie zadań na podstawie ustalonej alokacji zasobów.

W analizowanych procedurach przesuwanie zadań odbywa się iteracyjnie, w każdej iteracji szukana jest jedna czynność, której jednostkowe przesunięcie w prawo jest najkorzystniejsze. Iteracje są prowadzone do momentu, w którym brak jest czynności, których przesunięcie poprawia wartość funkcji celu F .

Algorytmy przesunięć jednostkowych w prawo (lub w lewo) są kosztowne obliczeniowo. Dodatkowo generują rozwiązania o niższej jakości niż procedura harmonogramowania wstecznego przy doborze terminów realizacji umownych etapów projektu. Autor w tym artykule proponuje użycie techniki justyfikacji dla harmonogramów wygenerowanych w przód.

5. Technika justyfikacji

Techniki justyfikacji są stosowane dla RCPSP m.in. w przypadku zagadnienia minimalizacji czasu trwania projektu lub problemu ze zdefiniowanymi terminami ukończenia zadań (RCPSP with *Due Dates*). Znane są różne techniki justyfikacji przekształcające harmonogram

¹² Klimek M., Łebkowski P.: Harmonogramowanie projektu rozliczanego etapowo. Wydawnictwo AGH, Kraków 2015; Klimek M., Łebkowski P.: Robustness of schedules for project scheduling problem with cash flow optimisation. „Bulletin of the Polish Academy of Sciences Technical Sciences”, Vol. 61(4), 2013, p. 1005-1015; Klimek M., Łebkowski P.: A Two-Phase Algorithm for Resource Constrained Project Scheduling Problem with Discounted Cash Flows. „Decision Making in Manufacturing and Services”, Vol. 7(1-2), 2013, p. 49-66; Klimek M., Łebkowski P.: Heuristics for project scheduling with discounted cash flows optimisation. „Bulletin of the Polish Academy of Sciences Technical Sciences”, Vol. 63(3), 2015, p. 613-622.

¹³ Klimek M., Łebkowski P.: Heuristics for project scheduling with discounted cash flows optimisation. „Bulletin of the Polish Academy of Sciences Technical Sciences”, Vol. 63(3), 2015, p. 613-622.

wygenerowany przy użyciu procedur SGS: prawa justyfikacja RJ (ang. *Right Justification*) oraz lewa justyfikacja LJ (ang. *Left Justification*). Justyfikacja danej czynności w prawo (w lewo) polega na ustaleniu dla tej czynności czasu rozpoczęcia możliwie najpóźniejszego (najwcześniejszego), przy uwzględnieniu ograniczeń kolejnościowych i zasobowych. Zastosowanie techniki justyfikacji prowadzi do znalezienia harmonogramu o czasie trwania zadań w najgorszym przypadku takim jak w uszeregowaniu poddawanych justyfikacji, a często mniejszym¹⁴.

Przy generowaniu rozwiązań dla RCPSP najczęściej łączone są techniki i stosowana jest podwójna justyfikacja (*double justification by extremes*) kolejno RJ+LJ lub LJ+RJ. Przy RJ i LJ rozpatrywane są różne strategie kolejności przesuwania czynności¹⁵:

- od skrajności (*justification by extremes*) – do prawej (lewej) justyfikacji kolejno wybierane są zadania o maksymalnym czasie zakończenia (minimalnym czasie rozpoczęcia) w harmonogramie poddawanych justyfikacji;
- od dostępnych (*justification by eligibles*) – do prawej (lewej) justyfikacji kolejno wybierane jest dowolne z dostępnych zadań, których wszystkie następniki (poprzedniki) poddano już justyfikacji, przy analizie wszystkich zadań od końca (od początku) harmonogramu poddawanego justyfikacji.

W większości prac dla RCPSP wykorzystywana jest efektywna technika justyfikacji od skrajności, która jest szczególnym przypadkiem justyfikacji od dostępnych. Podobnie w tym artykule analizy ograniczą się do justyfikacji od skrajności, ale w dalszych pracach testowane będzie także zastosowanie innej kolejności justyfikacji zadań.

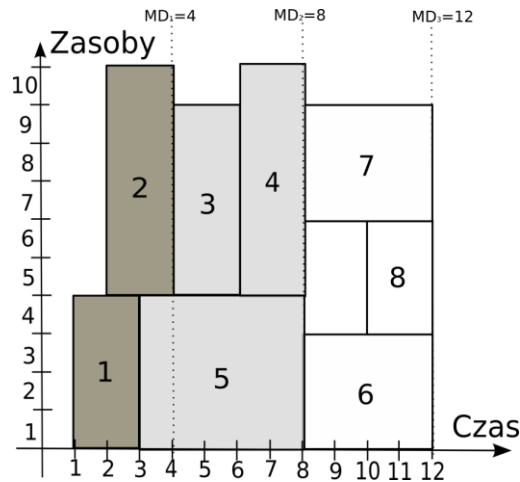
W przypadku analizowanego zagadnienia wskazane jest wykorzystanie zmodyfikowanej techniki RJ, która przesunie w prawo zadania (opóźni ich rozpoczęcie), przy uwzględnieniu aktualnych terminów realizacji etapów projektu. Dla harmonogramu wygenerowanego w przód, tj. harmonogramu wstępnego, pokazanego na rys. 2, proponowane jest użycie potrójnej techniki justyfikacji RJ+LJ+RJ, która przekształci harmonogram w taki sposób, aby zadania były rozpoczynane jak najpóźniej przy jak najwcześniejszym kończeniu umownych etapów projektu, co jest zalecaną strategią podczas generowania uszeregowania dla analizowanego zagadnienia.

Zaprezentujemy działanie potrójnej justyfikacji od skrajności dla harmonogramu z rys. 2. Na początku stosowana jest prawa justyfikacja i do RJ wybierane są czynności o maksymalnym czasie zakończenia – kolejno czynności 7, 8, 6, 4, 3, 5, 2, 1 (przy równym czasie zakończenia wcześniej analizowana jest czynność o wyższym numerze). Proponowana dla analizowanego problemu technika justyfikacji w prawo danej czynności sprowadza się do ustalenia dla niej czasu rozpoczęcia najpóźniejszego, jak to możliwe, przy uwzględnieniu relacji kolejności-

¹⁴ Valls V., Ballestin F., Quintanilla S.: Justification and RCPSP: a technique that pays. „European Journal of Operational Research”, Vol. 165(2), 2005, p. 375-386.

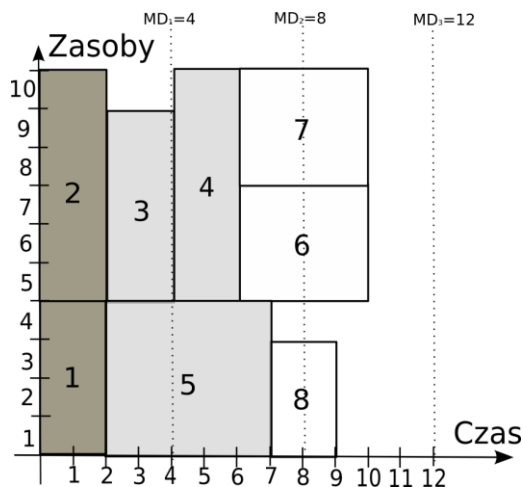
¹⁵ Valls V., Ballestin F., Quintanilla S.: Justification technique generalisations, [in:] Józefowska J., Węglarz J. (eds.): Perspectives in Modern Project Scheduling. Springer, Berlin 2006, p. 205-223.

wych i zasobowych oraz aktualnego czasu zakończenia etapu projektu, do którego ta czynność przynależy ($MT_1 = MD_1 = 4$, $MT_2 = MD_2 = 8$, $MT_3 = MD_3 = 12$). W wyniku RJ powstaje harmonogram zaprezentowany na rys. 4, o lepszej jakości, mierzonej wartością funkcji celu F , dzięki opóźnionemu rozpoczęciu zadań 1, 5, 6 i 8.



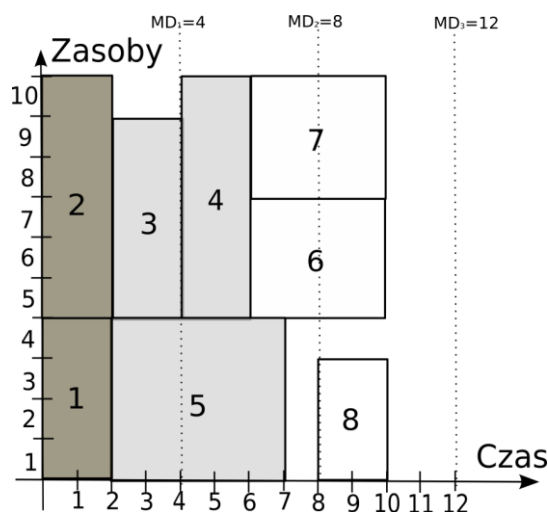
Rys. 4. Wstępny harmonogram przekształcony przy użyciu prawej justyfikacji
Źródło: Opracowanie własne.

Po zastosowaniu RJ wykonywana jest LJ. Do lewej justyfikacji wybierane są czynności o minimalnym czasie rozpoczęcia w harmonogramie z rys. 4 – kolejno justyfikowane są czynności 1, 2, 5, 3, 4, 6, 7, 8 (przy równym czasie rozpoczęcia wcześniej analizowana jest czynność o niższym numerze). Justyfikacja w lewo danej czynności sprowadza się do ustalenia dla tej czynności czasu rozpoczęcia najwcześniejszego, jak to możliwe, przy uwzględnieniu relacji kolejnościowych i zasobowych. W wyniku LJ powstaje harmonogram zaprezentowany na rys. 5, o wyższej wartości funkcji celu F dzięki wcześniejszemu ukończeniu etapów 1, 2 i 3 ($MT_1 = 2$, $MT_2 = 7$, $MT_3 = 10$).



Rys. 5. Harmonogram z rys. 4 przekształcony przy użyciu lewej justyfikacji
Źródło: Opracowanie własne.

Harmonogram z rys. 5 można poprawić przez opóźnione rozpoczęcie zadań przy zachowaniu terminów realizacji umownych etapów projektu. Zadania są przesuwane przez powtórne zastosowanie zmodyfikowanej techniki RJ. Do RJ są wybierane czynności o maksymalnym czasie zakończenia w harmonogramie z rys. 5 – kolejno czynności 7, 6, 8, 5, 4, 3, 2, 1. Dla każdej czynności ustalany jest czas rozpoczęcia najpóźniejszy, jak to możliwe, przy uwzględnieniu relacji kolejnościowych i zasobowych oraz aktualnych terminów zakończenia etapów projektu ($MT_1 = 2$, $MT_2 = 7$, $MT_3 = 10$). W wyniku RJ powstaje harmonogram zaprezentowany na rys. 4, o lepszej jakości, mierzonej wartością funkcji celu F , dzięki opóźnionemu rozpoczęciu zadania 8.



Rys. 6. Harmonogram z rys. 5 przekształcony przy użyciu prawej justyfikacji
Źródło: Opracowanie własne.

Przykładowe wyliczenia dla analizowanej funkcji celu dla najlepszego znalezionej harmonogramu z rys. 6:

$$F_A = \sum_{i=1}^{N_A} (CFA_i \cdot e^{-\alpha \cdot ST_i}) = -\frac{8}{e^{0.01 \cdot 0}} - \frac{12}{e^{0.01 \cdot 0}} - \frac{10}{e^{0.01 \cdot 2}} - \frac{12}{e^{0.01 \cdot 4}} - \frac{20}{e^{0.01 \cdot 2}} - \frac{12}{e^{0.01 \cdot 6}} - \frac{12}{e^{0.01 \cdot 6}} - \frac{6}{e^{0.01 \cdot 8}} = -89,07,$$

$$F_M = \sum_{m=1}^{N_M} (CFM_m \cdot e^{-\alpha \cdot MT_m}) = \frac{50}{e^{0.01 \cdot 2}} + \frac{50}{e^{0.01 \cdot 7}} + \frac{100}{e^{0.01 \cdot 10}} = 186,11,$$

$$F = F_A + F_M = -89,17 + 186,11 = 97,04.$$

Zestawienie wartości funkcji celu F i jej składowych F_A i F_M zaprezentowane jest w tabeli 1. Wstępny harmonogram z rys. 2, jak również harmonogram po RJ z rys. 4 mają niższą zdyskontowaną wartość płatności klienta ($F_M = 182,89$) od harmonogramów z rys. 5-6 ($F_M = 186,11$) w związku z późniejszym ukończeniem umownych etapów projektu. Niższa zdyskontowana wartość wydatków związana z odsuniętym w czasie planowanym rozpoczęciem zadań nie rekompensuje strat poniesionych w wyniku później pozyskanych płatności klienta za zrealizowane etapy prac.

Tabela 1

Wartości funkcji celu F dla harmonogramów z rys. 2, 4-6

| Harmonogram | Funkcja celu | | |
|------------------------------|--------------|--------|-------|
| | F_A | F_M | F |
| Wstępny harmonogram z rys. 2 | -88,70 | 182,89 | 94,19 |
| Harmonogram z rys. 4 | -87,59 | 182,89 | 95,30 |
| Harmonogram z rys. 5 | -89,13 | 186,11 | 96,98 |
| Harmonogram z rys. 6 | -89,07 | 186,11 | 97,04 |

Źródło: Opracowanie własne.

Podsumowanie

W artykule przeanalizowano problem maksymalizacji zdyskontowanych przepływów pieniężnych dla wieloetapowego projektu z perspektywy jego wykonawcy. Zilustrowano zagadnienie i opisano metody generowania rozwiązań dla niego odpowiednich. Przedstawiono nowy algorytm tworzenia rozwiązań przy wykorzystaniu techniki potrójnej justyfikacji, którego działanie zostało zaprezentowane dla przykładowego projektu.

Podjęte zagadnienie jest aktualne i może być przydatne w praktycznych zastosowaniach, w których etapowe rozliczenia mogą być korzystne zarówno dla wykonawcy, jak i klienta. Dalsze prace skoncentrują się na analizie efektywności proponowanego algorytmu i różnych strategii justyfikacji (od skrajności, od dostępnych) w odniesieniu do innych metod generowania rozwiązań dla opisanego problemu.

Bibliografia

1. Błażewicz J., Lenstra J., Kan A.: Scheduling subject to resource constraints classification and complexity. „Discrete Applied Mathematics”, Vol. 5, 1983.
2. Brucker P., Drexl A., Mohring R., Neumann K., Pesch E.: Resource-constrained project scheduling: Notation, classification, models, and methods. „European Journal of Operational Research”, Vol. 112(1).
3. Dayanand N., Padman R.: Project contracts and payment schedules: The client's problem. „Management Science”, Vol. 47, 2001.
4. Hartmann S., Briskorn D.: A Survey of Variants and Extensions of the Resource-Constrained Project Scheduling Problem. „European Journal of Operational Research”, Vol. 207(1), 2012.

5. Hartmann S., Kolisch R.: Experimental evaluation of state-of-the-art heuristics for the resource-constrained project scheduling problem. „European Journal of Operational Research”, Vol. 127, 2000.
6. He Z., Wang N., Jia T., Xu Y.: Simulated annealing and tabu search for multimode project payment scheduling. „European Journal of Operational Research”, Vol. 198(3), 2009.
7. He Z.W., Xu Y.: Multi-mode project payment scheduling problems with bonus penalty structure. „European Journal of Operational Research”, Vol. 189, 2008.
8. Józefowska J., Węglarz J. (eds.): Perspectives in modern project scheduling. Springer, Berlin 2006.
9. Klimek M., Łebkowski P.: A Two-Phase Algorithm for Resource Constrained Project Scheduling Problem with Discounted Cash Flows. „Decision Making in Manufacturing and Services”, Vol. 7(1-2), 2013.
10. Klimek M., Łebkowski P.: Harmonogramowanie projektu rozliczanego etapowo. Wydawnictwo AGH, Kraków 2015.
11. Klimek M., Łebkowski P.: Heuristics for project scheduling with discounted cash flows optimisation. „Bulletin of the Polish Academy of Sciences Technical Sciences”, Vol. 63(3), 2015.
12. Klimek M., Łebkowski P.: Robustness of schedules for project scheduling problem with cash flow optimisation. „Bulletin of the Polish Academy of Sciences Technical Sciences”, Vol. 61(4), 2013.
13. Kolisch R., Hartmann S.: Experimental Investigation of Heuristics for Resource-Constrained Project Scheduling: An Update. „European Journal of Operational Research”, Vol. 74(1), 2006.
14. Kolisch R.: Serial and parallel resource-constrained project scheduling methods revisited: Theory and computation. „European Journal of Operational Research”, Vol. 90, 1996.
15. Mika M., Waligóra G., Węglarz J.: Simulated annealing and tabu search for multi-mode resource-constrained project scheduling with positive discounted cash flows and different payment models. „European Journal of Operational Research”, Vol. 164(3), 2005.
16. Selle T., Zimmermann J.: A bidirectional heuristic for maximizing the net present value of large-scale projects subject to limited resources. „Naval Research Logistics”, Vol. 50, 2003.
17. Stabryła A.: Zarządzanie projektami ekonomicznymi i organizacyjnymi. PWN, Warszawa 2006.
18. Trocki M.: Nowoczesne zarządzanie projektami. PWE, Warszawa 2012.
19. Ulusoy G., Sivrikaya-Serifoglu F., Sahin S.: Four Payment Models for the Multi-Mode Resource Constrained Project Scheduling Problem with Discounted Cash Flows. „Annals of Operations Research”, Vol. 102, 2001.
20. Valls V., Ballestin F., Quintanilla S.: Justification and RCPSP: a technique that pays. „European Journal of Operational Research”, Vol. 165(2), 2005.

-
21. Valls V., Ballestin F., Quintanilla S.: Justification technique generalisations, [in:] Józefowska J., Węglarz J. (eds.): Perspectives in Modern Project Scheduling. Springer, Berlin 2006.
 22. Vanhoucke M.: A scatter search procedure for maximizing the net present value of a resource-constrained project with fixed activity cash flows. „Working Paper”, Vol. 417, Gent 2006.