

Dr hab. inż. **Bogusław Karolewski**, prof. Politechniki Wrocławskiej,
Wydział Elektryczny, Instytut Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych,
Wybrzeże Wyspiańskiego 27, 50-370 Wrocław, Polska
e-mail: boguslaw.karolewski@pwr.wroc.pl

Dr inż. **Piotr Ligocki**, MT PROJEKT,
ul. Jeżowska 14, 54-049 Wrocław, Polska
e-mail: piotr.ligocki@mtprojekt.pl

Modelowanie długich przenośników taśmowych Modelling of long belt conveyors

Słowa kluczowe: *przenośnik taśmowy, modelowanie, symulacja komputerowa, dynamika, napęd indukcyjny*
Keywords: *belt conveyor, modelling, computer simulation, dynamics, inductive drive*

Streszczenie: Przedstawiono matematyczny model przenośnika taśmowego umożliwiający analizę dynamicznych stanów pracy urządzenia. Skrótowno opisano sposób modelowania zjawisk falowych w taśmie, zmian mas i oporów ruchu oraz elementów układu napędowego czyli silników, przekształtników, sprzęgieł, przekładni i współpracy bębna napędowego z taśmą. Rozwiązując komputerowo uzyskane zależności, symulowano ruch przykładowego przenośnika. Porównano przebiegi rozruchowe uzyskane obliczeniowo z pomiarowymi. Zweryfikowany model można wykorzystać do badania różnych zjawisk i stanów pracy przenośnika.

1. Wprowadzenie

Przenośniki taśmowe są coraz częściej wykorzystywanym, ekonomicznym i wydajnym sposobem transportu. Rosną długości tras pojedynczych przenośników, szerokości taśm i moce napędów [1]. W trakcie projektowania i eksploatacji coraz dłuższych i bardziej wydajnych przenośników pojawiają się nowe, wymagające rozwiązania problemy, nie występujące w krótszych konstrukcjach [15]. W czasie rozruchu urządzenia następują znaczne zmiany sił w taśmie, oraz udary momentów napędowych i przyspieszeń. Istnieje groźba uszkodzenia taśmy i innych podzespołów. Dodatkowe problemy pojawiają się przy krzywoliniowym prowadzeniu trasy [3].

Prowadzenie badań na rzeczywistych, działających urządzeniach jest trudne i kosztowne. Ponadto wyniki pomiarów można zastosować jedynie do oceny obiektów istniejących. Nie da się na ich podstawie określić skutków potencjalnych zmian czy też nowych rozwiązań. Sformułowanie spójnego matematycznego modelu przenośnika, uwzględniającego zjawiska występujące w stanach dynamicznych, znacznie poszerza możliwości badawcze i projektowe, daje możliwość przewidywania i rozwiązywania różnorodnych zagadnień.

Mimo wielu lat użytkowania przenośników, nie udało się rozwiązać wielu problemów eksploatacyjnych [14]. Przedsiębiorstwa eksploatujące przenośniki taśmowe, oczekują zapewnienia ich wysokiej niezawodności i wydajności. Badania symulacyjne wykorzystujące matematyczny model przenośnika, wykonane na etapie jego projektowania, pozwalają tego dokonać. Mają one istotny wpływ na późniejszy proces eksploatacji oraz na niezawodność urządzenia. Przykłady wykorzystania modelu do wyznaczania przebiegów dynamicznych w elementach mechanicznych (prędkości, przyspieszeń, sił) przedstawiono np. w [9], a zarówno w mechanicznych jak i w elektrycznych (prądów i momentów silników) w [21, 22].

Początkowe etapy rozwoju metod modelowania zjawisk dynamicznych w przenośnikach taśmowych opisano w [11]. W latach 70-tych na Uniwersytecie w Hannoverze w Niemczech powstał model z taśmą podzieloną na 2 odcinki, uwzględniający jej lepkość i sprężystość [2]. Potem model rozbudowano, uwzględniając większą liczbę mas [3].

W latach 80-tych na Uniwersytecie Newcastle w Australii, zbudowano model bazujący na rozchodzeniu się fal naprężeń w taśmie [10]. Również w amerykańskiej firmie Conveyor Dynamics zbudowano model zawierający źródło zmiennej w funkcji czasu siły napędowej, uwzględniający opory ruchu i lepkość i sprężystość taśmy [31].

W Polsce w latach 90-tych teoretyczne podstawy modelowania taśmy i całego przenośnika opracowano na Politechnice Wrocławskiej [4, 17, 36, 46], Politechnice Śląskiej w Gliwicach [30] i Akademii Górniczo-Hutniczej w Krakowie [24].

Kompleksowym modelowaniem przenośnika z uwzględnieniem poprzecznych ruchów taśmy w płaszczyźnie pionowej zajmowano się na Politechnice w Delft w Holandii [28]. Prace umożliwiające

określenie zachowania taśmy w rejonie łuków poziomych prowadzono na austriackim Uniwersytecie Górniczym i Metalurgii w Leoben [8]. W firmie Krupp Fördertechnik i na Uniwersytecie Hannoverskim skupiono się zwłaszcza na modelowaniu napędu [39, 40]. W utworzonym modelu przewidziano możliwość dynamicznego obliczania bocznego zbiegania taśmy na łukach poziomych.

Większość wymienionych ośrodków w dalszym ciągu doskonali dawne modele [3, 12, 21, 22, 25, 29]. Zajął się tym również ośrodek chiński [9].

Stosowanie napędów wielobębnowych w długich przenośnikach pociąga za sobą nowe wyzwania i problemy, jak np. poślizg niesprężysty na jednym z bębnow czy różny rozkład mocy pomiędzy napędy. Do prac nad tymi zagadnieniami należą [16, 33, 37, 42].

Nowym wątkiem są badania możliwych oszczędności energii [23, 26, 38, 44].

Wielu autorów, zajmujących się modelowym badaniem zachowania przenośnika taśmowego w stanach dynamicznych, rozbudowywało model w wybranym kierunku, skupiając się na doskonaleniu określonego elementu urządzenia, a pomijając lub przyjmując uproszczony opis pozostałych elementów bądź też zjawisk zachodzących w układzie. W sporej części wymienionych prac znacznie upraszczano modele silników napędowych (np. aproksymowano przebieg momentu silnika dwoma odcinkami prostych), co może powodować duże różnice pomiędzy zachowaniem układu modelowego w stosunku do rzeczywistego urządzenia. W żadnej z wymienionych prac (poza pracami autorów [17, 18, 20-22]) nie uwzględniano zmian parametrów silników indukcyjnych.

W badaniach, których wyniki można znaleźć w literaturze, zbyt mało uwagi poświęcono zagadnieniu modelowania połączenia mechanicznego silnika z wałem bębna napędowego. Nawet w wielu zaawansowanych modelach przenośnika przyjmowano uproszczenie, polegające na traktowaniu sprzęgła i przekładni mechanicznej jako elementów sztywnych. Jeśli natomiast uwzględniano elastyczność sprzęgła [30], upraszczano modele innych elementów.

Brakuje podejścia w pełni kompleksowego, gdzie różne elementy i zjawiska byłyby opisane w podobny sposób. Elektrycy faworyzują zagadnienie modelowania silników, upraszczając zagadnienia mechaniczne, a mechanicy postępują odwrotnie.

Poza modelami powstałymi w ośrodkach naukowych istnieją rozwiązania stworzone przez firmy projektujące przenośniki, ale nie są podawane szczegóły wykorzystywanych zależności.

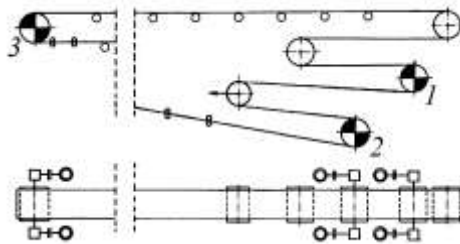
Dlatego podjęto prace nad stworzeniem rozbudowanego modelu przenośnika, który uwzględnia:

- silniki pierścieniowe i klatkowe o parametrach zmieniających się w skutek wypierania prądu i nasycenia,
- przemienniki częstotliwości i układy łagodnego startu,
- elastyczność sprzęgieł podatnych i sprzęgła poślizgowe,
- ugięcia zębów przekładni mechanicznych,
- możliwość ślizgania się taśmy po bębnie napędowym,
- napęd jedno-, dwu- lub trójbębnowy oraz napędy pośrednie,
- różne modele taśmy, którą można dzielić na różną liczbę odcinków,
- zmiany masy urobku wskutek doładowywania i rozładowywania,
- zmiany oporów ruchu w funkcji masy, prędkości i siły w taśmie,
- składowe oporów związanych z wgniataniem taśmy w krążniki czy deformacją taśmy i urobku pomiędzy zestawami krążnikowymi oraz tradycyjnie przyjmowane opory toczenia krążników czy ślizgania taśmy po krążnikach,
- stopniowe ruszanie taśmy i zmiany współczynników tarcia z wartości statycznej na dynamiczną,
- wpływ zwisów taśmy między zestawami krążnikowymi i sił poprzecznych w taśmie na drgania w płaszczyźnie pionowej.

Prezentowany model powstał poprzez połączenie znanych matematycznych opisów poszczególnych elementów przenośnika, wykorzystanie wyników badań jego podzespołów i uwzględnienie własnych analiz teoretycznych. Bez szczegółowych badań trudno ocenić, które elementy wywierają znaczący wpływ na zachowanie układu. Dlatego starano się uwzględnić w modelu jak największą liczbę zjawisk zachodzących w rzeczywistym urządzeniu. Podzespoły przenośnika opisano w jednolitej konwencji, z podobnym stopniem dokładności. Po weryfikacji modelu można przy jego pomocy badać wpływ poszczególnych zjawisk i parametrów na uzyskiwane przebiegi. Badania te mogą posłużyć do sformułowania uproszczonych wersji ogólnego modelu, dedykowanych do konkretnych, zawężonych celów.

2. Model przenośnika

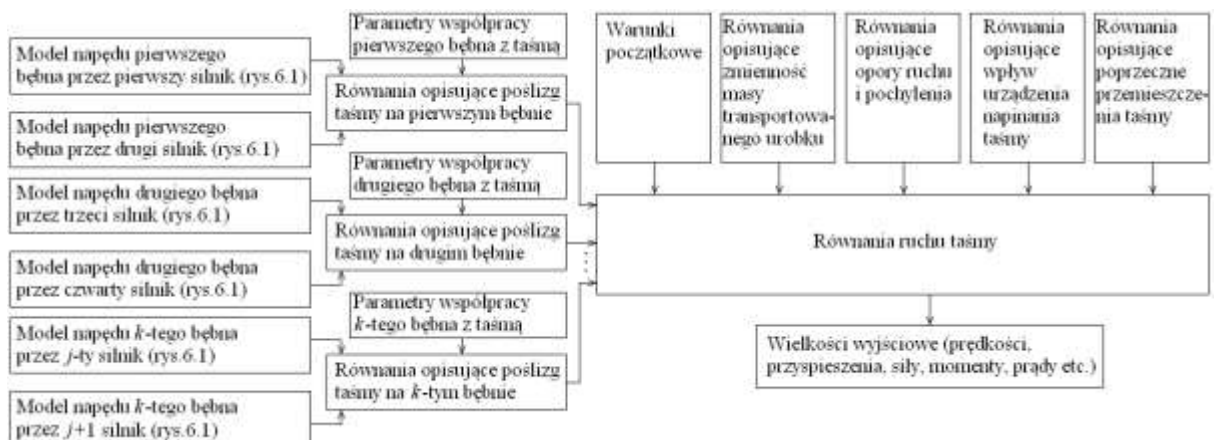
Działanie każdego z elementów przenośnika (przedstawionych na rys. 1) opisuje się zależnościami matematycznymi utrzymanymi w jednolitej konwencji tak, aby zapewnić możliwość kompleksowego rozwiązywania uzyskanych równań. Na rysunkach 2 i 3 przedstawiono schematy blokowe modelu układu napędowego związanego z pojedynczym silnikiem oraz całego przenośnika.



Rys. 1. Układ przenośnika taśmowego z zaznaczonymi numerami bębnow napędowych



Rys. 2. Schemat blokowy modelu pojedynczego układu napędowego



Rys. 3. Schemat blokowy matematycznego modelu przenośnika taśmowego

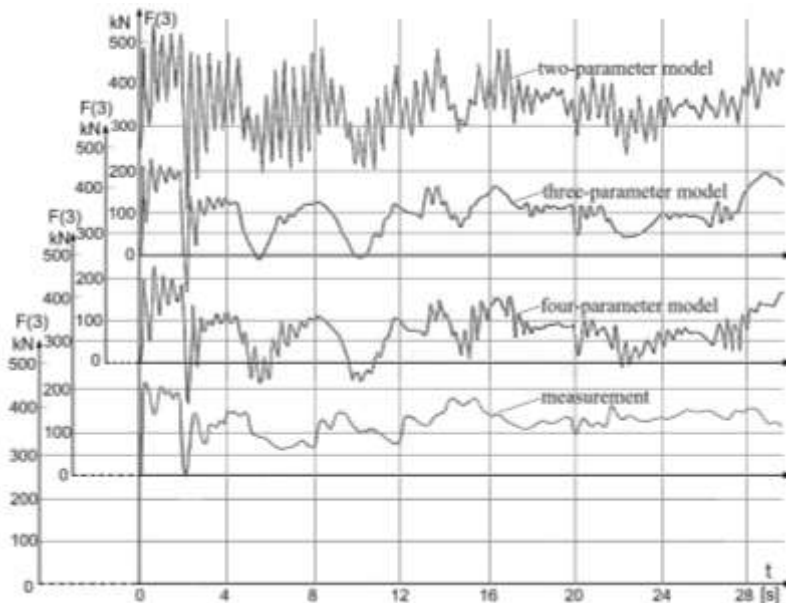
2. 1. Model taśmy przenośnika

Najważniejszym elementem przenośnika jest gumowa taśma. Ruch taśmy opisuje się dwoma równaniami różniczkowymi zwyczajnymi wynikającymi z warunku równowagi sił oraz z zależności naprężeń od wydłużeń reologicznego modelu taśmy [45]. Modele odcinka taśmy mogą posiadać różną liczbę elementów. Najprostszy jest model sprężysty, bardziej rozbudowany model dwuelementowy

Kelvina-Voigta, złożony ze sprężyny i tłumika połączonych równolegle. Model trójelementowy nazywany standardowym to szeregowe połączenie sprężyny i modelu Kelvina-Voigta. Jeszcze bardziej rozbudowany jest model czteroelementowy.

Każdy z modeli można uzupełnić członem z tarciem Coulomba przez uwzględnienie zmian tarcia. Współczynnik tarcia występujący we wzorach na opory ruchu odcinka taśmy zmienia się od wartości statycznej do dynamicznej. W miarę ruszania danego odcinka taśmy, współczynnik maleje od wartości spoczynkowej μ_s do ruchowej μ_r . Dalsze narastanie niektórych składowych oporów ruchu ze wzrostem prędkości uwzględnia się odpowiednio wyliczając te opory. Przez uwzględnienie wpływu tarcia Coulomba z modelu jednoelementowego uzyskuje się model dwuparametrowy, z dwuelementowego trójparametrowy itd. [28, 31, 46]. Dlatego wprowadzono rozróżnienie pomiędzy liczbą elementów modelu a liczbą jego parametrów.

Wykonano badania, jak wpływa wybór reologicznego modelu taśmy na uzyskiwane przebiegi dynamiczne. Wykorzystując opracowany model przenośnika, wyznaczono przebiegi rozruchowe. Obliczenia wykonano dla przenośnika o układzie wg rys. 1, o długości 3620 m, wyposażonego w taśmę z linkami stalowymi o szerokości 1,8 m i prędkości nominalnej 5,24 m/s. Napęd stanowiło pięć silników indukcyjnych pierścieniowych o mocy 630 kW każdy i o napięciu znamionowym 6 kV, sprzężonych z trzema bębnami napędowymi (dwa czołowe i końcowy). Badano wpływ zastosowania modelu 1, 2 i 3-elementowego taśmy z uwzględnieniem zmian tarcia – czyli modelu 2, 3 i 4-parametrowego na przebiegi siły w taśmie opasującej bęben napinający. Wyniki – trzy górne przebiegi z rysunku 4 - porównano z rezultatami pomiarów, wykonanych przez pracowników Instytutu POLTEGOR [35] (przebieg dolny). Starano się tak dobrać parametry poszczególnych modeli, aby odpowiadały one aproksymacji tej samej krzywej pełzania. Dzięki temu różnice pomiędzy przebiegami są wywołane cechami poszczególnych modeli, a nie różnicami wartości ich parametrów.



Rys. 4. Porównanie przebiegów siły w taśmie na bębnie napinającym uzyskanych z wykorzystaniem różnych modeli taśmy z wynikami pomiarów

Drgania siły uzyskane z wykorzystaniem modelu 2-parametrowego mają zbyt duże amplitudy i są zbyt słabo tłumione. Najbardziej zbliżone do pomiarowych są wyniki zastosowania modelu 3-parametrowego (dwuelementowego ze zmiennym tarciem). Pewne różnice wywołane są głównie trochę inną częstotliwością drgań siły w obliczeniach i w pomiarach. Może to być spowodowane niedokładnym oszacowaniem współczynnika załadowania taśmy podczas pomiarów. Dodanie sprężyny w modelu 4 parametrowym poskutkowało wygenerowaniem dodatkowych drgań, nie występujących w mierzonych przebiegach. Podobnego efektu można się spodziewać w przypadku modelu 5-parametrowego. Modele o liczbie parametrów większej niż 4 są rzadko wykorzystywane i ich nie badano.

W większości zadań wystarczy posługiwanie się modelem dwuelementowym z uwzględnieniem zmiennego tarcia, czyli trójparametrowym. Taki model stosowano w dalszych badaniach. Duży wpływ na jakość wyników ma właściwy dobór wartości zmiennych w modelu. Parametry modeli

przeznaczonych do analizy stanów nieustalonych należy wyznaczać w specyficzny sposób, tak aby zapewnić zgodność przebiegów aproksymujących z mierzonymi w przedziale czasowym trwania stanów nieustalonych, czyli w okresie do kilkudziesięciu sekund. Można wykorzystać metodę analizy drgań swobodnych próbki taśmy [45].

2. 2. Obliczanie mas

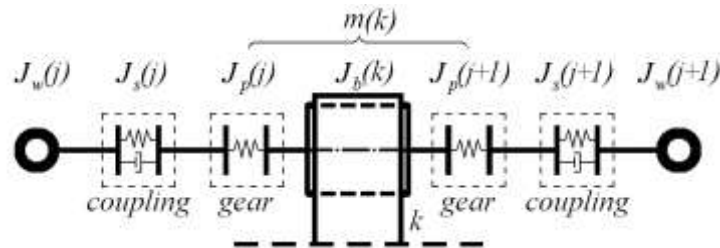
W masie danego odcinka uwzględnia się, oprócz masy samej taśmy oraz urobku na niej zgromadzonego, momenty bezwładności krążników oraz bębnow przeliczone na masę zastępczą.

Przykładowa zależność określająca masę i -tego odcinka cięgna górnego ma postać:

$$m(i) = \left(m_{jt} + m_{jn}(i) + \frac{4 \cdot z_{kg} \cdot J_{kg}}{l_{zg}(i) \cdot D_{kg}^2} \right) \cdot l(i) \text{ [kg]} \quad (1)$$

gdzie: m_{jt} – masa jednostkowa taśmy [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-1}$],
 $m_{jn}(i)$ – masa jednostkowa urobku na odcinku między punktami i oraz $i+1$ [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-1}$],
 $l(i)$ – długość odcinka i [m],
 z_{kg} – liczba krążników w jednym zestawie górnym,
 J_{kg} – moment bezwładności krążnika [$\text{kg} \cdot \text{m}^2$],
 $l_{zg}(i)$ – odległość między sąsiednimi zestawami krążnikowymi [m],
 D_{kg} – średnica krążnika górnego [m].

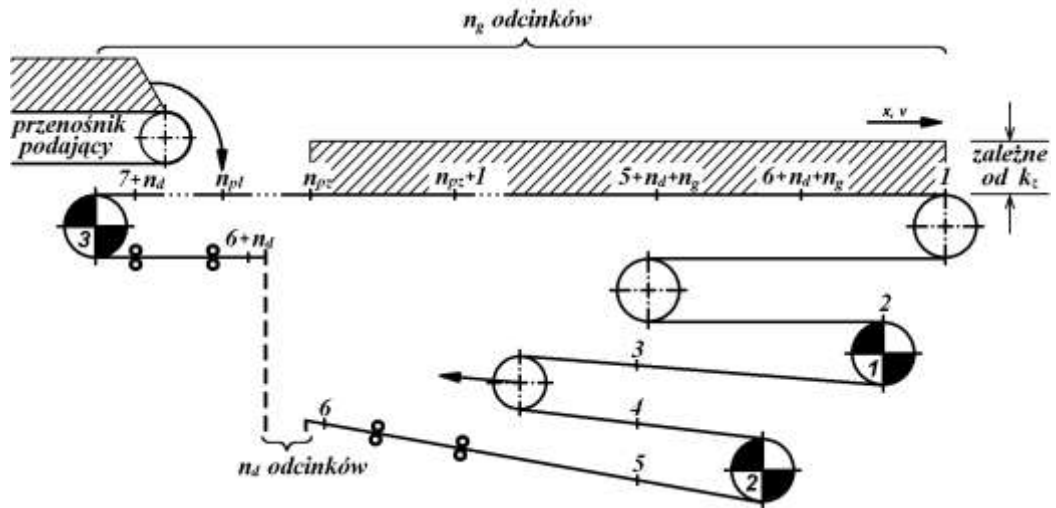
Masa jednostkowa odcinków opasujących bęben napędowy zależy od warunków współpracy między taśmą a bębniem. W okresach, gdy taśma ma taką samą prędkość jak okładzina bębna, uwzględnia się również masę bębna oraz tych elementów, które są z nim połączone w sposób sztywny czyli wolnobieżnych kół zębatych przekładni (rys. 5). Masy dalszych elementów układu napędowego – kolejnych kół przekładni, sprzęgieł i wirników silników są połączone elastycznie. Ich ruch opisano kolejnymi równaniami. Gdy taśma zaczyna się ślizgać po powierzchni bębna, ruch bębna i części przekładni również trzeba opisać oddzielnym równaniem.



Rys. 5. Układ napędowy połączony z k -tym bębniem napędowym; $m(i)$ – masa na odcinku opasującym bęben, momenty bezwładności: $J_w(j)$ - wirnika j -tego silnika, $J_s(j)$ - j -tego sprzęgła, $J_p(j)$ - j -tej przekładni, $J_b(k)$ - k -tego bębna napędowego

Załadowanie urobkiem taśmy górnej może się zmieniać. Model umożliwia symulowanie rozruchu przenośnika pustego lub załadowanego w określonym stopniu na całej gałęzi górnej bądź na pewnym jej fragmencie. Istnieje możliwość symulacji ruszania przenośnika włączonego w ciąg taśmowy czyli poprzedzonego przenośnikiem wcześniejszym, zrzucającym urobek na przenośnik badany (rys. 6).

Zrzucanie transportowanego urobku na stacji czołowej powoduje opróżnianie kolejnych odcinków (obszar $n_{pz} - n_{pl}$), zaś przenośnik podający zapełnia odcinki końcowe od punktu ładowania n_{pl} . Zmienność masy oraz rozkładu urobku wzdłuż cięgna jest funkcją prędkości taśmy, zarówno przenośnika badanego jak i podającego. Uwzględniono różnice chwil załączania tych przenośników i czasów trwania rozruchu każdego z nich.



Rys. 6. Schemat rozkładu masy urobku na taśmie przenośnika

2.3. Zmienność oporów ruchu

Ruchowi taśmy przeciwstawia się siła oporów ruchu W . Uwzględniono zarówno bierne opory wynikające z tarcia, jak i czynny opór pochylenia, związany z transportem w górę lub w dół. Do wyznaczania oporów głównych zastosowano metodę oporów jednostkowych [43] i jej modyfikacje [4, 5, 6, 7]. Uwzględniono takie składowe jak opór obracania krążników W_{ik} [27] i opór ślizgania taśmy po krążnikach W_{st} [43]. Uwzględniono również tzw. opór falowania [13], który składa się z oporu toczenia taśmy W_{tt} [4, 41], oporu przeginięcia taśmy W_{pt} oraz oporu deformacji urobku W_{du} . Całkowity opór ruchu

$$W = f(W_{ik}, W_{st}, W_{tt}, W_{pt}, W_{du}) \text{ [N]} \quad (2)$$

przy czym:

$$W_{ik} = f(m, v, T)$$

$$W_{st} = f(m, v)$$

$$W_{tt} = f(m)$$

$$W_{pt} = f(m, v, F)$$

$$W_{du} = f(m, v, F)$$

gdzie: m – masa na danym odcinku [kg],

v – prędkość taśmy [$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$],

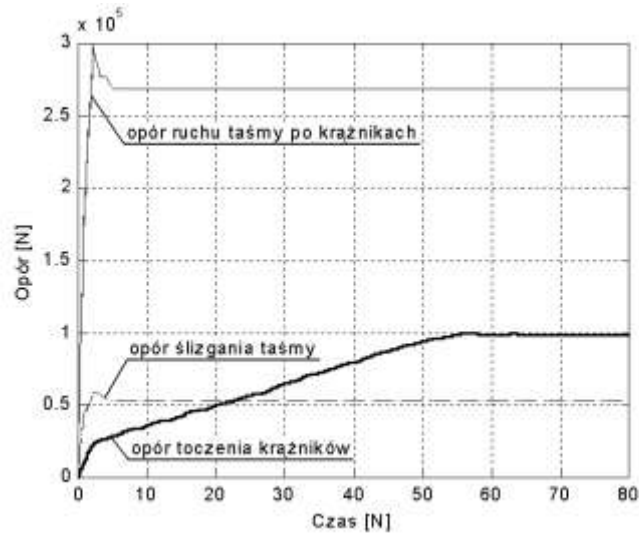
T – temperatura otoczenia [$^{\circ}\text{C}$],

F – siła w taśmie [N].

Przykład obliczeniowy wykonano dla przenośnika o parametrach podanych w punkcie 2.1. Wyznaczono dynamiczne zmiany wartości poszczególnych składowych głównych oporów ruchu taśmy podczas rozruchu przenośnika. Badania wykonano dla dwóch wariantów, w zależności od przyjętego sposobu modelowania oporów ruchu:

- wariant I – zastosowanie metody oporów jednostkowych,
- wariant II – zastosowanie metody obliczeń składowych oporu falowania.

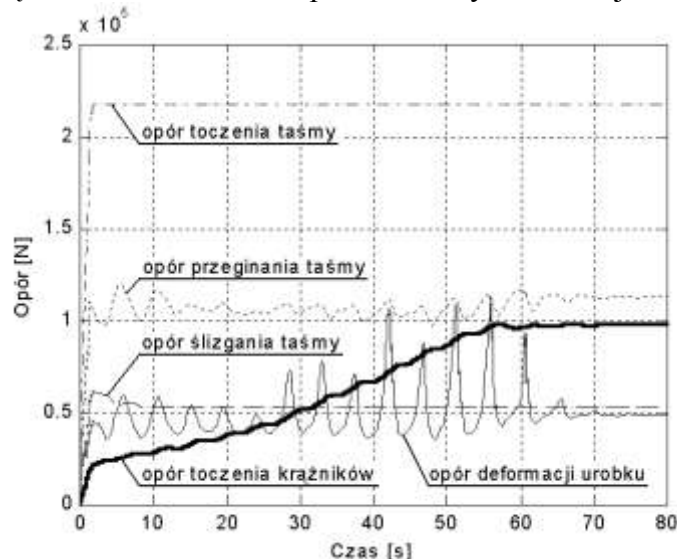
Przebiegi chwilowych wartości poszczególnych składowych oporów głównych całej taśmy w czasie rozruchu trwającego 60 sekund uzyskane w wariantcie I przedstawiono na rys. 7.



Rys. 7. Przebiegi chwilowych wartości składowych głównych oporów ruchu taśmy w czasie rozruchu wyznaczone metodą oporów jednostkowych

W początkowej fazie rozruchu wszystkie opory narastają od zera w związku ze stopniowym ruszaniem kolejnych odcinków elastycznej taśmy. Dalsze powolne narastanie oporu toczenia krążników wynika z ich zależności od prędkości taśmy. Opory ślizgania i ruchu taśmy po krążnikach mają największe wartości w chwili, gdy ruszyła cała taśma. Przy wzroście prędkości współczynniki tarcia maleją do wartości dynamicznej, więc oba rodzaje oporów maleją. Opory ślizgania i ruchu taśmy po krążnikach zależą od wykonań konstrukcyjnych i parametrów taśmy, które nie zmieniają się w trakcie rozruchu oraz od stopnia załadowania urobkiem, który zmienia się tylko na niewielkiej części długości przenośnika. Dlatego też w dalszej części rozruchu – po pierwszym, kilkusekundowym okresie zmian – opory te zmieniają się tylko nieznacznie.

Na rys. 8 przedstawiono przebiegi zmian składowych głównego oporu ruchu taśmy uzyskanych w wariancie II, czyli z uwzględnieniem zależności oporów od siły wzdłużnej w taśmie.



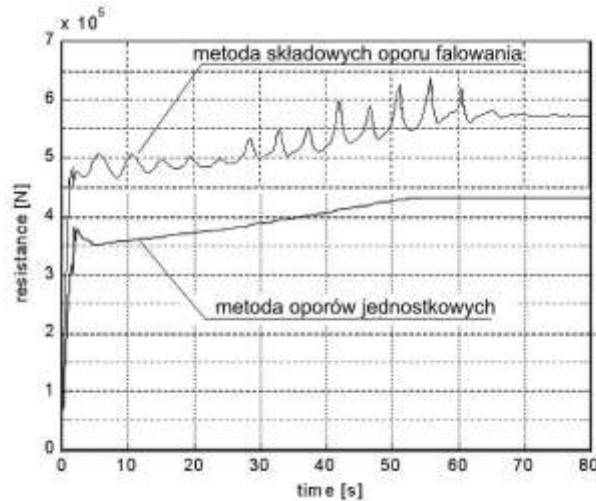
Rys. 8. Przebiegi chwilowych wartości poszczególnych składowych głównych oporów ruchu taśmy w czasie rozruchu wyznaczone metodą obliczeń składowych oporu falowania

W obliczeniach metodą składowych oporu falowania występują dwa składniki analogiczne, jak w metodzie oporów jednostkowych. Jest to opór toczenia krążników oraz ślizgania taśmy po krążnikach. Dla obu wariantów zastosowano takie same zależności opisujące te dwie składowe. W związku z tym, jak widać z porównania przebiegów przedstawionych na rys. 6 i 7, zarówno kształt przebiegów jak i wartości dwu składowych, uzyskane w obu wariantach, są zbliżone. Ściśle biorąc, w oporze toczenia krążników pojawiły się niewielkie drgania. Pewne różnice są również spowodowane wydłużeniem czasu rozruchu w wariancie II.

Natomiast opór ruchu taśmy po krążnikach, występujący w wariancie I, został w wariancie II zastąpiony oporem falowania taśmy, rozbitym na 3 składniki. Poza okresem początkowego narastania,

opór toczenia taśmy (rys. 8) utrzymuje się praktycznie na stałym poziomie. Natomiast w przebiegach oporu deformacji urobku występują oscylacje, związane z zależnością tej składowej od siły napięcia taśmy.

Przebiegi sumy głównych oporów ruchu taśmy dla obu wariantów obliczeń przedstawiono na rys. 9.



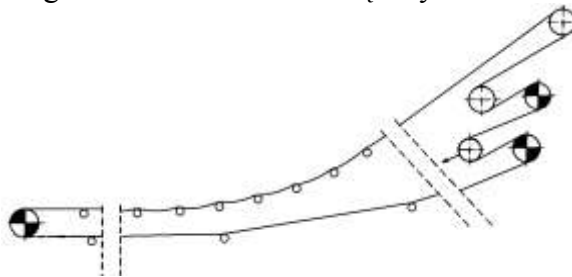
Rys. 9. Przebiegi sumy głównych oporów ruchu taśmy w czasie rozruchu wyznaczone obu metodami

Na początku rozruchu wartość sumy oporów gwałtownie rośnie w związku z wchodzeniem w ruch kolejnych odcinków taśmy. Zjawisko to jest częściowo kompensowane przez wyższe wartości oporów statycznych przy przechodzeniu od tarcia statycznego do dynamicznego w momencie ruszania kolejnych odcinków. Tarcie statyczne jest przyczyną dużej wartości oporów dla czasu około 3 sekundy. W dalszej części przebiegu opór rośnie wraz z prędkością aż do osiągnięcia przez taśmę prędkości ustalonej.

Wartości oporów odpowiadających poszczególnym fazom rozruchu w wariancie II są wyższe niż w wariancie I. Tłumaczy to fakt, że w przypadku wykorzystania w modelu przenośnika metody oporów jednostkowych, uzyskuje się zaniżone wartości prądów pobieranych przez silniki [20]. W dalszych badaniach wykorzystywano metodę oporu falowania.

2. 4. Modelowanie zwisu taśmy

Poza drganiami wzdluznymi, w modelu przenośnika uwzględniono przemieszczenia poprzeczne cięgna w postaci zwisów taśmy między sąsiednimi zestawami krążnikowymi. Badanie zjawiska zwisu ma na celu między innymi zapobieżenie pojawianiu się w stanach dynamicznych unoszenia taśmy ponad krążniki w obrębie łuków wklęsłych w płaszczyźnie pionowej (rys. 10). Załamania na trasie przenośnika stosuje się w celu ograniczenia kosztów związanych z robotami ziemnymi.



Rys. 10. Model zwisu taśmy między krążnikami w obrębie wklęsłego łuku trasy w płaszczyźnie pionowej

Wychodząc od równania krzywej łańcuchowej, strzałkę ugięcia f , czyli maksymalną wartość zwisu taśmy wyrażono wzorem:

$$f = \frac{l_z^2 \cdot G}{8F} \text{ [m]} \quad (3)$$

gdzie: l_z – odległość pomiędzy sąsiednimi zestawami krążnikowymi [m],

F – składowa pozioma siły działającej na odcinek taśmy między zestawami krążnikowymi [N],

G – ciężar jednostkowy taśmy i urobku [$\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$].

2. 5. Model napędu przenośnika

W modelu przenośnika zastosowano modele obwodowe indukcyjnych silników napędowych, zarówno pierścieniowych jak i klatkowych.

Przyjęto następującą postać równań strumieniowych:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\psi_{s1} &= u_{l1} - \frac{R_l + R_s}{L_l + L_{sz}}\psi_{s1} + \frac{R_l + R_s}{L_z} [\cos \vartheta_e \cdot \psi_{r1} + \cos(\vartheta_e + 120^\circ) \cdot \psi_{r2} + \cos(\vartheta_e - 120^\circ) \cdot \psi_{r3}] [\text{V}] \\ \frac{d}{dt}\psi_{s2} &= u_{l2} - \frac{R_l + R_s}{L_l + L_{sz}}\psi_{s2} + \frac{R_l + R_s}{L_z} [\cos(\vartheta_e - 120^\circ) \cdot \psi_{r1} + \cos \vartheta_e \cdot \psi_{r2} + \cos(\vartheta_e + 120^\circ) \cdot \psi_{r3}] [\text{V}] \\ \psi_{s3} &= -\psi_{s1} - \psi_{s2} [\text{Wb}] \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\psi_{r1} &= \frac{R_r}{L_z} [\cos \vartheta_e \cdot \psi_{s1} + \cos(\vartheta_e - 120^\circ) \cdot \psi_{s2} + \cos(\vartheta_e + 120^\circ) \cdot \psi_{s3}] - \frac{R_r(L_l + L_{sz})}{L_{rz}(L_l + L_{sz}')} \cdot \psi_{r1} [\text{V}] \\ \frac{d}{dt}\psi_{r2} &= \frac{R_r}{L_z} [\cos(\vartheta_e + 120^\circ) \cdot \psi_{s1} + \cos \vartheta_e \cdot \psi_{s2} + \cos(\vartheta_e - 120^\circ) \cdot \psi_{s3}] - \frac{R_r(L_l + L_{sz})}{L_{rz}(L_l + L_{sz}')} \cdot \psi_{r2} [\text{V}] \\ \psi_{r3} &= -\psi_{r1} - \psi_{r2} [\text{Wb}] \end{aligned}$$

równań prądowych:

$$\begin{aligned} i_{s1} &= \frac{1}{L_l + L_{sz}}\psi_{s1} - \frac{1}{L_z} [\cos \vartheta_e \cdot \psi_{r1} + \cos(\vartheta_e + 120^\circ) \cdot \psi_{r2} + \cos(\vartheta_e - 120^\circ) \cdot \psi_{r3}] [\text{A}] \\ i_{s2} &= \frac{1}{L_l + L_{sz}}\psi_{s2} - \frac{1}{L_z} [\cos(\vartheta_e - 120^\circ) \cdot \psi_{r1} + \cos \vartheta_e \cdot \psi_{r2} + \cos(\vartheta_e + 120^\circ) \cdot \psi_{r3}] [\text{A}] \\ i_{s3} &= -i_{s1} - i_{s2} [\text{A}] \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} i_{r1} &= -\frac{1}{L_z} [\cos \vartheta_e \cdot \psi_{s1} + \cos(\vartheta_e - 120^\circ) \cdot \psi_{s2} + \cos(\vartheta_e + 120^\circ) \cdot \psi_{s3}] + \frac{L_l + L_{sz}}{L_{rz}(L_l + L_{sz}')} \cdot \psi_{r1} \\ i_{r2} &= -\frac{1}{L_z} [\cos(\vartheta_e + 120^\circ) \cdot \psi_{s1} + \cos \vartheta_e \cdot \psi_{s2} + \cos(\vartheta_e - 120^\circ) \cdot \psi_{s3}] + \frac{L_l + L_{sz}}{L_{rz}(L_l + L_{sz}')} \cdot \psi_{r2} \\ i_{r3} &= -i_{r1} - i_{r2} [\text{A}] \end{aligned}$$

zależności określającej moment elektromagnetyczny i równania ruchu:

$$\begin{aligned} T_e &= -\frac{2}{3} p \cdot L_M [(i_{s1} \cdot i_{r1} + i_{s2} \cdot i_{r2} + i_{s3} \cdot i_{r3}) \cdot \sin \vartheta_e + (i_{s1} \cdot i_{r2} + i_{s2} \cdot i_{r3} + i_{s3} \cdot i_{r1}) \cdot \sin(\vartheta_e + 120^\circ) \\ &\quad + (i_{s1} \cdot i_{r3} + i_{s2} \cdot i_{r1} + i_{s3} \cdot i_{r2}) \cdot \sin(\vartheta_e - 120^\circ)] [\text{N} \cdot \text{m}] \end{aligned}$$

$$\frac{d\Omega_e}{dt} = \frac{p}{J} (T_e - T_m) [\text{rad} \cdot \text{s}^{-2}] \quad (6)$$

$$\frac{d\vartheta_e}{dt} = \Omega_e [\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}] \quad (7)$$

gdzie:

- $\psi_{s1}, \psi_{s2}, \psi_{s3}$ – wartości chwilowe strumieni skojarzonych stojana [Wb],
- $\psi_{r1}, \psi_{r2}, \psi_{r3}$ – wartości chwilowe strumieni wirnika przeliczone na stronę stojana [Wb],
- i_{s1}, i_{s2}, i_{s3} – wartości chwilowe prądów stojana silnika [A],
- i_{r1}, i_{r2}, i_{r3} – wartości chwilowe prądów wirnika silnika przeliczone na stronę stojana [A],
- u_{l1}, u_{l2} – wartości chwilowe napięć fazowych linii [V],
- R_s, R_r – rezystancja stojana i rezystancja wirnika przeliczona na stronę stojana [Ω],
- R_l, L_l – rezystancja i indukcyjność fazy linii zasilającej silnik [Ω], [H],
- L_z, L_{sz}' – indukcyjność zastępcza i przejściowa indukcyjność stojana [H],
- ϑ_e, Ω_e – kąt „elektryczny” pomiędzy osią fazy „1” stojana i wirnika w modelowej maszynie o liczbie par biegunów $p = 1$ i „elektryczna” wartość prędkości kątowej wirnika [rad], [rad·s⁻¹],
- T_e – moment elektromagnetyczny działający na wirnik maszyny o p parach biegunów [N·m],
- T_m – suma momentu strat mechanicznych silnika i momentu przeniesionego przez sprzęgło połączone z tym silnikiem [N·m],

- J – moment bezwładności mas wirujących, sztywno połączonych z wirnikiem [$\text{kg}\cdot\text{m}^2$],
 t – czas [s].

Uwzględniono zmiany parametrów silnika wywołane wypieraniem prądu i nasyceniem. Każdy z napędów w programie modelowano niezależnie.

2. 6. Modelowanie przemienników częstotliwości i urządzeń soft start

Silniki klatkowe można zasilac przez przemienniki częstotliwości. Zastosowano model przemiennika z dwubiegunową modulacją szerokości impulsów przy wykorzystaniu sygnału nośnego [32]. Każdy z silników może być zasilany przez przemiennik częstotliwości ze sterowaniem skalarnym prędkości według zasady sterowania amplitudą napięcia przy stabilizacji strumienia stojana zarówno w otwartej jak i zamkniętej pętli [34]. Istnieje możliwość przyjęcia w programie dowolnego kształtu ramp rozruchowych.

W modelu uwzględniono możliwość zasilania silników napędowych za pomocą urządzeń soft-start. W tym celu w trakcie symulacji wyznaczano moment zapłonu odpowiedniego tyrystora w każdym półokresie napięcia zasilającego, zmieniając w ten sposób wartość skuteczną napięcia zasilania.

2. 7. Modelowanie układów przenoszących moment napędowy

Uwzględniono sprężystość przekładni i elastyczność sprzęgieł podatnych lub poślizg hydrokinetycznych [18]. Charakterystykę każdego ze sprzęgieł podatnych aproksymowano zależnością:

$$T_c = a\Delta\varphi + b\Delta\varphi^3 + \tau_s(a + 3b\Delta\varphi^2) \frac{d\Delta\varphi}{dt} \quad [\text{N}\cdot\text{m}] \quad (8)$$

gdzie: T_c – moment przenoszony przez sprzęgło [$\text{N}\cdot\text{m}$],

$\Delta\varphi$ – kąt skręcenia mierzony pomiędzy członami sprzęgła [rad],

a, b – współczynniki określające udział liniowego i nieliniowego członu w charakterystyce sprzęgła [$\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{rad}^{-1}$], [$\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{rad}^{-3}$],

τ_s – czas opóźnienia, czyli stała czasowa narastania kąta skręcenia po skokowym przyłożeniu momentu skręcającego [s].

2. 8. Poślizg taśmy na bębnie napędowym

Siła napędowa, dostarczana do bębna napędowego, jest przekazywana taśmie za pośrednictwem tarcia [19, 46]. Jeśli siła nabiegająca na bęben jest za duża w stosunku do wartości siły zbiegającej z bębna, wówczas taśma jest za słabo dociskana do bębna i pojawia się poślizg taśmy na bębnie. Występowanie zjawiska poślizgu niesprężystego jest niepożądane. Należy tak dobrać wstępne wartości sił w taśmie czy wykorzystać sterowanie momentem rozruchowym, aby poślizg się nie pojawił. Model uwzględnia zjawisko poślizgu i pozwala wyznaczać różnicę prędkości pomiędzy taśmą i bębniem.

Maksymalną wartość siły, jaka może być przekazywana taśmie przez bęben wyznacza się z zależności [19]:

$$PD(k) = F(i+1) \cdot (e^{\mu\alpha} - 1) + W(i) + m(i) \cdot \frac{dv(i)}{dt} \quad [\text{N}] \quad (9)$$

gdzie: $PD(k)$ – siła napędowa, jaka może być przekazana taśmie bez poślizgu [N],

$F(i+1)$ – siła w taśmie zbiegającej z bębna napędowego [N],

μ – współczynnik tarcia między taśmą a bębniem,

α – kąt opasania bębna [rad].

W przypadku, gdy siła działająca na obwodzie bębna napędowego jest mniejsza od maksymalnej siły, jaką ten bęben może przekazać taśmie, wówczas cała siła wytwarzana przez silniki napędowe i przenoszona na obwód bębna jest przekazywana taśmie. Jeśli natomiast warunek ten nie jest spełniony, siła przekazywana taśmie przez bęben równa jest tylko maksymalnej sile możliwej do przekazania. Wyrażają to zależności:

$$P_b = \begin{cases} PS & \text{dla } PS \leq PD \text{ i } v_{poś} = 0, \\ PD & \text{w pozostałych przypadkach} \end{cases} \quad [\text{N}]$$

$$v_{poś} = v_b - v(i), \quad [\text{m} \cdot \text{s}^{-1}] \quad (10)$$

$$\frac{d}{dt} v_{poś} \cdot l(i) \cdot [m(i) - m_{jt}] = PS - P_b \quad [\text{N}]$$

gdzie: P_b – siła napędowa przekazywana taśmie przez bęben [N],
 PD – maksymalna siła, jaką bęben może przekazać taśmie [N],
 PS – siła działająca na obwodzie bębna, pochodząca od silników napędowych [N],
 $v(i)$ – prędkość taśmy w punkcie nabiegania na bęben [$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$],
 v_b – prędkość liniowa punktów na obwodzie bębna [$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$],
 $v_{poś}$ – prędkość poślizgu pomiędzy taśmą i bębniem [$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$].

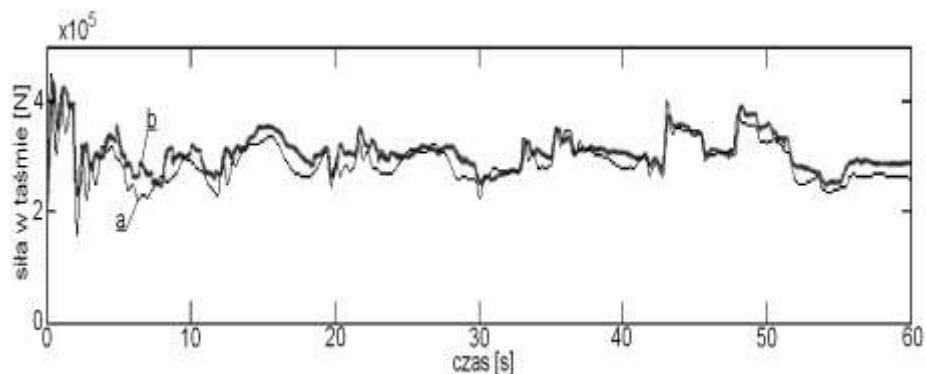
Nadwyżka momentu napędowego rozpędza sam bęben. Między bębniem a taśmą pojawia się poślizg. Gdy nadwyżka staje się ujemna, taśma dogania bęben i poślizg zostaje zlikwidowany.

3. Weryfikacja pomiarowa

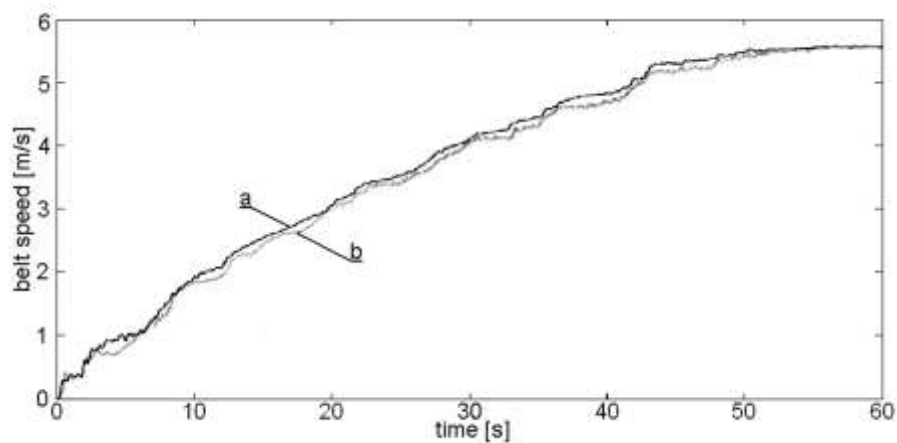
Do rozwiązywania modelu opracowano wielowariantowy program symulacyjny. Program umożliwia symulowanie różnych stanów pracy przenośnika i badanie wpływu poszczególnych z uwzględnionych zjawisk na uzyskiwane przebiegi czasowe sił, momentów, prędkości, przyspieszeń, napięć, prądów i mocy pobieranych przez silniki.

W celu weryfikacji modelu wykonano zestawienie wybranych przebiegów uzyskanych obliczeniowo z przebiegami pomiarowymi. Wykorzystano pomiary dokonane na przenośniku węglowym o długości 3620 m opisanym w p. 2.1 [35]. Urządzenie napinające pracuje okresowo, wywołując napięcie wstępne taśmy na poziomie 228 kN.

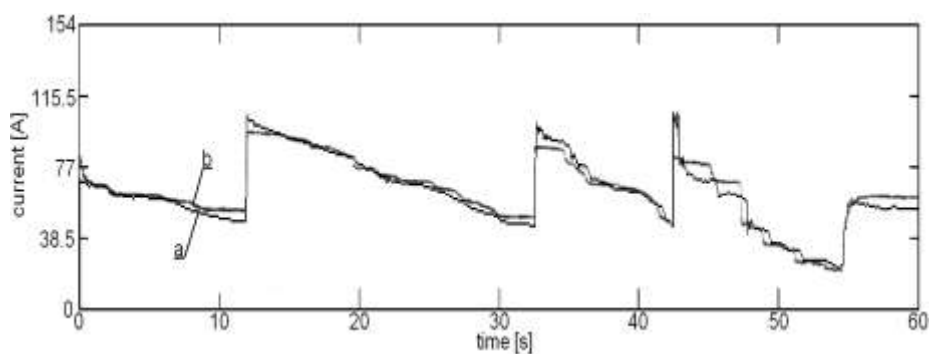
Analizowano przebiegi rozruchowe sił w taśmie w pobliżu bębna napinającego, prędkości taśmy w pobliżu pierwszego bębna czołowego oraz prądu jednego z silników dla przypadku załadowania taśmy urobkiem w ok. 33% (rys. 11, 12 i 13) oraz ok. 75% (rys. 14 i 15). Przebiegi obliczeniowe nieco różnią się od pomiarowych, ale charakter zmian jest podobny, co świadczy o poprawności modelu. Maksymalne różnice pomiędzy chwilowymi wartościami obliczeniowymi i pomiarowymi sił nie przekraczają 30% wartości zmierzonej. Różnice między prądami nie przekraczają 27% prądu znamionowego silnika, wynoszącego 75 A. Prędkości różnią się maksymalnie o około 7% prędkości ustalonej. Są to różnice maksymalne, często osiągnięte jednorazowo, po wystąpieniu skoku danej wielkości. W znacznej części okresu ruszania różnice są znacznie mniejsze. Biorąc pod uwagę, jak wiele elementów i zjawisk wpływa na wyniki, uzyskana dokładność obliczeń jest dobra.



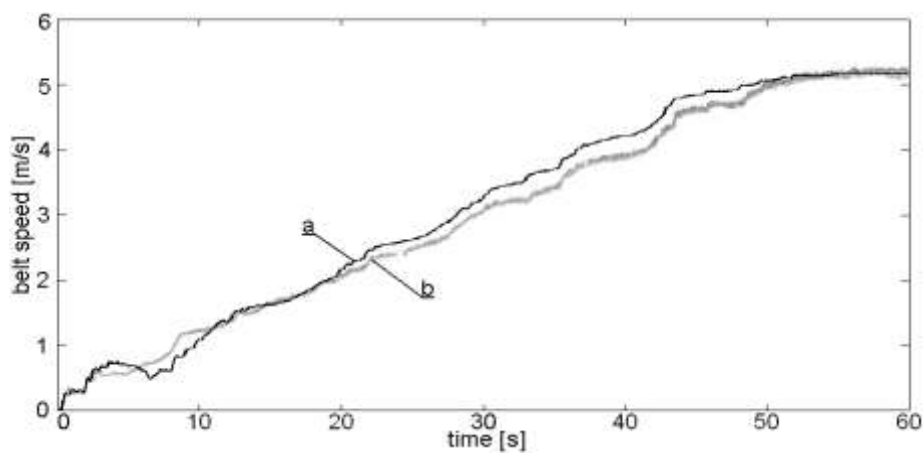
Rys. 11. Przebiegi siły w taśmie na bębnie napinającym (33% wypełnienia urobkiem): a) obliczeniowy, b) pomiarowy



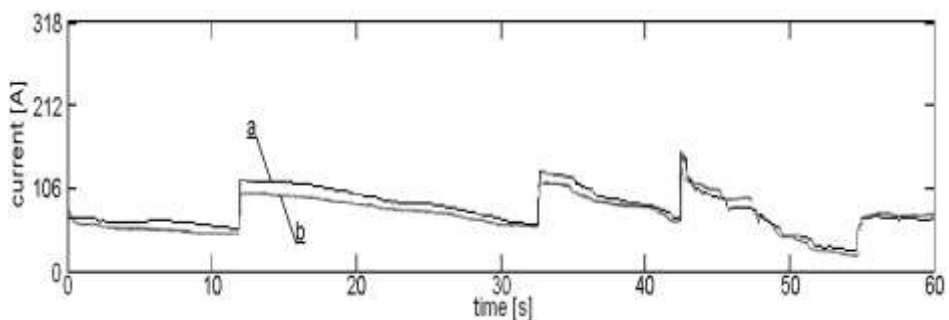
Rys. 12. Przebiegi prędkości taśmy na stacji czołowej (33% wypełnienia urobkiem): a) obliczeniowy, b) pomiarowy



Rys. 13. Przebiegi prądu rozruchowego silnika napędzającego bęben 2 (33% wypełnienia urobkiem): a) obliczeniowy, b) pomiarowy



Rys. 14. Przebiegi prędkości taśmy na stacji czołowej (75% wypełnienia urobkiem): a) obliczeniowy, b) pomiarowy



Rys. 15. Przebiegi prądu rozruchowego silnika napędzającego bęben 2 (75% wypełnienia urobkiem): a) obliczeniowy, b) pomiarowy

4. Podsumowanie

Stworzony model przenośnika jest uniwersalnym narzędziem, które można wykorzystać do optymalizacji pracy urządzenia, sprawdzania nowych rozwiązań czy weryfikacji projektu. Badania wykonane w trakcie projektowania przenośnika pozwalają właściwie dobrać jego parametry. Ma to istotny wpływ na przebieg eksploatacji oraz niezawodność pracy urządzenia. Program symulacyjny wykorzystujący model można zastosować do określenia takich sposobów sterowania układami napędowymi, które zapewnią ograniczenie krytycznych wielkości mechanicznych w elementach układu, zwłaszcza wartości sił w taśmie w stanach dynamicznych. Model pozwala badać między innymi wpływ umiejscowienia napędów, czasu załączania poszczególnych maszyn, doboru rodzaju silników, sposobu sterowania przemiennikami dla silników klatkowych czy doboru rozruszników i programu sterowania rozruchem silników pierścieniowych. Kryterium oceny sterowania przebiegiem ruszania jest osiągnięcie możliwie krótkiego czasu trwania rozruchu przy zapewnieniu nie przekraczania określonego poziomu sił w taśmie. Sterowanie pracą ustaloną ma zapewnić taką regulację prędkości taśmy, aby uzyskać znamionowe załadowanie niezależnie od wielkości podawanej strugi urobku.

Bibliografia

1. Continental Group of Companies, Advantages Offered by Belt Conveyor Technology. *Bulk Solids Handling* 2001, Vol. 21; 2: 183-187.
2. Funke H. Zum dynamischen Verhalten von Förderbandanlagen beim Anfahren und Stillsetzen unter Berücksichtigung der Bewegungswiderstände. Ph.D. Dissertation 1973, Hannover University of Technology, Germany.
3. Funke H, Hartmann K, Lauhoff H. Design and Operating Performance of a Long-Distance Belt Conveyor System with Horizontal Curves and Simultaneous Material Transport in the Upped and Lower Strands. *Bulk Solids Handling* 2000, Vol. 20; 1: 45-55.
4. Gładysiewicz L. Die Ermittlungsmethode des Eindruckrollwiderstandes zwischen Fördergurt und Tragrolle. Wrocław: Prace Naukowe Instytutu Górnictwa Politechniki Wrocławskiej 1983; 42: 58-70.
5. Gładysiewicz L. Metoda wyznaczania oporów głównych przenośnika taśmowego ze szczególnym uwzględnieniem właściwości taśmy. Prace Naukowe Centralnego Programu Badań Naukowych 02.05., Praca habilitacyjna 1990, Warszawa: Wydawnictwo Politechniki Warszawskiej.
6. Gładysiewicz L. Metoda obliczeń składowych oporu falowania przenośnika taśmowego. *Górnictwo Odkrywkowe* 1993; 2: 30-42.
7. Gładysiewicz L, Król R, Bukowski J. Eksperymentalne badania oporów ruchu przenośnika taśmowego (Tests of Belt conveyor resistance to motion). *Eksploatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability* 2011; 3: 17-25.
8. Grimmer K. J, Kessler F. The Design of Belt Conveyors With Horizontal Curves. *Bulk Solids Handling* 1992, Vol. 12: 4: 557-563.
9. Guangbu Li, Ruqiong Li. Belt Conveyor Modelling and Performance Simulation Based on AMESim. *Materials of Second International Conference on Information and Computing Science* 2009: 304-307.
10. Harrison A. Criteria for Minimizing Transient Stresses in Conveyor Belts. *Transactions Institute Engine Australia, Mechanical Engineering* 1983, Vol. 8; 3: 129-134.
11. Harrison A. Belt Conveyor Research 1980-2000. *Bulk Solids Handling* 2001, Vol. 21; 2: 159-164.
12. Harrison A., Non-linear Belt Transient Analysis by Numerical Simulation. *Bulk Solids Handling* 2008;4: 242-247.
13. Jonkers C. O. The indentation rolling resistance of belt conveyors. *Fördern und Heben* 1980, Vol.30; 4: 313-317.
14. Kacprzak M, Kulinowski P, Wędrychowicz D. Informatyczny system zarządzania procesem eksploatacji górniczych przenośników taśmowych (Computerized information system used for management of mining belt conveyors operations). *Eksploatacja i Niezawodność - Maintenance and Reliability* 2011; 2: 81-93
15. Kahrger R, Dilefeld M, Pohl M, Henderson 2000 – A World Class Conveying System. *Bulk Solids Handling* 2000, Vol. 20; 3: 319-322
16. Karanth B, Ramakoteswara R. K, Parameswaran M. A. A Systematic Approach to the Experimental Investigation on Two Pulley Conveyor Belt Drive. *Bulk Solids Handling* 1995, Vol. 15; 4: 579-586
17. Karolewski B. Modelowanie zjawisk dynamicznych w przenośnikach taśmowych. Wrocław: Prace Naukowe Instytutu Energoelektryki Politechniki Wrocławskiej, Praca habilitacyjna 1985; 63.
18. Karolewski B. An Investigation of Various Conveyor Belt Drive Systems Using a Mathematical Model. *Bulk Solids Handling* 1986, Vol. 6; 2: 349-354.
19. Karolewski B. Modell der Durchhaenge zwischen den Förderbandtragrollensätzen und des Schlupfes auf der Antriebstrammel. *Deutsche Hebe- und Fördertechnik* 1992; 5: 46-50.

20. Karolewski B, Ligocki P. Modelowanie przenośnika taśmowego. *Górnictwo Odkrywkowe* 2004; 1: 41-45.
21. Karolewski B, Ligocki P. Modelowanie dynamiki przenośników taśmowych z silnikami indukcyjnymi klatkowymi. *Przegląd Elektrotechniczny* 2009; 3: 56-58.
22. Karolewski B, Ligocki P. Wpływ sposobu rozruchu na obciążenia wybranych elementów przenośnika taśmowego. *Przegląd Górniczy* 2010; 1-2: 33-37.
23. Kasztelewicz Z, Szymański J. Metoda energooszczędnego sterowania napędem przenośnika o regulowanej prędkości taśmy w kopalniach węgla brunatnego (Energy saving control method of electrical drives in conveyor belts with regulated speed in surface brown coal mine). *Archives of Mining Sciences* 2008; 53: 319-329.
24. Kulinowski P, Jabłoński R. Computer - Aided Analysis of Dynamics of Belt Conveyor With Automatic Follow-Up Device Stretching the Belt. 1-st International Conference on Information Technologies in the Minerals Industry, 1997.
25. Kulinowski P. Analiza dynamiki rozruchu przenośników taśmowych z uwzględnieniem charakterystyk sprzęgieł hydrokinetycznych. *Transport Przemysłowy* 2004; 1: 25-29.
26. Lauhoff H. Speed Control on Belt Conveyors – Does it Really Save Energy? *Bulk Solids Handling* 2005; 25(6): 368-377.
27. Lodewijks G. The Rolling Resistance of Conveyor Belts. *Bulk Solids Handling* 1995, Vol. 15; 1: 15-22.
28. Lodewijks G. Dynamics of Belt Systems. Delft University of Technology, The Netherlands, Ph.D. thesis 1996, Universitetsdrukkerij.
29. Lodewijks G. Two Decades Dynamics of Belt Conveyor Systems. *Bulk Solids Handling* 2002, Vol. 22; 2: 124-132.
30. Markusik S. Dynamika rozruchu przenośników taśmowych z napędem jedno- lub dwubębnowym czołowym. Gliwice: Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej 1982; 711.
31. Nordell L. K, Ciozda Z. P. Transient belt stresses during starting and stopping: Elastic response simulated by finite element methods. *Bulk Solids Handling* 1984, Vol. 4; 1: 99-104.
32. Nowacki Z. Modułacja szerokości impulsów w napędach przekształtnikowych prądu przemiennego. Warszawa: PWN 1991.
33. Nuttal A, J, G, Lodewijks G. Dynamics of Multiple Drive Belt Conveyor Systems. *Particle & Particle Systems Characterization* 2007; 24: 365-369
34. Orłowska-Kowalska T. Bezczujnikowe układy napędowe z silnikami indukcyjnymi. Wrocław: Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej 2003.
35. Palczak Cz. i inni, Pomiary wybranych wielkości przenośnika 15.02 po okresie docierania pod obciążeniem. Prace Programu Rządowego PR8/1.2-89/R1, Wrocław: COBPGO Poltegor 1983.
36. Pieńkowski K. Modelling and digital simulation of the multimotor electromechanical system of long belt conveyors. *Modelling, Simulation and Control*, 1985, Vol. B5; 1: 43-63.
37. Qing He, Hong Li. Review of Dynamic Modelling and Simulation of Large Scale Belt Conveyor System, International Conference on Intelligent Computing and Information Systems ICICIS 2011, Part 1, CCIS 134: 167-172.
38. Reicks A, V. Conveyor Models as Quantitative Platforms for Belt Conveyor Energy Options. *Bulk Solids Europe* 2012; 10.
39. Schulz G. Further Results in the Analysis of Dynamics Characteristics of Belt Conveyors. *Bulk Solids Handling* 1993, Vol. 13; 4: 705-710.
40. Schulz G. Comparison of Drives for Long Belt Conveyors. *Bulk Solids Handling* 1995, Vol. 15; 2: 247-251.
41. Spaans C. The Calculation of the Main Resistance of Belt Conveyors. *Bulk Solids Handling* 1991, Vol. 11; 4: 15-22.
42. Sur S. Dual Drives for Belt Conveyors. *Bulk Solids Handling*, Vol. 7 nr 4, August 1987, s. 509-514.
43. Ściegosz W. Obliczenia podstawowe przenośników taśmowych. Wrocław: Zeszyty Problemowe COBPGO POLTEGOR 1972; 43.
44. Zhang S, Xia X. Modelling and Energy Efficiency Optimization of Belt Conveyors. *Applied Energy* 2011, Vol. 88, Issue 9: 3061-3071.
45. Żur T. Viscoelastic Properties of Conveyor Belts. *Bulk Solids Handling* 1986, Vol. 6; 3: 553-560
46. Żur T, Hardygóra M. Przenośniki taśmowe w górnictwie. Katowice: Wyd. Śląsk 1996.

Modelling of long belt conveyors

Abstract: *A mathematical model that allows the analysis of the dynamic states of the belt conveyor was presented. A way of modelling wave phenomena in the tape, changes of mass and resistances to motion and elements of the drive system (motors, frequency converters, couplings, gears and co-operation between the belt and drive pulley) was briefly described. A start up of an exemplary belt conveyor was simulated with the use of obtained formulas. The start-up time histories obtained computationally were compared with measurements. The verified belt conveyor model can be utilized to examine various phenomena and operating states of belt conveyor.*