Józef Lisowski
Uniwersytet Morski w Gdyni, Wydział Elektryczny, Katedra Automatyki Okrętowej

Optymalizacja wielokryterialna gry pozycyjnej statków

Multicriteria optimalization of ships positional game

W artykule przedstawiono model matematyczny gry pozycyjnej procesu bezpiecznego sterowania statkiem w sytuacjach kolizyjnych na morzu, zawierający opis zmiennych stanu, ograniczenia stanu i sterowania oraz zbiory dopuszczalnych strategii statków. Sformułowano możliwe zadania optymalizacji wielokryterialnej w postaci gry pozycyjnej niekooperacyjnej i kooperacyjnej oraz sterowania optymalnego nierozgrywającego. Odpowiadające tym zadaniom algorytmy sterowania wielokryterialnego poddano symulacji komputerowej w oprogramowaniu Matlab/Simulink na przykładzie rzeczywistej sytuacji nawigacyjnej w Cieśninie Kattegat.

Słowa kluczowe:
transport, logistyka, optymalizacja, automatyka.

The paper presents a mathematical model of positional game of the safe control of a ship in collision situations at sea, containing a description of state variables, state constraints and control as well as sets of acceptable ship strategies. The possible tasks of multicriteria optimization were formulated in the form of noncooperative and cooperative positional games as well as optimal non-game controls. The multicriteria control algorithms corresponding to these tasks were subjected to computer simulation in the Matlab/Simulink software on the example of the real navigational situation in the Kattegat Strait.

Key words:
transport, logistics, optimization, control engineering.

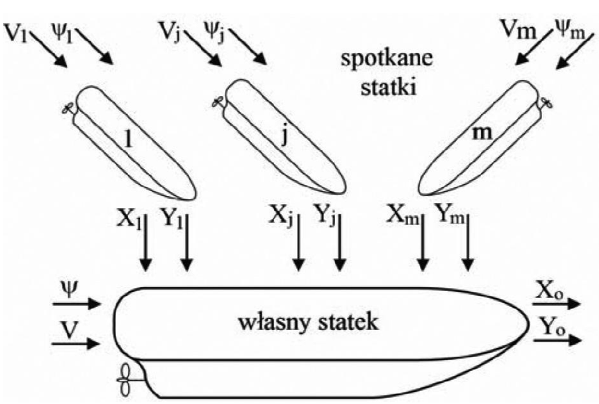
Wstęp

Zagadnienia sterowania optymalnego procesami transportowymi i logistycznymi można podzielić na takie, dla których koszt przebiegu procesu jest jednoznaczną funkcją sterowania, zależy od sposobu sterowania i od pewnego zdarzenia przypadkowego o znanym opisie statystycznym lub jest określony wyborem sposobu sterowania i pewnym czynnikiem nieokreślonym. Ostatnia grupa zagadnień dotyczy transportowych i logistycznych procesów rozgrywających, których syntezę prowadzi się metodami teorii gier. Podstawowymi układami sterowania rozgrywającego są układy rozgrywające pozycyjnego sterowania obiektami, a więc układy ze sprzężeniem zwrotnym, reprezentujące gry pozycyjne, na przykład bezpieczne sterowanie statkiem w sytuacjach kolizyjnych na morzu (Breton i Szajowski, 2010).

Model matematyczny gry pozycyjnej

Istotą gry pozycyjnej jest uzależnienie strategii własnego statku od pozycji $p(t_k)$ spotkanych statków w aktualnym etapie ruchu k. W ten sposób uwzględnia się w modelu procesu ewentualne zmiany kursu i prędkości spotkanych statków w trakcie realizacji sterowania (Lisowski, 2017; rys. 1).

Rysunek 1
Gra pozycyjna statków



Źródło: opracowanie własne.

Stan procesu

Bieżący stan procesu jest określony przez pozycję x_0 własnego statku i pozycje x_j spotkanych statków:

$$x_0 = (X_0, Y_0), x_j = (X_j, Y_j), j = 1, 2, ..., m \quad (1)$$

Układ generuje swoje sterowanie w chwili t_k na postawie danych, które otrzymuje z systemu antykolizyjnego *ARPA* o bieżącej pozycji śledzonych statków:

$$p(t_k) = \begin{bmatrix} x_0(t_k) \\ x_j(t_k) \end{bmatrix} \quad j = 1, 2, ..., m \quad k = 1, 2, ..., K \quad (2)$$

Zakłada się, zgodnie z ogólną koncepcją pozycyjnej gry wieloetapowej, że w każdej dyskretnej chwili czasu t_k na własnym statku znana jest pozycja spotkanych statków (Engwerda, 2005; Kun, 2001).

Ograniczenia stanu i sterowania

Ograniczenia współrzędnych stanu są ograniczeniami nawigacyjnymi:

$$\{x_0(t), x_j(t)\} \in P \quad (3)$$

Ograniczenia sterowania uwzględniają kinematykę ruchu statków, zalecenia prawa drogi morskiej *MPDM* i warunek zachowania bezpiecznej odległości mijania D_b:

$$u_0 \in U_0, u_j \in U_j, j = 1, 2, ..., m \quad (4)$$

Zbiory dopuszczalnych strategii statków

Zbiory dopuszczalnych strategii uczestników gry względem siebie są zależne, co oznacza, że wybór sterowania u_j przez j-ty spotkany statek zmienia zbiory dopuszczalnych strategii innych statków opisane zależnością:

$$\begin{aligned} U_{0,j}[p(t)] &= S_{01,j} \cup S_{02,j} \\ U_{j,0}[p(t)] &= S_{j1,0} \cup S_{j2,0} \end{aligned} \quad (5)$$

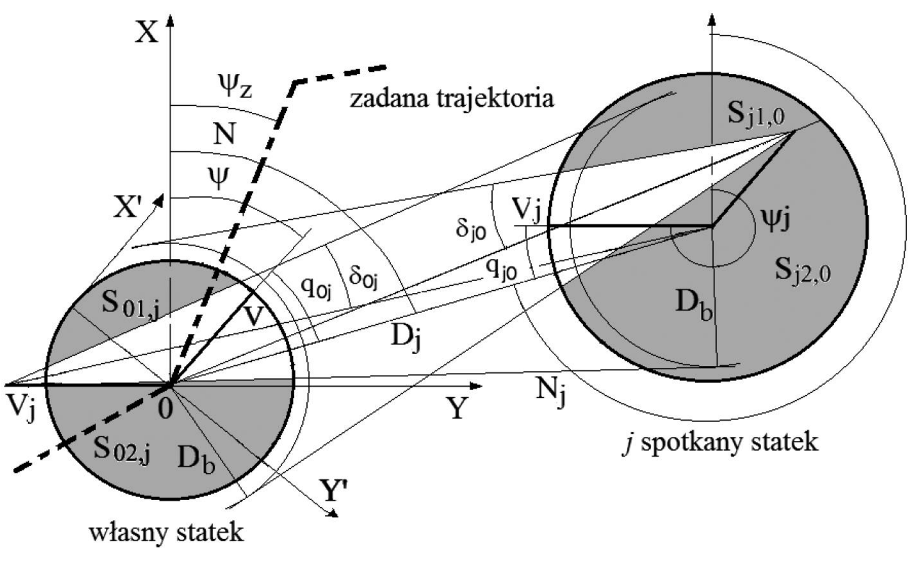
Na rysunku 2 przedstawiono wyznaczanie zbiorów dopuszczalnych strategii statków.

Zbiór U_0, j jest określony przez nierówności:

$$\begin{aligned} & a_{0,j}\, u_{0,x'} + b_{0,j}\, u_{0,y'} \le c_{0,j} \\ & u_{0,x'}^2 + u_{0,y'}^2 \le V^2 \end{aligned} \quad (6)$$

Rysunek 2

Wyznaczanie zbiorów dopuszczalnych strategii własnego statku



Źródło: opracowanie własne.

gdzie:

$$\vec{V} = \vec{u}_0 (u_{0,x'}, u_{0,y'})$$
$$a_{0,j} = -\lambda_{0,j} \cos(q_{0,j} + \lambda_{0,j} \delta_{0,j})$$
$$b_{0,j} = \lambda_{0,j} \sin(q_{0,j} + \lambda_{0,j} \delta_{0,j})$$
$$c_{0,j} = -\lambda_{0,j} \begin{bmatrix} V_j \sin(q_{j,0} + \lambda_{0,j} \delta_{0,j}) + \\ V \cos(q_{0,j} + \lambda_{0,j} \delta_{0,j}) \end{bmatrix}$$
$$\lambda_{0,j} = \begin{cases} -1 & dla\ S_{01,j} \quad (LB) \\ 1 & dla\ S_{02,j} \quad (PB) \end{cases} \tag{7}$$

Wartość $\lambda_{0,j}$ jest określana za pomocą funkcji logicznej F_j charakteryzującej wymagania reguł Międzynarodowego Prawa Drogi Morskiej *MPDM*. Postać funkcji F_j zależy od interpretacji reguł *MPDM* dla celów syntezy algorytmu sterowania bezpiecznego statkiem:

$$F_j = \begin{cases} 1 & to \quad \lambda_{0,j} = 1 \\ 0 & to \quad \lambda_{0,j} = -1 \end{cases} \tag{8}$$

Analogicznie określa się zbiór dopuszczalnych strategii spotkanego j-tego statku względem własnego statku poprzez wyznaczenie następujących nierówności:

$$\begin{aligned} & a_{j,0}\, u_{j,x'} + b_{j,0}\, u_{j,y'} \le c_{j,0} \\ & u_{j,x'}^2 + u_{j,y'}^2 \le V_j^2 \end{aligned} \tag{10}$$

gdzie:

$$\vec{V}_j = \vec{u}_j (u_{j,x'}, u_{j,y'})$$
$$a_{j,0} = -\lambda_{j,0} \cos(q_{j,0} + \lambda_{j,0} \delta_{j,0})$$
$$b_{j,0} = \lambda_{j,0} \sin(q_{j,0} + \lambda_{j,0} \delta_{j,0})$$
$$c_{j,0} = -\lambda_{j,0} V \sin(q_{0,j} + \lambda_{j,0} \delta_{j,0})$$
$$\lambda_{j,0} = \begin{cases} -1 & dla\ S_{j1,0} \quad (LB) \\ 1 & dla\ S_{j2,0} \quad (PB) \end{cases} \tag{11}$$

Wielokryterialna optymalizacja gry pozycyjnej

Do wyznaczenia optymalnego manewru własnego statku w łącznym do wszystkich j spotkanych statków dopuszczalnym obszarze sterowań (Engwerda, 2005):

$$U_o = \bigcap_{j=1}^{m} U_{0,j} \qquad j = 1, 2, \ldots, m \tag{12}$$

Optymalne sterowanie własnym statkiem $u_0^*(t)$, równoważne dla aktualnej pozycji $p(t)$ optymalnemu sterowaniu pozycyjnemu $u_0^*(p)$, wyznacza się następująco:

- określa się zbiory dopuszczalnych strategii $U_{j,0}[p(t_k)]$ spotkanych obiektów względem własnego statku oraz wyjściowe zbiory $U_{0,j}[p(t_k)]$ dopuszczalnych strategii własnego statku względem każdego ze spotkanych obiektów;
- względem każdego j-tego spotkanego statku wyznacza się parę wektorów $u_{0,j}$ i $u_{j,0}$, a następnie optymalną strategię pozycyjną $u_0^*(p)$ własnego statku z warunku optimum I^* wskaźnika jakości sterowania (Miloh, 1974; Olsder, 1977).

Gra pozycyjna niekooperacyjna

Algorytm wieloetapowej gry pozycyjnej niekooperacyjnej *AWGP_nk* wykorzystuje następujące kryterium optymalizacji:

$$I_{nc}^* = \min_{u_0^* \in U_0 = \bigcap_{j=1}^{m} U_{0,j}} \left\{ \max_{u_{j,0} \in U_{j,0}} \min_{u_{0,j} \in U_{0,j}(u_j)} L\left[x_0(t_k), L_k\right] \right\} = L_{0,nc}^* \tag{16}$$

$j = 1, 2, \ldots, m$

gdzie:

L_0 — ciągła funkcja celu sterowania własnego statku, charakteryzująca odległość statku w chwili t_0 do najbliższego punktu zwrotu L_k na zadanej trasie rejsu.

Najpierw wyznacza się sterowanie własnego statku zapewniające najkrótszą trajektorię wyminięcia, czyli najmniejsze straty drogi (warunek *min*) dla sterowania niekooperacyjnego każdego j spotkanego statku, przyczyniającego się do największego wydłużenia trajektorii własnego statku (warunek *max*). Na końcu ze zbioru sterowań własnego statku do poszczególnych j spotkanych statków wybiera się sterowanie własnego statku w stosunku do wszystkich n spotkanych statków, zapewniające najmniejsze straty drogi (warunek *min*).

Stosownie do trzech warunków optymalizacji (*min max min*) do rozwiązania gry stosuje się potrójnie metodę programowania liniowego, uzyskując wartości optymalne kursu i prędkości własnego statku. Najmniejsze straty drogi osiąga się dla maksymalnego rzutu wektora prędkości własnego statku na kierunek zadanego kursu. Optymalne sterowanie oblicza się wielokrotnie na każdym dyskretnym etapie ruchu, stosując metodę Simpleks do rozwiązywania zadania programowania liniowego dla zmiennych w postaci składowych wektora prędkości własnego statku (Ehrgott, Gandibleux, 2002; Ehrgott, 2005).

Gra pozycyjna kooperacyjna

Algorytm wieloetapowej gry pozycyjnej kooperacyjnej *AWGP_k* wykorzystuje następujące kryterium optymalizacji:

$$I_c^* = \min_{u_0^* \in U_0 = \bigcap_{j=1}^{m} U_{0,j}} \left\{ \min_{u_{j,0} \in U_{j,0}} \; \min_{u_{0,j} \in U_{0,j}(u_j)} L\left[x_0(t_k), L_k\right] \right\} = L_{0,c}^* \qquad (17)$$

$j = 1, 2, ..., m$

Różnica w stosunku do algorytmu *AWGP_nk* wynika z zastosowania działania kooperacyjnego między statkami w celu uniknięcia kolizji przez wszystkie *j* spotkane obiekty i zastąpieniu drugiego warunku *max* na *min* (Eshenauer, Koski, Osyczka, 1990).

Sterowanie nierozgrywające

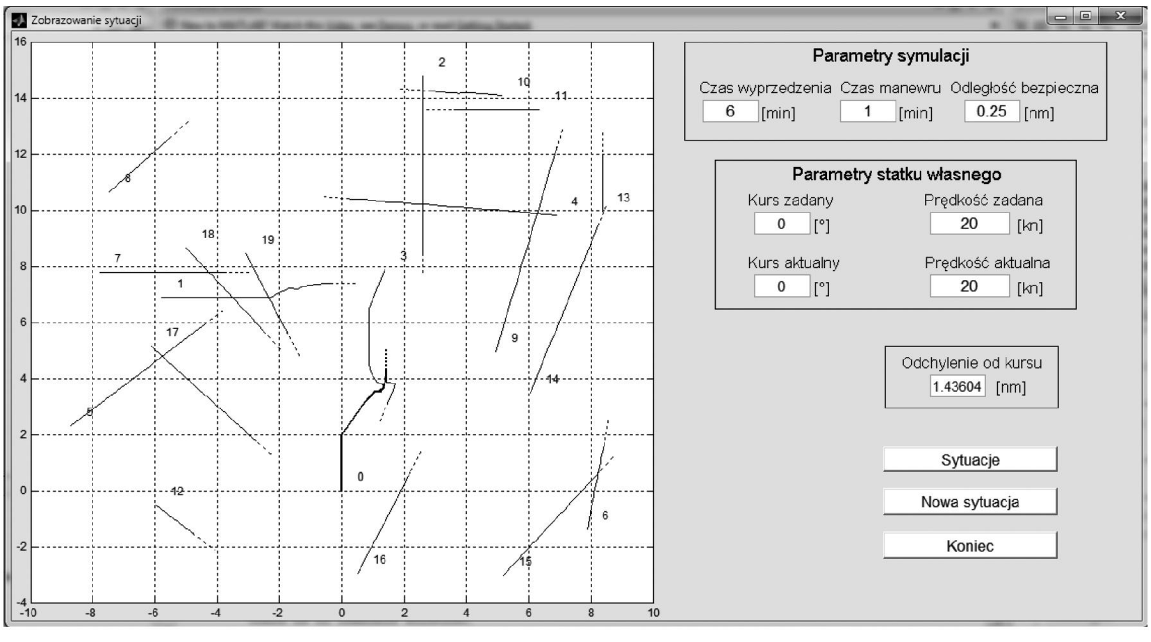
Algorytm wieloetapowego sterowania nierozgrywającego *AWS_nr* wykorzystuje następujące kryterium optymalizacji:

$$I_{0c}^* = \min_{u_0^* \in U_0 = \bigcap_{j=1}^{m} U_{0,j}} \left\{ L\left[x_0(t_k), L_k\right] \right\} = L_{0,oc}^* \qquad (18)$$

$j = 1, 2, ..., m$

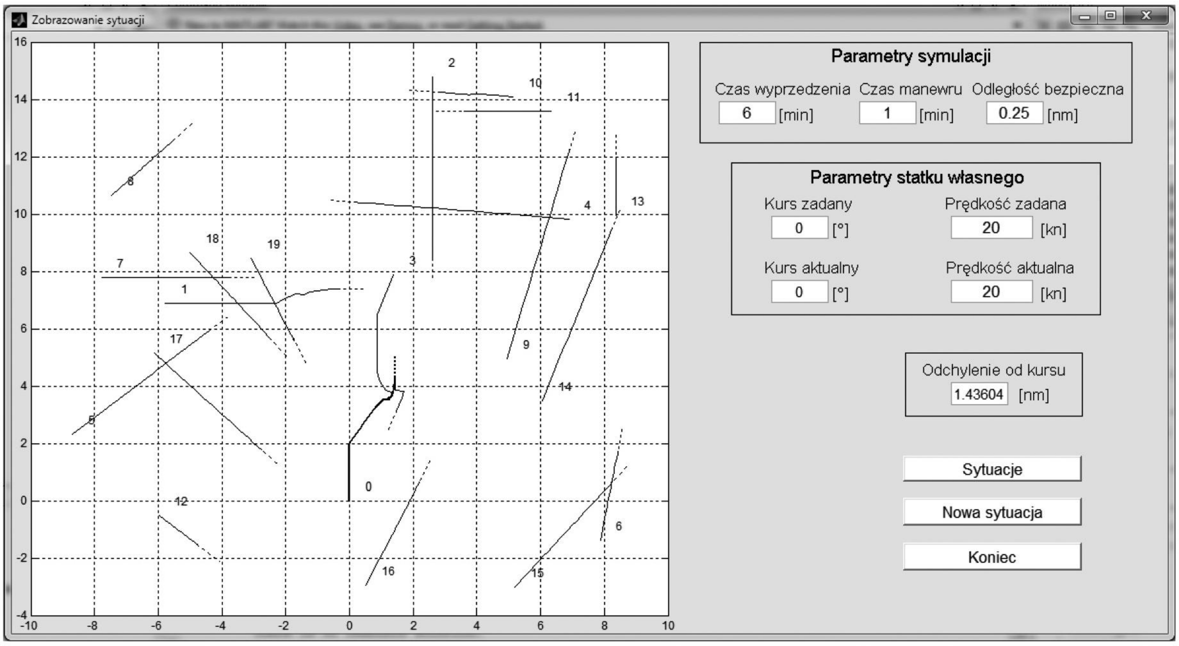
Wybór optymalnej trajektorii statku według kryteriów (16), (17) i (18) sprowadza się do wyznaczenia jego kursu i prędkości zapewniających najmniejsze straty drogi na bezpieczne mijanie spotkanych obiektów, w odległości nie mniejszej niż założona wartość D_b, z uwzględnieniem dynamiki statku w postaci czasu wyprzedzenia manewru. Najmniejsze straty drogi osiąga się dla maksymalnego rzutu wektora prędkości własnego statku na kierunek zadanego kursu. Na czas wyprzedzenia manewru składa się czas wyprzedzenia zmiany kursu i czas wyprzedzenia zmiany prędkości własnego statku.

Rysunek 3
Okno algorytmu z danymi początkowymi sytuacji nawigacyjnej



Źródło: opracowanie własne.

Rysunek 4
Okno algorytmu z wynikami obliczeń bezpiecznej trajektorii statku



Źródło: opracowanie własne.

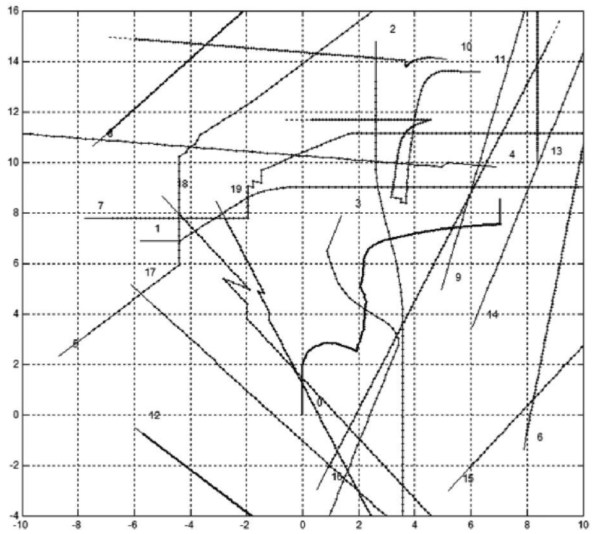
Algorytmy *AWGP_nk*, *AWGP_k* oraz *AWS_nr* wyznaczania bezpiecznej trajektorii statku w sytuacji kolizyjnej opracowano wykorzystując funkcję *lp* — *linear programming* z Optimization Toolbox oprogramowania Matlab/Simulink.

Sposób wprowadzenia danych początkowych do obliczeń opisujących sytuację nawigacyjną przedstawia rysunek 3, a postać wyników obliczeń bezpiecznej trajektorii statku ilustruje rysunek 4.

Badania symulacyjne algorytmu

Trajektorie bezpieczne własnego statku w sytuacji 19 spotkanych statków w Cieśninie Kattegat, w warunkach ograniczonej widzialności na morzu przy D_b=1,6 Mm, wyznaczone według algorytmów optymalizacji wielokryterialnej: *AWGP_nk*, *AWGP_k* i *AWS_nr*, przedstawiono na rysunkach 5, 6 i 7.

Rysunek 5
Trajektoria bezpieczna własnego statku w grze pozycyjnej niekooperacyjnej



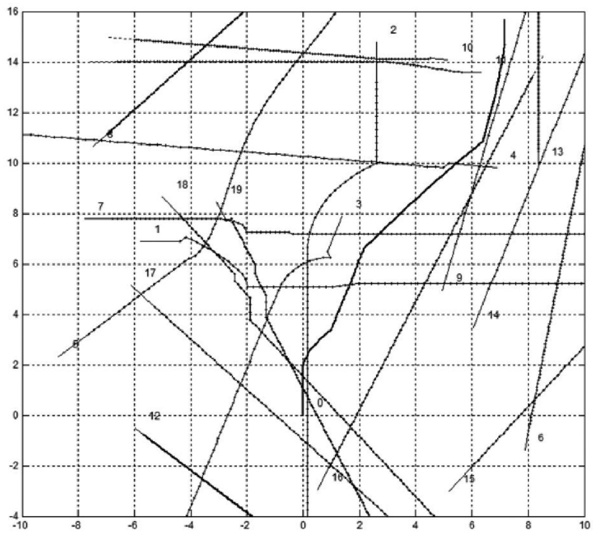
Źródło: opracowanie własne.

Podsumowanie

Sformułowanie modelu matematycznego procesu bezpiecznego kierowania ruchem statku podczas mijania się z większą liczbą spotkanych statków jako modelu gry pozycyjnej umożliwia uwzględnienie stopnia nieokreśloności sytuacji nawigacyjnej spowodowanej niedoskonałością przepisów prawa drogi morskiej oraz subiektywności nawigatora podejmującego decyzję manewrową uniknięcia kolizji.

Rysunek 6

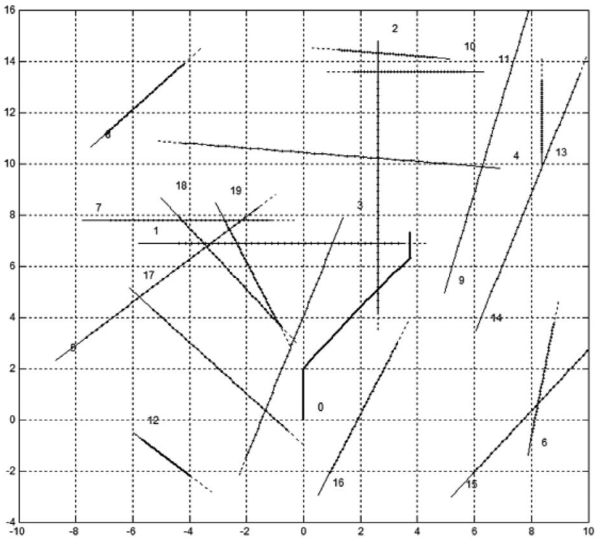
Trajektoria bezpieczna własnego statku w grze pozycyjnej kooperacyjnej



Źródło: opracowanie własne.

Rysunek 7

Trajektoria bezpieczna własnego statku dla sterowania nierozgrywającego



Źródło: opracowanie własne.

Wielokryterialne ujęcie zadania optymalizacji sterowania bezpiecznego pozwala na opracowanie odpowiednich algorytmów sterowania rozgrywającego niekooperacyjnego kooperacyjnego oraz nierozgrywającego. Otrzymane bezpieczne trajektorie statku różnią się przede wszystkim wartością końcowego odchylenia od zadanej trajektorii ruchu.

Bibliografia

Basar, T. Bernhard, P. (2008). *H-Infinity optimal control and related mini-max design problems: A dynamic game approach*. Berlin: Springer.

Breton, M., Szajowski, K. (2010). *Advances in dynamic games: theory, applications, and numerical methods for differential and stochastic games*. Boston: Birkhauser.

Ehrgott, M. (2005). *Multicriterial optimization*. Berlin: Springer.

Ehrgott, M., Gandibleux, X. (2002). *Multiple criteria optimization: state of the art annotated bibliographic surveys*. New York: Kluwer Academic Press.

Engwerda, J.C. (2005). *LQ dynamic optimization and differential games*. New York: John Wiley & Sons.

Eshenauer, H., Koski, J., Osyczka, A. (1990). *Multicriteria design optimization: procedures and application*. Berlin: Springer-Verlag.

Kun, G. (2001). *Stabilizability, controllability, and optimal strategies of linear and nonlinear dynamical games*. PhD. Thesis. Aachen: RWTH.

Lisowski, J. (2017). *Metody optymalizacji* (212–227). Gdynia: Wydawnictwo Akademii Morskiej.

Miloh, T. (1974). *Determination of critical manoeuvres for collision avoidance using the theory of differential games*. Hamburg: Inst. Fur Schiffbau.

Olsder, G.J., Walter, J.L. (1977). *A differential game approach to collision avoidance of ships. Proc. of the 8th IFIP Symp. on Optimization Techniques* (264–271). Novosibirsk.