

Zastosowanie regulatora ułamkowego rzędu PD do automatycznego sterowania zamówieniami dla magazynu ze zmiennym w czasie opóźnieniem dostaw

Ewa Abrahamowicz, Przemysław Orłowski

Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie, ul. Sikorskiego 37, 70-313 Szczecin

Streszczenie: W pracy zaproponowano wykorzystanie regulatora niecałkowitego rzędu w systemie magazynowym z automatycznym sterowaniem wielkością dostaw. Rozważania oparto na dyskretnym, niestacjonarnym, dynamicznym modelu systemu magazynowego ze zmiennym w czasie opóźnieniem. W układzie sterowania zamówieniami wykorzystano dyskretny regulator niecałkowitego rzędu PD^μ , strukturę feedback-feedforward oraz zmodyfikowany predyktor Smitha. Parametry układu regulacji zostały wyznaczone w wyniku optymalizacji z wykorzystaniem algorytmu genetycznego. W celu oceny jakości regulacji zastosowane zostały wskaźniki jakości bazujące na ocenie zajętości powierzchni magazynowej oraz utraconych korzyści. Przedstawione zostały wyniki badań symulacyjnych dla regulatorów całkowitego oraz niecałkowitego rzędu, co umożliwiło dokonanie analizy porównawczej skuteczności działania obu regulatorów.

Słowa kluczowe: regulator niecałkowitego rzędu, system magazynowy, układ sterowania, zmienne opóźnienie, układ dyskretny, algorytm genetyczny

1. Wprowadzenie

Globalizacja od wielu lat wymusza dynamiczny rozwój światowej gospodarki. Umożliwia to zarówno zakup surowców i materiałów, jak i możliwość sprzedaży produktów na wcześniej niedostępnych rynkach. Wiąże się to jednak ze zwiększoną konkurencją, która zmusza małe i duże firmy do zmiany sposobu organizacji i zarządzania przedsiębiorstwem, a w rezultacie do planowania strategicznego [2, 3].

Jedną z powszechnie stosowanych strategii jest strategia niskich kosztów, której celem jest skrócenie czasu realizacji zamówienia, zmniejszenie kosztu magazynowania zapasów oraz poprawa jakości obsługi klienta [2]. Dzisiejsze przedsiębiorstwa rezygnują z systemów typu *push*, które opierają swoje działanie na prognozowanym popycie. Chętniej stosowanym systemem jest system typu *pull* zorientowany na popyt. Jedną ze strategii systemu *pull* jest strategia *Just-in-Time* (ang. *dokładnie na czas*) [2, 4]. W idealnej sytuacji tej strategii produkt dostarczany jest dokładnie w momencie zapotrzebowania, co umożliwia całkowitą eliminację

zapasów, które mogą stanowić nawet 20–30% całkowitych kosztów logistycznych [1].

Klasyczne metody sterowania zapasami takie jak ROP (ang. *Re-Order Point*) oraz ROC (ang. *Re-Order Cycle*) [5, 6] są do dziś udostępniane w systemach informatycznych, jednak są one szeroko krytykowane ze względu na słabą efektywność, liniowość modeli oraz wyidealizowaną formę. W realnych systemach magazynowych przepływ dóbr jest skomplikowany, opóźnienia łańcucha dostaw są zmienne, a zapotrzebowanie zmienia się w dynamiczny sposób [5–7]. Przedstawione niedogodności przyczyniają się do ciągłego powstawania nowych modeli kształtowania zapasów [8, 9].

Oprócz systemów informatycznych wspomagających obszar logistyki także automatycy niejednokrotnie rozważali problem sterowania zamówieniami. Do jego rozwiązania wykorzystywane były metody sterowania układami dynamicznymi [7–9, 22, 23] oraz optymalizacja [25, 26].

W ostatnich latach dużą popularnością cieszy się teoria rachunku różniczkowego ułamkowego rzędu [10–13]. Znajduje on zastosowania w wielu dziedzinach. W automatyce rozwija się nowa gałąź teorii sterowania zajmująca się regulatorami niecałkowitego rzędu [11, 13–15]. Regulatory PD^μ są rozszerzeniem klasycznego regulatora PID. Mają one dwa dodatkowe stopnie swobody: całkowania λ i różniczkowania μ , gdzie λ i μ są dowolnymi nieujemnymi liczbami rzeczywistymi. Stosowanie owego niekonwencjonalnego sposobu sterowania pozwala poprawić wskaźniki jakości regulacji, co zostało zaprezentowane w pracach [16, 17]. Jednak wprowadzenie dodatkowych stopni swobody powoduje, że klasyczne metody doboru nastaw regulatora PID nie

Autor korespondujący:

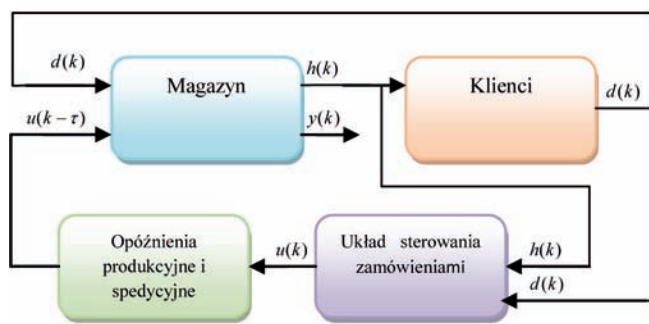
Ewa Abrahamowicz, eabrahamowicz@onet.pl

Artykuł recenzowany

nadesłany 2.05.2016 r., przyjęty do druku 25.05.2016 r.



Zezwala się na korzystanie z artykułu na warunkach licencji Creative Commons Uznanie autorstwa 3.0



Rys. 1. Schemat poglądowy struktury analizowanego systemu magazynowego z układem sterowania

Fig. 1. Schematic diagram of the inventory control system

są skuteczne (np. metoda Zieglera-Nicholsa). Powyższy problem omawiany był między innymi w pracach [18, 19], natomiast problemowi stabilności regulatorów niecałkowitego rzędu poświęcone były prace [13, 20, 21]. W monografii [10] zostało przedstawione rozszerzenie układu niecałkowitego rzędu na układ dyskretny.

2. Model matematyczny

Wykorzystany w niniejszej pracy model matematyczny opiera się na modelu przedstawionym w pracy [23]. Poglądową strukturę analizowanego systemu magazynowego przedstawiono na rysunku 1.

Uwzględniono tu wprowadzenie takiej zmiennej wejściowej do magazynu jak zapotrzebowanie $d(k)$, generowane przez klienta, które jest dyskretną funkcją czasu i spełnia następującą zależność:

$$0 \leq h(k) \leq d(k) \leq d_{\max} \quad (1)$$

Zmienna $h(k)$ stanowi o ilości sprzedanych produktów w chwili k . Idealna sytuacja zakłada, że w każdym momencie czasu $d(k) = h(k)$ przy minimalnym, $y(k)$ pozwalającym na spełnienie równania (1), gdzie $y(k)$ to aktualny stan zapasów magazynowych. Ilość produktów w magazynie musi spełniać zależność:

$$0 \leq y(k) \leq y_{\max} \quad (2)$$

Jeżeli $h(k) < d(k)$ oznacza to, że ilość zapasu była niewystarczająca, co oznacza utracone korzyści związane z niezaspokojeniem aktualnych potrzeb rynku.

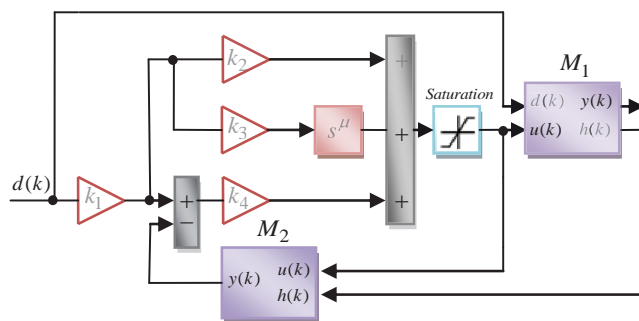
W przyjętym modelu uwzględnia się zmienne w czasie opóźnienie spowodowane opóźnieniami produkcyjnymi oraz transportowymi. W tym celu wprowadzony został współczynnik wysyłki w chwili czasu k , określony następująco:

$$q(k) = \begin{cases} 0 - \text{wysyłka} \\ 1 - \text{oczekiwanie na transport} \end{cases} \quad (3)$$

Ilość produktów oczekujących na wysyłkę do magazynu w chwili k określona jest równaniem stanu:

$$x(k) = q(k-1) \cdot x(k-1) + u(k-\tau_p) \quad (4)$$

Powyższe równanie ukazuje, że $x(k)$ zależne jest od $u(k)$, czyli od ilości zamówionych w chwili k produktów. Zamówienie towaru wiąże się z opóźnieniem produkcyjnym τ_p .



Rys. 2. Schemat blokowy układu sterowania dla systemu magazynowego

Fig. 2. Block diagram of the controller for the inventory system

Stan magazynu przy spełnionych warunkach $x(k) \geq 0, u(k) \geq 0$ można zatem określić w następujący sposób:

$$y(k) = y(k-1) + (1 - q(k-\tau_s)) \cdot x(k-\tau_s) - h(k) \quad (5)$$

gdzie τ_s oznacza opóźnienia spedycyjne.

3. Układ sterowania

Omawiany układ regulacji charakteryzuje się dużymi, zmiennymi czasami opóźnień, które mogą destabilizować układ i wpływać negatywnie na jakość sterowania. Zaimplementowanym w pracy sposobem uniknięcia takiej sytuacji jest wykorzystanie regulatora ułamkowego w sprzężeniu wyprzedzającym oraz zastosowanie regulatora w sprzężeniu zwrotnym z wykorzystaniem zmodyfikowanego predyktora Smitha. Stosowany predyktor przybiera postać uproszczonego modelu systemu sterowania bez opóźnienia, którego zadaniem jest wyznaczenie żądanej wielkości zamówienia magazynowego w następującej postaci:

$$\tilde{y}(k) = \tilde{y}(k-1) + u(k-1) - h(k) \quad (6)$$

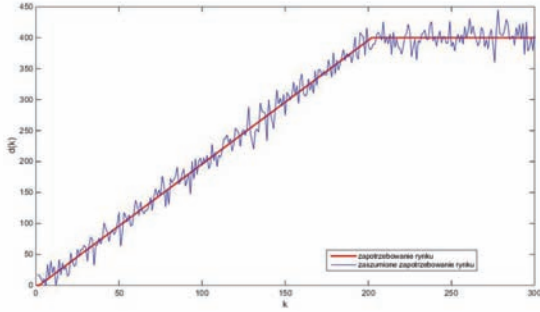
Na rys. 2 przedstawiono schemat blokowy zastosowanego układu sterowania, gdzie M_1 oznacza model systemu regulacji, a M_2 model uproszczony bez opóźnienia. Zmienne od k_1 do k_5 są parametrami układu regulacji, gdzie $k_5 = \mu$ jest dodatkowym stopniem swobody akcji różniczkującej.

Stosowanym w układzie sterowania regulatorem w sprzężeniu w przód jest regulator proporcjonalno-różniczkujący niecałkowitego rzędu PDⁿ. Pracuje on w otwartej pętli sterowania, natomiast w ujemnej pętli sprzężenia zwrotnego znajduje się regulator proporcjonalny o wzmacnieniu k_4 . Rolą elementu k_1 jest predykcja referencyjnego poziomu zapasów w magazynie na podstawie znanego zapotrzebowania $d(k)$. Jego transmitancję operatorową w przypadku ciągłym przedstawia następująca funkcja przejścia:

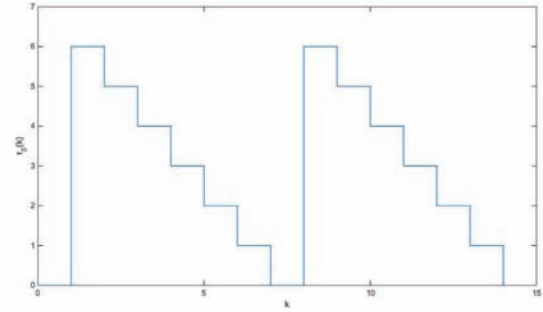
$$G(s) = k_p + k_d s^\mu \quad (7)$$

gdzie $\mu > 0, k_p$ oznacza wzmacnienie części proporcjonalnej, natomiast k_d – wzmacnienie części różniczkującej. W przypadku kiedy $\mu = 1$ powyższy regulator staje się zwyczajnym regulatorem PD. Dokładne fizyczne odwzorowanie powyższego regulatora jest niemożliwe, ponieważ ukazana transmitancja jest funkcją niewymierną.

W niniejszej pracy rozważany jest układ dyskretny, stąd do praktycznej realizacji dyskretnego regulatora PDⁿ wyko-



Rys. 3. Zapotrzebowanie rynku na produkty
Fig. 3. Market demand for products



Rys. 4. Zmienne w czasie opóźnienie związane z oczekiwaniem na transport
Fig. 4. Time-varying delay related to waiting time for transport

ryzowana jest dyskretna aproksymacja transmitancji (7) metodą Eulera.

Do realizacji operatora różniczkowania niecałkowitego rzędu s^μ wyznacza się nowy operator:

$$[\omega(z^{-1})]^\mu = \left[\frac{1-z^{-1}}{T} \right]^\mu \quad (8)$$

gdzie T oznacza okres impulsowania. Na podstawie zależności (8) można wyznaczyć dyskretną transmitancję w następującej postaci [24]:

$$G(z^{-1}) = k_p + k_d [\omega(z^{-1})]^\mu = k_p + k_d \left(\frac{1-z^{-1}}{T} \right)^\mu \quad (9)$$

Do wyznaczenia wymiernej transmitancji operatorowej zastosowano aproksymację Eulera oraz rozwinięcie w szereg wykładniczy:

$$\left(\frac{1-z^{-1}}{T} \right)^\mu \approx \frac{1}{T^\mu} \left(1 + \sum_{j=1}^r p_j z^{-j} \right) \quad (10)$$

gdzie: r – rząd aproksymacji oraz:

$$p_j = \prod_{i=1}^j \left(1 - \frac{\mu+1}{i} \right) \quad (11)$$

Stąd przyjęta w pracy postać regulatora rzędu ułamkowego:

$$G(z^{-1}) \approx k_2 + \frac{k_3}{T^\mu} \left(1 + \sum_{j=1}^r p_j z^{-j} \right) \quad (12)$$

W niniejszej pracy dodatkowy stopień swobody regulatora proporcjonalno-różniczkującego niecałkowitego rzędu μ reprezentowany jest przez zmienną k_3 . Dokładne odzwierciedlenie transmitancji (12) nie jest możliwe z uwagi na nieskończoną długość szeregu potęgowego. Na bazie przeprowadzonych badań symulacyjnych przyjęto, że dla rozpatrywanego układu regulacji w sprzężeniu w przód zadowalającą dokładność zapewnia rząd aproksymacji $r \geq 5$. Na potrzeby optymalizacji układu sterowania celem ograniczenia złożoności obliczeniowej przyjęto $r = 5$.

4. Kryteria oceny sterowania

Zadaniem układu sterowania jest utrzymywanie zapasów magazynowych na optymalnym poziomie, tzn. tak, aby minimalizowa-

wać koszty utrzymywania zapasów i jednocześnie nie dopuścić do przestojów, tj. sytuacji kiedy $d(k) \geq 5 h(k)$.

Kryterium doboru parametrów układu sterowania ma na celu minimalizację dwóch wskaźników jakości w następujących postaciach:

$$j_1 = \sum_{k=n_0}^N [d(k) - h(k)] \quad (13)$$

$$j_2 = \sum_{k=n_0}^N y(k) \quad (14)$$

gdzie n_0 jest sumą opóźnień występujących w układzie sterowania dla $k=0$: $n_0 = \tau_p + \tau_o(\tau_p) + \tau_s$, natomiast N jest długością horyzontu czasowego. Wskaźnik j_1 stanowi wartość utraconych korzyści, tj. różnicę między zapotrzebowaniem klientów a ilością sprzedanych produktów. Wielkość ta jest zawsze nieujemna, co wynika z (1). Reprezentuje ona straty wynikające z przestojów. Wskaźnik j_2 reprezentuje zajętość powierzchni magazynu, z definicji nieujemną, która generuje koszty logistyczne, związane z utrzymaniem zapasów.

Przyjęta w pracy funkcja celu jest sumą ważoną wskaźników jakości j_1 oraz j_2 :

$$j = \omega_1 j_1 + \omega_2 j_2 \quad (15)$$

gdzie ω_1, ω_2 są współczynnikami wagowymi.

Parametry układu regulacji od k_1 do k_5 są wyznaczone w wyniku rozwiązania następującego zadania minimalizacji:

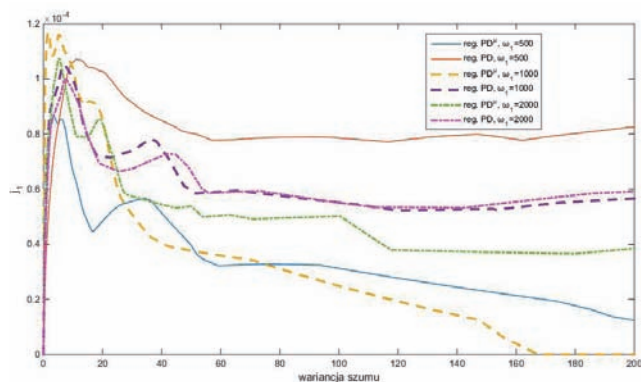
$$\min_{k_1, k_2, k_3, k_4, k_5} j \quad (16)$$

przy spełnionych następujących warunkach: $k_1 \geq 0, k_2 \geq 0, k_3 \geq 0, k_4 \geq 0, k_5 \geq 0$.

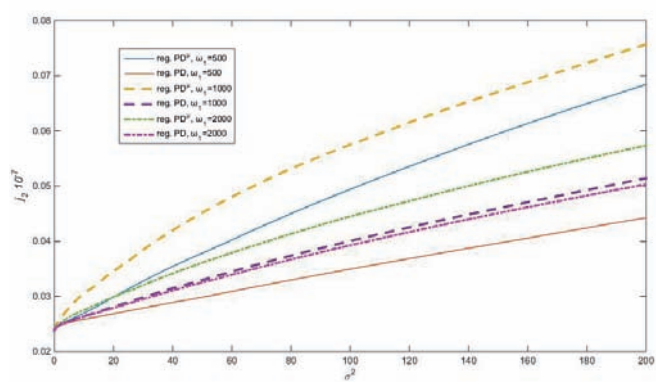
5. Badania symulacyjne

Przedmiotem przeprowadzanych badań symulacyjnych oraz wykonywanych obliczeń jest przepływ towarów w magazynie oraz porównanie działania regulatorów proporcjonalno-różniczkującego całkowitego oraz niecałkowitego rzędu. Do symulacji zastosowano dyskretny, hybrydowy, niestacjonarny, liniowy model układu magazynowego zaimplementowany w środowisku MATLAB/Simulink. Ograniczenia sygnałów modelu zawarte są w (1)–(2). Struktura układu sterowania została przedstawiona na rys. 2.

Wielkość zapasów w magazynie i realizowanych zamówień zależy od zmiennego zapotrzebowania rynku $d(k)$, zależno-



Rys. 5. Porównanie wskaźników jakości j_1 dla regulatorów całkowego i niecałkowego rzędu dla różnych wartości ω_1
 Fig. 5. Comparison of cost function j_1 for fractional and integer order controller for different values ω_1



Rys. 6. Porównanie wskaźników jakości j_2 dla regulatorów całkowego i niecałkowego rzędu dla różnych wartości ω_1
 Fig. 6. Comparison of cost function j_2 for fractional and integer order controller for different values ω_1

ści (6) oraz wskaźnika jakości (13)–(16). Stosowane podczas pierwszej części analizy niezasmucone zapotrzebowanie rynku przedstawione zostało na rys. 3. Przyjęte zostały następujące wartości parametrów układu $\tau_p = 7, \tau_s = 1, \omega_2 = 1, n_0 = 7, N = 300, r = 5$, współczynnik wagowy ω_1 jest zmienny w zależności od wykonywanej symulacji. Okres próbkowania wynosi 1 dzień. Opóźnienie $\tau_0(k)$ układu jest periodycznie zmienne w czasie w sposób pokazany na rys. 4. Zamówienia są komasowane, a wysyłki są realizowane cyklicznie co 7 dni, co ozna-

cza, że wielkość zapasów magazynowych musi pokryć kolejne siedmiodniowe zapotrzebowanie rynku.

Do rozwiązania zadania optymalizacji (16) wykorzystano algorytm genetyczny, który dla trzech wybranych wartości współczynnika ω_1 wyznaczył optymalne wartości parametrów k_1, k_2, k_3, k_4, k_5 oraz odpowiadające im wartości wskaźników jakości j_1, j_2, j , które zostały przedstawione w tabelach 1 i 2.

Celem porównania wyników z klasycznym regulatorem PD, zadanie optymalizacji (16) zostało uzupełnione o dodatkowe ograniczenie równościowe:

Tabela 1. Wartości parametrów układu regulacji dla wybranych wag
 Table 1. Controller parameters for selected weighting factors

	ω_1	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5
PD ^α	500	4,83	0,427	1,46	18,0	1,30
PD	500	7,26	0,416	0,466	7,73	1
PD ^α	1000	8,69	1,31	1,20	20,0	1,15
PD	1000	13,6	0,743	0,0400	6,38	1
PD ^α	2000	7,99	0,956	0,610	14,2	0,963
PD	2000	11,4	0,700	0,187	7,18	1

Tabela 2. Wartości wskaźników jakości dla wybranych wag
 Table 2. Values of quality indicators for elected weighting factors

	ω_1	$j_1 \cdot 10^{-7}$	$j_2 \cdot 10^{-7}$	$j \cdot 10^{-7}$
PD ^α	500	$1,21 \cdot 10^{-9}$	0,0239	0,0239
PD	500	0	0,0240	0,0240
PD ^α	1000	0	0,0239	0,0239
PD	1000	$4,17 \cdot 10^{-11}$	0,0239	0,0239
PD ^α	2000	0	0,0242	0,0242
PD	2000	0	0,0240	0,0240

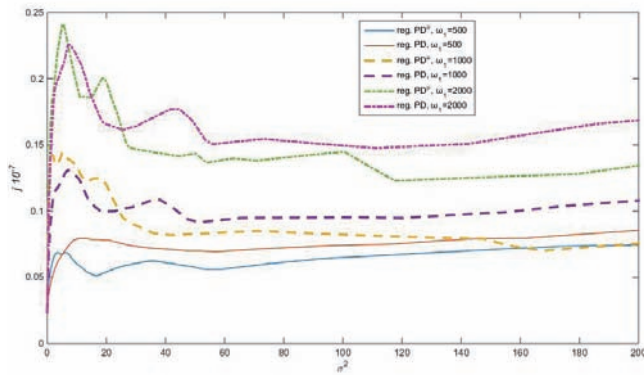
$$k_5 = 1 \tag{17}$$

Na podstawie analizy danych zawartych w tabelach 1 oraz 2 można wywnioskować, że dla przyjętego zapotrzebowania rynku oba regulatory wykazują się podobną skutecznością działania.

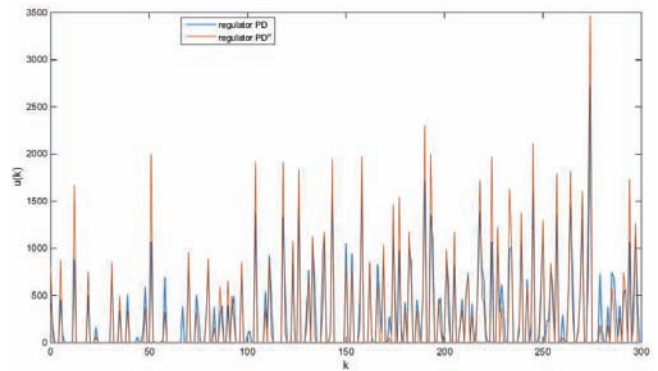
W drugiej części analizy poddano symulacji układ, w którym założono, że zapotrzebowanie rynku nie jest znane dokładnie. W celu symulacji owej sytuacji do zapotrzebowania rynku wprowadzono addytywny szum o rozkładzie normalnym $N(0, \sigma^2)$, gdzie σ^2 jest wariancją szumu, pokazaną na rys. 3. Następnie zbadano wpływ wariancji wprowadzonego szumu na wartość zdefiniowanych wcześniej wartości wskaźników (13)–(15). Na potrzeby symulacji posłużono się wartościami zmiennych $k_1 - k_5$ obliczonymi w pierwszej części analizy.

Na rys. 5 widać, że dla kryterium (13) oraz $\omega_1 = 1000$ stała przewaga regulatora PD^α nad regulatorem PD zachodzi dla $\sigma^2 > 22,5$, w przypadku $\omega_1 = 2000$ taka sytuacja ma miejsce dla $\sigma^2 > 25,5$. Natomiast, gdy $\omega_1 = 500$, wartość (13) jest mniejsza dla regulatora PD^α dla $\sigma^2 > 5$. Wartość kryterium (14) jest mniejsza dla regulatora niecałkowego rzędu dla wszystkich badanych wag, przy czym wielkość tej różnicy rośnie prawie liniowo ze wzrostem wariancji szumu, co widoczne jest na rys. 6. Na rysunku 7 można zaobserwować, że dla mniejszych wartości wagi ω_1 wskaźnik (16) osiąga mniejsze wartości w szerszym zakresie wariancji szumu, tj.: dla $\omega_1 = 500$ gdy $\sigma^2 > 5,5$, dla $\omega_1 = 1000$ gdy $\sigma^2 > 24$, dla $\omega_1 = 2000$ gdy $\sigma^2 > 25,5$.

Dla $\omega_1 = 500$ i $\sigma^2 = 200$, w przypadku zastosowania regulatora niecałkowego rzędu, jedynym występującym przestojem był przestój trwający do czasu pierwszej dostawy, natomiast regulator proporcjonalno-różniczkujący spowodował dodatkowy całodniowy brak przepływu towaru (rys. 8). Wartość sygnału sterującego, czyli wielkość dokonywanych zamówień, została przedstawiona na rys. 9.

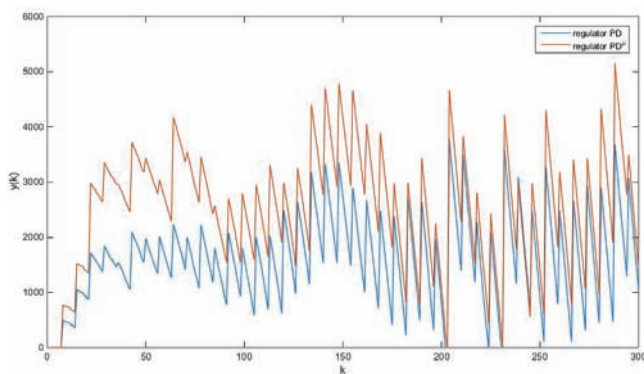


Rys. 7. Porównanie wskaźników jakości j dla regulatorów całkowego i niecałkowego rzędu dla różnych wartości ω_1
 Fig. 7. Comparison of cost function j for fractional and integer order controller for different values ω_1



Rys. 9. Wykres porównawczy automatycznie dokonywanych zamówień w funkcji czasu dla regulatorów całkowego i niecałkowego rzędu dla $\omega^1 = 500$ i $\sigma^2 = 200$

Fig. 9. Comparison of automatically made orders in the time function for fractional and integer order controller for $\omega^1 = 500$ and $\sigma^2 = 200$



Rys. 8. Wykres porównawczy stanów zapasów magazynowych w funkcji czasu dla regulatorów całkowego i niecałkowego rzędu dla $\omega^1 = 500$ i $\sigma^2 = 200$

Fig. 8. Comparison of the level of stocks in the time function for fractional and integer order controller for $\omega^1 = 500$ and $\sigma^2 = 200$

6. Podsumowanie

Przedstawiony w niniejszej pracy system magazynowy z automatycznym układem generowania zamówień dostosowuje wielkość zamówienia do zapotrzebowania rynku $d(k)$, w tym w przypadku występowania zakłóceń. Duża wartość wagi ω_1 w kryterium jakości wskazuje na to, że priorytetem jest minimalizacja przestojów. Jednocześnie minimalizowany wskaźnik j odzwierciedla potrzebę poszukiwania kompromisu między kosztami magazynowania zapasu a przestojami, które stanowią o poziomie obsługi klienta. Brak towaru w magazynie może prowadzić nie tylko do chwilowej utraty korzyści, ale może skutkować stałą utratą nabywców.

Zastosowany w pracy wraz ze strukturą feedback-feedforward oraz zmodyfikowanym predyktorem Smitha dyskretny regulator niecałkowego rzędu PD^μ korzystnie wpłynął na minimalizowanie wskaźnika jakości w porównaniu do całkowitego regulatora PD. Dla niezastumionego zapotrzebowania rynku różnica między skutecznością pracy regulatorów była umiarkowana, jednak dla zastumionego $d(k)$ różnica ta wzrosła, co potwierdzają przedstawione wyniki badań symulacyjnych.

Bibliografia

1. Dermout D., Weiss W., *Logistyczne sterowanie zapasami-komputerowe wspomaganie decyzji*, Elastyczne łańcuchy

dostaw – koncepcje, doświadczenia, wyzwania, materiały konferencyjne Logistics 2002, Instytut Logistyki i Magazy-nowania, Poznań 2002.

2. Coyle J., Bardi E.J., Langley Jr. C.J., *Zarządzanie logistyczne*, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa 2010.
3. Muzyczka R., *Wpływ globalizacji na zarządzanie łańcuchem dostaw w przemyśle motoryzacyjnym*, „International Journal of Management and Economics”, Vol. 31, 2011, 261-275.
4. Bonney M.C., *Trends in inventory management*, „International Journal of Production Economics”, Vol. 35, 1/1992, 107-114.
5. Cyplik P., *Przegląd metod sterowania zapasami*, Logistyka, 23-27, 1/2003.
6. Jakowska-Suwalska K., Sojda A., Wolny M., *Wielokryterialne sterowanie zapasami jako element wspomaganie planowania potrzeb materiałowych*, Zarządzanie i Edukacja, Vol. 96, 271-280, 2011.
7. Ignaciuk P., Bartoszewicz A., *Modelowanie procesów logistycznych w przestrzeni stanu*, Logistyka, 2/2010.
8. Ignaciuk P., Bartoszewicz A., *LQ Optimal Sliding Mode Supply Policy for Periodic Review Inventory System*, IEEE Transactions On Automatic Control, Vol. 55, 1/ 2010.
9. Ignaciuk P., Bartoszewicz A., *Dead-beat and reaching-law-based sliding-mode control of perishable inventory systems*, Bulletin Of The Polish Academy Of Sciences Technical Science, Vol. 59, 1/ 2011.
10. Kaczorek T., *Wybrane zagadnienia teorii układów niecałkowego rzędu*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Białostockiej, Białystok 2009.
11. Podlubny I., *Fractional differential equations: an introduction to fractional derivatives, fractional differential equations, to methods of their solution and some of their applications*, Academic Press, Vol. 198 San Diego, 1998.
12. Ostalczyk P., *Zarys rachunku różniczkowo-całkowego ułamkowych rzędów. Teoria i zastosowanie w automatyce*. Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej, Łódź 2008.
13. Busłowicz M., *Wybrane zagadnienia z zakresu liniowych ciągłych układów niecałkowego rzędu*, „Pomiary Automatyka Robotyka”, Nr 2/2010, 93-114.
14. Das S., *Functional Fractional Calculus for System Identification and Controls*, Springer-Verlag, Berlin 2008.
15. Kaczorek T., *Selected Problems of Fractional Systems Theory*, Springer Science & Business Media, Vol. 411, Berlin 2011.
16. Porada R., Gulczyński A., *Sterowanie energoelektronicznym źródłem napięcia z zastosowaniem regulatorów ułamkowych*, Electrical Engineering, Vol. 78, Poznań 2014, 201-207.

17. Puchalski B., Duzinkiewicz K., Rutkowski T., *Analiza sterowania ułamkowego $PI^{\alpha}D^{\beta}$ mocą reaktora jądrowego*, „Informatyka, Automatyka, Pomiary w Gospodarce i Ochronie Środowiska”, 63–68, 4/2012.
18. Hamamci S.E., *An algorithm for stabilization of fractional-order time delay systems using fractional-order PID controllers*, IEEE Trans. on Automatic Control, vol. 52, 1964–1969, 2007.
19. Busłowicz M., Nartowicz T., *Projektowanie regulatora klasy obiektów z opóźnieniem*. „Pomiary Automatyka Robotyka”, 2/2009, 398–405.
20. Nartowicz T., *Synteza regulatora ułamkowego rzędu zapewniającego zadany zapas stabilności układu zamkniętego z obiektem inercyjnym pierwszego rzędu z całkowaniem i opóźnieniem*, „Pomiary Automatyka Robotyka”, 2/2010, 443–452.
21. Ruszewski A., *Stabilizacja układów inercyjnych ułamkowego rzędu z opóźnieniem za pomocą ułamkowego regulatora PID*, „Pomiary Automatyka Robotyka”, 2/2009, 406–414.
22. Rudnik K., Franczok K., *Usprawnienie przepływu materiałów w magazynie na przykładzie sterowania rozmytego*. Logistyka, 4/2014.
23. Chołodowicz E., Orłowski P., *Dynamiczny dyskretny model systemu magazynowego ze zmiennym w czasie opóźnieniem*, Logistyka, 31–35, 4/2015.
24. Petras I., *Fractional-order feedback control of a DC motor*, Journal of Electrical Engineering, Vol. 60, 3/2009, 117–128.
25. Chołodowicz E., Orłowski P., *Sterowanie przepływem towarów w magazynie z wykorzystaniem predyktora Smitha*, Pomiary Automatyka Robotyka, Nr 3/2015, 55–60, DOI: 10.14313/PAR_217/55.
26. Chołodowicz E., Orłowski P., *A periodic inventory control system with adaptive reference stock level for long supply delay*, “Pomiary Automatyka Kontrola”, 12/2015, 568–572.

Application of a Fractional Order PD Controller for Automatic Orders Control System for a Warehouse with Time-Varying Deliveries Delay

Abstract: In the paper a fractional controller is employed in the automatic control warehouse system. A discrete, non-stationary and dynamic model with variable time delay of the inventory system is assumed. The control system uses a discrete fractional order feedback-feedforward PD^{μ} controller with Smith predictor. The parameters of the control system are determined using numerical optimization – genetic algorithm. In order to assess the control quality a two quality indicators are employed. First one bases on an assessment of occupancy of warehouse space and second one the lost benefits. The simulation results are shown for two controllers: fractional controller and for comparison for classical integer order PD controller.

Keywords: fractional order controller, inventory system, control systems, variable delay, discrete-time system, genetic algorithm

Ewa Abrahamowicz

eabrahamowicz@onet.pl

Studentka kierunku Automatyka i Robotyka na Wydziale Elektrycznym Zachodniopomorskiego Uniwersytetu Technologicznego w Szczecinie. Czterokrotna laureatka stypendium Rektora ZUT dla najlepszych studentów. Aktualne zainteresowania naukowe obejmują układy dyskretnie oraz układy niecałkowitego rzędu.



dr hab. inż. Przemysław Orłowski, prof. ZUT

przemyslaw.orlowski@zut.edu.pl

Profesor nadzwyczajny w Katedrze Sterownia i Pomiarów Zachodniopomorskiego Uniwersytetu Technologicznego w Szczecinie. Główne kierunki badań naukowych to analiza i synteza układów sterowania, w szczególności układy dyskretnie, układy niestacjonarne, układy nieliniowe i układy niepewne.

