

Izabela JONEK-KOWALSKA, Adam SOJDA, Maciej WOLNY

Politechnika Śląska

Wydział Organizacji i Zarządzania

## ANALIZA HARMONICZNA SZEREGÓW CZASOWYCH CEN WĘGLA<sup>1</sup>

**Streszczenie.** W artykule przedstawiono zastosowanie analizy harmonicznej w procesie dekompozycji szeregu czasowego określającego ceny węgla. Dekompozycja ma na celu wskazanie składowych systematycznych, które powinny być uwzględnione podczas prognozy ceny węgla. Analizę przeprowadzono na podstawie dostępnych szeregów czasowych z wykorzystaniem programu GRETTL.

**Słowa kluczowe:** analiza harmoniczna, szereg Fouriera, cena węgla energetycznego.

## HARMONIC ANALYSIS OF TIME SERIES OF COAL PRICE

**Summary.** The Article presents the application of harmonic analysis in the process of decomposition of the time series steam coal prices. Decomposition to identify systematic components that should be considered when the forecast coal prices. The analysis was based on the available time series using the program GRETTL.

**Keywords:** harmonic analysis, Fourier series, the price of coal.

### 1. Wstęp

Za dwa najważniejsze cele analizy szeregów czasowych należy uznać wykrywanie natury opisywanego przez ciąg obserwacji zjawiska oraz prognozowanie przyszłych wartości. Realizacja tych celów jest możliwa, jeśli zostaną przeprowadzone identyfikacja i opis

---

<sup>1</sup> Praca powstała w ramach realizacji projektu badawczego nr N N524 341640 „Metoda wyznaczania wartości kopalni węgla kamiennego”, finansowanego ze środków Narodowego Centrum Nauki.

poszczególnych elementów szeregu czasowego. Zakłada się, że w szeregu czasowym możliwe jest wyodrębnienie następujących elementów:

- składnik systematyczny – możliwy do opisania za pomocą trendu (linowego bądź nie) oraz dodatkowo przez składnik okresowy charakteryzujący się różną długością okresu wahań. W przypadku mniejszego niż roczny możemy mówić o sezonowości, w przypadku dłuższego okresu mówimy, że pojawia się cykl koniunkturalny,
- składnik losowy – zwany szumem.

W przypadku stosowania sformalizowanych metod prognozowania czynności identyfikacyjne są niezbędne. Do identyfikacji zjawisk o charakterze periodycznym odpowiednim narzędziem jest analiza harmoniczna. W przypadku analizy harmonicznej nie czyni się żadnych założeń *a priori*.

Celem analizy harmonicznej (zwanej też widmową, spektralną Fouriera) jest dekompozycja szeregu czasowego, który zawiera czynniki cykliczne na funkcje sinus i cosinus związane z określoną długością fali. Pozwala to na wykrycie okresowości, często zaburzonej przez składnik losowy.

Analiza szeregów czasowych jest stosowana w badaniach szeregów czasowych kursów walutowych<sup>2</sup>, notowań akcji na giełdzie<sup>3,4</sup>, zmian w poziomie wskaźników ekonomicznych<sup>5</sup>. Zakres wykorzystania analizy harmonicznej jest bardzo szeroki, dotyka bowiem tych obszarów, gdzie może pojawić się zjawisko periodyczności<sup>6</sup>. Zakładając, że cena węgla kamiennego jest ceną, na którą oddziałują mechanizmy rynkowe, istnieje uzasadniona konieczność zastosowania analizy harmonicznej. Za pomocą tej analizy można bowiem zidentyfikować pewne składowe kształtujące cenę. Wykorzystanie tych informacji ma istotny wpływ na metodę prognozy i jej dokładność. Pojawianie się składowej odpowiedzialnej za sezonowość wymusza zastosowanie metod prognozowania, które tę sezonowość uwzględniają, np. metodę wskaźników sezonowości, metodę Kleina, metodę trendów okresów jednoimiennych. W przypadku pojawienia się cyklu koniunkturalnego uwzględnia się w prognozach długoterminowych pojawienie się takiego składnika przez dodanie składowej harmonicznej.

---

<sup>2</sup> Gędek S.: Analiza harmoniczna szeregów czasowych kursów walut, [w:] Trzaskalik T. (red.): Modelowanie preferencji a ryzyko '06, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Katowicach, Katowice 2006, s. 337-390.

<sup>3</sup> Górka J., Osińska M.: Efekty agregacji czasowej szeregów finansowych w świetle analizy spektralnej, [w:] Dynamiczne modele ekonometryczne, UMK, Toruń 2001, s. 59-65.

<sup>4</sup> Marcinkowski J.: Analiza spektralna szeregów czasowych wartości wybranych indeksów na GWP, [w:] Trzaskalik T. (red.): Modelowanie preferencji a ryzyko '02, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Katowicach, Katowice 2002, s. 241-256.

<sup>5</sup> Kruszka M.: Wahania koniunkturalne z zmiany wybranych wartości makroekonomicznych w Polsce, Wiadomości Statystyczne, nr 5, 2001, s. 42-52.

<sup>6</sup> Korban Z.: Wykorzystanie analizy harmonicznej w procesie prognozowania poziomu zagrożenia promieniowaniem jonizującym na terenach górniczych, ZN, Politechnika Śląska, seria: Górnictwo i Geologia, tom 6, zeszyt 1, 2011, s. 121-129.

## 2. Analiza harmoniczna – wprowadzenie

Analiza harmoniczna jest metodą badania zjawiska okresowości w szeregach czasowych<sup>7, 8, 9, 10, 11</sup>. W metodzie tej budowany jest model będący sumą tzw. harmonik, tj. funkcji okresowych sinusoidalnych lub kosinusoidalnych o określonym okresie. Zakłada się, że dla pierwszej harmoniki okres jest równy długości badanego szeregu. Druga z harmonik ma okres równy połowie, trzecia zaś jednej trzeciej itd. W przypadku  $n$  obserwacji liczba wszystkich branych pod uwagę harmonik jest równa  $n/2$ . Zgodnie z powyższą uwagą model odnoszący się tylko do składowej periodycznej przedstawia się następująco:

$$y_t = \sum_{i=1}^{\infty} [\alpha_i \sin(\omega \cdot i \cdot t) + \beta_i \cos(\omega \cdot i \cdot t)] , \quad (1)$$

gdzie:

$\alpha_1, \alpha_2, \dots, \beta_1, \beta_2, \dots$  są parametrami,  $\omega = \frac{2\pi}{n}$  jest częstością związaną z okresem  $n$ .

Estymacja parametrów na podstawie metody najmniejszych kwadratów prowadzi do otrzymania następujących wzorów:

$$a_i = \frac{2}{n} \sum_{t=1}^n y_t \sin(\omega \cdot i \cdot t) , \quad (2)$$

$$b_i = \frac{2}{n} \sum_{t=1}^n y_t \cos(\omega \cdot i \cdot t) \quad (3)$$

dla  $i = 1, 2, \dots, \frac{n}{2} - 1$ .

W przypadku ostatniej harmoniki (harmonika o numerze  $\frac{n}{2}$ ) parametry szacuje się w następujący sposób:

$$a_{\frac{n}{2}} = 0 , \quad (4)$$

$$b_{\frac{n}{2}} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n y_t \cos(\pi t) . \quad (5)$$

Pojedynczą składową periodyczną można przedstawić w postaci:

$$a_i \sin(\omega \cdot i \cdot t) + b_i \cos(\omega \cdot i \cdot t) = A_i \sin(\omega \cdot i \cdot t + \varphi_i) . \quad (6)$$

<sup>7</sup> Box G.E.P., Jenkins G.M.: Analiza szeregów czasowych, PWN, Warszawa 1983.

<sup>8</sup> Osińska M., Ekonometria finansowa, PWE, Warszawa 2006.

<sup>9</sup> Cieślak M., Prognozowanie gospodarcze. Metody i zastosowania, PWN, Warszawa 2002.

<sup>10</sup> Kufel T.: Ekonometria. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem programu GRETL, PWN, Warszawa 2011.

<sup>11</sup> Talaga L., Zieliński Z.: Analiza spektralna w modelowaniu ekonometrycznym, PWN, Warszawa 1986.

Jak widać ze wzoru (6), poszczególną harmonikę można przedstawić jako wartość amplitudy  $A_i$  oraz odpowiedniej funkcji okresowej przy uwzględnieniu kąta przesunięcia fazowego. Wartości tych parametrów wyznacza się ze wzorów:

$$A_i = \sqrt{a_i^2 + b_i^2}, \quad (7)$$

$$\varphi_i = \arctg\left(\frac{a_i}{b_i}\right). \quad (8)$$

Należy zaznaczyć, że powyższe wzory mają zastosowanie w analizie zjawisk charakteryzujących się wahaniami wokół poziomego zero. W przypadku, kiedy należy założyć poziom stały różny od zera bądź występowanie trendu, model przyjmuje postać:

$$y_t = f(t) + \sum_{i=1}^{\frac{n}{2}} [\alpha_i \sin(\omega \cdot i \cdot t) + \beta_i \cos(\omega \cdot i \cdot t)]. \quad (9)$$

Analiza jest przeprowadzana dla szeregu czasowego oczyszczonego z funkcji  $f(t)$ , która jest odpowiedzialna za trend. Liczba harmonik, jakie powinny być uwzględnione w modelu, zależy od charakteru szeregu czasowego. Nie ma potrzeby uwzględniania zawsze wszystkich harmonik. Wystarczy ująć tylko te, których udział w wyjaśnianiu wariancji zmiennej prognozowanej (po eliminacji tendencji rozwojowej) jest największy. Udział części wariancji zmiennej prognozowanej uwzględniany przez  $i$ -tą harmonikę można wyznaczyć ze wzorów:

$$\frac{c_i}{2s^2} \text{ dla } i = 1, 2, \dots, \frac{n}{2} - 1, \quad (10)$$

$$\frac{c_i}{s^2} \text{ dla } i = \frac{n}{2}, \quad (11)$$

gdzie  $c_i^2 = a_i^2 + b_i^2$  dla  $i = 1, 2, \dots, \frac{n}{2}$ , natomiast  $s^2$  oznacza ocenę wariancji zmiennej prognozowanej.

Żadne dwie harmoniki nie są ze sobą skorelowane, każda z nich uwzględnia inną część ogólnej wariancji i części te można sumować.

Periodogramem szeregu czasowego nazywamy funkcję:

$$I(\omega_i) = \frac{n}{2} (a_i^2 + b_i^2), \quad (12)$$

gdzie  $\omega_i = \frac{2\pi i}{n}$ . Pomiedzy periodogramem a funkcją gęstości spektralnej pozostaje ścisła zależność:

$$\hat{f}(\omega_i) = \frac{1}{4\pi} I(\omega_i). \quad (13)$$

Oszacowanie periodogramu zazwyczaj nie kończy prac związanych z analizą szeregu czasowego. Bardzo często periodogram wymaga dodatkowego wygładzenia, czyli redukcji wariancji wokół konkretnych częstości. W tym celu wykorzystuje się odpowiednie funkcje wagowe. Estymator funkcji gęstości spektralnej dla średnich wag  $m$  wartości na lewo i prawo od częstości  $\omega_i$  jest postaci:

$$\hat{f}_\lambda(\omega_i) = \sum_{j=-m_n}^{m_n} \lambda_M(\omega_j) \hat{f}(\omega_i - \omega_j) \text{ dla } i = 0, \pm 1, \dots, \pm \frac{n}{2}. \quad (14)$$

Funkcja  $\lambda_M$  charakteryzuje się własnościami:

$$\begin{aligned} \sum_{j=-m_n}^{m_n} \lambda_M(\omega_j) &= 0, \\ \lambda_M(-\omega_j) &= \lambda_M(\omega_j), \\ \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{j=-m_n}^{m_n} \lambda_M(\omega_j) &= 0. \end{aligned}$$

Funkcja wagowa  $\lambda_M$  zwana jest oknem spektralnym, a wariancja funkcji (13) wynosi:

$$\text{var}[\hat{f}_\lambda(\omega_i)] \cong [f(\omega_i)]^2 \sum \lambda_M^2(\omega_j).$$

Z własności okna spektralnego wynika, iż wariancja gęstości spektralnej maleje przy rosnącym  $n$ . Wartość  $m_n$  oznacza liczbę częstości (inaczej szerokość pasma częstotliwości) zastosowanych w procesie wygładzania. Wraz ze wzrostem szerokości okna wariancja estymatora maleje, a otrzymany estymator jest bardziej stabilny.

Niezgodność estymatora eliminuje się przez wprowadzenie funkcji wagowej  $\lambda_{M,j}$ , gdzie stała  $M$  jest ustaloną liczbą opóźnień, i wówczas okno spektralne może być przedstawione jako transformata Fouriera funkcji wagowej:

$$\lambda_M(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{j=-M}^M \lambda_{M,j} e^{-i\omega k}.$$

W literaturze można spotkać różne okna spektralne, w przypadku niniejszej pracy wykorzystano okno Bartletta:

$$\lambda_M(\omega_i) = \frac{1}{2\pi M} \left[ \frac{\sin\left(\frac{\omega M}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\omega}{2}\right)} \right]^2.$$

Szerokość okna, czyli liczba opóźnień, zależy od ilości posiadanych danych.

### 3. Metodyka badawcza

Cena węgla nie może być ustalona wprost przez szeroko pojęty rynek finansowy, węgiel kamienny nie jest bowiem towarem notowanym na giełdzie. Co więcej, pod pojęciem węgla kamiennych kryje się cała niejednorodność tego surowca. Węgiel kamienny charakteryzują podstawowe parametry, takie jak kaloryczność, zawartość siarki, zawartość popiołu. Wielkości te są unormowane i zgodnie z Polską Normą (PN-82/G-97002) węgiel kamienny jest podzielony na 11 typów, które określają jego przydatność technologiczną, a dodatkowo dla wszystkich typów i klas oraz celu przeznaczenia rozróżnia się w zależności od rozmiaru ziarna 11 sortymentów zasadniczych oraz 13 sortymentów połączonych. Od kilkunastu lat w międzynarodowym handlu węglem kamiennym powszechne jest stosowanie tzw. wskaźników (indeksów) cen<sup>12</sup>. Wskaźniki te przedstawiają wartość węgla na rynku spot. Wartość ta jest wyrażona przez jednostkową cenę węgla o określonej jakości i o sprecyzowanych warunkach dostawy. Przeważnie cena ta odnosi się do węgla o kaloryczności 6000 kcal/kg i zawartości siarki poniżej 1%. Wyrażona jest w dolarach amerykańskich za tonę<sup>13</sup>. Szybki wzrost liczby wskaźników cenowych jest związany z upowszechnieniem możliwości zawierania transakcji kupna sprzedaży drogą elektroniczną pomiędzy zainteresowanymi stronami<sup>14</sup>.

Proces ustalania cen zależy od firmy zajmującej się dostarczaniem informacji odnośnie do światowych rynków surowcowych. Ponieważ węgiel nie jest surowcem notowanym na giełdzie, podana cena zależy od metodologii stosowanej przez firmę. Przykładowo firmy IHS, McCloskey, Argus Media Group, Platts ustalają cenę na podstawie informacji o transakcjach pozyskanych przez ekspertów zajmujących się obrotem węglem bezpośrednio od uczestników rynku. Informacje te są weryfikowane, a następnie ustalana jest cena zgodnie z własną metodologią danej firmy. Firma globalCOAL to internetowa platforma pośrednicząca w handlu węglem energetycznym. Ceny prezentowane przez nią są budowane na rzeczywistych transakcjach. Rynek węgla energetycznego jest rynkiem zamkniętym, co mocno ogranicza możliwość pozyskania informacji o cenie.

Cena węgla energetycznego, jako cena surowca związana z jednym z podstawowych surowców służących produkcji energii, powinna zawierać składnik bądź składniki związane z cyklem koniunkturalnym lub z wahaniami sezonowymi. Do analizy harmonicznej wybrano notowania cen węgla energetycznego udostępnione przez Bank Światowy<sup>15</sup>.

<sup>12</sup> Lorenz U., Grudziński Z.: Krótkoterminowa prognoza cen węgla energetycznego. „Polityka Energetyczna”, t. 9, z. 1, 2009, s. 33-44; Lorenz U.: Rynki międzynarodowe jako punkt odniesienia dla cen węgla energetycznego w kraju. „Polityka Energetyczna”, t. 13, z. 2, 2010, s. 311-324.

<sup>13</sup> Lorenz U., Grudziński Z.: Gospodarka węglem kamiennym energetycznym na międzynarodowych rynkach Atlantyku i Pacyfiku. „Gospodarka Surowcami Mineralnymi”, t. 29, z. 2, 2013, s. 5-22.

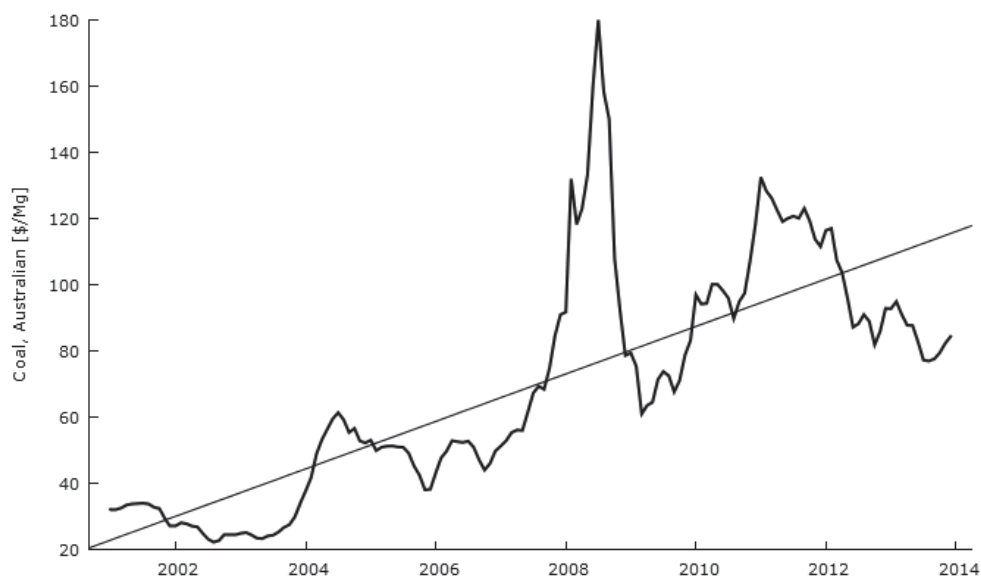
<sup>14</sup> Lorenz U.: Indeksy cen węgla energetycznego na rynkach spot – możliwość wykorzystania doświadczeń w konstrukcji indeksu krajowego. Polityka Energetyczna, Rok 201, tom 15, zeszyt 4, s. 242.

<sup>15</sup> Ceny pozyskano na podstawie notowań udostępnionych przez Bank Światowy i dotyczą tylko cen dla węgla australijskiego, kolumbijskiego i południowoafrykańskiego.

#### 4. Wyniki badań

W pierwszym etapie analizy szeregi czasowe cen węgla oczyszczono z trendu, a następnie dla tak powstałych szeregów przeprowadzono analizę harmoniczną. Obliczenia dla poszczególnych faz przeprowadzono za pomocą programu GRET<sup>16</sup>.

Na rysunkach 1-3 przedstawiono zmianę ceny węgla kamiennego dla węgla australijskiego (rys. 1), kolumbijskiego (rys. 2) i południowoafrykańskiego (rys. 3) wraz z zaznaczonymi liniami trendu. Na przedstawionych wykresach widać wyraźnie, że linia trendu jest wyraźnie zaznaczona. Parametry modelu trendu dla wszystkich trzech szeregów czasowych okazały się statystycznie istotne. Oznacza to, że do dalszych analiz należy z szeregów czasowych wyeliminować trend.

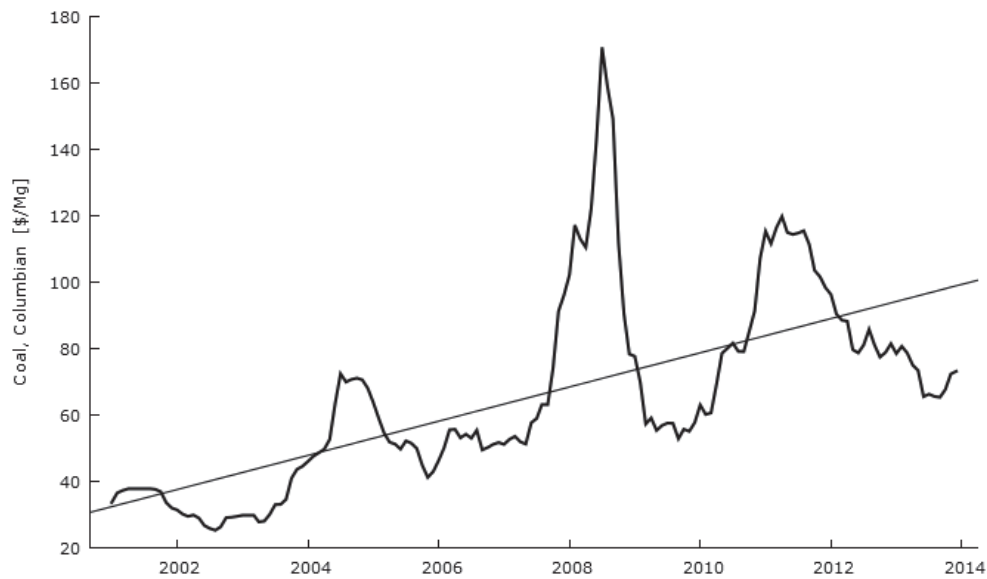


Rys. 1. Cena węgla australijskiego z linią trendu

Fig. 1. The price for Australian coal with trend line

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych Banku Światowego.

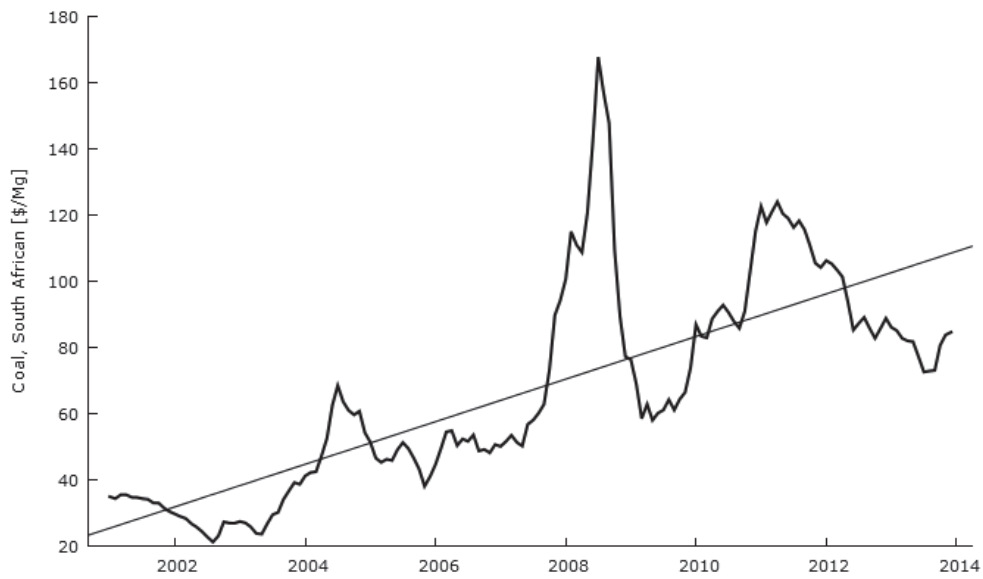
<sup>16</sup> Oprogramowanie GRET<sup>16</sup> należy do oprogramowania Powszechnej Licencji Publicznej (GNU), jest dostępne na stronie <http://www.kufel.torun.pl>



Rys. 2. Cena węgla kolumbijskiego z zaznaczoną linią trendu

Fig. 2. The price for Australian coal with trend line

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych Banku Światowego.



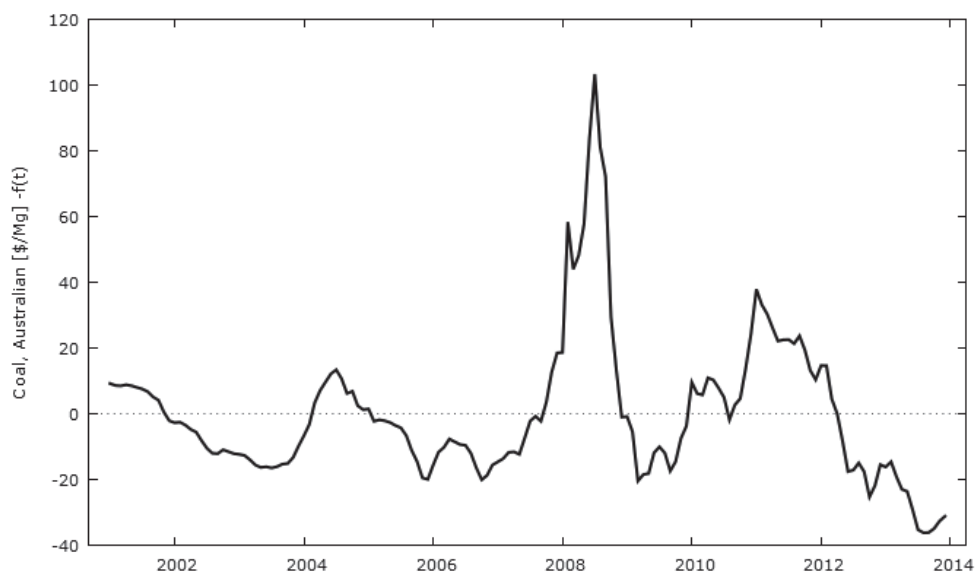
Rys. 3. Cena węgla południowoafrykańskiego z zaznaczoną linią trendu

Fig. 3. The price for South African coal with trend line

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych Banku Światowego.

Po oczyszczeniu z trendu otrzymano szeregi czasowe, które przedstawiają rysunki 4-6.

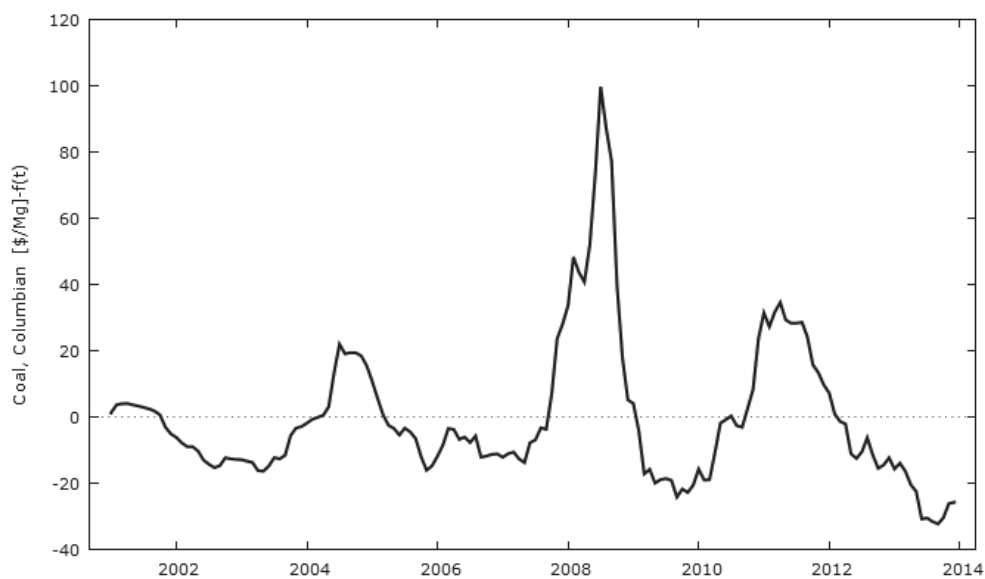




Rys. 4. Cena węgla australijskiego po odrzuceniu trendu

Fig. 4. Australian coal price without trend

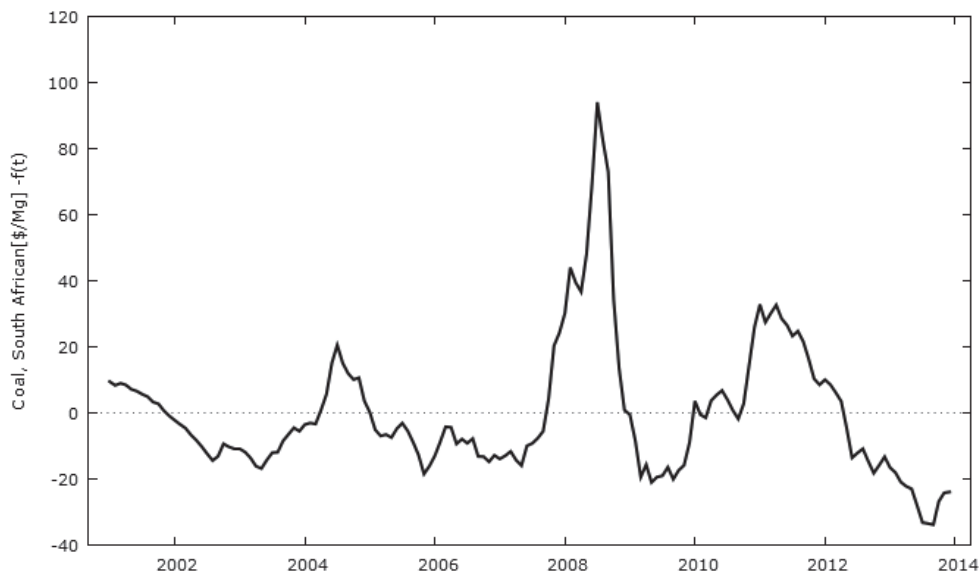
Źródło: opracowanie własne na podstawie danych Banku Światowego.



Rys. 5. Cena węgla kolumbijskiego po odrzuceniu trendu

Fig. 5. Colombian coal price without trend

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych Banku Światowego.

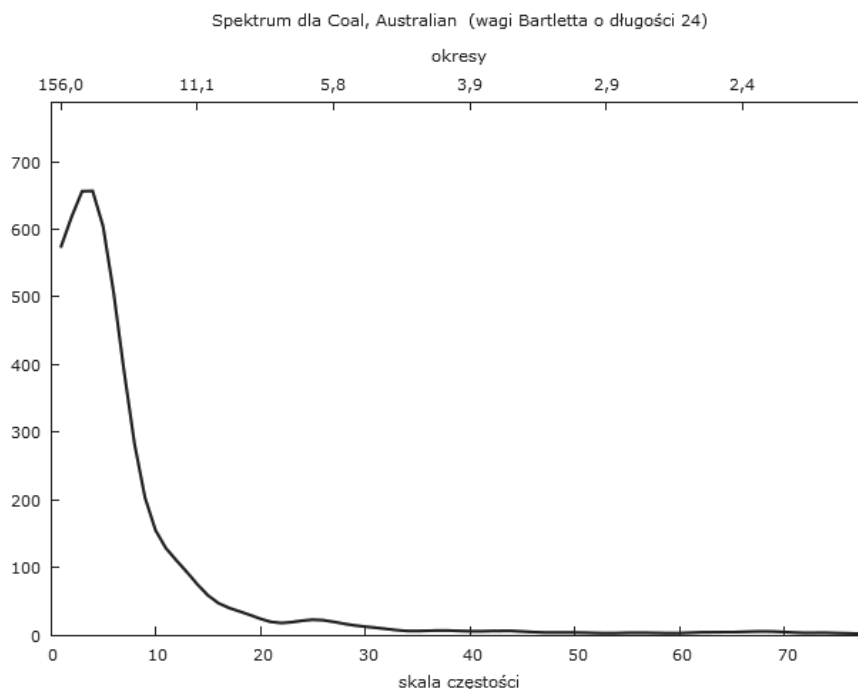


Rys. 6. Cena węgla południowoafrykańskiego po odrzuceniu trendu

Fig. 6. South African coal price without trend

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych Banku Światowego.

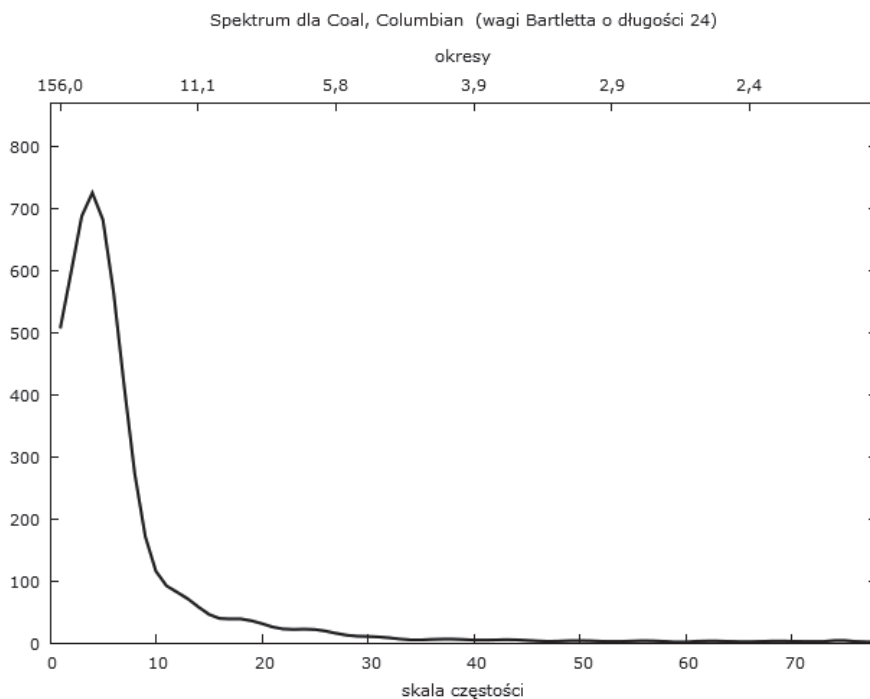
Na podstawie wykresów oczyszczonych z trendu widać wyraźnie, że cena węgla podlega cyklicznym zmianom. Szeregi te zostały poddane analizie harmonicznej.



Rys. 7. Periodogram dla ceny węgla australijskiego z uwzględnieniem okna Bartletta

Fig. 7. Periodogram for Australian coal prices at the Bartlett window

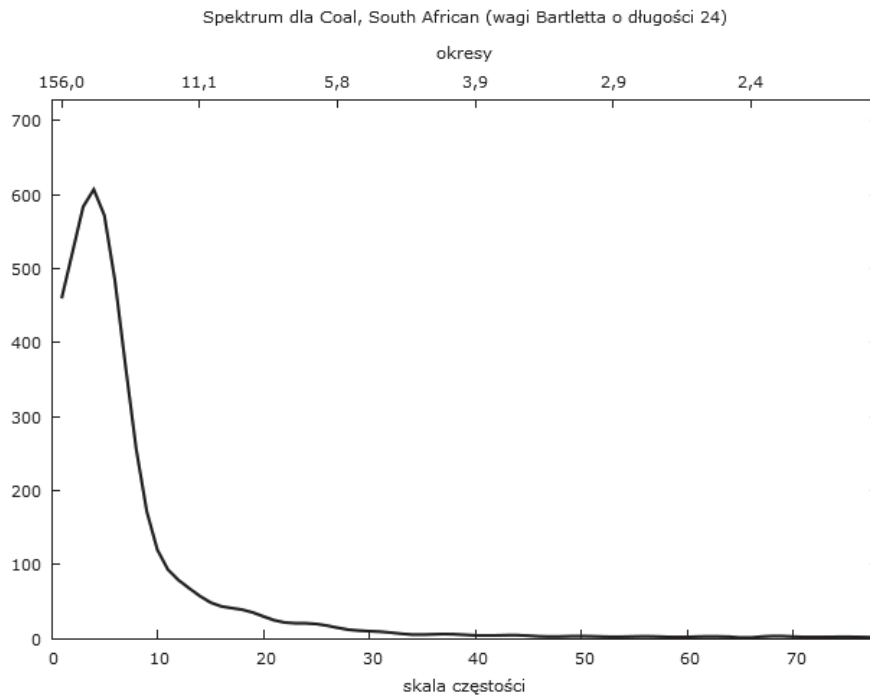
Źródło: opracowanie własne.



Rys. 8. Periodogram dla ceny węgla kolumbijskiego z uwzględnieniem okna Bartletta

Fig. 8. Periodogram for Colombian coal prices at the Bartlett window

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych Banku Światowego.



Rys. 9. Periodogram dla ceny węgla południowoafrykańskiego z uwzględnieniem okna Bartletta

Fig. 9. Periodogram for South African coal prices at the Bartlett window

Źródło: opracowanie własne.

Przypadający na lata 2008-2009 gwałtowny wzrost ceny można przypisać kryzysowi finansowemu oraz wielkiemu zapotrzebowaniu gospodarki Chin w związku z olimpiadą w 2008 roku. W 2011 roku powódź w Australii spowodowała wzrost cen i utrzymanie się wysokiego poziomu cen przez dłuższy czas. Jak można zauważyć, amplituda wahań jest istotna dla prognozy ceny. Wahania ceny sięgają  $\pm 25$  \$/Mg, co przy cenie rzędu 80–90 \$/Mg jest wahaniami znaczącymi.

Dla każdego z analizowanych szeregów został wyznaczony periodogram przy uwzględnieniu okna Bartletta o długości równej 24, odpowiadającej dwuletniemu okresowi. Zastosowanie okna pozwoliło na określenie częstości, która ma największy udział w wyjaśnianiu zmienności szeregu. Na wykresach 7–8 przedstawiono periodogramy dla analizowanych szeregów czasowych. Wszystkie z nich swoje maksimum osiągają dla długości okresu równego 39 miesięcy, co sugeruje istnienie cyklu koniunkturalnego 3-letniego dla ceny węgla kamiennego.

## Podsumowanie

Przedstawione w artykule wyniki wskazują, że analiza harmoniczna powinna być narzędziem wykorzystywanym do badania szeregów czasowych cen węgla. Na podstawie przeprowadzanych analiz można stwierdzić, że na ceny węgla ma wpływ nie tylko składowa systematyczna pojawiająca się w postaci trendu liniowego. Pojawia się składowa harmoniczna o częstości odpowiadającej za cykl koniunkturalny. Amplituda wahań jest w stosunku do ceny relatywnie wysoka, powyżej 20%. Zasadne jest w przypadku prognozowania uwzględnienie tego faktu w modelu prognostycznym. Z ekonomicznego punktu widzenia uzasadnione jest stosowanie analizy harmonicznej jako narzędzia prognozowania, gdyż za jej pomocą można wykazać istnienie cykli koniunkturalnych i określić ich długość.

Użycie analizy harmonicznej i pojawianie się cykli koniunkturalnych otwiera nowe możliwości badawcze dotyczące zależności w czasie pomiędzy cenami poszczególnych surowców energetycznych a zmiennymi opisującymi stan gospodarki. Dalsze badania powinny skutkować pojawieniem się modeli pozwalających na dokładniejszą prognozę cen węgla i innych surowców energetycznych.

**Bibliografia**

1. Box G.E.P., Jenkins G.M.: Analiza szeregów czasowych, PWN, Warszawa 1983.
2. Cieślak M. (red.): Prognozowanie gospodarcze. Metody i zastosowania, PWN, Warszawa 2002.
3. Gędek S.: Analiza harmoniczna szeregów czasowych kursów walut, [w:] Trzaskalik T. (red.): Modelowanie preferencji a ryzyko '06, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Katowicach, Katowice 2006.
4. Górka J., Osińska M.: Efekty agregacji czasowej szeregów finansowych w świetle analizy spektralnej, [w:] Dynamiczne modele ekonometryczne, UMK, Toruń 2001.
5. Korban Z.: Wykorzystanie analizy harmonicznej w procesie prognozowania poziomu zagrożenia promieniowaniem jonizującym na terenach górniczych, ZN, Politechnika Śląska, seria: Górnictwo i Geologia, tom 6, zeszyt 1, 2011.
6. Kruszka M.: Wahania koniunkturalne z zmiany wybranych wartości makroekonomicznych w Polsce, Wiadomości Statystyczne, nr 5, 2001.
7. Kufel T.: Ekonometria, Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem programu GRETL, PWN, Warszawa 2011.
8. Lorenz U., Grudziński Z.: Gospodarka węglem kamiennym energetycznym na międzynarodowych rynkach Atlantyku i Pacyfiku. „Gospodarka Surowcami Mineralnymi”, t. 29, z. 2, 2013.
9. Lorenz U., Grudziński Z.: Krótkoterminowa prognoza cen węgla energetycznego. „Polityka Energetyczna”, t. 9, z. 1, 2009; Lorenz U., Rynki międzynarodowe jako punkt odniesienia dla cen węgla energetycznego w kraju. „Polityka Energetyczna”, t. 13, z. 2, 2010.
10. Lorenz U.: Indeksy cen węgla energetycznego na rykach spot – możliwość wykorzystania doświadczeń w konstrukcji indeksu krajowego, Polityka Energetyczna, tom 15, zeszyt 4, 2010.
11. Marcinkowski J.: Analiza spektralna szeregów czasowych wartości wybranych indeksów na GWP, [w:] Trzaskalik T.(red.): Modelowanie preferencji a ryzyko '02, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Katowicach, Katowice 2002.
12. Osińska M.: Ekonometria finansowa, PWE, Warszawa 2006.
13. Tałaga L., Zieliński Z.: Analiza spektralna w modelowaniu ekonometrycznym, PWN, Warszawa 1986.
14. Źródło cen węgla Bank Światowy: [http://siteresources.worldbank.org/INTPROSPECTS/Resources/334934-1304428586133/pink\\_data\\_m.xlsx](http://siteresources.worldbank.org/INTPROSPECTS/Resources/334934-1304428586133/pink_data_m.xlsx) dostęp [czerwiec 2014].

**Abstract**

Harmonic analysis is a tool used to test the time series. It is often used for the analysis of financial time series. Use it to analyse coal prices as a consequence of other publications.

The work results indicate that harmonic analysis can be a tool used to study the time series of prices of coal and other energy resources. Based on analyses obtained that coal prices has an impact not only the systematic component appears in the form trend line. In addition, there is harmonic with a frequency corresponding to the business cycle. The amplitude of the fluctuations in relation to the price relatively high above 20%. It seems reasonable, in the case of forecasting long-term take this into account in the forecasting model.

The use of harmonic analysis and the appearance of business cycles opens up new possibilities for research concerning the relationship in time between the prices of various energy sources, variables describing the state of the economy. Further research should also result in the emergence of models for more accurate forecast of the price of coal and other energy resources.