

PORTFELE FUNDAMENTALNE I PORTFELE Z CHAOSEM – ANALIZA PORÓWNAWCZA

Monika MIŚKIEWICZ-NAWROCKA¹, Katarzyna ZEUG-ŻEBRO²

¹Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach, Katowice; monika.miskiewicz@ue.katowice.pl

²Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach, Katowice; katarzyna.zeug-zebro@ue.katowice.pl

Streszczenie: Historyczna informacja o stopie zwrotu i ryzyku poszczególnych walorów są podstawowymi czynnikami, na które inwestor zwraca uwagę przy podejmowaniu decyzji inwestycyjnych. Na podstawie tych charakterystyk można już wstępnie określić najmniejszą spodziewaną stopę zwrotu czy też najwyższe możliwe ryzyko portfela. Prowadzone od wielu lat badania dostarczają nowych narzędzi do budowy portfela optymalnego. Wskaźniki analizy fundamentalnej określające sytuację ekonomiczno-finansową spółek pozwalają na taki dobór odpowiednich udziałów w portfelu, mających na celu jego dywersyfikację. Nowym podejściem zaproponowanym przez autorów jest zastosowanie miar deterministycznego chaosu tj. największego wykładnika Lapunowa oraz wykładnika Hursta. Celem artykułu jest próba zdywersyfikowania ryzyka portfeli fundamentalnych i portfeli zbudowanych w oparciu o deterministycznego chaosu oraz ocena efektywności otrzymanych portfeli na podstawie ich rzeczywistych stóp zwrotu. W badaniach pod uwagę wzięto spółki wchodzące w skład indeksu WIG 20, które w momencie budowania portfela były notowane na GPW w Warszawie przynajmniej od 10 lat. Optymalne portfele zostały zbudowane na koniec każdego roku w latach 2010 – 2015.

Słowa kluczowe: portfel fundamentalny, TMAI, największy wykładnik Lapunowa, wykładnik Hursta.

FUNDAMENTAL PORTFOLIOS AND CHAOS PORTFOLIOS – A COMPARATIVE ANALYSIS

Abstract: Historical information about the rate of return and the risk of individual assets are basic factors that an investor pays attention to when making investment decisions. Based on these characteristics, the lowest expected rate of return or the highest possible portfolio risk can be pre-determined. Research conducted for many years provides new tools for building an optimal portfolio. The indicators of fundamental analysis defining economic-financial situation of companies allow for selection of appropriate shares in the portfolio, aimed at its diversification. The new approach proposed by the authors is the use of deterministic chaos measures, i.e. the largest exponent of Lapunov and the Hurst exponent.

The aim of the paper is an attempt to diversify the risk of fundamental portfolios and portfolios built on the basis of deterministic chaos as well as to assess the efficiency of portfolios received based on their actual rates of return. In the study we used financial time series of companies included in the WIG20 index, which at the time of portfolios building were listed on the Warsaw Stock Exchange for at least 10 years. The optimal portfolios were built at the end of each year in 2010-2015.

Keywords: fundamental portfolio, TMAI, the largest Lyapunov exponent, Hurst exponent.

1. Wprowadzanie

Prowadzone od wielu lat badania pokazały, że konstrukcja portfela optymalnego metodą Markowitza zwykle nie daje najlepszych rezultatów. W ostatnich latach pojawiły się więc narzędzia, które poza stopą zwrotu i ryzykiem inwestycji wykorzystują wskaźniki określające kondycję ekonomiczno-finansową spółki, np. taksonomiczna miara atrakcyjności inwestycji. Alternatywnym podejściem jest wykorzystanie miary identyfikacji chaosu, tj. wykładnika Hursta, największego wykładnika Lapunowa. Ponieważ determinizm szeregów chaotycznych wskazuje m.in. na potencjalną możliwość ich predykcji przypuszcza się również, że istotnie wpływa na konstrukcje portfela optymalnego.

Celem artykułu jest próba zdywersyfikowania ryzyka portfela inwestycyjnego oraz ocena efektywności otrzymanych portfeli na podstawie ich rzeczywistych stóp zwrotu. W tym celu zbudowane zostały portfele optymalne wyznaczone w oparciu o miary deterministycznego chaosu oraz miary porządkowania liniowego. W badaniach pod uwagę wzięto ceny akcji spółek wchodzących w skład indeksu WIG 20, które w momencie budowania portfela były notowane na GPW w Warszawie przynajmniej od 10 lat. Optymalne portfele zostały zbudowane na koniec każdego roku w latach 2010 – 2015.

2. Portfele fundamentalne

Do wyznaczenia udziałów instrumentów finansowych w optymalnym portfelu można wykorzystać metody porządkowania liniowego, tj. wskaźnik względnego poziomu rozwoju (BZW), uogólnioną miarę odległości (GDM) a także syntetyczny miernik rozwoju (TMAI).

Wskaźnik BZW jest syntetyczną miarą bezwzorcową, szacowaną według następującego wzoru (Pociecha, 1988):

$$BZW_i = \frac{\sum_{j=1}^k z_{ij}}{\sum_{j=1}^k \max_i \{z_{ij}\}}, \quad (1)$$

$$z_{ij} = y_{ij} + \left| \min_i \{y_{ij}\} \right|, \quad (2)$$

$$y_{ij} = \frac{x_{ij} - \bar{x}_j}{S_j}, \quad (3)$$

gdzie: BZW_i - wskaźnik względnego poziomu rozwoju, $BZW_i \in [0,1]$,

x_{ij} - wartość j -tej zmiennej dla i -tego obiektu,

y_{ij} - znormalizowana obserwacja x_{ij} ,

\bar{x}_j - średnia arytmetyczna j -tej zmiennej,

S_j - odchylenie standardowe j -tej zmiennej,

$i = 1, \dots, n$ - numer obiektu,

$j = 1, \dots, m$ - numer zmiennej.

Im wartość BZW jest bliższa 1, tym obiekt jest lepszy według przyjętego kryterium.

Do konstrukcji miary GDM wykorzystano ideę uogólnionego współczynnika korelacji liniowej Pearsona oraz współczynnik korelacji tau Kendalla (Walesiak, 2002). Dla zmiennych mierzonych na skali ilorazowej i (lub) przedziałowej odległość GDM dana jest wzorem (Walesiak, 2011):

$$d_{ik} = \frac{1}{2} - \frac{\sum_{j=1}^m (z_{ij} - z_{kj})(z_{kj} - z_{ij}) + \sum_{j=1}^m \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq i, k}}^n (z_{ij} - z_{lj})(z_{kj} - z_{lj})}{2 \left(\sum_{j=1}^m \sum_{l=1}^n (z_{ij} - z_{lj})^2 \cdot \sum_{j=1}^m \sum_{l=1}^n (z_{kj} - z_{lj})^2 \right)^{\frac{1}{2}}}, \quad (4)$$

gdzie: d_{ik} - uogólniona miara odległości GDM, $d_{ik} \in [0,1]$,

$k, l = 1, \dots, n$ - numery obiektów,

pozostałe oznaczenia j.w.

Konstrukcja $TMAI$ opiera się na oszacowaniu odległości każdego obiektu od obiektu wzorca za pomocą wzoru (Tarczyński, 2002):

$$d_i = \left[\frac{\sum_{j=1}^m (y_{ij} - y_{0j})^2}{m} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad i = 1, \dots, n; \quad (5)$$

gdzie: d_i - odległość i -tego obiektu od obiektu wzorca,

y_{0j} - obiekt wzorcowy, ustalony na podstawie wzoru

$$y_{0j} = \max_i \{y_{ij}\}, \quad (6)$$

y_{ij} , m - j.w.

Ostatnim etapem jest normalizacja $TMAI$:

$$TMAI_i = 1 - \frac{d_i}{d_0}, \quad i = 1, \dots, n; \quad (7)$$

gdzie: $TMAI_i$ - taksonomiczna miara atrakcyjności i -tego obiektu,

d_0 - norma zapewniająca przyjmowanie przez $TMAI_i$ wartości z przedziału $[0, 1]$,

$$d_0 = \bar{d} + 2S_d, \quad (8)$$

\bar{d} , S_d - średnia arytmetyczna i odchylenie standardowe d_i .

Portfele fundamentalne zbudowano na podstawie następujących modeli optymalizacyjnych (Tarczyński, Łuniewska, 2004):

Zadanie 1

$$\max \left(\sum_{i=1}^m BZW_i x_i \right), \quad (9)$$

z warunkami ograniczającymi:

$$R_p \geq R_0$$

$$\sum_{i=1}^m S_i x_i \leq S_0$$

$$\sum_{i=1}^m x_i = 1$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, m,$$

gdzie: R_p - oczekiwana stopa zwrotu portfela m akcji:

$$R_p = \sum_{i=1}^m x_i R_i, \quad (10)$$

R_i - oczekiwana stopa zwrotu i -tej akcji,

S_p - ryzyko portfela m akcji:

$$S_p^2 = \sum_{i=1}^m x_i^2 S_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=i+1}^m x_i x_j S_i S_j \rho_{ij}, \quad (11)$$

S_i - odchylenie standardowe akcji i -tej spółki,

ρ_{ij} - współczynnik korelacji i -tej akcji z j -tą akcją,

R_0 - oczekiwana stopa zwrotu dla spółek,

x_i - udział i -tej akcji w portfelu,

m – liczba akcji w portfelu.

pozostałe oznaczenia j.w.

Zadanie 2

$$\min \left(\sum_{i=1}^m GDM_i x_i \right), \quad (12)$$

z warunkami ograniczającymi:

$$R_p \geq R_0$$

$$\sum_{i=1}^m S_i x_i \leq S_0$$

$$\sum_{i=1}^m x_i = 1$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, m,$$

gdzie: oznaczenia j.w.

Zadanie 3

$$\max \left(\sum_{i=1}^m TMAI_i x_i \right), \quad (13)$$

z warunkami ograniczającymi:

$$R_p \geq R_0$$

$$\sum_{i=1}^m S_i x_i \leq S_0$$

$$\sum_{i=1}^m x_i = 1$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, m,$$

gdzie: oznaczenia j.w.

3. Portfele z chaosem

Wśród najistotniejszych charakterystyk nieliniowych szeregów można wyróżnić wykładnik Hursta i największy wykładnik Lapunowa. Pierwszy z nich bada występowanie efektu długiej pamięci. Pozwala na rozróżnienie szeregów losowych (przypadkowych) od szeregów losowych z obciążonym błędzeniem przypadkowym. Przyjmuje wartości z przedziału $[0, 1]$. Jeśli szereg ma charakter błędzenia przypadkowego, to $H = 0.5$. (szereg losowy) Wówczas terażniejsze wartości szeregu nie mają wpływu na przyszłe. Wartość wykładnika różna od 0.5, oznacza że obserwacje nie są niezależne. Każda obserwacja przechowuje pamięć o wcześniejszych zdarzeniach. Jeżeli $0 \leq H < 0.5$ szereg jest antypersystentnym lub ergodycznym. W przypadku szeregu, dla którego $0.5 < H \leq 1$ szereg

jest persystentnym, czyli wzmacniającym trend. Siła zachowań wzmacniających trend, jest tym większa im H jest bliższe jedności. Z kolei im H jest bliższe 0,5 tym wyższy poziom szumu w szeregu i tym mniej określony jest trend.

Algorytm szacowania wykładnika Hursta jest następujący (Chun S.H., Kim K.J. i in., 2002):

Rozważmy szereg czasowy złożony z N obserwacji $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$.

1. Zamieniamy powyższy szereg obserwacji w $M = N - 1$ logarytmicznych stóp zwrotu według wzoru:

$$y_k = \log\left(\frac{x_{k+1}}{x_k}\right), \quad k = 1, 2, \dots, N. \quad (14)$$

2. Dzielimy szereg (1) na m części złożonych z n elementów, $m = \lfloor M/n \rfloor$,

gdzie: $\lfloor \cdot \rfloor$ oznacza część całkowitą argumentu.

Jeśli iloraz M/n nie jest liczbą całkowitą, to $mn < M$. W tym przypadku, w dalszej części algorytmu użyjemy wartości y_k , dla $k = 1, 2, \dots, mn$.

3. Definiujemy wartość

$$z_{ij} = y_{ij} - \bar{y}_i, \quad (15)$$

gdzie: y_{ij} oznacza j -tą wartość w i -tym przedziale,

$$\bar{y}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n y_{ij}, \quad i = 1, 2, \dots, m.$$

4. Dla każdego i , ciąg sum częściowych z_{ij} wyraża się wzorem

$$u_{ij} = \sum_{j=1}^i z_{ij}, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (16)$$

Zauważmy, że u_{ij} jest skumulowanym odchyleniem od wartości średniej dla pierwszych j wartości w przedziale i .

5. Zakres i -tego przedziału definiujemy jako

$$R_i = \max_j(u_{ij}) - \min_j(u_{ij}). \quad (17)$$

6. Unormowana wartość zakresu dla i -tego przedziału i częściowego rozmiaru n jest dana wzorem

$$\rho_{in} = R_i / S_i, \quad (18)$$

$$\text{gdzie: } S_i = \left(\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n z_{ij}^2 \right)^{1/2}.$$

Obliczając średnią ρ_{in} uzyskamy wynik analizy R/S

$$\rho_n = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \rho_{in}. \quad (19)$$

7. Następnie powtarzamy obliczenia zwiększając długość przedziału o jedną jednostkę. Iterację kontynuujemy do momentu aż n osiągnie górną granicę

$$n_{\max} = \lceil (N-1)/2 \rceil. \quad (20)$$

8. Ustalając nachylenie wykresu logarytmów ρ_n do osi logarytmów n , otrzymamy wartość H .

Największy wykładnik Lapunowa pozwala na odróżnianie szeregów chaotycznych od losowych. Dodatnia wartość największego wykładnika Lapunowa oznacza wrażliwość układu na zmianę warunków początkowych, jednak nie jest warunkiem wystarczającym obecności chaosu w badanym układzie. Oprócz wykładnika Lapunowa do identyfikacji chaosu najczęściej wykorzystuje się wymiar korelacyjny, który weryfikuje obecność determinizmu - kolejnej cechy dynamiki chaotycznej. Jako uzupełnienie stosuje się test BDS, analizę przeskalowanego zakresu R/S, a także entropię.

Układ dynamiczny (X, f) jest wrażliwy na zmianę warunków początkowych, jeżeli istnieje liczba $\varepsilon > 0$ spełniająca warunek, że dla każdego $x \in X$ oraz dla każdego otoczenia U punktu x istnieją $y \in U$ oraz $n \geq 1$ takie że:

$$\|f^n(x) - f^n(y)\| > \varepsilon, \quad (21)$$

gdzie: f^n jest n -krotnym złożeniem odwzorowania f . (Devaney R.L., 1987, Wiggins 1990, za: Zawadzki, 1996].

Zatem układ dynamiczny jest wrażliwy na zmianę warunków początkowych, jeżeli po skończonej liczbie kroków odległość pomiędzy dwoma dowolnymi bliskimi punktami $x, y \in S$ zwiększy się o więcej niż ε .

Dla układów dynamicznych z czasem dyskretnym (X, f) , $X \subset \mathbb{R}^m$, $f: X \rightarrow X$ ($m \geq 1$) opisanych za pomocą równań rekurencyjnych pierwszego rzędu postaci:

$$x_{t+1} = f(x_t), \quad t = 0, 1, 2, \dots, \quad (22)$$

gdzie: x_t, x_{t+1} oznaczają stan układu w chwilach odpowiednio t i $t+1$ wykładniki Lapunowa są zdefiniowane jako granice (Zawadzki, 1996):

$$\lambda_i(x_0) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \ln |\mu_i(n, x_0)|, \quad i = 1, \dots, m, \quad \text{for } m \geq 1, \quad (23)$$

gdzie: $\mu_i(n, x_0)$ są wartościami własnymi odwzorowania f^n , f^n jest n -krotnym złożeniem funkcji f .

Wykładniki Lapunowa mierzą średnie tempo rozbieżności trajektorii dwóch początkowo bliskich sobie punktów przestrzeni stanów. Dla m -wymiarowego układu dynamicznego istnieje m wykładników Lapunowa. Największy wykładnik Lapunowa pokazuje w przybliżeniu, ile razy średnio w jednej iteracji zwiększa się lub zmniejsza się odległość między sąsiednimi (początkowo bliskimi sobie) trajektoriami. Gdy największy wykładnik Lapunowa jest ujemny i jednakowy dla wszystkich (prawie wszystkich) punktów przestrzeni stanów X , układ dynamiczny generowany przez odwzorowanie f nie jest wrażliwy. Kiedy wykładnik jest dodatni układ jest wrażliwy na zmianę warunków początkowych.

Dla rzeczywistych szeregów czasowych, gdy nie jest znana funkcja generująca f , największy wykładnik Lapunowa szacuje się na podstawie zależności (Kantz Schreiber, 2004):

$$\Delta_n = \Delta_0 \cdot e^{n\lambda_{\max}}, \quad (24)$$

jako współczynnik kierunkowy równania regresji (Kantz Schreiber, 2004):

$$\ln \Delta_n = \ln \Delta_0 + \lambda_{\max} n, \quad (25)$$

gdzie: Δ_0 oznacza odległość (w sensie odległości euklidesowej) pomiędzy dwoma początkowo bliskimi punktami zrekonstruowanej przestrzeni stanów, Δ_n jest odległością pomiędzy tymi samymi punktami po n krokach iteracji, a λ_{\max} jest największym wykładnikiem Lapunowa.

Udziały w portfelu optymalnym zostaną wyznaczone za pomocą zadań optymalizacyjnych (Miśkiewicz-Nawrocka, Zeug-Żebro, 2017a, 2017b):

Zadanie 4

$$\max \left(\sum_{i=1}^m H_i x_i \right), \quad (26)$$

z warunkami ograniczającymi:

$$R_p \geq R_0$$

$$\sum_{i=1}^m S_i x_i \leq S_0$$

$$\sum_{i=1}^m x_i = 1$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, m,$$

gdzie: oznaczenia j.w.

Zadanie 5

$$\max \left(\sum_{i=1}^m \lambda_{\max i} x_i \right), \quad (27)$$

z warunkami ograniczającymi:

$$R_p \geq R_0$$

$$\sum_{i=1}^m S_i x_i \leq S_0$$

$$\sum_{i=1}^m x_i = 1$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, m,$$

gdzie: oznaczenia j.w.

4. Badania empiryczne

W analizie empirycznej pod uwagę wzięto spółki wchodzące w skład indeksu WIG20, które w momencie budowy optymalnego portfela były notowane na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie przynajmniej 10 lat. Optymalne portfele akcji zostały wyznaczone na koniec każdego roku w okresie 2010-2015, a zatem analizowane szeregi czasowe pochodziły z okresu 1.01.2000-30.12.2015.

Wartości miar *BZW*, *GDP* i *TMAI* dla badanych spółek oszacowano na podstawie danych zamieszczonych w raportach finansowych za trzeci kwartał w latach 2010-2015¹. Do analizy jako zmienne diagnostyczne wybrano wskaźniki rynkowe i/lub wskaźniki ekonomiczno-finansowe, w zależności od specyfiki działalności spółek (Nawrocki i Jabłoński, 2011; Tarczyński, 2013). Dla spółek finansowych pod uwagę wzięto następujące wskaźniki:

- rentowności: rentowność aktywów (ROA), rentowność kapitału własnego (ROE),
- adekwatności kapitałowej (współczynnik wypłacalności);

Natomiast dla spółek niefinansowych zastosowano:

- wskaźniki płynności: wskaźnik płynności bieżącej, wskaźnik płynności szybkiej,
- wskaźniki rentowności: rentowność aktywów (ROA), rentowność kapitału własnego (ROE), marża ze sprzedaży,
- wskaźniki zadłużenia: wskaźnik ogólnego zadłużenia,
- sprawność zarządzania: wskaźnik rotacji należności, wskaźnik rotacji zapasów.

Wybór tych cech podyktowany był istotnością informacji oraz dostępnością danych potrzebnych do ich wyznaczenia.

W celu wyznaczenia wartości największego wykładnika Lapunowa oraz wykładnika Hursta dla analizowanych spółek pod uwagę wzięto szeregi czasowe utworzone z logarytmów dziennych stóp zwrotu cen zamknięcia w okresie 1.01.2000 - 30.12.2015. W oparciu o algorytmy przedstawione w punkcie 3 za pomocą programu GRETL oszacowano wartości wyżej wymienionych wykładników za pomocą programu napisanego przez autora w języku Delphi oraz programu GRETL.

W kolejnym etapie badania zbudowano 30 optymalnych portfeli akcji, rozwiązując przedstawione w punktach 2 i 3 zadania optymalizacyjne. Do obliczenia udziałów poszczególnych spółek w portfelu wykorzystano narzędzie *solver* - dodatek arkusza kalkulacyjnego *Excel*. Następnie oszacowano oczekiwaną stopę zwrotu i ryzyko każdego portfela oraz rzeczywistą roczną stopę zwrotu. Wyniki umieszczono w tabelach 1-5. Znak „-” postawiono przy spółkach, których udział w portfelu był równy 0.

¹ Dane pochodzą z obliczeń własnych autora na podstawie raportów finansowych spółek.

Tabela 1.*Stopa zwrotu, ryzyko i udziały akcji w wyznaczonych portfelach będących rozwiązaniem zadania 1*

Z1	2010		2011		2012	
	ACP	0,0559	ACP	-	ACP	-
	BZW	-	BHW	-	BHW	0,4000
	CEZ	0,4000	BHW	-	BRS	-
	KGHM	0,4000	KGHM	0,2954	KGHM	-
	MBK	-	MBK	-	MBK	0,2000
	PEO	0,0329	PEO	0,4000	PEO	0,4000
	PKN	-	PKN	0,3006	PKN	-
	PXM	-	TPSA	0,0039	TPSA	-
	TPSA	0,1112				
Oczekiwana st. zwrotu	0,110813		0,00091		-0,00048	
St. zwrotu	-0,09531		0,525997		0,320458	
Ryzyko	0,000108		0,000232		0,000115	
	2013		2014		2015	
	ACP	0,3741	ACP	0,4000	ACP	0,2312
	BHW	-	BZW	-	BZW	-
	BZW	-	KGHM	0,4000	CCC	0,3688
	KGHM	-	LPP	0,1829	EURO	-
	MBK	0,2259	MBK	-	KGHM	-
	PEO	-	PEO	-	LPP	-
	PKN	0,4	PKN	-	MBK	-
	TPSA	0	PKO	0,0171	PEO	-
					PGN	0,4000
					PKN	-
					PKO	-
Oczekiwana st. zwrotu	-0,000181		0,000187		0,399761	
St. zwrotu	0,06796		-0,22862		0,383467	
Ryzyko	0,000145		0,00014		0,000203	

Tabela 2.*Stopa zwrotu, ryzyko i udziały akcji w wyznaczonych portfelach będących rozwiązaniem zadania 2*

Z2	2010		2011		2012	
	ACP	-	ACP	-	ACP	0,0115
	BZW	-	BHW	0,3253	BHW	0,4000
	CEZ	0,1279	KGHM	0,2956	BRS	0,0000
	KGHM	0,3606	MBK	-	KGHM	0,1885
	MBK	-	PEO	0,3791	MBK	-
	PEO	0,4000	PKN	-	PEO	0,4
	PKN	-	TPSA	-	PKN	-
	PXM	-			TPSA	-
	TPSA	0,1115				
Oczekiwana st. zwrotu	0,110813		0,00091		-0,00082	
St. zwrotu	-0,18704		0,537212		0,011449	
Ryzyko	0,000114		0,000205		0,000121	
	2013		2014		2015	
	ACP	0,1558	ACP	0,2540	ACP	-
	BHW	0,4000	BZW	-	BZW	-
	BZW	-	KGHM	-	CCC	0,2000
	KGHM	0,0442	LPP	0,1813	EURO	-
	MBK	-	MBK	-	KGHM	-
	PEO	0,4000	PEO	0,4000	LPP	-
	PKN	-	PKN	-	MBK	-
	TPSA	-	PKO	0,1646	PEO	0,4000

				PGN	-
				PKN	-
				PKO	-
Oczekiwana st. zwrotu	0,000027		0,000101		0,399934
St. zwrotu	0,064478		-0,221901		0,153029
Ryzyko	0,000160		0,000114		0,000121

Tabela 3.

Stopa zwrotu, ryzyko i udziały akcji w wyznaczonych portfelach będących rozwiązaniem zadania 3

Z3	2010		2011		2012	
	ACP	-	ACP	-	ACP	-
	BZW	0,2526	BHW	0,3253	BHW	0,4000
	CEZ	-	KGHM	0,2956	BRS	-
	KGHM	0,2360	MBK	-	KGHM	-
	MBK	-	PEO	0,3791	MBK	0,2000
	PEO	0,4000	PKN	-	PEO	0,4000
	PKN	-	TPSA	-	PKN	-
	PXM	-			TPSA	-
	TPSA	0,1115				
Oczekiwana st. zwrotu	0,110813		0,000910		-0,000476	
St. zwrotu	-0,104365		0,537212		0,320458	
Ryzyko	0,000094		0,000205		0,000115	
	2013		2014		2015	
	ACP	0,1558	ACP	0,4000	ACP	-
	BHW	0,4000	BZW	-	BZW	0,4000
	BZW	-	KGHM	0,4000	CCC	0,2000
	KGHM	0,0442	LPP	0,1829	EURO	-
	MBK	-	MBK	-	KGHM	-
	PEO	0,4000	PEO	-	LPP	-
	PKN	-	PKN	-	MBK	-
	TPSA	-	PKO	0,017072	PEO	0,4000
					PGN	-
					PKN	-
					PKO	-
Oczekiwana st. zwrotu	0,000027		0,000187		0,400357	
St. zwrotu	0,064478		-0,228618		0,146190	
Ryzyko	0,000160		0,000140		0,000138	

Tabela 4.

Stopa zwrotu, ryzyko i udziały akcji w wyznaczonych portfelach będących rozwiązaniem zadania 4

Z4	2010		2011		2012	
	ACP	0.4000	ACP	0.4000	ACP	0.1113
	BZW	0.4000	BHW	0.4000	BHW	0.3012
	CEZ	0.0107	KGHM	-	BRS	0.1875
	KGHM	-	MBK	0.1905	KGHM	-
	MBK	0.0785	PEO	0.0095	MBK	0.4000
	PEO	-	PKN	-	PEO	-
	PKN	-	TPSA	-	PKN	-
	PXM	-			TPSA	-
	TPSA	0.1108				
Oczekiwana st. zwrotu	0,110813		0,001017		-0,000816	
St. zwrotu	0,014849		0,303723		0,492476	
Ryzyko	0,010564		0,018493		0,011897	

	2013		2014		2015	
	ACP	0.1402	ACP	-	ACP	-
	BHW	-	BZW	0.2214	BZW	-
	BZW	0.4000	KGHM	0.3786	CCC	--
	KGHM	0.3853	LPP	-	EURO	-
	MBK	0.0744	MBK	0.4000	KGHM	-
	PEO	-	PEO	-	LPP	-
			PKN	-	LTS	0.4000
	PKN	-	PKO	-	MBK	0.2665
					PEO	-
					PGN	-
					PKN	0.3335
					PKO	-
Oczekiwana st. zwrotu	-0,000181		0,000121		0,333798	
St. zwrotu	-0,001390		-0,341304		0,143249	
Ryzyko	0,014162		0,012506		0,011752	

Tabela 5.

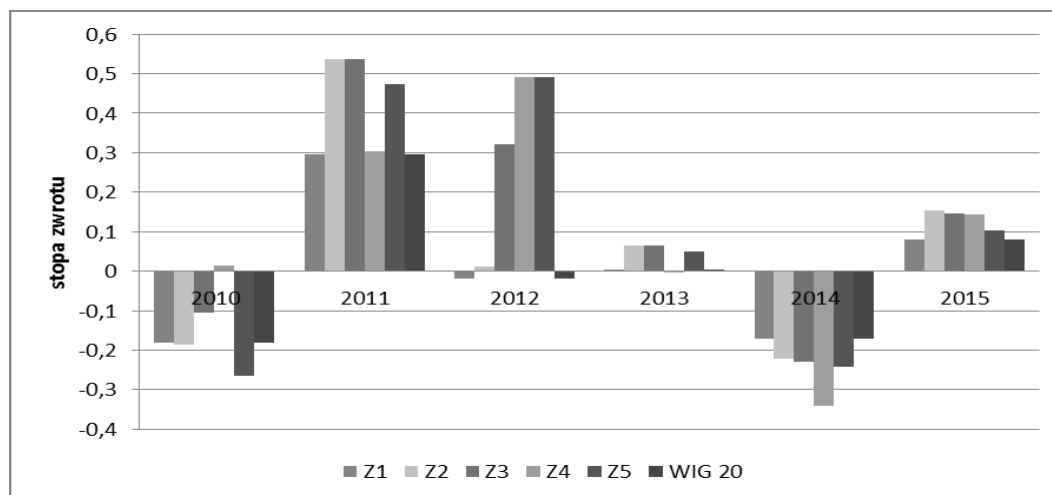
Stopa zwrotu, ryzyko i udziały akcji w wyznaczonych portfelach będących rozwiązaniem zadania 5

Z5	2010		2011		2012	
					ACP	0,4000
					BHW	-
	BZW	0,2426	BHW	0,4000	BRS	0,3198
	MBK	0,3574	KGHM	0,2000	KGHM	-
	PXM	0,4000	PEO	0,4000	MBK	0,2802
					PEO	-
					PKN	-
Oczekiwana st. zwrotu	-0,000240		0,000853		-0,000133	
St. zwrotu	-0,264658		0,472292		0,490827	
Ryzyko	0,000118		0,000171		0,000117	
	2013		2014		2015	
			BZW	0,0699	ACP	0,4000
	ACP	0,4000	KGHM	0,0000	BZW	0,4000
	BHW	-	LPP	0,1301	MBK	-
	KGHM	0,0470	MBK	0,4000	PEO	0,2000
	MBK	0,1530	PEO	0,0000	PKN	-
	PEO	0,4000	PKN	0,4000		
			SNS	0,0000		
Oczekiwana st. zwrotu	-0,000169		-0,000076		0,000231	
St. zwrotu	0,050649		-0,242797		0,104305	
Ryzyko	0,000109		0,000099		0,000108	

Na podstawie danych przedstawionych w tabelach 1-5 można stwierdzić, że najwyższe oczekiwane stopy zwrotu R_p dla wszystkich portfeli uzyskano w roku 2015 i 2010. Portfele otrzymane w wyniku rozwiązania zdań optymalizacyjnych 1-4 charakteryzują się największymi oczekiwanymi stopami zwrotu portfela w większości przypadków. Wyjątek stanowi rok 2011, gdzie najwyższą stopę zwrotu odnotowano dla portfela będącego rozwiązaniem zadania optymalizacyjnego 5. Ponadto portfele będące rozwiązaniem zadania 5

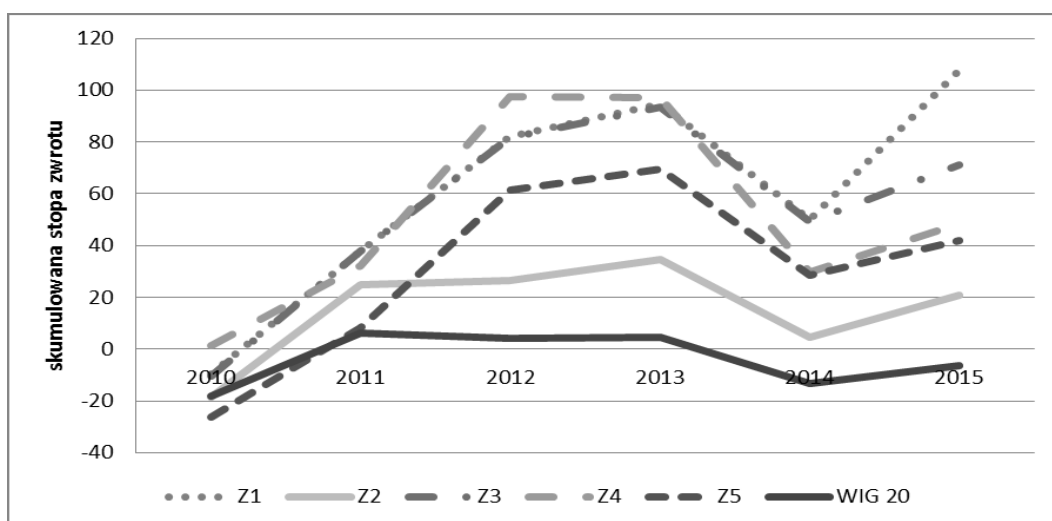
są obarczone najniższymi poziomami ryzyka. Najwyższe poziomy ryzyka odnotowano dla portfeli będących rozwiązaniem zadania 4 w latach 2011-2014.

Na rysunku 1 dokonano porównania rocznych stóp zwrotu zbudowanych portfeli ze stopą zwrotu indeksu giełdowego WIG20 w latach 2010 – 2015. Dodatkowo oszacowano skumulowane stopy zwrotu dla wszystkich portfeli oraz indeksu WIG20. Wyniki prezentuje rysunek 2.



Rysunek 1. Roczne stopy zwrotu dla wyznaczonych portfeli oraz indeksu WIG20 w latach 2010-2015.

Analizując roczne stopy zwrotu dla wyznaczonych portfeli akcji (tabele 1-5, rys. 1) należy zauważyć, że największy zysk można było uzyskać inwestując w 2011 r w portfel zbudowany w oparciu o zadania optymalizacyjne Z2 i Z3, a następnie w 2012 r wybierając portfele będące rozwiązaniem zadań Z4 i Z5. W roku 2013 i 2015 stopy zysku z portfeli będących rozwiązaniem zadań Z2 i Z3 były najwyższe. Na podstawie danych zawartych na rys.1 można zauważyć, że w każdym roku oszacowane portfele dają wyższe stopy zwrotu niż indeks WIG 20. Wyjątek stanowi rok 2014, gdzie uzyskano ujemne stopy zwrotu dla każdego z portfeli.



Rysunek 2. Skumulowane stopy zwrotu dla wyznaczonych portfeli oraz indeksu WIG20 w latach 2010-2015.

Na podstawie danych zawartych na rys. 2 można zauważyć, że rozważane podejścia wyznaczania portfeli optymalnych dają lepsze rezultaty niż indeks WIG 20. Ponadto, zastosowanie wykładnika Hursta do wyznaczania portfeli optymalnych daje lepsze lub tak samo dobre rezultaty jak portfele fundamentalne opisane zadaniami Z1 i Z 3. Oszacowane 6-letnie stopy zwrotu dla rozpatrywanych strategii pokazały, że najbardziej opłacalne okazało się inwestowanie w portfel będący rozwiązaniem zadania Z1 (1,0776), następnie Z3 (0,7110), Z4 (0,4850) i Z5 (0,4180). Najgorsze w długim terminie okazały się strategie inwestycyjne oparte na zadaniu optymalizacyjnym Z2, dla którego 6-letnia stopa zwrotu wyniosła 0,2071. W tym okresie stopa zwrotu z indeksu WIG20 wyniosła -0,0622.

5. Podsumowanie

Zastosowanie narzędzi nieliniowych układów dynamicznych, jakimi są największy wykładnik Lapunowa oraz wykładnik Hursta, wydaje się ważnym elementem badań dotyczących analizy portfelowej. Przeprowadzone badania pokazały, że zaproponowane zadania optymalizacji oparte na wykładniku Hursta niejednokrotnie dają lepsze lub tak samo dobre wyniki jak metody fundamentalne, które **uwzględniają istotną w inwestowaniu sytuację ekonomiczno-finansową spółki.**

Bibliografia

1. Chun, S.H., Kim, K.J., Kim, S.H. (2002). Chaotic analysis of predictability versus knowledge discovery techniques: case study of the Polish stock market. *Expert Systems*, 19, No. 5, 264-272.
2. Devaney, R.L. (1987). *An Introduction to Chaotic Dynamical Systems*, Addison-Wesley Redwood City: Publishing Company, Inc.
3. Kantz, H., Schreiber, T. (2004). (second edition). *Nonlinear Time Series Analysis*. Cambridge University Press.
4. Miśkiewicz-Nawrocka, M., Zeug-Żebro, K. (2017a). *The efficiency of stocks investment strategy with the use of chosen measures of deterministic chaos to building optimal portfolios*. In *Proceedings of 35th International Conference Mathematical Methods in Economics*, Czech Republic.
5. Miśkiewicz-Nawrocka, M., Zeug-Żebro, K. (2017b). *The evaluation of the effectiveness of a long-term stocks investment strategy based on the largest Lyapunov exponent*.

- 11th International Scientific Conference on Financial Management of Firms and Financial Institutions, Ostrava.
6. Nawrocki, T., Jabłoński, B. (2011). *Inwestowanie na Rynku Akcji. Jak Ocenić Potencjał Rozwojowy Firm Notowanych na GPW w Warszawie*. Warszawa: Wydawnictwo CeDeWu.
 7. Pocięcha, J., Podolec, B., Sokołowski, A., Zając, K. (1988), *Metody taksonomiczne w badaniach społeczno-ekonomicznych*. Warszawa: PWN.
 8. Tarczyński, W. (2002). *Fundamentalny portfel papierów wartościowych*. Warszawa: PWE.
 9. Tarczyński, W. (2013). Ocena efektywności metod analizy portfelowej na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie za lata 2001-2013. *Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego nr 761, Finanse, rynki finansowe, ubezpieczenia*, nr 60, Szczecin, 537-550.
 10. Tarczyński, W., Łuniewska, M. (2004). *Portfele klasyczne, fundamentalne i zdwywersyfikowane poziomo – analiza porównawcza*. *Acta Universitatis Lodzensis, Folia Oeconomica*, 177, 171-189.
 11. Walesiak, M. (2002). *Uogólniona miara odległości w statystycznej analizie wielowymiarowej*. Wrocław: Akademia Ekonomiczna.
 12. Walesiak, M. (2011). *Uogólniona miara odległości GDM w statystycznej analizie wielowymiarowej z wykorzystaniem programu R*. Wrocław: Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu.
 13. Zawadzki, H. (1996). *Chaotyczne systemy dynamiczne. Elementy teorii i wybrane zagadnienia ekonomiczne*. *Zeszyty Naukowe Akademii Ekonomicznej w Katowicach*.
