

# IDENTYFIKACJA PLATFORMY OBROTOWEJ Z NAPĘDEM ELEKTRYCZNYM PRZY WYKORZYSTANIU FILTRÓW RÓŻNICZKUJĄCYCH

*Artykuł przedstawia przykład identyfikacji parametrów platformy obrotowej o jednym stopniu swobody. W pracy zamodelowano platformę napędzaną silnikiem prądu stałego w postaci dwóch równań różniczkowych. W identyfikacji wykorzystano opracowane filtry różniczkujące. Zastosowano metodę identyfikacji, która nie wymaga rozwiązywania układu równań różniczkowych tylko użycia zróżniczkowanych sygnałów. Zaprojektowano algorytm identyfikacji parametrów modelu wykorzystujący metodę najmniejszych kwadratów. Wymagany rząd użytych sygnałów zależy od równań różniczkowych opisujących obiekt. Model został zidentyfikowany i sprawdzony dla danych uzyskanych na stanowisku badawczym.*

## WSTĘP

W pracy przedstawiono identyfikację platformy obrotowej o jednym stopniu swobody napędzanej silnikiem prądu stałego. Do identyfikacji użyto metodę najmniejszych kwadratów, dzięki której możliwe jest szybkie i nie iteracyjne wyznaczenie nieznanych parametrów modelu.

Metody pozwalające w szybki sposób identyfikować nieznanne parametry modelu znajdują znacznie szersze zastosowanie niż metody iteracyjne [5, 12, 13]. Metoda najmniejszych kwadratów jest podstawą wielu adaptacyjnych algorytmów sterowania, gdzie szybkie określenie modelu i jego parametrów ma decydujące znaczenie [8, 18].

Stosowanie metod iteracyjnych znacznie wydłuża czas identyfikacji a przez to ogranicza możliwość zastosowania w algorytmach adaptacyjnych [8, 10].

W badaniach teoretycznych, symulacyjnych, analizie lub syntezie, problem modelu obiektu odgrywa kluczową rolę [4, 7]. Dla obliczenia nastaw regulatorów oraz charakterystyk napędu konieczna jest znajomość szeregu parametrów [16, 17]. Część z nich można obliczyć z danych katalogowych urządzeń, inne muszą być wyznaczone pomiarowo. Większość opracowanych metod oszacowania parametrów opierają się jednak na założeniu o niezmienności parametrów co np. w przypadku rezystancji nie jest prawdą. W miarę nagrzewania się wirnika rezystancja będzie rosła. Dodatkowym problemem jest konieczność przeprowadzenia dodatkowych pomiarów i oszacowania poszczególnych parametrów oddzielnie dla każdego produktu.

Istotne jest więc przede wszystkim takie oszacowanie parametrów, które można zrealizować całościowo bez konieczności używania dodatkowego sprzętu pomiarowego i wprowadzania zmian w połączeniach układu docelowego.

Zastosowanie metody najmniejszych kwadratów jest szczególnie proste jeżeli identyfikowany model można zapisać w postaci formy liniowej względem poszukiwanych parametrów.

Użyta metoda identyfikacji wymaga posiadania informacji o wartościach pochodnych po czasie sygnału wyjściowego i wejściowego [2]. Wymagany rząd pochodnych zależy od rzędu równań różniczkowych opisujących obiekt. W rzeczywistości rzadko pochodne sygnałów mogą być uzyskane bezpośrednio. Zwykle muszą być wyznaczone na podstawie zarejestrowanego sygnału. Obecnie do

identyfikacji i sterowania układów stosowane są wyłącznie techniki komputerowe. Oznacza to, że nie dysponujemy zarejestrowanymi sygnałami analogowymi, a jedynie ich próbkami uzyskanymi w jednakowych odstępach czasu, zwanym okresem próbkowania [1]. Powstaje problem oszacowania pochodnych sygnałów jedynie na podstawie dostępnych próbek sygnału.

Problem wyznaczenia pochodnych sygnałów jest tematem wielu prac i publikacji. Modyfikację znanych algorytmów wyznaczania sygnałów proponowana jest w pracy [9]. Zastosowanie transformaty Fouriera połączone z wygładzaniem sygnału dyskretnego proponują autorzy publikacji [6]. Wykorzystaniem filtrów cyfrowych IIR i FIR do różniczkowania i całkowania sygnałów zajmował się między innymi Pintelon i Schoukens w pracy [11].

Proces dyskretyzacji sygnału oprócz próbkowania obejmuje również kwantyzację sygnału związaną na przykład z zastosowaniem do odczytu wartości sygnałów przetworników analogowo-cyfrowych [14]. Kwantyzacji towarzyszy błąd, który ma charakter szumu losowego. Sygnał mierzony może być również obciążony szumem wynikającym z innych przyczyn [3, 15].

Autorzy tej publikacji proponują więc zastosowanie zaprojektowanych filtrów FIR do wyznaczenia sygnałów odpowiedniego rzędu potrzebnych w procesie identyfikacji, które znacznie eliminują szumy pomiarowe [2].

W celu ilustracji omawianych zagadnień przedstawiono przykład identyfikacji platformy obrotowej napędzanej silnikiem prądu stałego (rys.1).

## 1. MODEL DYNAMICZNY PLATFORMY OBROTOWEJ

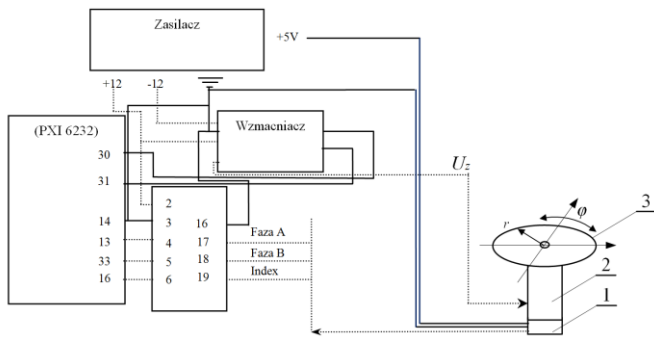
W celu ilustracji omawianych zagadnień przedstawiono prosty przykład identyfikacji platformy obrotowej z napędem elektrycznym (rys. 1). W kolejnych punktach wyprowadzono równania dla silnika prądu stałego i platformy.

Na podstawie typowych schematów zastępczych występujących w literaturze, oraz drugiego prawa Kirchoffa, można napisać równanie elektryczne silnika:

$$U_z = U_R + U_L + E_e \quad (1)$$

gdzie:

$U_z$  – napięcie zasilające wirnik.



**Rys. 1.** Stanowisko laboratoryjne platformy z napędem elektrycznym (1- enkoder, 2 - silnik, 3 - platforma obrotowa)

Ponieważ przy sterowaniu w układzie otwartym mogą pojawić się trudności z utrzymaniem obiektu pod kontrolą, dlatego identyfikację będziemy prowadzić w układzie zamkniętym z odpowiednio dobranym regulatorem PI. Przyjmijmy, że równanie regulatora ma postać:

$$U_z = K_p((\varphi_z(t) - \varphi(t)) + \frac{1}{T_i} \int (\varphi_z(\tau) - \varphi(\tau)) d\tau) \quad (2)$$

gdzie:

$K_p, T_i$  – parametry regulatora,

$\varphi_z(t)$  – sygnał zadany,

$\varphi(t)$  – zmienna opisująca położenie platformy obrotowej,

$\tau$  – zmienna całkująca.

Spadek napięcia na rezystancji uzwojeń wirnika wynosi:

$$U_R = R_w i_w(t) \quad (3)$$

gdzie:

$R_w$  jest rezystancją zastępczą uzwojeń wirnika, a

$i_w$  prąd płynący w uzwojeniach wirnika.

Spadek napięcia na indukcyjności wirnika wynosi:

$$U_L = L \frac{di_w(t)}{dt} \quad (4)$$

gdzie:

$L$  jest indukcyjnością zastępczą uzwojeń wirnika.

Siła elektromotoryczna indukcji

$$E_e = k_e \dot{\varphi}(t) \quad (5)$$

gdzie:

$k_e$  jest stałą elektromotoryczną.

Podstawiając kolejne składowe do równania (1) otrzymujemy:

$$L \frac{di_w(t)}{dt} + R_w i_w(t) + k_e \dot{\varphi}(t) = U_z \quad (6)$$

Platforma obrotowa o masie  $M$  obraca się z taką samą prędkością jak silnik. Pomijając opory powietrza, które mają znikomy wpływ na dynamikę platformy napiszemy następujące równanie:

$$I \ddot{\varphi}(t) = S - M_t \text{Sign}(\dot{\varphi}(t)) \quad (7)$$

$$I = \frac{Mr^2}{2}, \quad \text{Sign}(\dot{\varphi}(t)) = \frac{\dot{\varphi}(t)}{0.001 + |\dot{\varphi}(t)|}, \quad S = k_m i_w(t), \quad (8)$$

gdzie:

$k_m$  - stała mechaniczna,

$I$  - moment bezwładności,

$S$  - moment wymuszający ruch,

$M_t$  - moment tarcia,

$M$  - masa platformy i

$r$  - promień platformy.

Podstawiając kolejne składowe (8) do równania (7), otrzymamy

$$\frac{Mr^2}{2} \ddot{\varphi}(t) = k_m i_w(t) - M_t \frac{\dot{\varphi}(t)}{0.001 + |\dot{\varphi}(t)|}, \quad (9)$$

Podstawiając i upraszczając równania (6) i (9) otrzymujemy ostatecznie:

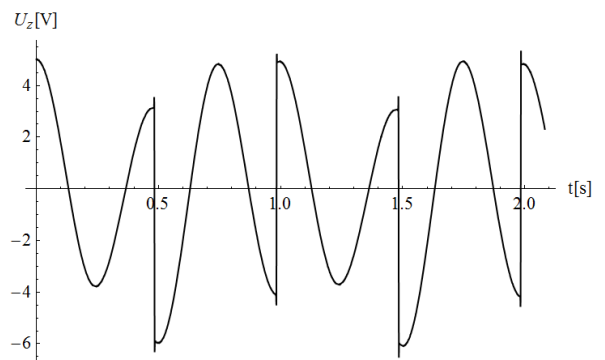
$$\frac{1}{2} \left[ \frac{2M_t R_w \text{Sign}(\dot{\varphi}(t))}{k_m} + 2k_e \dot{\varphi}(t) + \frac{Mr^2 R_w \ddot{\varphi}(t)}{k_m} + \frac{2LM_t \text{Sign}(\dot{\varphi}(t)) \ddot{\varphi}(t)}{k_m} + \frac{LMr^2 \ddot{\varphi}(t)}{k_m} \right] = U_z. \quad (10)$$

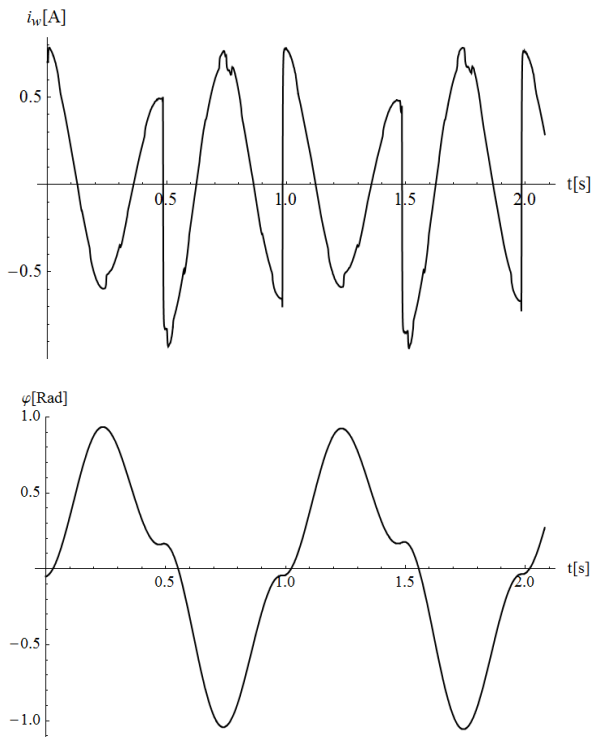
## 2. IDENTYFIKACJA

Nieznane parametry w równaniu (10) zostaną wyznaczone metodą najmniejszych kwadratów. Zastosowanie metody najmniejszych kwadratów jest szczególnie proste jeżeli identyfikowany model można zapisać w postaci formy liniowej względem poszukiwanych parametrów.

Metoda ta wymaga określenia odpowiednich pochodnych, ale zdecydowanie szybciej wyznacza wartości parametrów niż klasyczna metoda błędów wyjścia (output error). Do wyznaczenia odpowiednich pochodnych sygnałów zastosowano opracowane filtry różniczkujące z unormowaną częstotliwością kątową graniczną, równą  $\Omega_g = 0.2 \text{ rad/s}$  z  $M_f = 100$  (długość okna filtru  $2M_f + 1$ ).

Proces identyfikacji zrealizowano w dwóch etapach, przy założeniu, że masa platformy jest parametrem znanym ( $M = 0.28 \text{ kg}$ ). Przeprowadzenie procesu identyfikacji nieznanymi parametrami ( $L, R_w, k_e$ ) w równaniu (6) oraz ( $M_t, k_m$ ) w równaniu (9) wymagało zebrania danych dotyczących napięcia, prądu i położenia kąowego, które przedstawia rysunek 2. Pomiar prądu wymaga zastosowania dodatkowego rezystora o znanej rezystancji (tzw. bocznika). Mierząc spadek napięcia na znanej rezystancji, można na podstawie prawa Ohma obliczyć prąd płynący przez bocznik.





**Rys. 2.** Przebieg napięcia, prądu i odpowiedź badanego układu

W pierwszej kolejności wyznaczono nieznane parametry w równaniu (6). Oznaczono przez  $\varphi_f^{(k)}(n)$ ,  $k = 0,1,2$ ,  $n = 1, \dots, N$  oceny pochodnych sygnału  $\varphi(\Delta n)$  uzyskane z próbek sygnału mierzonego przez zastosowanie filtrów różniczkujących odpowiedniego rzędu. Oznaczono przez  $\phi_f(n)$  wektor powstały z wektora  $\phi$  przez zamianę zmiennej  $\varphi$  na  $\varphi_f^{(0)}(n)$ , zmiennej  $\dot{\varphi}$  na  $\varphi_f^{(1)}(n)$ , zmiennej  $\ddot{\varphi}$  na  $\varphi_f^{(2)}(n)$ , zmiennej  $i_w$  na  $i_{wf}^{(0)}(n)$  oraz zmiennej  $\dot{i}_w$  na  $i_{wf}^{(1)}(n)$ . Dzięki odpowiedniemu ograniczeniu widma sygnału wymuszającego zachodzi

$$\zeta_f(n) \equiv \theta^T \phi_f(n) \quad (11)$$

Stąd otrzymujemy oceny parametrów:

$$\Gamma = \sum_{n=1}^N \phi_f(n) \phi_f(n)^T \quad (12)$$

$$\hat{\theta} = \Gamma^{-1} \left( \sum_{n=1}^N \phi_f(n) \zeta_f(n) \right)$$

W celu oszacowania nieznanych parametrów w równaniu (6) przyjęto następujące podstawienia:

$$\phi_f(n) = [i_{wf}^{(1)}(n) \quad i_{wf}^{(0)}(n) \quad \varphi_f^{(1)}(n)]^T, \quad \theta = [L \quad R_w \quad k_e]^T,$$

$$\zeta_f(n) = U_{z_f}^{(0)}(n).$$

W wyniku identyfikacji określono wartości nieznanych parametrów:

$$L = 0.0129529 \text{ H}, \quad R_w = 6.63455 \text{ } \Omega, \quad k_e = 0.0736482 \text{ Vs/rad}.$$

Kolejnym etapem jest identyfikacja nieznanych parametrów w równaniu (9). Parametry powinny być dobrane tak, aby była możliwa ich jednoznaczna identyfikacja. W takiej sytuacji mówimy, że obiekt jest identyfikowalny. Przy założeniu, że masa jest znana możemy zidentyfikować dwa nieznane parametry, którymi są  $M_t$  i  $k_m$ . Zdefiniujmy parametry modelu następująco:

$$\theta_1 = \frac{Mr^2}{2k_m}, \quad \theta_2 = \frac{M_t}{k_m} \quad (13)$$

Dla tak określonych parametrów równanie (9) przyjmie następującą postać:

$$\theta_1 \ddot{\varphi}(t) + \theta_2 \text{Sign}(\dot{\varphi}(t)) = i_w(t). \quad (14)$$

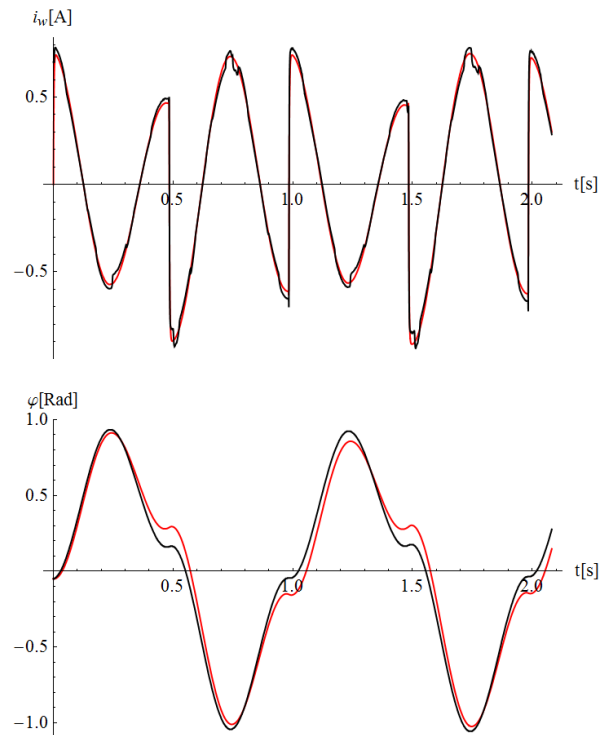
Mając model obiektu zapisany w postaci liniowej względem nieznanych parametrów  $\theta = [\theta_1 \quad \theta_2]^T$  możemy zastosować tą samą metodę.

Aby do oszacowania nieznanych parametrów zastosować wzór (11) i (12) należy przyjąć następujące podstawienia:  $\phi_f(n) = [\varphi_f^{(2)}(n) \quad \text{Sign}(\varphi_f^{(1)}(n))]^T$ ,  $\zeta_f(n) = i_{wf}^{(0)}(n)$ .

W wyniku identyfikacji określono wartości nieznanych parametrów:  $\theta_1 = 0.00800594$ ,  $\theta_2 = 0.0500711$ . Po podstawieniu otrzymanych parametrów oraz znanych wartości  $r$  i  $M$  do równań (13) możemy obliczyć wartości poszukiwanych parametrów  $M_t$  i  $k_m$ , które wyniosły:

$$M_t = 0.00369939 \text{ Nm}, \quad k_m = 0.0738826 \text{ Nm/A}.$$

Na wykresie 3 pokazano weryfikację otrzymanego modelu (6, 9) dla określonych parametrów (tab. 1) z danymi doświadczalnymi. Widzimy, że zidentyfikowany model (6, 9) bardzo dobrze odwzorowuje zachowanie się układu rzeczywistego.



**Rys. 3.** Odpowiedzi badanego układu (czarna linia – odpowiedź obiektu, czerwona linia – odpowiedź modelu)

**Tab. 1. Parametry modelu**

| Parametr | Wartość   | Jednostka |
|----------|-----------|-----------|
| $M$      | 0.28      | kg        |
| $M_t$    | 0.0003699 | Nm        |
| $k_e$    | 0.0736482 | Vs/rad    |
| $k_m$    | 0.0738826 | Nm/A      |
| $L$      | 0.0129529 | H         |
| $R_w$    | 6.63455   | $\Omega$  |
| $r$      | 0.065     | m         |

## PODSUMOWANIE

W pracy dzięki wykorzystaniu metody najmniejszych kwadratów dokonano szybkiej identyfikacji nieznanymi parametrami modelu. Złożoność zaproponowanego modelu wymagała dwóch oddzielnych identyfikacji. Prezentowana praca pokazuje, że przy założeniu znanej masy  $M$  możliwe jest określenie pięciu pozostałych parametrów modelu. Możliwe jest też inne podejście, gdzie zakładamy, że stała mechaniczna równa jest stałej elektromotorycznej co do wartości  $k_m = k_e$ . Wtedy w procesie identyfikacji możliwe jest też oszacowanie masy platformy  $M$ .

Zidentyfikowany model bardzo dobrze odwzorowuje pracę układu rzeczywistego, zarówno jego dynamikę jak i generowany prąd co przedstawiono na wykresach 3.

Model przedstawiony w pracy jak i metoda jego identyfikacji może być stosowana dla układów bardziej złożonych gdzie model można przedstawić w postaci liniowej względem szukanych parametrów.

Identyfikacja metodą najmniejszych kwadratów pozwoliła zdecydowanie szybciej określić nieznanymi parametry niż w przypadku zastosowania metody klasycznej. Trzeba jednak pamiętać, że wynik identyfikacji tą metodą w dużym stopniu uzależniony jest od parametrów filtrów.

Opracowane filtry posiadają charakter dolnoprzepustowy. Pozwala to na usuwanie szybkochylnych składowych sygnału np. szumu. Częstotliwość graniczna filtrów zależy przede wszystkim od długości odcinka aproksymacji i postaci funkcji wagowej. Ważnym elementem jest dobór parametrów filtrów różniczkujących  $M_f$  i  $\Omega_g$ . Długość okna filtru  $2M_f + 1$  wpływa na dokładność aproksymacji charakterystyk filtrów idealnych. Im większa jest wartość  $M_f$ , tym lepsza dokładność aproksymacji. Jednak zwiększenie długości okna powoduje zwiększenie nakładu obliczeń i niewielkie zawężenie długości sygnałów przefiltrowanych. Opracowane filtry różniczkujące zapewniają wyznaczenie odpowiednich pochodnych sygnałów przy błędach dużo mniejszych niż proste metody różniczkowania, co odgrywa szczególnie ważną rolę w procesie identyfikacji.

Podczas identyfikacji metodą najmniejszych kwadratów z wykorzystaniem filtrów różniczkujących dla sygnałów wymuszających pojawiła się konieczność ograniczenia widma tego sygnału, którą w pracy zrealizowano przy pomocy filtru dolnoprzepustowego. Ograniczenie widma sygnału wymuszającego ma decydujące znaczenie przy identyfikacji układów nieliniowych. Zastosowana metoda identyfikacji nie wymaga rozwiązywania równań różniczkowych a jedynie wyznaczenia stosownych pochodnych. W różnych obliczeniach, które przeprowadzono, stwierdzono poprawne działanie metody dla układów mechanicznych bardziej złożonych i o większej liczbie parametrów identyfikowanych.

## BIBLIOGRAFIA

1. Antoniów U., Myczuda Ł., Myczuda Z., Szcześniak A., *Logarithmic analog-to-digital converter with accumulation of charge and pulse feedback*, Przegląd Elektrotechniczny, Volume 89, Issue 8, August 2013, pp. 277-281.
2. Cedro L., Janecki D., *Determining of Signal Derivatives in Identification Problems -FIR Differential Filters*, Acta Montanistica Slovaca, R 16, ISSN 1335-1788, 47-54, 2011.
3. Ciosmak J., *Algorytm wyznaczania nieseparowalnych dwuwymiarowych zespołów filtrów dla potrzeb systemów transmultipleksacji*, Przegląd Elektrotechniczny, 11/2011, ISSN 0033-2997, 217-220.
4. Formánek I., Farana R., *Drive dynamic analysis - The key to optimal drive performance*, Applied Mechanics and Materials, Volume 611, 2014, pp. 208-215.
5. Idzikowski J., Zellma M., *Identyfikacja równań dynamiki silnika prądu stałego*, Zeszyty naukowe Akademii Marynarki Wojennej, XLV nr 3 (158) 2004.
6. Jun-Sheng Y., Zu-Xun Z., *Differentiation, semidifferentiation and semiintegration of a digital signals based on Fourier transformations*, J. Electroanal. Chem., 403: 1-9, 1996.
7. Kot A., Nawrocka A., *Balance platform vibration control*, Journal of Low Frequency Noise Vibration and Active Control, 2013 vol. 32 no. 3, s. 227-237
8. Krzysztofik I., Koruba Z., *Adaptive control of anti-aircraft missile launcher mounted on a mobile base*, Theoretical & Applied Mechanics Letters, Volume 2, Number 4, 2012.
9. Mocak J., Janiga I., Rievaj M., Bustin D., *The Use of Fractional Differentiation or Integration for Signal Improvement*, Measurement Science Review, Volume 7, Section 1, No. 5, 2007.
10. Nawrocka A., Kot A., Nawrocki M., *Biomedical signal identification and analysis*, Journal of Vibroengineering, 2012 vol. 14 iss. 2, s. 546-552
11. Pintelon R., Schoukens J., *Real-Time Integration and Differentiation of Analog Signals by Means of Digital Filtering*, IEEE Transactions On Instrumentation And Measurement. Vol. 39, No. 6, December 1990.
12. Stefański T., Zawarczyński Ł., *Identyfikacja parametryczna modeli matematycznych silników ze wzbudzeniem od magnesów trwałych*, Przegląd Elektrotechniczny, 2012, Tom: 88, Zeszyt: 4b, pp: 224-229.
13. Stefański T., Zawarczyński Ł., *Identyfikacja parametryczna modelu matematycznego silnika bezszczotkowego prądu stałego*, Pomiary Automatyka Kontrola, PAK vol. 57, nr 1/2011.
14. Szcześniak A., Mychuda Z., *A method of charge accumulation in the logarithmic analog-to digital converter with a successive approximation*, Przegląd Elektrotechniczny, Volume 86, Issue 10, 2010, pp. 336-340.
15. Valasek R., Pavliska V., Perfilieva I., Farana R., *Application of Fuzzy Transform for Noise Reduction in Helicopter Model Identification*, In Proceedings of the 2013 14th ICC. Ryto, Poland: AGH University of Science and Technology, 26. - 29. 5. 2013, pp 400-405. ISBN 978-1-4673-4489-0. IEEE Catalog Number: CFP1342L-CDR.
16. Viteckova M., Vitecek A., *Simple Digital Controller Tuning*, In Proceedings of the 2013 14th ICC Ryto, Poland: AGH University of Science and Technology, 26-29.5.2013, ISBN 978-1-4673-4489-0. IEEE Catalog Number: CFP1342L-CDR.
17. Viteckova M., Vitecek A., *Ultimate parameters in control technology*, 2013 14th, ICC 2013; Ryto; Poland; 26 May 2013 through 29 May 2013; ISBN 978-1-4673-4489-0, Category number CFP1342L-CDR; pp. 423-427.

18. Woś P., Dindorf R., *Adaptive control of the electro-hydraulic servo-system with external disturbance*, Asian Journal of Control, Vol.15, No.4, 2013,1065-1080.

#### Identification of the platform with electric drive using a differentiating filters

*The paper presents an example of solving the parameter identification problem in case of platform with one degrees of freedom has been also presented. The parameter identification algorithm based on linear parameterization of the platform model and the least square criteria is developed. The desired derivatives of measured signals are estimated by means of designed differentiation filters. The required derivative order depends on the order of differential equations describing the object. The model was identified and verified using measurement results obtained for a real system.*

Autorzy:

dr hab. inż. **Leszek Cedro**, prof. PŚk – Politechnika Świętokrzyska w Kielcach – katedra Automatyki i Robotyki na Wydziale Mechatroniki i Budowy Maszyn, lcedro@tu.kielce.pl

mgr inż. **Krzysztof Wieczorkowski** – Politechnika Świętokrzyska w Kielcach – doktorant w katedrze Automatyki i Robotyki na Wydziale Mechatroniki i Budowy Maszyn, kwieczorkowski@tu.kielce.pl

JEL: L62 DOI: 10.24136/atest.2018.096

Data zgłoszenia: 2018.05.22 Data akceptacji: 2018.06.15