

## BADANIE STRUKTURY ZMIENNOŚCI ZASOBNOŚCI PIERWIASTKÓW TOWARZYSZĄCYCH (As, Co, Pb) W ZŁOŻU Cu-Ag LGOM (KOPALNIA RUDNA): KONIECZNE, PRZYDATNE CZY ZBĘDNE?

### STUDY OF VARIABILITY STRUCTURE OF ACCUMULATION INDEX OF ACCOMPANYING ELEMENTS (As, Co, Pb) IN THE Cu-Ag DEPOSITS (LGOM, RUDNA MINE): ESSENTIAL, USEFUL OR NEEDLESS?

Justyna Auguścik, Jacek Mucha, Monika Wasilewska-Błaszczuk - WGGiOŚ,  
AGH Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków

*W artykule przedstawiono wynik badania struktury zmienności zasobności pierwiastków towarzyszących złożom Cu-Ag LGOM. Wskazano na trudności w jej badaniu spowodowane nieciągłością występowania podwyższonych zawartości pierwiastków, ich skrajnie dużą zmiennością. Opis struktury zmienności w ujęciu geostatystycznym jest wysoce przydatny z punktu widzenia wiarygodnego odwzorowania rozmieszczenia zasobności tych pierwiastków, a w szczególności dla celów wykrywania i eliminowania ze zbiorów danych wartości anomalnych maskujących nielosową strukturę ich zmienności. Stwierdzono umiarkowany dla zasobności ołowiu i wyraźny dla arsenu i kobaltu udział składnika nielosowego w ich strukturze zmienności, ujawniający się do odległości od 0,5 do 1km. W przypadku zasobności kobaltu i ołowiu ujawniono słabą kierunkową zmienność, natomiast zmienność arsenu jest izotropowa. Geostatystyczna procedura krigingu poligonowego wykazała, że oszacowania średnich zasobności Co, Pb i As cechują się wielokrotnie niższą dokładnością oszacowania w stosunku do oszacowań Cu i Ag. Uwzględnienie w procedurze krigingu informacji o dość wyraźnej anizotropii zmienności zasobności ołowiu i kobaltu nie prowadzi do zauważalnego obniżenia wartości prognozowanych błędów oszacowań co upoważnia do stosowania prostszego, izotropowego modelu struktury ich zmienności.*

**Słowa kluczowe:** semiwariogram, geostatystyka, arsen, kobalt, ołów, złożo Cu-Ag

*The paper presents result of study of the variability structure of the elements accompanying Cu-Ag LGOM deposits. Difficulties of this study are related to the discontinuity caused by the presence of elevated contents of elements, their extremely high variability and the occurrence of anomalous values. Description of the variability structure in geostatistical terms is highly useful from the perspective of reliability of mapping of these elements, in particular for detecting and eliminating of anomalous value from the data sets masking non-random structure of their variability. It was stated moderate for accumulation index of lead and evident for accumulation index of arsenic and cobalt participation of non-random component in they variability structure, revealing to the distance from 0.5 to 1km. In the case of accumulation index of cobalt and lead week directional variability is observed and the arsenic variability is practically isotropic. Polygonal kriging estimation of the average accumulation index of Co, Pb and As, are characterized by multiple lower accuracy of estimates with respect to Cu and Ag. Taking into account in the kriging information about quite evident anisotropy of lead and cobalt accumulation index has not resulted in a reduction of the kriging estimation errors. In geological-mining practice, can be assumed simpler, isotropic model of variability structure of these elements.*

**Keywords:** semivariogram, geostatistics, arsenic, cobalt, lead, Cu-Ag deposit

#### Wstęp

W złożach rud Cu-Ag LGOM występuje bogaty zespół pierwiastków towarzyszących (w tym w większości śladowych): As, Au, Cd, Co, Ge, Hg, Mo, Ni, Pb, Pt, Pd, Re, Se, Ss, V, Zn. Obecnie część z nich jest odzyskiwana (w różnej postaci chemicznej) w procesach technologicznych przeróbki tych rud (Au, Ni, Pb, Pt+Pd, Re, Se, Ss) a część może być odzyskiwana w najbliższej przyszłości. Niektóre z pierwiastków podnoszą wartość złoża (np. Au, Re) a inne stanowią składniki niepożądane z

uwagi na negatywny wpływ na środowisko lub przebieg procesów technologicznych odzyskiwania metali. Dokumentowanie pierwiastków towarzyszących (współwystępujących) w złożach jest ważne z punktu widzenia racjonalnej gospodarki złożem. W ustawie PGG zgodnie z art. 89 pkt 2 zapisano, że „dokumentacja geologiczna określa w szczególności (...) przedstawienie informacji dotyczących (...) współwystępujących użytecznych pierwiastków śladowych” [10]. Definicję tę powtórzono w aktualnym rozporządzeniu wykonawczym (Rozporządzeniu Ministra Środowiska w sprawie dokumentacji geologicznej złoża

kopaliny z wyłączeniem złoża węglowodorów, Dz.U. 2015 poz. 987), mówiącym w § 4.2 o „charakterystyce (...) współwystępujących użytecznych pierwiastków śladowych” [8].

Zagadnienie dokładności szacowania zasobów pierwiastków śladowych w złożu rud miedzi monokliny przedsudeckiej rozpoznany wiertniczo przedstawili Piątkowski i Preidl [7]. Stosując metody statystyki klasycznej Autorzy wykazali trudności w szacowaniu zasobów tych pierwiastków spowodowane bardzo dużą lub skrajnie dużą zmiennością zasobności większości pierwiastków śladowych w podstawowych seriach litologicznych.

Dokładność szacowania średnich zawartości wytypowanych pierwiastków towarzyszących dla danych rozpoznania górniczego złóż rud LGOM z zastosowaniem metod statystycznych i geostatystycznych była przedmiotem artykułu Muchy, Niecia i Szwed [5] oraz Niecia i Muchy [6]. Podstawę badań stanowiły wyniki opróbowania wyrobisk górniczych we fragmentach 4 złóż: Lubin, Polkowice, Rudna i Sieroszowice. Cytowani autorzy stwierdzili bardzo dużą lub skrajnie dużą zmienność zawartości większości badanych pierwiastków towarzyszących w obrębie złoża bilansowego Cu-Ag, silną dodatnią asymetrię ich rozkładów oraz nierzadkie występowanie wartości anomalnie wysokich. Czynniki te są odpowiedzialne za bardzo niską dokładność szacowania średnich zawartości pierwiastków towarzyszących (spełniająca formalnie wymagania co najwyżej kategorii C<sub>2</sub>) w porównaniu z dokładnościami oszacowań Cu i Ag (kategoria A lub B). Ponadto zaprezentowano ranking pierwiastków towarzyszących uszeregowanych według malejącej dokładności szacowania ich średnich zawartości w obszarach złoża o zasobach odpowiadających rocznej produkcji Cu.

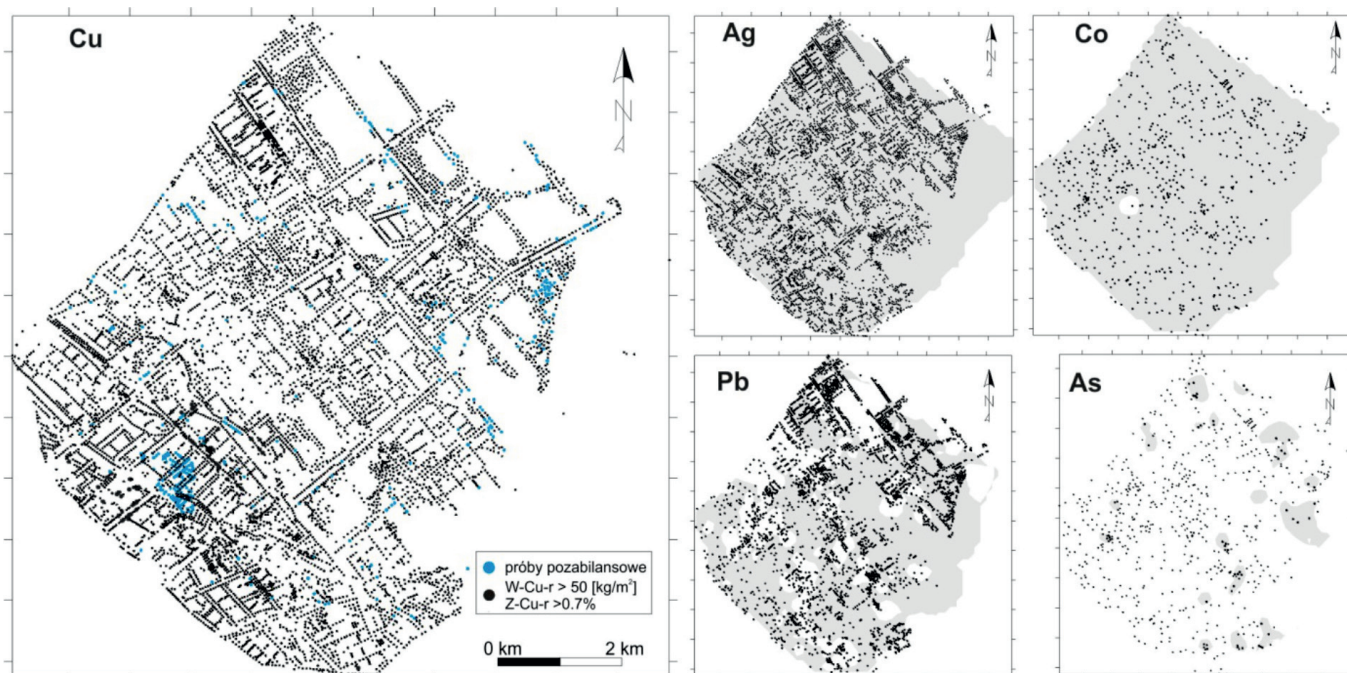
### Cel i zakres badań

Zasadniczym celem prezentowanych badań była geostatystyczna charakterystyka struktury zmienności zasobności jednostkowej trzech wytypowanych pierwiastków towarzy-

szącym złożom Cu-Ag LGOM – kobaltu (Co), ołowiu (Pb) i arsenu (As) dokonana za pomocą semiwariogramów różnego typu. Modele semiwariogramów wykorzystano w ocenie błędów oszacowań przy zastosowaniu geostatystycznej procedury kriginu zwyczajnego [2].

Wybór pierwiastków do badań nie był przypadkowy. Kobalt widnieje na liście pierwiastków krytycznych dla krajów Unii Europejskiej (UE). Kwalifikacja kobaltu jako jednego z najważniejszych pierwiastków strategicznych dla UE wynika z unikalnych właściwości tego pierwiastka, mnogich zastosowań w przemyśle High-tech (m.in. przemysł lotniczy, elektroniczny) a przy tym z ograniczonej grupy dostawców tego pierwiastka. Perspektywnym źródłem kobaltu w Polsce są złoża rud miedzi na Monoklinie Przedsudeckiej i węgla kamiennego w GZW, jednak obecnie nie ma opracowanej efektywnej i uzasadnionej ekonomicznie technologii jego odzysku. Ołów i arsen obok antymonu, selenu i niklu są głównymi zanieczyszczeniami koncentratów Cu, negatywnie wpływającymi na procesy hutnicze i środowisko naturalne. Najwyższe koncentracje tych pierwiastków występują w złożu Lubin, nieco niższe zawartości stwierdzono w złożach Polkowice-Sieroszowice i Rudna [4,9].

W odróżnieniu od wcześniejszych badań statystycznych i geostatystycznych zawartości pierwiastków towarzyszących [5, 6] prezentowane w dalszej części wyniki badań odnoszą się do zasobności trzech wytypowanych pierwiastków. Błędy oszacowań tego ważnego, złożonego parametru geologiczno-górniczego obejmują błędy pomiarów i oznaczeń wszystkich parametrów składowych tzn. miąższości złoża, gęstości przestrzennej kopaliny i zawartości pierwiastków towarzyszących. Ponadto, badania zostały wykonane na znacznie bogatszym zbiorze danych (około 6-krotnie liczniejszym dla As i Co, i blisko 13-krotnie dla Pb) pochodzących wyłącznie z opróbowania wyrobisk górniczych w złożu Rudna. Rozszerzono także metodykę badań przez zastosowanie do geostatystycznego opisu



Rys. 1. Lokalizacja punktów opróbowania złoża Rudna dla oznaczenia zawartości Cu, Ag, Pb, Co i As na tle obszarów z podwyższonymi zawartościami pierwiastków towarzyszących (kolor szary)

Fig. 1. Location of samples for determination of Cu, Ag, Pb, Co and As contents, on the background of areas with higher contents of accompanying elements (gray color)

struktury zmienności oprócz klasycznego semiwariogramu i semiwariogramu relatywnego rzadziej stosowanego estymatora semiwariogramu relatywnego określany w literaturze geostatystycznej jako „non-ergodic relative” oraz wykonując analizę anizotropii zmienności zasobności pierwiastków towarzyszących opartą na mapach semiwariogramów kierunkowych [1].

### Material podstawowy badań

Material podstawowy badań stanowiły wyniki próbowania złoża w wyrobiskach górniczych na obszarze ZG Rudna (rys. 1). Oznaczenia zawartości pierwiastków Cu dokonywano w próbach punktowych (cząstkowych) pobieranych z ociosów wyrobiska wzdłuż linii pionowej natomiast oznaczeń Ag, Co, Pb i As w materiale komasowanych prób cząstkowych [3]. Badania struktury zmienności pierwiastków towarzyszących dokonano w granicach złoża bilansowego wyznaczonego dla pierwiastków głównych. Pozycje opróbowania rozmieszczone są w siatce zbliżonej do regularnej, determinowanej rozkładem wyrobisk górniczych (rys. 1). Średnia odległość między punktami opróbowania dla pierwiastków podstawowych wynosi: około 40 m dla Cu i około 80 m dla Ag. Sieć rozpoznawcza dla pierwiastków towarzyszących jest znacznie rzadsza z rozstawami prób od około 150 m dla Pb do 400 m dla Co i As. Liczebność całkowitego zbioru danych z punktu widzenia geostatystycznego modelowania struktury zmienności parametrów zasobowych jest wysoce satysfakcjonująca i wynosi blisko 10 tys. oznaczeń zawartości Cu i Ag (przy czym uwzględniono tylko te próby w których oznaczono zawartość pierwiastków towarzyszących), około 6 tys. oznaczeń Pb i ponad tysiąc oznaczeń As i Co.

### Metodyka badań

Geostatystyczne badanie struktury zmienności parametrów poprzedzono statystyczną analizą danych, szczególnie ważną w odniesieniu do parametrów złożowych o dużej zmienności do których z reguły należą zasobności pierwiastków towarzyszących złożom Cu-Ag. Statystyczny opis zmienności oprócz obliczenia podstawowych miar zmienności obejmował wydzielenie obserwacji odstających i ekstremalnych na podstawie wykresu „ramka i wąsy”.

Do geostatystycznego badania struktury przestrzennego zróżnicowania zasobności pierwiastków wykorzystano semiwariogramy empiryczne (próbkowe) obliczone ze wzorów [1]:

- semiwariogram klasyczny Matherona

$$\gamma(h) = \frac{1}{2n_h} \sum_{i=1}^{n_h} (z_{i+h} - z_i)^2 \quad (1)$$

- semiwariogram relatywny

$$\gamma(h) = \frac{1}{2n_h} \sum_{i=1}^{n_h} \frac{(z_{i+h} - z_i)^2}{(\bar{z}_h)^2} \quad (2)$$

- semiwariogram relatywny „non-ergodic”

$$\gamma(h) = \frac{1}{2n_h} \sum_{i=1}^{n_h} \frac{(z_{i+h} - z_i)^2}{\left(\frac{\bar{z}_h^+ + \bar{z}_h^-}{2}\right)^2} \quad (3)$$

gdzie:

$n_h$  - liczba par próbek odległych o odcinek „h”,

$z_i, z_{i+h}$  - wartości badanego parametru (zasobności pierwiastków) w punktach odległych o odcinek „h”,

$\bar{z}_h$  średnia wartość parametru we wszystkich parach punktów pomiarowych odległych o odcinek „h”,

$\bar{z}_h^+, \bar{z}_h^-$  średnie wartości parametru w punktach opróbowania odpowiadających krańcom odcinka „h” łączącego próby.

Ważnym elementem geostatystycznego badania struktury zmienności parametrów jest badanie anizotropii. Obraz kierunkowej zmienności parametrów graficznie przedstawia się na mapie semiwariogramów kierunkowych.

Modele teoretyczne dopasowane do semiwariogramów empirycznych wykorzystano w geostatystycznej procedurze krigingu zwyczajnego (poligonowego) do oszacowania średnich zasobności pierwiastków w blokach obliczeniowych o trzech wielkościach (1000x1000 m, 500x500 m, 200x200 m) oraz do oceny prognozowanych błędów krigingu [2]. Wielkości bloków obliczeniowych są zbliżone odpowiednio do wielkości bloków geologicznych uznawanych za jednorodne, obszarów rocznej i kwartalnej eksploatacji. Wszystkie obliczenia wykonano przy wykorzystaniu programu ISATIS firmy Geovariances [1].

Tab. 1. Zestawienie podstawowych parametrów statystycznych zasobności jednostkowych pierwiastków podstawowych (miedzi Cu i srebra Ag) oraz towarzyszących (arsenu As, kobaltu Co i ołowiu Pb) w granicach złoża bilansowego Rudna

Tab. 1. Statistics of the accumulation indexes of basic elements (Cu and Ag) and accompanying elements (arsenic As, Co cobalt and lead Pb) within the limits of the Rudna deposit

Parametr	Liczba danych	Średnia	Mediana	Min / Max	Odchylenie standardowe	Współcz. zmienności	Współcz. asymetrii
W-Cu-r [kg/m <sup>2</sup> ]	9308	280	236	50 / 2066	189	67%	2,26
W-Ag-r [g/m <sup>2</sup> ]	5597	580	488	1 / 10688	448	77%	4,52
W-Pb-r [kg/m <sup>2</sup> ]	3216	8,65	2,31	0 / 1417	29,7	344%	34,29
W-Pb-r [kg/m <sup>2</sup> ]*	3193	8,71	2,34	0 / 1417	29,8	343%	34,19
W-Co-r [g/m <sup>2</sup> ]	720	431	330	0 / 3949	432,2	100%	3,20
W-Co-r [g/m <sup>2</sup> ]*	719	432	331	11 / 3949	432,2	100%	3,20
W-As-r [g/m <sup>2</sup> ]	665	115	0,10	0 / 7022	475,4	414%	7,83
W-As-r* [g/m <sup>2</sup> ]	346	221	0,10	0,1 / 7022	641,4	290%	5,65

Objaśnienia: \* - bez uwzględnienia wartości zerowych

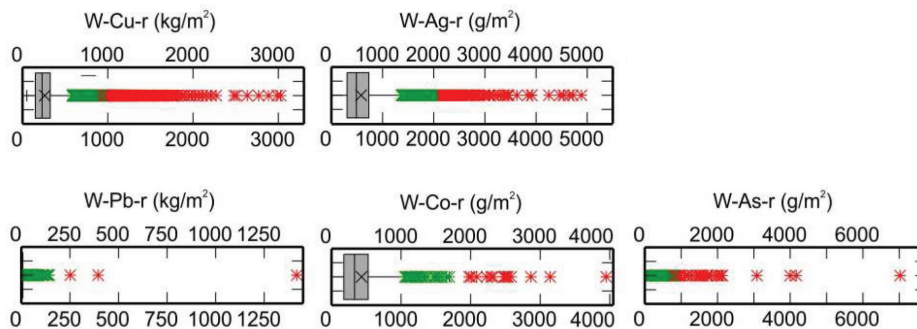
Explanation: \* - for values > 0

## Wyniki badań

Pierwszymi sygnałami trudności jakie napotyka się w wiarygodnym szacowaniu zasobów pierwiastków towarzyszących złożom Cu-Ag LGOM są niekorzystne cechy probabilistycznej struktury ich zmienności wyrażone za pomocą statystycznych miar zmienności (tab. 1). Na tle współczynników zmienności pierwiastków podstawowych Cu i Ag współczynniki zmienności zasobności Pb są nieznacznie od nich wyższe natomiast Co i As aż około 5-krotnie wyższe. Według klasyfikacji Baryszewa ich zmienność można określić odpowiednio jako bardzo dużą i skrajnie dużą. Stwierdzono również prawostronną asymetrię empirycznych rozkładów prawdopodobieństwa zasobności pierwiastków - silną dla Cu, Co i skrajnie silną w przypadku

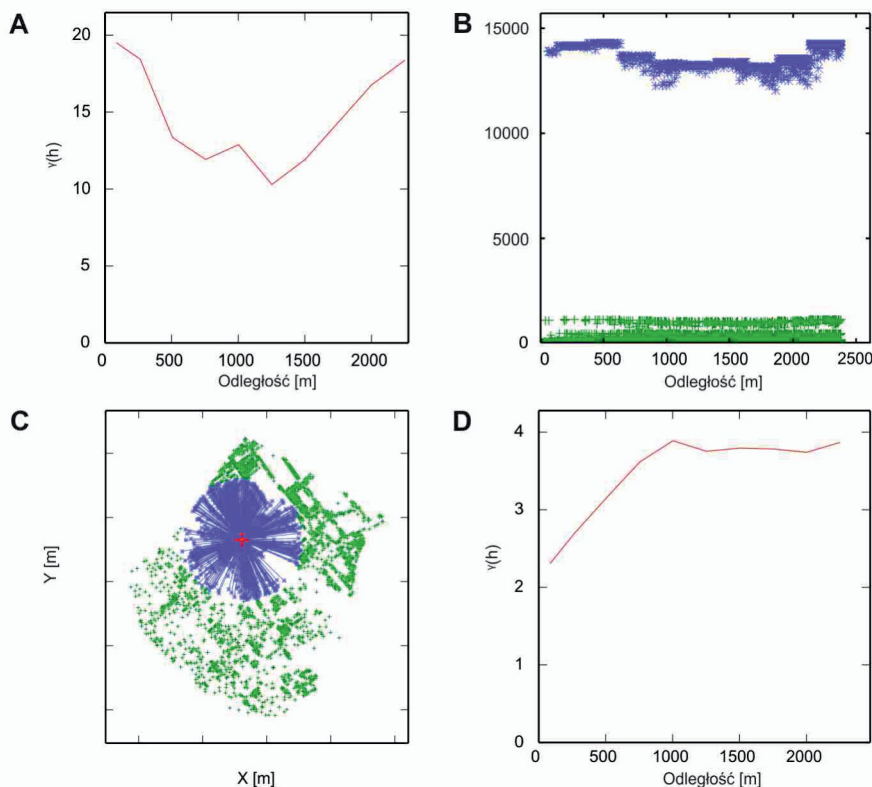
Ag, Pb i As. Ponadto obserwuje się liczne wartości odstające a w szczególności anomalne występujące w zbiorach danych (rys. 2). Te cechy rozkładu wykluczają możliwość stosowania rozkładu normalnego jako teoretycznego modelu rozkładu prawdopodobieństwa tych parametrów.

Wymienione niekorzystne cechy statystyczne zmienności zasobności pierwiastków, poważnie utrudniają wiarygodne modelowanie geostatystyczne struktury ich zmienności stanowiące podstawę szacowania wartości średniej przy wykorzystaniu procedury krigingu. Występujące często wartości anomalne w zbiorach danych ujawniają się na semiwariogramie znacznym wzrostem amplitudy semiwariogramu. Pomocne przy identyfikacji odpowiedzialnych za to zjawisko i niezbędnych do usunięcia wartości anomalnych jest wykonanie tzw. chmury



Rys. 2. Wykresy ramka-wąsy zasobności jednostkowej miedzi (W-Cu-r), srebra (W-Ag-r), ołowiu (W-Pb-r), kobaltu (W-Co-r), i arsenu (W-As-r) dla złoża bilansowego (kolor zielony – wartości odstające, kolor czerwony – wartości anomalne)

Fig. 2. Box-and-whiskers plots of accumulation indexes of copper (W-Cu-r), silver (W-Ag-r), lead (W-Pb-r), cobalt (W-Co-r) and arsenic (W-As-r) (green color – outliers, red color - anomalous values)



Rys. 3. Semiwariogram zasobności Pb przed usunięciem wartości anomalnych (A). Chmura semiwariogramu (B). Lokalizacja punktów próbowania (C). Semiwariogram zasobności Pb po usunięciu wartości anomalnych (D)

Objaśnienia: kolorem niebieskim oznaczono anomalne wartości semiwariogramu (B) i pary punktów próbowania uwzględnione do ich obliczenia (C), kolorem zielonym oznaczono pozostałe wartości semiwariogramu (B) i punkty próbowania uwzględnione do ich obliczenia (C), kolor czerwony – punkt z anomalną zasobnością Pb

Fig. 3. Semivariogram of Pb accumulation index before removing the anomalous values (A). Semivariogram cloud (B). Localization of sampling (C). Semivariogram of Pb accumulation index after removing the anomalous values (D)

Explanation: blue color – the anomalous semivariogram values (B) and pairs of sampling points included in their calculation (C), green color – the semivariogram values (B) and sampling points included in their calculation (C), red color – sampling with anomalous values of Pb accumulation index

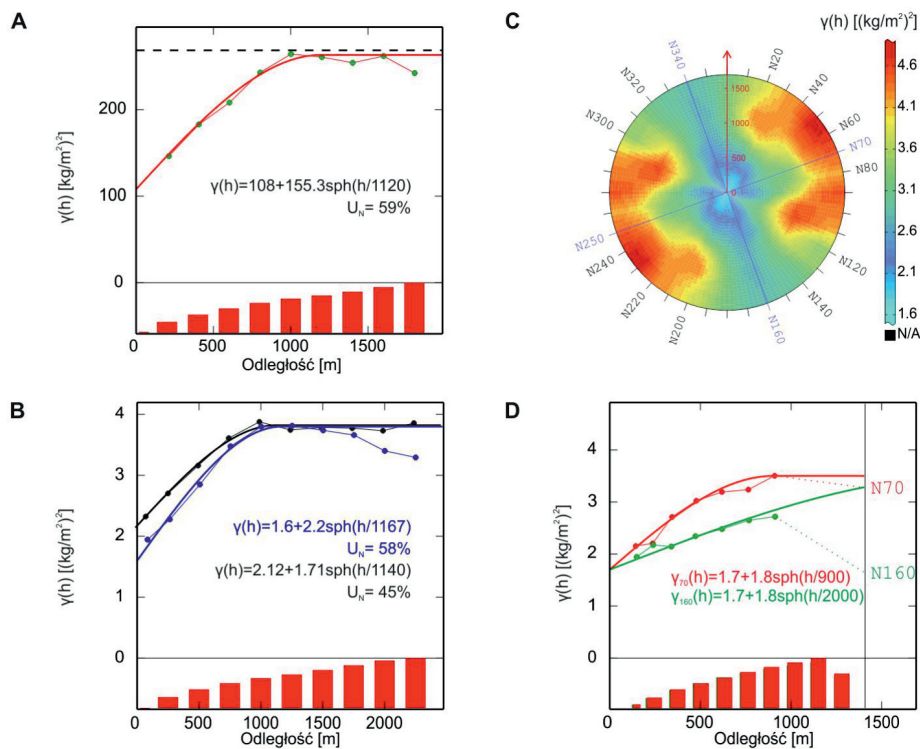
semiwarioram (rys. 3). Obrazuje ona wartości semiwarioramu dla wszystkich rozpatrywanych par punktów. Obserwowany na chmurze semiwarioramu nagły, skokowy wzrost wartości semiwarioramu dla par punktów, często znacznie oddalonych od właściwej chmury, jest spowodowany występującymi wartościami anomalnymi (rys. 3B). Na mapie lokalizacji te pary punktów tworzą charakterystyczne „pajęczki” (rys. 3C). Eliminacja wartości anomalnych znajdujących się w centrach „pajęczków” powoduje nawet kilkukrotne obniżenie amplitudy semiwarioramu. Przykładowo dla ołowiu wyeliminowanie jednej wartości anomalnej spowodowało obniżenie amplitudy semiwarioramu o ponad 50% (rys. 3 A i D). Ponadto wartości anomalne skutecznie maskują udział nielosowego składnika zmienności przejawiający się wzrastającymi w pewnym zakresie odległości wartościami semiwarioramu (rys. 3 A i D).

Dodatkowe problemy przy obliczaniu semiwarioramów wynikają z nieciągłego występowania podwyższonych zawartości pierwiastków w granicach złoża (rys. 1). Dotyczy to przestrzennego rozmieszczenia podwyższonych zawartości ołowiu a w szczególności arsenu. Arsen stwierdzono zalewie w kilku niewielkich obszarach o wielkości do 0,1 do 1,5 km<sup>2</sup>. Informacja o wielkości obszarów z podwyższonymi zawartościami powinna stanowić maksymalną odległość do jakiej będzie badana struktura zmienności, tożsamą z maksymalnym zasięgiem obliczeń semiwarioramu empirycznego (próbkowego).

Semiwarioramy wraz z dopasowanymi modelami teore-

tycznymi zasobności kobaltu, arsenu i ołowiu zestawiono na rysunkach 4-6. Wykonane dwa rodzaje semiwarioramów relatywnych mają zbliżony przebieg jedynie dla ołowiu, natomiast dla kobaltu, a w szczególności dla arsenu oba semiwarioramy znacznie się różnią. W przypadku kobaltu i arsenu semiwarioramy relatywne „non-ergodic” cechują się większym udziałem składnika nielosowego w strukturze zmienności oraz mniejszą amplitudą semiwarioramu. Z tego względu należy uznać je za korzystniejsze dla poprawności szacowania zasobności pierwiastków i oceny błędów tych oszacowań za pomocą krigingu zwyczajnego. Dla arsenu i kobaltu udział nielosowego składnika w strukturze zmienności ich zasobności zaznacza się wyraźnie ( $U_N$  od 78% do 96%), natomiast dla ołowiu tylko umiarkowanie ( $U_N = 45%$ ). Nielosowy składnik w strukturze zmienności zasobności ołowiu i kobaltu występuje do odległości około 1 km, natomiast dla arsenu zasięg semiwarioramu jest o połowę krótszy.

Badanie anizotropii zmienności zasobności pierwiastków towarzyszących za pomocą map relatywnych semiwarioramów kierunkowych wykazało, że zasobność As ma charakter izotropowy, co oznacza podobną intensywność zmian we wszystkich kierunkach. W przypadku kobaltu i ołowiu ujawniono słabą kierunkową zmienność ich zasobności. Świadczą o tym współczynniki anizotropii mniejsze od 2, obliczone jako stosunek promieni elipsy anizotropii dla kierunku minimalnej i maksymalnej zmienności widoczne na mapie semiwarioramów kierunkowych (rys. 4-6C).

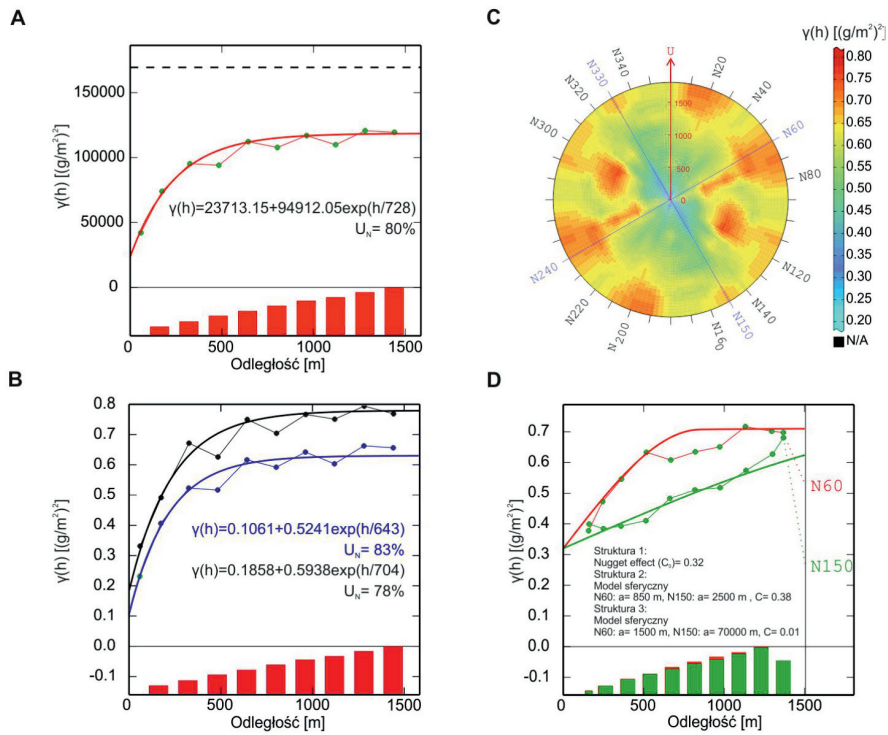


Rys. 4. Geostatystyczny opis struktury zmienności zasobności Pb w granicach złoża bilansowego za pomocą: A – semiwarioramu klasycznego Matheron'a, B – semiwarioramu relatywnego (kolor niebieski – semiwarioram relatywny, kolor czarny – semiwarioram relatywny „non-ergodic”), C – mapa relatywnych semiwarioramów kierunkowych, D – relatywne semiwarioramy w kierunku maksymalnej (kolor czerwony) i minimalnej (kolor zielony) zmienności

Objaśnienia:  $\gamma(h)$  – wartości semiwarioramu,  $U_N$  – maksymalny udział składnika nielosowego w zmienności parametru,  $C_0$  – wariancja zmienności lokalnej (losowy składnik zmienności),  $C$  – wariancja zmienności przestrzennej (nielosowy składnik zmienności),  $a$  – zasięg semiwarioramu

Fig. 4. Geostatistical characterization of Pb accumulation variability structure by: A – classical Matheron's semivariogram, B – relative semivariograms (blue color - relative semivariogram, black color - relative „non-ergodic” semivariogram) C - map of relative directional semivariograms, D - relative semivariograms in direction of maximum (red) and minimum (green) variability

Explanation:  $\gamma(h)$  - the value of semivariogram,  $U_N$  - the maximum share of non-random component in the variability of the parameter,  $C_0$  - variance of the local variability (random component of variability),  $C$  - variance of the spatial variability (non-random component of variability),  $a$  - range of semivariogram

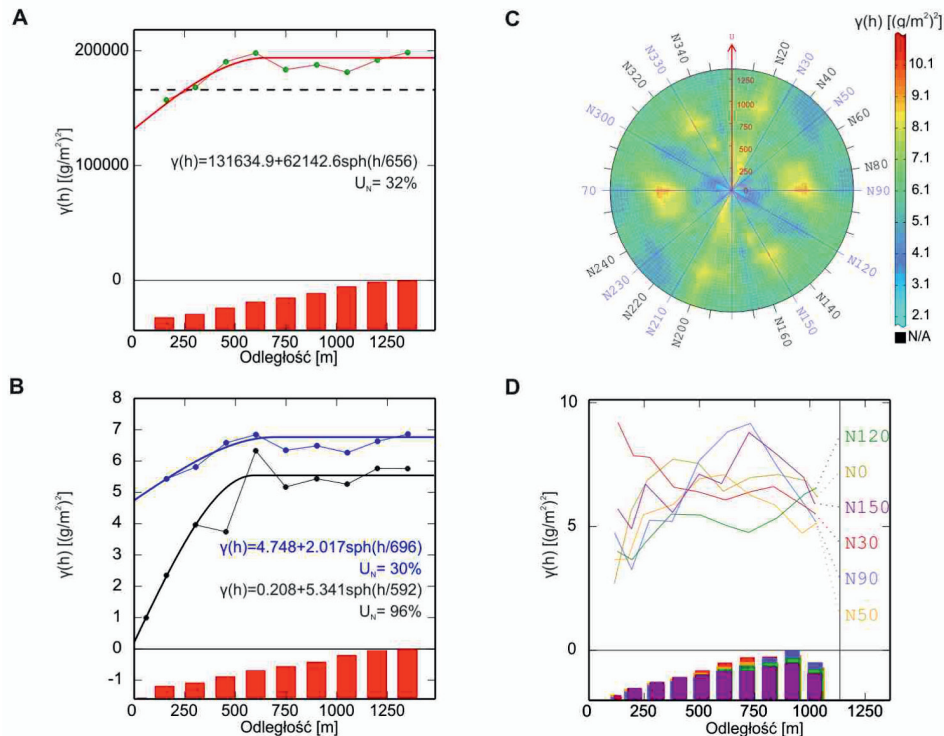


Rys. 5. Geostatystyczny opis struktury zmienności zasobności Co w granicach złoża bilansowego za pomocą: A – semiwariogramu klasycznego Matheron'a, B – semiwariogramu relatywnego (kolor niebieski – zwykły semiwariogram relatywny, kolor czarny – semiwariogram relatywny „non ergodic”), C – mapa relatywnych semiwariogramów kierunkowych, D – relatywne semiwariogramy w kierunku maksymalnej (kolor czerwony) i minimalnej (kolor zielony) zmienności

Objaśnienia: jak na rys. 4

Fig. 5. Geostatistical characterization of Co accumulation variability structure by: A – classical Matheron's semivariogram, B - relative semivariograms (blue color - relative semivariogram, black color - relative „non-ergodic” semivariogram) C - map of relative directional semivariograms, D - relative semivariograms in direction of maximum (red) and minimum (green) variability

Explanation: see fig. 4

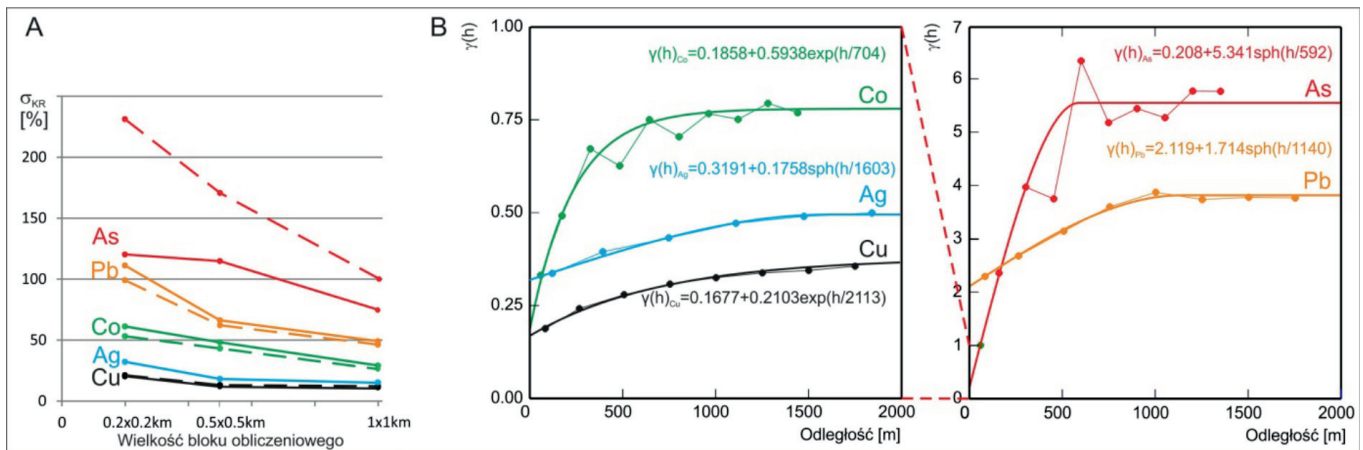


Rys. 6. Geostatystyczny opis struktury zmienności zasobności As w granicach złoża bilansowego za pomocą: A – semiwariogramu klasycznego Matheron'a, B – semiwariogramu relatywnego (kolor niebieski – semiwariogram relatywny, kolor czarny – semiwariogram relatywny „non-ergodic”), C – mapa relatywnych semiwariogramów kierunkowych, D – relatywne semiwariogramy kierunkowe

Objaśnienia: jak na rys. 4

Fig. 6. Geostatistical characterization of As accumulation variability structure by: A – classical Matheron's semivariogram, B - relative semivariograms (blue color - ordinary relative semivariogram, black color - relative „non-ergodic” semivariogram) C - map of relative directional semivariograms, D – directional relative semivariograms

Explanation: see fig. 4



Rys. 7. Zestawienie median błędów względnych krigingu (A) dla bloków obliczeniowych o boku 1 km, 0,5 km i 0,2 km dla semiwariogramów relatywnych „non-ergodic” (linia ciągła) i relatywnych (linia przerywana) oraz zestawienie relatywnych semiwariogramów „non-ergodic” wraz z dopasowanymi do nich modelami geostatystycznymi zasobności jednostkowej Cu, Ag, Pb, Co i As (B)

Fig 7. Medians of relative kriging errors (A) for calculation blocks (size 1x1 km, 0.5x0.5 km and 0.2x0.2 km) for “non-ergodic” relative semivariogram (solid line) and the relative semivariogram (dashed line) and plots of the „non-ergodic” relative semivariograms and geostatistical models of accumulation index of Cu, Ag, Pb, Co and As (B)

W praktyce szacowania średniej zasobności tych pierwiastków można przyjąć prostszy izotropowy model struktury ich zmienności.

Informację o geostatystycznej strukturze zmienności zasobności pierwiastków towarzyszących wykorzystano do szacowania ich średnich wartości oraz oceny błędów tych oszacowań metodą krigingu zwyczajnego. Wykorzystanie do tego celu semiwariogramów relatywnych daje bezpośrednio prognozowane błędy standardowe względne (teoretyczne). Oszacowania geostatystyczną procedurą krigingu poligonowego średnich zasobności Co, Pb i As, cechują się wielokrotnie niższą dokładnością oszacowania w stosunku do Cu i Ag (rys. 7). Mediany średnich błędów oszacowania zasobności pierwiastków towarzyszących dla bloków 200x200 m są od nich większe w przypadku kobaltu 3-krotnie, a ołowiu i arsenu blisko 6-krotnie (oszacowania dla semiwariogramu „non-ergodic”). Szczególnie wysokie i praktycznie nierealistyczne wielkości błędów prognozowanych stwierdzono dla zasobności As, z medianami rzędu 120% dla bloków 200x200 m i 500x500 m.

Prognoza błędów w oparciu o procedurę krigingu z wykorzystaniem obu rodzajów semiwariogramów relatywnych, pomimo zróżnicowanych parametrów dopasowanych do nich modeli geostatystycznych, zazwyczaj nie różniła się znacząco, wyjątek stanowią oszacowania dla arsenu (rys. 7). Mediany błędów dla arsenu uzyskane dla modelu semiwariogramu relatywnego przyjmują skrajnie wysokie i nierealistyczne wielkości rzędu 170 i 230% dla bloków 500x500 m i 200x200 m (rys. 7).

Uwzględnienie w procedurze krigingu informacji o nawet dość wyraźnej niekiedy anizotropii zmienności zasobności pierwiastka towarzyszącego, jak to ma miejsce w przypadku ołowiu i kobaltu, również nie skutkowało spodziewanym obniżeniem wartości prognozowanych błędów. Błędy względne były niższe zaledwie o kilka procent, co przy obserwowanych poziomach błędów ma znaczenie kompletnie marginalne.

Oczekiwana, istotna redukcja wielkości błędów krigingu występuje natomiast przy oszacowaniach w blokach obliczeniowych różniących się wielkością (rys. 7). Mediany błędów względnych dla modelu relatywnego „non-ergodic” przy przejściu od bloków 500x500 m do 1000x1000 m i od 200x200 m do 500x500 m zmniejszają się dla ołowiu odpowiednio o około 26% i 40%, dla kobaltu o 40% i 21% a dla arsenu o 35% i 5%

(rys. 7). Zasadniczym czynnikiem decydującym o tym jest znaczny wzrost liczby punktów opróbowań znajdujących się wewnątrz bloku obliczeniowego. Błędy stają się realistyczne dopiero przy rozważaniu jako podstawy szacowania zasobów bloków obliczeniowych 1000x1000 m, dla których przyjmują wartości poniżej 50%.

Szacowanie zasobności jednostkowych i w konsekwencji zasobów pierwiastków towarzyszących, przy istniejącej gęstości sieci opróbowania można określić jedynie jako bardzo przybliżone. Małą dokładność oszacowań średnich zasobności pierwiastków towarzyszących w porównaniu z oszacowaniami zasobności Cu i Ag można powiązać ze skrajnie dużą ich zmiennością, na którą wpływa występowanie licznych wartości anomalnie wysokich, a także znacznie mniejszą liczbą prób znajdujących się w bloku obliczeniowym w porównaniu z próbami, w których oznaczano zawartości Cu i Ag. Poziom wielkości prognozowanych błędów krigingu koreluje się z poziomem zmienności zasobności pierwiastków w ujęciu statystycznym (wyrażonym współczynnikiem zmienności) oraz geostatystycznym (wyrażonym amplitudą modelu semiwariogramu relatywnego) (rys. 7). Wzrostowi amplitudy modeli semiwariogramów zasobności pierwiastków (rys. 7B) towarzyszy konsekwentny wzrost median błędów względnych ich oszacowania (rys. 7A).

## Podsumowanie i wnioski

Wiarygodne szacowanie zasobów większości pierwiastków towarzyszących, szczególnie w niewielkich partiach złóż bilansowych Cu-Ag LGOM, napotyka na poważne trudności spowodowane w głównej mierze nieciągłością ich występowania, bardzo dużą lub skrajnie dużą zmiennością zasobności oraz zbyt rzadką siecią opróbowań dla określenia ich zawartości. Wysoki poziom zmienności zawartości, a w konsekwencji i zasobności, pierwiastków towarzyszących wywołany jest obecnością mniej lub bardziej licznych wartości anomalnych. Brak jest jednak dostatecznych podstaw (np. wyników opróbowania kontrolnego) dla określenia w jakim stopniu wynikają one z naturalnego, lokalnego nagromadzenia pierwiastków towarzyszących a w jakim stopniu są wynikiem błędów opróbowania i procesu analitycznego. Pojawienie się

wartości anomalnych w zbiorze danych prowadzi z reguły do maskowania nielosowego składnika zmienności i nadzwyczaj silnego zawyżenia rzeczywistej zmienności pierwiastka co w artykule zilustrowano na przykładzie zasobności Pb.

W tym kontekście badania struktury zmienności zasobności pierwiastków towarzyszących przy wykorzystaniu narzędzi geostatystycznych (semiwariogramów) stają się wysoce przydatne z uwagi na możliwość łatwego wykrycia wartości anomalnych i ich eliminacji ze zbioru danych przed ustaleniem finalnej postaci modelu semiwariogramu wykorzystywanego

w procedurze szacowania zasobów. Inną, niewątpliwą zaletą badania struktury zmienności metodami geostatystycznymi jest możliwość rozstrzygnięcia czy ma ona charakter izotropowy czy anizotropowy. W analizowanych przypadkach stwierdzono w odniesieniu do zasobności As izotropowy charakter jej zmienności natomiast w odniesieniu do zasobności Co i Pb słabą anizotropię zmienności nie mającą zauważalnego wpływu na dokładność szacowania zasobów tych pierwiastków. Uzasadnia to stosowanie w geostatystycznej procedurze szacowania zasobów prostszych modeli semiwariogramów izotropowych.

*Praca zrealizowana została w ramach badań statutowych Katedry Geologii Żyłowej i Górniczej (nr 11.11.140.320) w 2016 roku.*

## Literatura

- [1] ISATIS, Bleinès C., Bourges M., Deraisme J., Geffroy F., Jeannée N., Lemarchand O., Perseval S., Rambert F., Renard D., Touffait Y., Wagner L., *Isatis Technical Refences*, Geostatistics, 2015
- [2] Journel, A. G. and Ch. J. Huijbregt, *Mining Geostatistics*, London Academic Press, 1978, 600s. ISBN 10: 0123910501
- [3] Kaczmarek W., Rożek R., Mrzygłód M., Jasiński W., *Litologia szczegółowa w bazie danych geologicznych KGHM Polska Miedź S.A.*, *Górnictwo odkrywkowe*, 2014, R. 35, nr 2 – 3, 86 – 91. ISSN 0043-2075
- [4] Kijewski P., *Fluor, arsen i rtęć w polimetalicznych złożach miedzi monokliny przedsudeckiej*, *Fizykomechaniczne Problemy Mineralurgii*, 1989, s. 211 – 219. ISSN - brak
- [5] Mucha J., Nieć M., Szwed E., *Dokładność szacowania zawartości pierwiastków towarzyszących złożom Cu- Ag LGOM*, *Przegląd górniczy*, 2005, nr 11, 49 – 56. ISSN 0033-26X
- [6] Nieć M., Mucha J., *Od statystyki do geostatystyki w dokumentowaniu geologicznym dolnośląskich złóż rud miedzi — 50-lecie badań*. *Biul. Państw. Inst. Geol.*, 2007, 423(423), 59–68. ISSN 0867-6143
- [7] Piątkowski J., Preidl M., *Przyczynki do metody ustalenia pierwiastków śladowych z złożach rud miedzi monokliny przedsudeckiej*. *Prace Nauk. Inst. Górnictwa PW*, Wrocław, 1970, nr 3, 17 – 31. ISSN-brak
- [8] Rozporządzenie Ministra Środowiska z dnia 1 lipca 2015 r. w sprawie dokumentacji geologicznej złoża kopaliny, z wyłączeniem złoża węglowodorów Dz.U. 2015.987.
- [9] Spalińska B., Stec R., Sztaba K., *Miejsce i rola przeróbki rudy w kompleksie technologicznym KGHM Polska Miedź S.A.* [W:] Piętrzyński A. (red.), *Monografia KGHM Polska Miedź S.A.*, Lubin 1996, 2007, 258 – 271. ISSN 83-905296-0-2
- [10] Ustawa z dnia 9 czerwca 2011r. Prawo geologiczne i górnicze z późn. zm. Tekst jednolity Dz.U. 2015.196



Zamek Królewski w Chęcinach

fot. A. Borowicz