

Krzysztof ARNOLD
POLITECHNIKA POZNAŃSKA

Przenoszenie średniej mocy sygnału przypadkowego w torze akwizycji danych z filtrem dolnoprzepustowym trzeciego rzędu

Dr inż. Krzysztof ARNOLD

Absolwent Wydziału Elektroniki Politechniki Gdańskiej. Pracuje jako adiunkt w Katedrze Systemów Telekomunikacyjnych i Optoelektroniki na Wydziale Elektroniki i Telekomunikacji Politechniki Poznańskiej. W pracy naukowej zajmuje się problemami pomiarów charakterystyk i parametrów sygnałów stochastycznych, tematyką akwizycji danych w systemach pomiarowych oraz zagadnieniami projektowania, diagnostyki i rozwoju mikroprocesorowych systemów pomiarowych.



e-mail: karnold@et.put.poznan.pl

Streszczenie

W pracy omówiono częstotliwościowe ograniczenia cyfrowych pomiarów średniej mocy sygnałów losowych, związane z kształtem charakterystyk układów próbkująco-pamiętających i rozkładem energii sygnału w pomiarowym paśmie częstotliwości. Opisano zmiany charakterystyki gęstości widmowej mocy sygnału stochastycznego, przetwarzanego na poziomie systemowego bloku akwizycji sygnałów. Przedstawiono analizę metrologiczną zagadnienia straty informacji przy przejściu szumu białego przez tor pomiarowy z pasywnym filtrem dolnoprzepustowym trzeciego rzędu i układem próbkująco-pamiętającym, poprzedzającymi przetwornik analogowo-cyfrowy. Wyznaczono zależności, wiążące składową błąd pomiaru z relacją częstotliwości granicznych sekcji filtru i układu próbkująco-pamiętającego. Wskazano także korzyści, wynikające z możliwości zastosowania wyników przeprowadzonej analizy podczas projektowania i wykorzystania bloku akwizycji sygnałów w systemach cyfrowych do pomiaru średniej mocy szumów.

Słowa kluczowe: sygnały przypadkowe, filtr dolnoprzepustowy trzeciego rzędu, akwizycja danych

The mean power of random signal transfer error in A/D conversion path with low-pass third-order filter

Abstract

The changes of power spectral density of stochastic signal converted in data acquisition path are described in the paper. The metrological analysis of the information loss during white noise transfer through conversion path with low-pass third-order filter, sample-hold circuit and analog-to-digital converter has been presented. The mean power of signal after previous filtration and the mean power of the signal on the output of sample-hold amplifier has been calculated. Relationships concerning the estimation error, resulting from the ratio of upper cut-off frequencies of filter and sample-hold circuit are established. Furthermore, advantages resulting from the possibility of presented functions application during designing and data acquisition in digital systems for the measurement of noise mean power have been pointed out.

Keywords: random signals, low-pass third-order filter, data acquisition

1. Wstęp

Estymacja średniej mocy sygnałów przypadkowych nie wymaga spełnienia kryterium Nyquista i stosowania antyaliasingowej filtracji sygnału przed jego próbkowaniem. W teorii stwarza to obiecującą możliwość badania przebiegów losowych w rozszerzonym paśmie częstotliwości przy relatywnie wolnym ich próbkowaniu, a częsta nieobecność filtru antyaliasingowego w torze

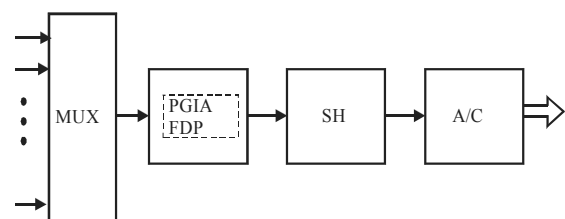
przetwarzania a/c bloków akwizycji danych i kart pomiarowych sprzyja tak rozumianej korzystnej modyfikacji charakterystyki amplitudowej toru analogowego. Wiadomo jednak, że specyfikacja maksymalnej częstotliwości próbkowania dla pozbawionej filtru antyaliasingowego karty powinna zobowiązywać użytkownika do odpowiedniego ograniczenia widma częstotliwości badanych przebiegów [1,4,5]. W przeciwnym razie oszczędna konfiguracja toru przetwarzania a/c może stanowić potencjalne źródło znaczących błędów pomiaru.

Dla rozszerzenia pasma częstotliwości w pomiarach nie wymagających odtwarzania kształtu sygnału niezbędne jest przyjmowanie próbek szybkozmiennego przebiegu przez układ próbkująco-pamiętający SH i pamiętanie wartości danej próbki w czasie konwersji a/c, wykonywanej przez wystarczająco dokładny przetwornik. Górną granicę pasma częstotliwości badanych sygnałów określają wówczas właściwości częstotliwościowe układów SH, współpracujących w systemach pomiarowych z kompensacyjnymi przetwornikami a/c lub zintegrowanych wraz z nimi w strukturach przetworników próbkujących.

Możliwość straty informacji przez układ próbkująco-pamiętający SH wynika z tłumienia wysokoczęstotliwościowych składowych widma próbkowanego sygnału i jest zależna od kształtu charakterystyki amplitudowej układu SH i rozkładu energii sygnału w pomiarowym paśmie częstotliwości. Wskazane jest zatem wstępne ograniczenie widma częstotliwości sygnału w takim stopniu, aby zapewnić prawidłowy przebieg operacji pobierania próbek. Znajomość modułu transmitancji i częstotliwości granicznej toru pomiarowego warunkuje ponadto określenie błędu przenoszenia, opisującego zmniejszenie zawartości informacyjnej ciągu próbek względem pierwowzoru. Wyniki analizy, przeprowadzonej dla filtrów dolnoprzepustowych pierwszego i drugiego rzędu, potwierdzają tezę o zależności wartości błędu przenoszenia od nachylenia charakterystyki amplitudowej filtru wstępnego i relacji między częstotliwościami granicznymi filtru i układu SH. Można więc oczekiwać, że zastosowanie trzbiegu-nowego dolnoprzepustowego filtru RC w torze analogowym przed układem SH przyczyni się do dalszej poprawy jakości przetwarzania sygnału.

2. Charakterystyki amplitudowe układów próbkująco-pamiętających

W najczęściej stosowanej konfiguracji bloku akwizycji danych badane sygnały wejściowe przekazywane są przez analogowy multiplekser MUX do układu kondycjonowania sygnałów, poprzedzającego wzmacniacz SH i przetwornik a/c (rys.1).



Rys.1. Schemat funkcjonalny bloku akwizycji danych
Fig.1. Functional diagram of data acquisition path

Układy formujące sygnał niejednokrotnie nie są wyposażone w kosztowny filtr antyaliasingowy FDP, natomiast zawierają

zwykle wzmacniacz o regulowanym wzmocnieniu PGIA [6,7]. W takich okolicznościach o właściwościach częstotliwościowych toru pomiarowego decydują charakterystyki wzmacniaczy PGIA oraz charakterystyki przenoszenia i czasy akwizycji układów próbkująco-pamiętających SH [1,3,4,5].

Charakterystyki częstotliwościowe układów SH są zależne od parametrów wewnętrznego układu ładowania kondensatora pamięciowego C_H . Model takiego układu odpowiada opisowi filtru dolnoprzepustowego o stałej czasowej RC_H , a więc charakterystyki układów SH w fazie próbkowania można przedstawić w postaci wzoru:

$$K_s(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega RC_H} \quad (1)$$

przy czym rezystancja R jest sumą rezystancji wyjściowej wzmacniacza sterującego, odpowiedzialnego w układzie SH za ładowanie kondensatora C_H , oraz rezystancji klucza analogowego w stanie włączenia.

W kontekście opisu charakterystyki (1) przyjmowanie próbki jest więc operacją wykonywaną jednocześnie z dolnoprzepustową filtracją sygnału na poziomie układu SH [1]. Znajomość kształtu funkcji $K_s(j\omega)$, reprezentującej filtracyjne właściwości układu próbkująco-pamiętającego, pozwala zatem na podjęcie próby oszacowania straty informacji na tym etapie przetwarzania sygnału.

3. Średnia moc sygnału na wejściu i wyjściu układu SH

Do najczęściej spotykanych matematycznych modeli sygnałów przypadkowych należą analityczne opisy szumu białego i dolnopasmowego szumu białego [2]. Wymienione sygnały mają równomierny rozkład gęstości widmowej mocy odpowiednio w nieograniczonym i ograniczonym od góry paśmie częstotliwości. Właściwość ta ułatwia ocenę charakterystyk częstotliwościowych układów, przy podawaniu sygnału wymuszającego na wejście i porównaniu odpowiedzi z pobudzeniem. Ponadto analiza metrologiczna przeprowadzana z wykorzystaniem funkcji gęstości widmowej mocy szumu białego lub dolnopasmowego szumu białego pozwala zazwyczaj na uzyskanie czytelnych i przydatnych dla wnioskowania wyników. Z tego względu dla potrzeb analizy toru analogowego z filtrem dolnoprzepustowym trzeciego rzędu i układem SH przyjęto wymuszenie opisane funkcją gęstości widmowej mocy szumu białego [2]:

$$G_n(f) = a \quad 0 \leq f \leq \infty \quad (2)$$

Kaskadowe połączenie rozważanego filtru dolnoprzepustowego trzeciego rzędu o transmitancji $H(f)$, układu SH i przetwornika a/c w torze pomiarowym (rys.2) sprawia, że na wejściu układu SH pojawia się sygnał o gęstości widmowej mocy:

$$G_x(f) = G_n(f) \cdot |H(f)|^2 \quad (3)$$

Średnia moc szumu na wejściu układu SH wynosi zatem:

$$\Psi_x^2 = \int_0^{\infty} G_n(f) \cdot |H(f)|^2 df \quad (4)$$

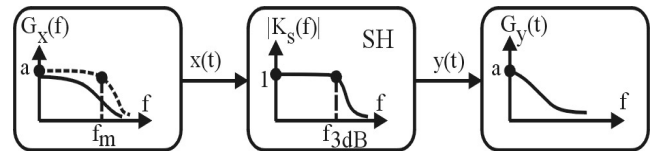
Sygnał przekazywany na wejście układu SH jest ograniczony do pasma częstotliwości, które wyznacza filtr dolnoprzepustowy trzeciego rzędu (rys.2). Rezygnacja z informacji, zawartej w wysokoczęstotliwościowych składowych widma badanego sygnału, zwiększa w zamian wiarygodność operacji pobierania próbek.

Można przy tym przyjąć, że częstotliwość graniczna f_m filtru określa pasmo pomiarowe, a zmniejszenie średniej mocy sygnału po jego przejściu przez układ SH jest miarą straty informacji na tym etapie przetwarzania. Nie należy natomiast traktować zmniejszenia zawartości informacyjnej sygnału, mającej miejsce podczas wcześniejszego ograniczenia jego pasma częstotliwości przez wstępny filtr dolnoprzepustowy o znanej częstotliwości granicznej, w kategoriach błędu pomiaru.

Gęstość widmowa mocy sygnału przypadkowego na wyjściu układu SH o transmitancji $K_s(f)$ jest dana w postaci:

$$G_y(f) = G_n(f) \cdot |H(f)|^2 \cdot |K_s(f)|^2 \quad (5)$$

Zależność (5) odpowiada opisowi układu próbkująco-pamiętającego w fazie próbkowania, a tym samym nie ujmuje przejść pomiędzy fazami próbkowania i pamiętania oraz schodkowego charakteru przebiegu na wyjściu układu SH. Przyjęcie przybliżonego opisu gęstości widmowej mocy (5) pozwala jednak na znaczne ułatwienie dalszego postępowania.



Rys. 2. Ilustracja charakterystyk gęstości widmowej mocy przy przeniesieniu szumu białego przez filtr dolnoprzepustowy i układ SH
Fig. 2. Illustration of the power spectral density characteristics for the white noise transfer through low-pass filter and SH circuit

Średnia moc szumu na wyjściu układu SH wynosi:

$$\Psi_y^2 = \int_0^{\infty} G_n(f) \cdot |H(f)|^2 \cdot |K_s(f)|^2 df \quad (6)$$

Różnica pomiędzy średnimi mocami sygnałów na wyjściu i wejściu układu SH określa stratę informacji i odpowiada błędowi bezwzględnemu, a błąd względny przenoszenia mocy sygnału na etapie jego próbkowania można wyrazić jako:

$$\delta = \frac{\Psi_y^2 - \Psi_x^2}{\Psi_x^2} \quad (7)$$

Aby obliczyć wartość błędu przenoszenia, należy rozwinąć wyrażenie (7) wykorzystując analityczne opisy średnich mocy sygnałów na wejściu i wyjściu układu SH, dane w postaci wzorów całkowych (4) i (6), oraz opisy transmitancji filtru dolnoprzepustowego trzeciego rzędu i układu SH w fazie próbkowania.

4. Analiza błędu przenoszenia

Moduł transmitancji pasywnego dolnoprzepustowego filtru RC trzeciego rzędu o częstotliwości granicznej f_m można opisać przy pomocy funkcji:

$$|H(f)| = \frac{1}{\left[\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_m} \right)^2} \right]^3} \quad (8)$$

Dolnoprzepustowy filtr wstępny tłumi wysokoczęstotliwościowe składowe sygnału i zmienia rozkład jego energii na wejściu układu próbkująco-pamiętającego do postaci (3). Z zależności (3),

(4) i (8) wynika, że średnia moc sygnału przypadkowego na wejściu układu SH:

$$\Psi_x^2 = a \cdot \int_0^{\infty} \frac{df}{\left[1 + \left(\frac{f}{f_m}\right)^2\right]^3} \quad (9)$$

Na podstawie równania (9) można wykazać, że średnia moc sygnału na wyjściu dolnoprzepustowego filtra RC trzeciego rzędu i wejściu układu SH, po podaniu szumu białego na wejście filtra, wyraża się wzorem:

$$\Psi_x^2 = \frac{3\pi a}{16} \cdot f_m \quad (10)$$

Dalsza modyfikacja widma energii sygnału odbywa się w paśmie częstotliwości układu próbkująco-pamiętającego. Analityczne przedstawienie średniej mocy sygnału na wyjściu układu SH wymaga obliczenia całki (6). Charakterystyka amplitudowa układu SH, o częstotliwości granicznej f_{3dB} , odpowiada opisowi:

$$|K_s(f)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_{3dB}}\right)^2}} \quad (11)$$

Po podstawieniu zależności (2), (8) i ((11) do równania (6) uzyskuje się:

$$\Psi_y^2 = a \cdot \int_0^{\infty} \frac{df}{\left[1 + \left(\frac{f}{f_m}\right)^2\right]^3 \cdot \left[1 + \left(\frac{f}{f_{3dB}}\right)^2\right]} \quad (12)$$

Obliczenie całki (12) wymaga rozkładu funkcji podcałkowej na ułamki proste. Wyznaczenie współczynników tego rozkładu pozwala na przekształcenie wyrażenia (12) w sumę wyrażen całkowych i rekurencyjne obliczenie całek częściowych, a średnią moc sygnału przypadkowego na wyjściu układu SH można ostatecznie przedstawić w postaci:

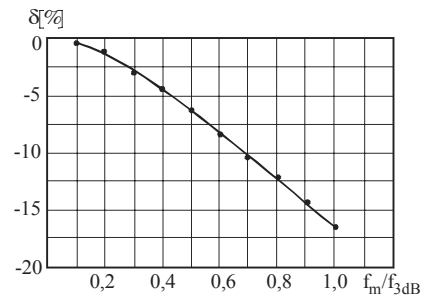
$$\Psi_y^2 = \frac{3\pi a}{16} f_m \left[1 - \frac{f_m^3}{(f_m + f_{3dB})^3} \right] - \frac{\pi a}{16} f_m \left[\frac{f_m^2 \cdot f_{3dB}}{(f_m + f_{3dB})^3} \right] \quad (13)$$

Z zależności (7), (10) i (13) wynika, że względny błąd przenoszenia średniej mocy rozważanego sygnału przypadkowego na poziomie układu SH wynosi:

$$\delta = -\frac{f_m^3}{(f_m + f_{3dB})^3} - \frac{1}{3} \frac{f_m^2 \cdot f_{3dB}}{(f_m + f_{3dB})^3} \quad (14)$$

Dla statystycznych skutecznych błędów estymacji średniej mocy szumów, przyjmowanych przykładowo na poziomie 10%, wyrażenie (14) określa równoważny błąd przenoszenia, popełniany

podczas akwizycji próbek sygnału przez układ SH, dla relacji $f_m/f_{3dB} = 0,7$ (rys.3).



Rys. 3. Charakterystyka błędu przenoszenia średniej mocy szumu białego dla dolnoprzepustowego filtra trzeciego rzędu i układu SH

Fig. 3. The mean power transfer error characteristic of white noise for third-order low-pass filter and SH circuits

5. Podsumowanie

Zadaniem wstępnego filtra dolnoprzepustowego jest ograniczenie częstotliwości toru pomiarowego w taki sposób, aby zapewnić możliwość akwizycji próbek możliwie szerokopasmowych sygnałów, przy jednoczesnej kontroli błędów przenoszenia, powstającego w wyniku straty informacji na etapie próbkowania sygnału przez układ SH. Na podstawie analizy funkcji błędów dla filtra idealnego i dolnoprzepustowych filtrów pierwszego i drugiego rzędu można wykazać, że jakość próbkowania sygnału i perspektywa rozszerzenia pasma pomiarowego zależą od nachylenia charakterystyki amplitudowej filtra w obszarze odcięcia. Przedstawiona analiza metrologiczna dotyczy współpracy układu próbkująco-pamiętającego SH z filtrem dolnoprzepustowym trzeciego rzędu, a uzyskane wyniki mieszczą się, zgodnie z przewidywaniami, pomiędzy hipotetycznym przypadkiem filtra idealnego, a wariantem najprostszej dolnoprzepustowej filtracji RC.

Prezentowana funkcja błędów pozwala na czytelne powiązanie głębokości wnikania szumu w pasmo analogowe układów SH z wartością błędów przenoszenia. Z otrzymanej charakterystyki wynika, że dla zachowania błędów $|\delta| \leq 10\%$ powinien być spełniony warunek $f_m/f_{3dB} < 0,7$. W przypadku dążenia do poziomu $|\delta| \leq 5\%$ należy natomiast zapewnić stosunek częstotliwości granicznych $f_m/f_{3dB} < 0,4$.

W obu przypadkach, dzięki wstępnej filtracji sygnału, możliwa jest praca układu SH już w obszarze zauważalnego spadku jego charakterystyki amplitudowej, przy błędach przenoszenia nie przekraczających dopuszczalnych statystycznych błędów estymacji. Warto przy tym podkreślić, że otrzymane dla kilku filtrów analityczne opisy błędów przenoszenia w istotny sposób ułatwiają projektowanie bloku akwizycji danych w systemach cyfrowych, przeznaczonych do pomiaru średniej mocy sygnałów losowych, a także zapewniają możliwość oceny i poprawy właściwości takich systemów na poziomie akwizycji próbek sygnału.

6. Literatura

- [1] Arnold K.: Aproxymacja efektywnego pasma przenoszenia układów SH w systemach pomiarowych. Pomiary. Automatyka. Robotyka, nr 7-8/2004, s.179-182.
- [2] Hasse L., Spiralski L.: Szumy elementów i układów elektronicznych. Warszawa, WNT 1981.
- [3] Jung W.: Applying IC Sample-Hold Amplifiers. Analog Devices. Applications Reference Manual 1993, pp 18.3-18.10.
- [4] Kulka Z., Libura A., Nadachowski M.: Przetworniki analogowo-cyfrowe i cyfrowo-analogowe. WKiŁ, Warszawa 1987.
- [5] Van de Plassche R.J.: Scalone przetworniki analogowo-cyfrowe i cyfrowo-analogowe. WKiŁ, Warszawa 1997.
- [6] Analog Devices. New Products. Volume 2002, Number 1.
- [7] National Instruments. Measurement on Automation. Catalog 2003.