Marcin PĘCZKOWSKI, Grzegorz KOPECKI, Tomasz ROGALSKI

# MODELOWANIE DYNAMIKI ORAZ SYNTEZA UKŁADU STEROWANIA CZTEROWIRNIKOWCEM

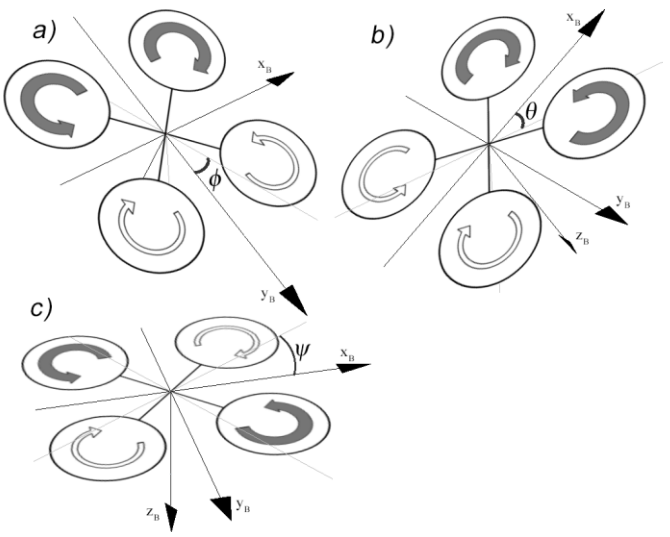
*W pierwszej części pracy omówiono model matematyczny czterowirnikowca, zlinearyzowany w punkcie pracy jakim jest stan ustalony zawisu, oraz metoda identyfikacji współczynników tego modelu. W drugiej części opisano syntezę podstawowego układu sterowania orientacją przestrzenną czterowirnikowca, którą przeprowadzono, wykorzystując teorię układów liniowych i regulatory PI. Zaprojektowany układ sterowania poddano testom symulacyjnym, weryfikującym jego działanie.*

## WSTĘP

Wielowirnikowce są statkami latającymi, utrzymywanymi w powietrzu siłami ciągu, wytwarzanymi przez śmigła rozmieszczone symetrycznie w płaszczyźnie wokół środka ciężkości. Przewagą konstrukcji wielowirnikowych w stosunku do płatowcowych jest możliwość utrzymania stałej pozycji w przestrzeni w stanie ustalonego zawisu oraz pionowy start i lądowanie, co przekłada się na większą mobilność, podobnie jak w przypadku śmigłowców konwencjonalnych. W porównaniu do tych ostatnich, wielowirnikowce charakteryzują się prostszą konstrukcją (stały kąt nastawienia łopat śmigła) i łatwiejszym sterowaniem ciągiem, co stanowi o ich większej atrakcyjności.

W artykule opisano model matematyczny obiektu oraz syntezę układu sterowania, przy czym ograniczono się do konstrukcji z czterema śmigłami, zwanych dalej czterowirnikowcami. Otrzymane wyniki, po odpowiednich modyfikacjach, można jednak odnieść również do pozostałych konstrukcji wielowirnikowych.

Sterowanie czterowirnikowcem polega na zmianie orientacji przestrzennej, która odbywa się wskutek różnicy prędkości obrotowych poszczególnych śmigieł (rys. 1).




***Rys. 1.*** *Przechylanie (a), pochylanie (b) i odchylanie (c) czterowirnikowca z zaznaczonymi dodatnimi kątami Eulera i odpowiadającymi różnicami prędkości obrotowych śmigieł. Pogrubione strzałki oznaczają większą prędkość obrotową.*

Z uwagi na konstrukcję obiektu, lot przy bezpośrednim sterowaniu prędkościami obrotowymi śmigieł przez operatora jest praktycznie niewykonalny. Z tego względu konieczne jest zastosowanie układu sterowania, współpracującego z czujnikami orientacji przestrzennej.

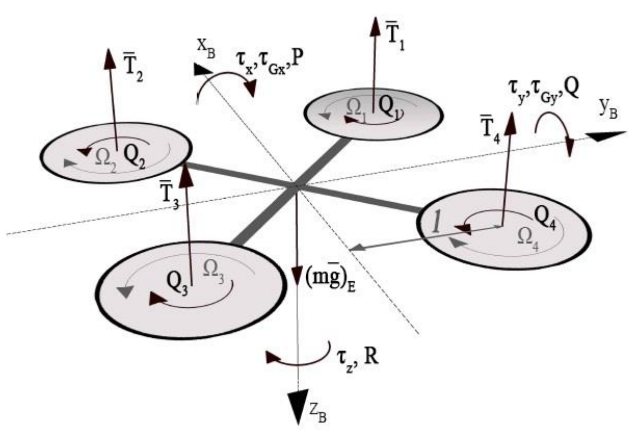
## 1. MODEL MATEMATYCZNY CZTEROWIRNIKOWCA

### 1.1. Wprowadzenie, uwzględniane wielkości

Model matematyczny czterowirnikowca wyprowadzono z wykorzystaniem równań dynamiki Newtona i Eulera dla bryły sztywnej. Przy modelowaniu przyjęto pewne uproszczenia, m. in. pominięto aerodynamiczne siły oporu. Uproszczenie to nie powinno jednak znacznie wpływać na jakość modelu, opracowanego z myślą o syntezie układu sterowania orientacją przestrzenną, gdyż siły te w pobliżu stanu ustalonego zawisu są względnie małe. Ponadto praktycznie wyznaczenie lub weryfikacja ich wartości jest trudne.

Przy modelowaniu przyjęto następujące układy współrzędnych [2]:

– układ ziemski $F_E$ – układ pseudoinercjalny, którego początek znajduje się na ziemi, a osie $x_E$, $y_E$ i $z_E$ skierowane są odpowiednio na północ, wschód i do środka ziemi (jako dopełnienie układu prawoskrętnego),
– układ bazowy $F_B$ - układ nieinercjalny, którego początek pokrywa się ze środkiem ciężkości wielowirnikowca (rys. 2). Jego położenie względem układu ziemskiego tożsame jest z orientacją czterowirnikowca w przestrzeni, opisaną kątami Eulera: *$\phi$ – przechylenie, $\theta$ – pochylenie, $\psi$ – odchylenie* (rys. 1).




***Rys. 2.*** *Uwzględniane siły i momenty działające na czterowirnikowiec.*

*Tab. 1. Wielkości na rys.2*

| | |
|---|---|
| $(mg)_E$ | Siła ciężkości w układzie ziemskim $F_E$ (pozostałe wielkości zdefiniowane w układzie bazowym) |
| $\Omega_i$ | Prędkość obrotowa śmigła |
| $\overline{\omega}_{BE} = [P,Q,R]^T$ | Prędkości kątowe na kierunku osi układu bazowego |
| $l$ | Odległość osi obrotu śmigieł od osi $x_B$ i $y_B$ |
| $T_i, Q_i$ | Ciąg i moment reakcyjny śmigła |
| $\tau_x, \tau_y, \tau_z$ | Momenty przechylający i pochylający i odchylający |
| $\tau_{Gx}, \tau_{Gy}$ | Momenty żyroskopowe śmigieł |

***Ciąg i moment reakcyjny śmigła***

Zależności opisujące ciąg i moment reakcyjny śmigła w funkcji jego prędkości obrotowej zidentyfikowano eksperymentalnie na miniaturowej hamowni [1], umożliwiającej pomiar tych wielkości za pomocą wagi i obrotomierza. Zmierzone charakterystyki aproksymowano wielomianami drugiego rzędu:

$$T_i(\Omega_i) = c_T \Omega_i^2 + b_T \Omega_i + a_T \tag{1}$$

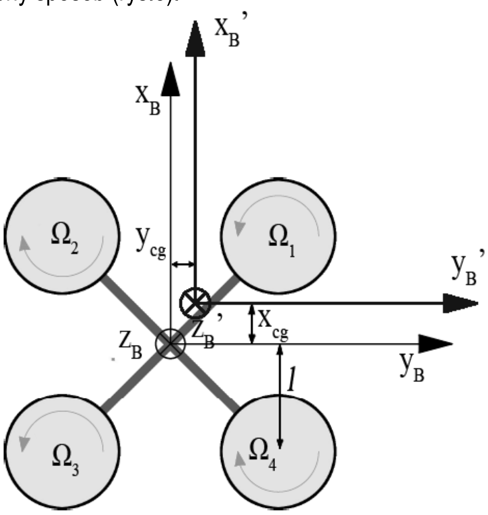
$$Q_i(\Omega_i) = c_Q \Omega_i^2 + b_Q \Omega_i + a_Q \tag{2}$$

Powyższe zależności są słuszne dla prędkości obrotowych większych niż minimalne osiągnięte podczas testów.

***Dla*** $\Omega_i < \Omega_{\min} : T_i = 0 \ , \ Q_i = 0$

***Przesunięcie środka ciężkości***

Przesunięcie środka ciężkości względem środka geometrycznego konstrukcji wielowirnikowca często występuje w rzeczywistości, utrudniając sterowanie obiektem. Zamodelowano to zjawisko w uproszczony sposób (rys.3).




***Rys. 3.*** *Sposób modelowania przesunięcia środka ciężkości.*

Przyjęto, że środek ciężkości obiektu przesuwa się w płaszczyźnie $x_B y_B$ o wartość ($x_{cg}$ , $y_{cg}$) zaś osie układu bazowego przyjmują nowe położenie $x_B'$, $y_B'$, $z_B'$ z początkiem w nowym środku ciężkości (rys. 3). Założono przy tym, że przesunięcie jest na tyle małe, że nie wpływa na zmianę wartości momentów bezwładności. Wówczas momenty przechylający i pochylający przyjmują postać:

$$\tau_x = l(-T_1 + T_2 + T_3 - T_4) + y_{cg} \sum_{i=1}^{4} T_i \tag{3}$$

$$\tau_y = l(T_1 + T_2 - T_3 - T_4) - x_{cg} \sum_{i=1}^{4} T_i \tag{4}$$

Przesunięcie środka ciężkości nie wpływa na wartość momentu odchylającego, który wynosi:

$$\tau_z = Q_1 - Q_2 + Q_3 - Q_4 \tag{5}$$

***Momenty żyroskopowe***

Źródłem tych momentów są obracające się śmigła, o sumarycznym kręcie:

$$\overline{H} = [0, \quad 0, \quad I_s(\Omega_1 - \Omega_2 + \Omega_3 - \Omega_4)]^T \tag{6}$$

gdzie:

$I_s$ – moment bezwładności śmigła z wirnikiem silnika.

Pod wpływem obrotu czterowirnikowca na kierunku osi prostopadłych do osi obrotu śmigieł powstaje moment żyroskopowy:

$$\overline{\tau}_G = \overline{\omega}_{BE} \times \overline{H} = \begin{bmatrix} QI_s(\Omega_1 - \Omega_2 + \Omega_3 - \Omega_4) \\ -PI_s(\Omega_1 - \Omega_2 + \Omega_3 - \Omega_4) \\ 0 \end{bmatrix} \tag{7}$$

Z równania (7) wynika:

$$\tau_{Gx} = QI_s(\Omega_1 - \Omega_2 + \Omega_3 - \Omega_4) \tag{8}$$

$$\tau_{Gy} = -PI_s(\Omega_1 - \Omega_2 + \Omega_3 - \Omega_4) \tag{9}$$

**1.2. Równania ruchu**

***Ruch postępowy***

Zgodnie z II zasadą dynamiki Newtona, równania ruchu postępowego środka masy w układzie inercjalnym ($F_E$) są postaci:

$$m(\ddot{\overline{\xi}})_E = (m\overline{g})_E + (\overline{T})_E = (m\overline{g})_E + L_{EB}(\overline{T})_B \tag{10}$$

gdzie:

$(\ddot{\overline{\xi}})_E = [\ddot{x}_E, \ddot{y}_E, \ddot{z}_E]^T$ - przyspieszenia liniowe na kierunkach osi układu ziemskiego,

$L_{EB}$ - macierz transformacji układów współrzędnych.

***Ruch obrotowy***

Ruch obrotowy wokół środka masy w obracającym się układzie współrzędnych ($F_B$) opisuje równanie Eulera:

$$I\dot{\overline{\omega}}_{BE} + \overline{\omega}_{BE} \times I\overline{\omega}_{BE} = \overline{M} \tag{11}$$

gdzie:

$I = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix}$ - tensor bezwładności konstrukcji, (ze względu na symetrię czterowirnikowca, pominięto momenty dewiacji)

$\overline{M} = \begin{bmatrix} \tau_x + \tau_{Gx} \\ \tau_y + \tau_{Gy} \\ \tau_z \end{bmatrix}$ - momenty zewnętrzne w układzie $F_B$.

***Pełne równania dynamiki czterowirnikowca***

Równanie (12) stanowi rozwinięcie równań (10, 11). Wraz z zależnościami (1 – 5) i (8, 9) oraz dynamiką zespołu napędowego (13, 14) opisuje pełny, nieliniowy model matematyczny czterowirnikowca.

$$\begin{bmatrix} \dot{P} \\ \dot{Q} \\ \dot{R} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \\ \ddot{x}_E \\ \ddot{y}_E \\ \ddot{z}_E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{I_{xx}}\left(QR\left(I_{yy}-I_{zz}\right)+\tau_x+\tau_{Gx}\right) \\ \frac{1}{I_{yy}}\left(RP\left(I_{zz}-I_{xx}\right)+\tau_y+\tau_{Gy}\right) \\ \frac{1}{I_{zz}}\left(PQ\left(I_{xx}-I_{yy}\right)+\tau_z\right) \\ P+Qtg\theta s\phi+Rtg\theta c\phi \\ Qc\phi-Rs\phi \\ Q\frac{s\phi}{c\theta}+R\frac{c\phi}{c\theta} \\ (-c\phi s\theta c\psi-s\phi s\psi)\frac{\sum_{i=1}^{4}T_i}{m} \\ (-c\phi s\theta s\psi+s\phi c\psi)\frac{\sum_{i=1}^{4}T_i}{m} \\ g-c\phi c\theta\frac{\sum_{i=1}^{4}T_i}{m} \end{bmatrix} \qquad (12)$$

(skrócony zapis: *s – sin, c – cos*)

### 1.3. Dynamika zespołu napędowego

W celu identyfikacji dynamiki zespołu napędowego dokonano pomiaru prędkości obrotowej śmigła w funkcji czasu podczas skokowych zmian sygnału sterującego silnikiem. Na podstawie pomiarów, dynamika zmian prędkości obrotowej śmigła aproksymowana została członem inercyjnym I-go rzędu:

$$G_{\Omega}(s)=\frac{1}{Ts+1} \qquad (13)$$

o różnych stałych czasowych dla wzrostu i spadku prędkości (tab. 2).

Ponadto zidentyfikowano funkcję umożliwiającą przeliczanie sygnałów procentowych przepustnicy silnika (*n*) na uzyskiwane prędkości obrotowe śmigła. Funkcję tę aproksymowano wielomianem 3-go stopnia:

$$\Omega(n)=d_{\Omega}n^3+c_{\Omega}n^2+b_{\Omega}n+a_{\Omega} \qquad (14)$$

### 1.4. Identyfikacja parametrów modelu

Wartości współczynników modelu związane z zespołem napędowym zidentyfikowano eksperymentalnie na wspomnianej w rozdziale 1.1 hamowni, zaś momenty bezwładności wyznaczono w programie CAD, wykorzystując model 3D rozpatrywanego czterowirnikowca, zbudowanego z ramy DJI F450 z dedykowanym podwoziem oraz zespołu napędowego DJI E305. Ich wartości zestawiono w tab. 2.

***Tab. 2.** Wartości wszystkich współczynników modelu matematycznego czterowirnikowca*

| Parametr modelu | Symbol | Wartość | Jednostka |
|---|---|---|---|
| Masa obiektu | $m$ | *1,023* | *kg* |
| Momenty bezwładności konstrukcji | $I_{xx}$ | *0,01170* | *kg·m²* |
| | $I_{yy}$ | *0,01196* | |
| | $I_{zz}$ | *0,02225* | |
| Moment bezwładności śmigła z wirnikiem silnika | $I_s$ | *4,3495·10⁻⁵* | *kg·m²* |
| Odległość osi obrotu śmigła od osi $x_B$ i $y_B$ | $l$ | *0,1591* | *m* |
| Stałe czasowe silnika przy rosnącej i malejącej prędkości obrotowej (12) | $T_{ros}$ | *0,035* | *s* |
| | $T_{mal}$ | *0,085* | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| Charakterystyka ciągu (1) | $c_T$ | *6,5892·10⁻⁶* | *Ns²/rad²* |
| | $b_T$ | *-3,0999·10⁻⁴* | *Ns/rad* |
| | $a_T$ | *0,0111* | *N* |
| Charakterystyka momentu reakcyjnego śmigła (2) | $c_Q$ | *1,269·10⁻⁷* | *Nms²/rad²* |
| | $b_Q$ | *-4,2326·10⁻⁵* | *Nms/rad* |
| | $a_Q$ | *0,0098* | *Nm* |
| Charakterystyka prędkości obrotowej śmigła (13) | $d_{\Omega}$ | *-0,0114* | *1/min* |
| | $c_{\Omega}$ | *1,4253* | |
| | $b_{\Omega}$ | *71,3922* | |
| | $a_{\Omega}$ | *861,5975* | |

### 1.5. Linearyzacja modelu

Model matematyczny ruchu obrotowego wraz z charakterystykami zespołu napędowego zlinearyzowany został w punkcie ustalonego zawisu, w celu wykorzystania teorii układów liniowych do syntezy algorytmów sterowania.

Zlinearyzowany model opisuje równanie stanu:

$$\dot{x}=Ax+Bu \qquad (15)$$

gdzie:

$$A=\begin{bmatrix} 0_{3x3} & 0_{3x3} \\ I_{3x3} & 0_{3x3} \end{bmatrix}$$

$$B=\begin{bmatrix} -\frac{lb_{nT}}{I_{xx}} & \frac{lb_{nT}}{I_{xx}} & \frac{lb_{nT}}{I_{xx}} & -\frac{lb_{nT}}{I_{xx}} \\ \frac{lb_{nT}}{I_{yy}} & \frac{lb_{nT}}{I_{yy}} & -\frac{lb_{nT}}{I_{yy}} & -\frac{lb_{nT}}{I_{yy}} \\ \frac{b_{nQ}}{I_{zz}} & -\frac{b_{nQ}}{I_{zz}} & \frac{b_{nQ}}{I_{zz}} & -\frac{b_{nQ}}{I_{zz}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$x=[P \quad Q \quad R \quad \phi \quad \theta \quad \psi]^T$ - zmienne stanu,

$u=[n_1 \quad n_2 \quad n_3 \quad n_4]^T$ - zmienne sterujące (wartości procentowe przepustnicy),

$b_{nT}$ - zlinearyzowany współczynnik ciągu,

$b_{nQ}$ - zlinearyzowany współczynnik momentu reakcyjnego.

## 2. SYNTEZA ALGORYTMÓW STEROWANIA

### 2.1. Sygnały sterujące

Sterowanie orientacją przestrzenną czterowirnikowca odbywa się poprzez manipulację jednocześnie czterema sygnałami przepustnicy $n_i$. Aby rozdzielić wpływ działania regulatorów w poszczególnych kanałach (przechylania, pochylania i odchylania), wprowadzono następujące sygnały sterujące:

$u_1$ – sygnał przechylania

$u_2$ – sygnał pochylania

$u_3$ – sygnał odchylania

$u_4$ – sygnał ciągu

Sygnały te przeliczane są w układzie sterowania na sygnały przepustnicy ($n_i$) sterujące silnikami, według zależności:

$$\begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \\ n_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} \tag{16}$$

Po wprowadzeniu nowych zmiennych sterujących do modelu liniowego (15):

$$u = [u_1 \quad u_2 \quad u_3]^T$$

macierz B będzie postaci:

$$B = \begin{bmatrix} \frac{4lb_{nT}}{I_{xx}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{4lb_{nT}}{I_{yy}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{4b_{nQ}}{I_{zz}} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Zidentyfikowana w rozdziale 1.3 dynamika zespołu napędowego opisuje inercję zmian prędkości obrotowych śmigieł, które nie mają swojego odwzorowania w modelu liniowym. W uproszczony sposób, dynamikę tę uwzględniono jako inercję zmian sygnałów sterujących $u_i$:

$$G_u(s) = \frac{1}{Ts+1} \tag{17}$$

gdzie:

$T = \dfrac{T_{ros} + T_{mal}}{2}$ - uśredniona stała czasowa.

Linearyzacja modelu oraz wprowadzenie nowych zmiennych sterujących umożliwiają przeprowadzenie syntezy układu sterowania oddzielnie dla poszczególnych kanałów (przechylanie, pochylanie, odchylanie).

### 2.2. Struktura układu sterowania

Układ sterowania orientacją przestrzenną czterowirnikowca zrealizowano w oparciu o regulatory PI, pracujące w strukturze hierarchicznej (rys. 4): stabilizacja prędkości kątowych *P, Q, R* stanowi wewnętrzną pętlę sterowania kątami Eulera $\phi$, $\theta$.

Sterowanie odbywa się poprzez zadawanie żądanych kątów przechylenia ($\phi$) i pochylenia ($\theta$) oraz prędkości kątowej odchylania (*R*). Sterowanie kątem odchylenia ($\psi$) jest na ogół częścią nadrzędnego układu sterowania trajektorią i nie jest wykorzystywane podczas sterowania czterowirnikowcem przez operatora.

Regulatory prędkości kątowych wypracowują zdefiniowane w poprzednim podrozdziale sygnały sterujące, według następujących praw sterowania (przykład dla kanału przechylania):

$$u_1 = k_{P(P)}(P_z - P) + k_{I(P)} \int (P_z - P)dt \tag{18}$$

$P_z$ jest zadaną prędkością kątową, wypracowywaną przez regulator kąta $\phi$:

$$P_z = k_{P(\phi)}(\phi_z - \phi) + k_{I(\phi)} \int (\phi_z - \phi)dt \tag{19}$$

$k_P, k_I$ - wzmocnienia regulatorów.

Zastosowanie członu całkującego w regulatorach prędkości kątowych umożliwi niwelowanie wpływu przesunięcia środka ciężkości, które wymusza nierównomierność ciągu wszystkich silników w stanie ustalonego zawisu. W regulatorach kątów Eulera, człon całkujący ma za zadanie kompensować błąd żyroskopów w postaci dryfu. Z uwagi na fakt, że błąd ten jest niewielki (po kalibracji żyroskopów nie większy niż 1°/s), wartość całki uchybu można ograniczyć do bardzo niewielkich wartości. W ten sposób ograniczony człon całkujący będzie spełniał swoją rolę, nie wpływając jednocześnie negatywnie na jakość sterowania. Nieskompensowany dryf mógłby powodować trudności w ustaleniu się zerowych kątów orientacji przestrzennej, powodując przy tym powstanie prędkości liniowych i ciągłe „odpływanie" czterowirnikowca.

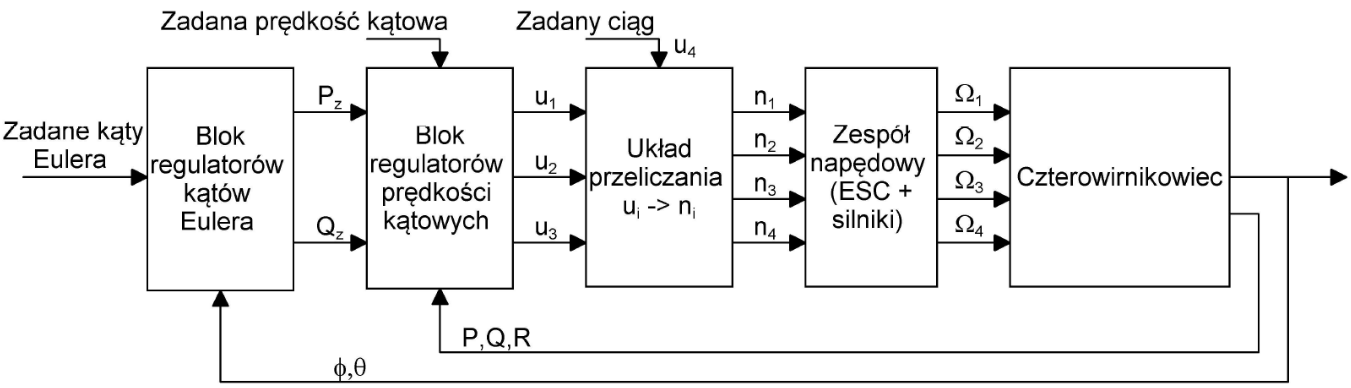
Wypracowane przez regulatory sygnały sterujące $u_i$ są przeliczane na sygnały przepustnicy według zależności (16). Sygnały te, osiągające wartości z zakresu 0 – 100%, reprezentują szerokość sygnału PWM, sterującego regulatorami silników (ESC).

Sterowanie ciągiem odbywa się przez bezpośrednie zadawanie sygnału $u_4$.

### 2.3. Dobór parametrów regulatorów

Dobór parametrów regulatorów jest czynnością iteracyjną. Początkowe wartości wzmocnień, zapewniające stabilność układu, dobrano przy pomocy charakterystyk logarytmicznych, sporządzonych na modelu liniowym, stosując się do ogólnych zaleceń projektowych [2]. Następnie weryfikowano odpowiedź skokową poprzez symulacje na modelu liniowym oraz pełnym, dostrajając przy tym parametry regulatorów. Podczas dostrajania dążono do uzyskania możliwie krótkiego czasu regulacji, przy jednoczesnym ograniczeniu oscylacji i przeregulowania.

Ostateczne wartości wzmocnień regulatorów przedstawiono w tab. 3. Ograniczenie całki uchybu wprowadzono również w regulatorach prędkości kątowych. Ma to na celu zabezpieczenie przed




***Rys. 4.*** *Struktura układu sterowania orientacją przestrzenną czterowirnikowca.*

niepożądanym narastaniem całki do dużych wartości podczas nieprzewidzianych sytuacji.

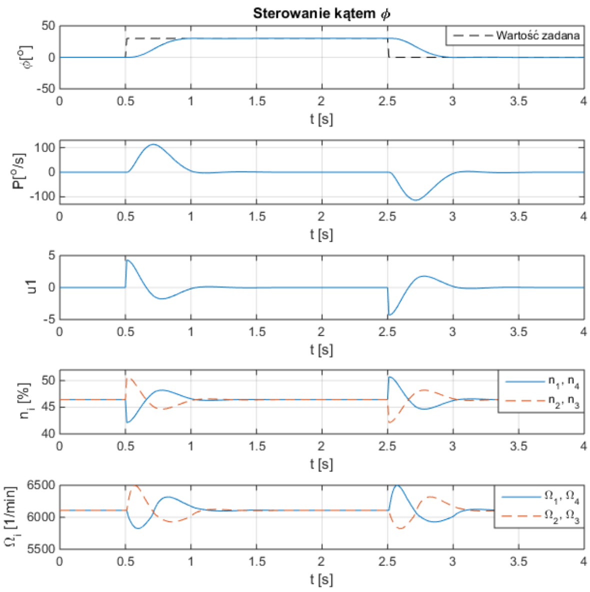
*Tab. 3. Wartości wzmocnień regulatorów*

| Regulator | Wzmocnienia | | Ograniczenie całki uchybu |
|---|---|---|---|
| | $k_P$ | $k_I$ | |
| Prędkość kątowa P | 1,95 | 0,5 | ∓ 5 |
| Prędkość kątowa Q | 2 | 0,5 | ∓ 5 |
| Prędkość kątowa R | 35 | 8 | ∓ 5 |
| Kąt $\phi$ | 4,2 | 1 | ∓ 0,018 |
| Kąt $\theta$ | 4,2 | 1 | ∓ 0,018 |

### 2.4. Testy symulacyjne

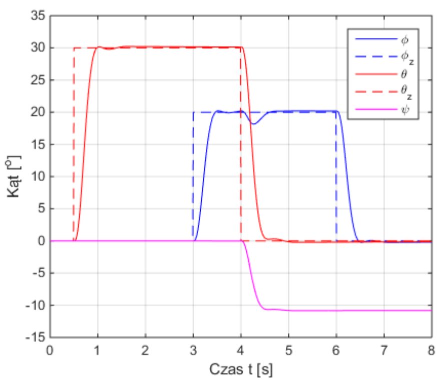
Zaprojektowany układ sterowania poddano testom symulacyjnym, przeprowadzonym na pełnym, nieliniowym modelu czterowirnikowca.

Rysunek 5 przedstawia wyniki symulacji manewru czystego przechylania o kąt 30°. Na wykresach zobrazowano przebieg kąta $\phi$, prędkości kątowej $P$, sygnału sterującego $u_1$ oraz sygnałów przepustnicy i prędkości obrotowych wszystkich silników.




**Rys. 5.** *Wyniki symulacji manewru czystego przechylania.*

Rysunek 6 przedstawia przebieg kątów orientacji przestrzennej podczas manewru pochylenia o kąt 30°, a następnie przechylenia o kąt 20°. Wskutek manewru zmienia się także kąt odchylenia. Zjawisko to wynika wprost ze sposobu sterowania czterowirnikowcem i wymaga od operatora korekcji w kanale odchylania. Przy rozbudowywaniu układu sterowania o nadrzędne układy sterowania trajektorią, efekt ten można zlikwidować poprzez zastosowanie regulatora kursu.




**Rys. 6.** *Wyniki symulacji manewru pochylania i przechylania.*

Czas regulacji osiąga wartości w granicach 0,5 s, zaś powstałe przy wymuszeniu skokowym niewielkie oscylacje są szybko tłumione, zatem efekty sterowania można uznać za zadowalające.

## PODSUMOWANIE

Opracowany model matematyczny czterowirnikowca, po jego zlinearyzowaniu, posłużył do zaprojektowania układu sterowania orientacją przestrzenną. Pozytywne wyniki testów symulacyjnych pozwalają przypuszczać, że układ ten spełni swoje zadanie również w warunkach rzeczywistych.

Istniejące algorytmy sterowania można rozbudować o nadrzędne układy, realizujące sterowanie wysokością, pozycja i trajektorią lotu, dążąc przy tym do pełnej autonomiczności statku powietrznego.

## BIBLIOGRAFIA


1. Pęczkowski M., *Modelowanie dynamiki oraz synteza układu sterowania czterowirnikowcem*, praca inżynierska, Politechnika Rzeszowska, 2017.
2. Bociek S., Gruszecki J., *Układy sterowania automatycznego samolotem,* Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, 1999.
3. FinkPetersen C., Hansen H., Larsson S., Bo Theilgaard Madsen L., Rimestad M., *Autonomous Hovering with a Quadrotor Helicopter,* Aalborg Universitet, 2008.
4. Bouabdallah S., *Design and control of quadrotors with application to autonomous flying*, praca doktorska, Ecole Polytechnique Federale de Lausanne, 2007.
5. Mahony R., Kumar V., Corke P., *Multirotor Aerial Vehicles. Modeling, Estimation, and Control of Quadrotor,* IEEE Robotics and Automation Magazine, 2012.
6. Schmidt M. D., *Simulation and Control of a Quadrotor Unmanned Aerial Vehicle*, praca magisterska, University of Kentucky, 2011.
7. Balas C., *Modelling and linear control of a quadrotor*, praca magisterska, Cranfield University, 2007.
8. Šolc F., *Modelling and Control of a Quadrocopter*, Department of Control and Instrumentation, Faculty of Electrical Engineering and Communication, Brno University of Technology, 2010.



### Modelling dynamics and control of a quadrotor

*Paper describes mathematical model of a quadrotor, identification of its parameters and linearization around hover state. Attitude control algorithms were developed using linear control theory and PI controllers. The results were validated through various simulation tests.*



Autorzy:

inż. **Marcin Pęczkowski** – Politechnika Rzeszowska
dr inż. **Grzegorz Kopecki** – Politechnika Rzeszowska
dr hab. inż. **Tomasz Rogalski**, prof. PRz – Politechnika Rzeszowska