

*dr Marcin M. SMOLARKIEWICZ*  
*Katedra Programowania i Zarządzania Bezpieczeństwem*  
*Zakład Zarządzania Kryzysowego, SGSP*

## **ENTROPIA SHANNONA JAKO PARAMETR CHARAKTERYZUJĄCY STAN BEZPIECZEŃSTWA**

Niniejszy artykuł jest podsumowaniem wyników badań mających na celu sprawdzenie, czy entropia statystyczna (zwana również entropią Shannona) może być parametrem analitycznym opisującym stan bezpieczeństwa. W pracy dokonano analizy entropii na podstawie danych zebranych przy wykorzystaniu programu EWID dla aglomeracji warszawskiej z lat 1995–2006.

In this article results of analysis which examine the statistical entropy (also called Shannon's entropy) as an analytical parameter characterizing the state of safety were shown. Entropy was calculated from data from the EWID99 program collected since 1995 to 2006 for Warsaw agglomeration.

### **1. Wstęp**

Z uwagi na wieloaspektowość pojęcia bezpieczeństwa istnieją jedynie nieliczne metody inżynierskie wspomagające zarządzanie bezpieczeństwem (cywilnym). Jednym z takich narzędzi jest analiza ryzyka<sup>3</sup>. Do opisu zbiorów zdarzeń (m.in. zdarzeń niekorzystnych będących przedmiotem zarządzania bezpieczeństwem cywilnym) można wykorzystać entropię statystyczną, będącą miarą stopnia losowości w rozkładach zmiennych losowych (w tym przypadku opisujących przede wszystkim straty powstałe w wyniku realizacji takich zdarzeń). Nasuwa się pytanie, czy entropia statystyczna może być wiarygodnym parametrem opisującym stan bezpieczeństwa. Wprowadzenie takiego parametru do opisu danych statystycznych dotyczących zdarzeń niekorzystnych, w przypadku pozytywnej weryfikacji hipotezy o wiarygodności tego typu rozważań, może przynieść wymierne efekty przede

---

<sup>3</sup> J. Wolanin: *Zarys teorii bezpieczeństwa obywateli*. Warszawa 2005, s. 165–331.

wszystkim w obszarze zapobiegania tym zdarzeniom. Z drugiej strony analiza tego typu mogłaby pozwolić na porównywanie stanów bezpieczeństwa na podstawie historycznych danych statystycznych. W niniejszym artykule zostały przedstawione wyniki badań analizy wartości entropii statystycznej przy wykorzystaniu danych dotyczących zdarzeń pożarowych, zebranych za pomocą programu EWID99<sup>4</sup>, dla aglomeracji Warszawskiej z lat 1995–2006 (projekt badawczy BW/E – 422/5/2009, SGSP).

## 2. Definicja entropii statystycznej (entropii Shannona)

Na potrzeby wykonania wspomnianych wcześniej analiz konieczne jest zdefiniowanie entropii statystycznej. Rozpatrując zbiory zdarzeń  $Z$  o skończonej liczbie elementów, będących przestrzenią zdarzeń elementarnych pewnego zdarzenia  $A$ , zastanawiamy się niekiedy, jaki jest stopień losowości danego zdarzenia. Zadajemy sobie pytanie: czy najbardziej prawdopodobny wynik zajścia zdarzenia  $A$  jest możliwy do przewidzenia, czy też nie jest. Aby mierzyć stopień losowości danego zbioru zdarzeń, wprowadza się pojęcie *entropii statystycznej*<sup>5</sup>.

Założmy, że  $Z$  jest zbiorem zdarzeń rozłącznych  $A_1, \dots, A_n$  wyczerpujących przestrzeń  $E$  zdarzeń elementarnych. Wówczas  $P(A_1 + \dots + A_n)$  wynosi 1 (zdarzenie pewne). Entropią zbioru  $Z$ , spełniającego podane powyżej założenia, nazywamy liczbę  $H(Z)$  określoną wzorem

$$H(Z) = -\sum_{i=1}^n P(A_i) \log_2 P(A_i), \quad (1)$$

Składniki tej sumy można traktować jako miary stopnia losowości zdarzeń losowych.

Przy określeniu entropii układu zdarzeń za pomocą wzoru (1) dozwolone jest przyjęcie dowolnej innej podstawy logarytmów (większej od 1). Zachodzi wtedy zależność

$$H(Z) = \frac{1}{\log_a 2} H_a(Z), \quad (2)$$

gdzie  $H_a(Z) = -\sum_{i=1}^n P(A_i) \log_a P(A_i)$ .

Można wykazać, że  $H(Z)$  osiąga maksimum w przypadku, gdy zdarzenia  $A_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) mają jednakowe prawdopodobieństwo  $P(A_i) = 1/n$ . W takiej sytuacji maksymalna entropia  $H_{max}(Z) = \log_2 n$ .

<sup>4</sup> Program EWID99 jest wykorzystywany przez Państwową Straż Pożarną. Ewidencjonuje on zdarzenia obsługiwane przez jednostki PSP i inne jednostki działające w ramach Krajowego Systemu Ratowniczo-Gaśniczego.

<sup>5</sup> C. E. Shannon: A Mathematical Theory of Communication. „Bell System Technical Journal” 1948, nr 27, s. 379–423, 623–653.

Przy porównywaniu stopnia losowości systemów zdarzeń losowych utworzonych w różnych przestrzeniach  $E$  zdarzeń elementarnych, celowe jest wprowadzenie względnego wskaźnika losowości  $\omega_H$ , określonego w postaci:

$$\omega_H = \frac{H(Z)}{H_{\max}(Z)}. \quad (3)$$

Wskaźnik  $\omega_H$  zmienia się w granicach od 0 do 1, przy czym wartość  $\omega_H = 0$  odpowiada sytuacji, w której jedno ze zdarzeń  $A_i$  jest pewne, a prawdopodobieństwo pozostałych równa się zero.

Entropia może być wykorzystywana również jako miara stopnia losowości zmiennej losowej  $X$ . Entropią  $H(X)$  zmiennej losowej  $X$  typu dyskretnego nazywamy sumę

$$H(X) = -\sum_{i=1}^r P_i \log_2 P_i, \quad (4)$$

gdzie  $P_i = P(X = x_i)$  jest prawdopodobieństwem, że zmienna losowa  $X$  przyjmie wartość  $x_i$ , zaś  $r$  jest liczbą wartości zmiennej losowej  $X$ . Wzór (4) określa średnią ilość informacji związaną z rozkładem prawdopodobieństwa zmiennej losowej  $X$ , nazywaną entropią Shannona.

### 3. Metodyka wyznaczania błędu wartości entropii Shannona

Wartość entropii Shannona  $H(X)$  – określona wzorem (4) – zależy jedynie od wartości prawdopodobieństw w rozkładzie zmiennej losowej  $X$ . W celu oszacowania błędu wyznaczenia wartości entropii statystycznej  $\Delta H(X)$  konieczne jest określenie błędu wyznaczenia wartości tych prawdopodobieństw. W przypadku prawdopodobieństwa wystąpienia zdarzenia niekorzystnego, błąd względny jego wyznaczenia  $\Delta p/p$  jest ściśle uzależniony od wielkości populacji  $n$ , dla której określana jest częstość względna wystąpienia interesującego zdarzenia niekorzystnego. Błąd wyznaczenia wartości prawdopodobieństwa można przybliżyć, wykorzystując punktową estymację częstości na przyjętym poziomie ufności  $1 - \alpha$ .

Aby oszacować niepewność (błąd) określenia entropii Shannona, konieczne jest przybliżenie prawdopodobieństwa częstością względną występowania określonych zdarzeń. Wychodząc od klasycznej definicji prawdopodobieństwa<sup>6</sup>, która stanowi, że jeżeli przestrzeń zdarzeń elementarnych  $\Omega$  składa się z  $n$  zdarzeń elementarnych, oraz zdarzenia losowe jednoelementowe są jednakowo prawdopodobne, to prawdopodobieństwo dowolnego zdarzenia  $A$  składającego się z  $k$  zdarzeń elementarnych,  $n(A) = k$ , wyraża się równością:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{k}{n}. \quad (5)$$

<sup>6</sup> W. Kryszicki i inni: Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna w zadaniach. Wydawnictwa Naukowe PWN, Warszawa 2002, s. 17.

gdzie symbol  $n(A)$  oznacza liczbę elementów zbioru  $A$  (oznaczaną symbolem  $|A|$ ).

Częstość pewnego zdarzenia  $p$  określona jest przez zależność

$$p = \frac{k}{n}, \quad (6)$$

gdzie  $k$  jest liczbą wystąpień pewnego interesującego nas zdarzenia (np. zdarzenia z jedną ofiarą śmiertelną) w zbiorze  $n$  wszystkich zdarzeń zaobserwowanych w czasie prowadzenia monitoringu.

Rozważmy dwupunktowy rozkład zmiennej losowej  $X$ , określający sytuację, w której część jednostek w populacji ma pewną własność, zaś pozostała część analizowanej populacji jej nie posiada.

Częstością występowania  $\hat{p}$  w prostej próbie losowej nazywamy statystykę<sup>7</sup>

$$\hat{p} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}, \quad (7)$$

gdzie  $X_1, \dots, X_n$  jest prostą próbą losową z rozkładu dwupunktowego o wartościach 0 i 1.

Częstość występowania  $\hat{p}$  jest naturalnym oszacowaniem nieznannej proporcji  $p$ , która jest równa prawdopodobieństwu posiadania rozpatrywanej własności przez losowo wybraną jednostkę populacji (np. zdarzenia z jedną ofiarą śmiertelną w zbiorze wszystkich zdarzeń pożarowych).

Częstość występowania  $\hat{p}$  pomnożona przez liczebność próby  $n$  ma rozkład dwumianowy o parametrach  $n$  i  $p$ <sup>8</sup>. Estymator  $\hat{p}$  jest punktowym, nieobciążonym estymatorem o minimalnej wariancji, nieznannej proporcji  $p$ <sup>9</sup>.

W przypadku odpowiednio licznej statystyki, tzn. w przypadku spełnienia warunków<sup>10</sup>

$$n \cdot \hat{p} > 5 \quad \text{i} \quad n \cdot (1 - \hat{p}) > 5 \quad (8)$$

można skorzystać z przybliżenia statystyki

$$\frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}}} \quad (9)$$

standardowym rozkładem normalnym  $N(0,1)$ .

W przypadku takim dwustronny przedział ufności na poziomie ufności  $1 - \alpha$  dla proporcji  $p$  ma postać<sup>11</sup>

<sup>7</sup> J. Koronacki, J. Mielniczuk: Statystyka dla kierunków technicznych i przyrodniczych. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 2001, s. 148.

<sup>8</sup> Tamże, s. 149.

<sup>9</sup> Tamże, s. 210.

<sup>10</sup> Tamże, s. 149.

<sup>11</sup> Tamże, s. 211.

$$\left[ \hat{p} - z_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right], \quad (10)$$

gdzie  $z_{1-\alpha/2}$  jest kwantylem rzędu  $1 - \alpha/2$  standardowego rozkładu normalnego.

Wielkość

$$\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \quad (11)$$

można uznać za błąd standardowy wyznaczonej wartości częstości  $\hat{p}$ .

Przyjmując, że entropia statystyczna  $H(X)$  określona jest wzorem (4), oraz że przybliżamy prawdopodobieństwo, wykorzystując częstość względną występowania zdarzeń, błąd wyznaczenia wartości entropii  $\Delta H(X)$  można obliczyć z propagacji błędów funkcji zależnej<sup>12</sup> (w tym przypadku przyjęto założenie, że błędy ograniczają się wyłącznie do błędów statystycznych)

$$\Delta F(x, y) = \left| \frac{\partial F}{\partial x} \right| \Delta x + \left| \frac{\partial F}{\partial y} \right| \Delta y, \quad (12)$$

gdzie  $F$  jest zmienną zależną, zaś  $x$  i  $y$  zmiennymi niezależnymi, których pomiar jest obarczony błędami odpowiednio  $\Delta x$  i  $\Delta y$ .

W takim przypadku błąd wyznaczenia wartości entropii wyraża się wzorem:

$$\Delta H(X) = \sum_{i=1}^r \left| \log_2(p_i) + \frac{1}{\ln 2} \right| \cdot \Delta P_i, \quad (13)$$

gdzie

$$\Delta P_i = z_{1-\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p_i(1-p_i)}{n_i}}. \quad (14)$$

#### 4. Analiza wartości entropii Shannona dla danych z aglomeracji warszawskiej ze zdarzeń pożarowych z lat 1995–2006

W celu określenia, czy entropia statystyczna (Shannona) może być parametrem analitycznym opisującym stan bezpieczeństwa, wykonano analizę danych dotyczących zdarzeń pożarowych zebranych przy wykorzystaniu programu EWID99 dla aglomeracji warszawskiej z lat 1995–2006.

Wykonując analizę typu *zdarzenie-po-zdarzeniu*, przebadano 79 810 zdarzeń pożarowych. Jako zmienne losowe charakteryzujące poziom bezpieczeństwa przyjęto:

- liczbę ofiar śmiertelnych w poszczególnych zdarzeniach  $X_s$ ,
- liczbę osób rannych w poszczególnych zdarzeniach  $X_R$ .

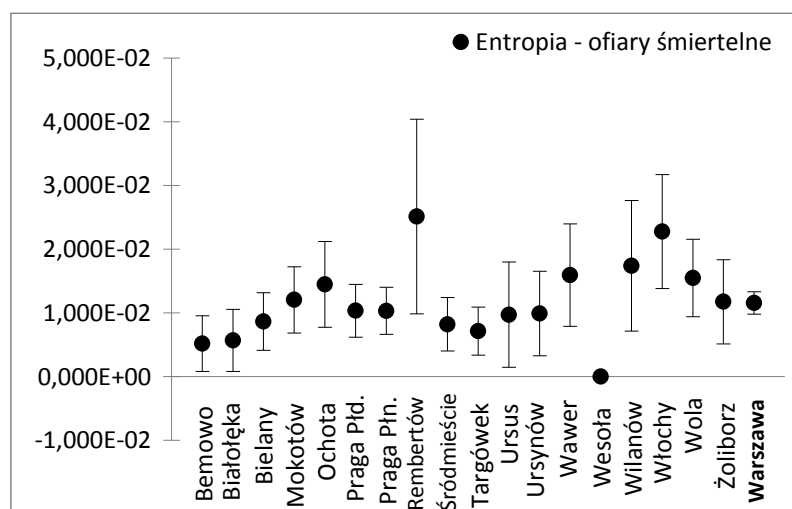
<sup>12</sup> H. Szydłowski: Pracownia fizyczna. Wydawnictwa Naukowe PWN, Warszawa 1994, s. 56.

Wyznaczono entropie statystyczne  $H(X_S)$  i  $H(X_R)$ , wraz z analizą błędów ich określenia  $\Delta H(X_S)$  i  $\Delta H(X_R)$ , dla rozkładów zmiennych losowych  $X_S$  i  $X_R$ . Do obliczeń wykorzystano wzór (4), jednakże zastosowano w tym wzorze logarytm dziesiętny zamiast logarytmu o podstawie dwa – zapewniło to większą przejrzystość wyników, nie zmieniło ich charakteru, z uwagi na zależność (2). W analizie błędów entropii przyjęto poziom istotności  $\alpha = 0,05$  (co implikuje we wzorze (14) wartość  $z_{0,975} = 1,96$ ). Analizy przeprowadzono dla zbioru wszystkich dostępnych zdarzeń z lat 1995–2006, jak również dla zdarzeń podzielonych na podzbiory odpowiadające poszczególnym dzielnicom aglomeracji warszawskiej. Wyniki przeprowadzonych obliczeń przedstawiono w tabeli 1 oraz na rys. rys. 1 i 2. Charakterystyczne „wąsy” na wykresach przedstawiają granice błędów określenia entropii.

**Tabela 1.** Wartości entropii statystycznych, wraz z błędem, dla rozkładów zmiennych losowych  $X_S$  i  $X_R$ , wyznaczonych dla zdarzeń pożarowych z lat 1995–2006, dla całej aglomeracji warszawskiej i jej poszczególnych dzielnic (opis w tekście)

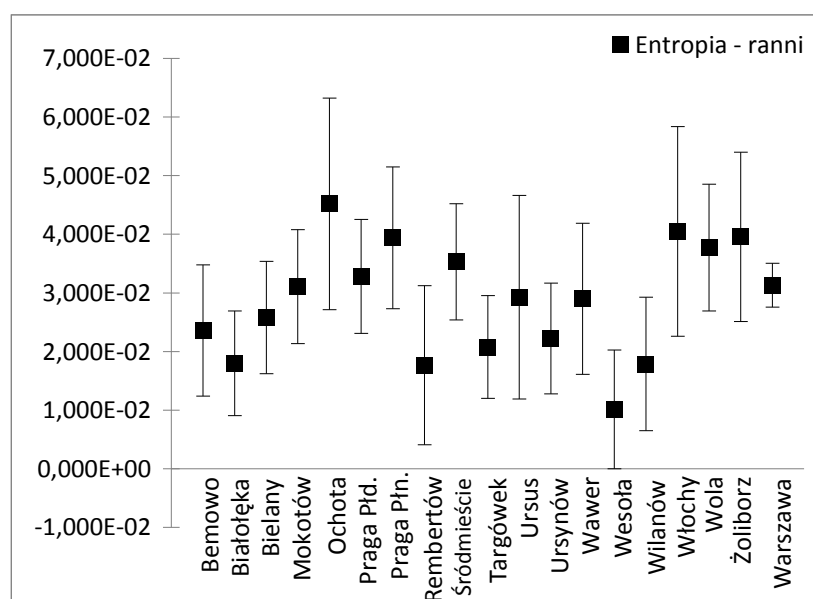
Obszar	Bemowo	Białołęka	Bielany	Mokotów	Ochota	Praga Południe	Praga Północ
$X(X_S)$	5,16E-03	5,67E-03	8,65E-03	1,20E-02	1,45E-02	1,03E-02	1,03E-02
$\Delta H(X_S)$	4,38E-03	4,88E-03	4,53E-03	5,22E-03	6,73E-03	4,15E-03	3,72E-03
$X(X_R)$	2,36E-02	1,80E-02	2,58E-02	3,11E-02	4,52E-02	3,28E-02	3,94E-02
$\Delta H(X_R)$	1,12E-02	8,92E-03	9,59E-03	9,70E-03	1,81E-02	9,72E-03	1,21E-02
Obszar	Rembertów	Śródmieście	Targówek	Ursus	Ursynów	Wawer	Wesoła
$X(X_S)$	2,51E-02	8,21E-03	7,14E-03	9,72E-03	9,89E-03	1,59E-02	0,00E+00
$\Delta H(X_S)$	1,53E-02	4,21E-03	3,76E-03	8,25E-03	6,64E-03	8,02E-03	0,00E+00
$X(X_R)$	1,76E-02	3,53E-02	2,08E-02	2,93E-02	2,22E-02	2,90E-02	1,01E-02
$\Delta H(X_R)$	1,36E-02	9,89E-03	8,78E-03	1,74E-02	9,44E-03	1,29E-02	1,01E-02
Obszar	Wilanów	Włochy	Wola	Żoliborz	Warszawa		
$X(X_S)$	1,74E-02	2,28E-02	1,55E-02	1,17E-02	1,16E-02		
$\Delta H(X_S)$	1,02E-02	8,92E-03	6,09E-03	6,60E-03	1,76E-03		
$X(X_R)$	1,79E-02	4,05E-02	3,77E-02	3,96E-02	3,13E-02		
$\Delta H(X_R)$	1,14E-02	1,79E-02	1,08E-02	1,44E-02	3,73E-03		

Źródło: opracowanie własne.



**Rys. 1.** Rozkład wartości entropii statystycznych, wraz z błędem, dla rozkładu zmiennej losowej  $X_S$ , wyznaczony dla zdarzeń pożarowych z lat 1995–2006, dla całej aglomeracji warszawskiej i jej poszczególnych dzielnic

Źródło: opracowanie własne.



**Rys. 2.** Rozkład wartości entropii statystycznych, wraz z błędem, dla rozkładu zmiennej losowej  $X_R$ , wyznaczony dla zdarzeń pożarowych z lat 1995–2006, dla całej aglomeracji warszawskiej i jej poszczególnych dzielnic

Źródło: opracowanie własne.

Interpretacja otrzymanych wyników nie jest jednoznaczna. Z prowadzonych innych badań<sup>13</sup> wynika, że rozkłady zmiennych losowych reprezentujących liczby ofiar śmiertelnych lub osób rannych w zdarzeniach pożarowych mają tendencję malejącą, tzn. prawdopodobieństwa wystąpienia zdarzeń z coraz większą liczbą ofiar są coraz mniejsze.

Charakter malejący takiego rozkładu może zostać naruszony na krańcu rozkładu reprezentującym zdarzenia o dużej liczbie ofiar (katastrofy). Jest to związane z faktem, że mamy w tym obszarze do czynienia głównie z pojedynczymi zdarzeniami np. jeżeli zwykle w wyniku pożaru ginie od 0 do 6 osób w jednym zdarzeniu, a zdarzy się katastrofa, w której zanotowano 20 ofiar, to wartości zmiennej losowej  $X_S$  dla takiej sytuacji  $x_{S,i}$  będą równe zero dla  $i = 7, 8, \dots, 19$ , zaś dla  $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 20$  wartości  $x_{S,i}$  będą niezerowe. Jednakże taki nietypowy miejscowy wzrost wartości częstości w rozkładzie zmiennej losowej  $X_S$  dla liczby ofiar równej 20 nie zmienia malejącego charakteru całego rozkładu. Jeżeli przyjmiemy do wiadomości powyższy fakt, to możemy przyjąć hipotezę, że poziom bezpieczeństwa na danym obszarze jest tym wyższy, im bardziej rozkłady zmiennych losowych  $X_S$  i  $X_R$ , charakteryzują się:

- przewagą zdarzeń bez ofiar śmiertelnych (rannych) we wszystkich analizowanych zdarzeniach,
- szybkim spadkiem wartości częstości zdarzeń o potencjalnie dużej liczbie ofiar.

Błąd wyznaczenia wartości entropii jest tym mniejszy, im większa jest statystyka dostępnych zdarzeń. Jak można zauważyć na rys.rys. 1 i 2, entropia wyznaczona dla całej aglomeracji warszawskiej ma stosunkowo niewielki błąd względny, zaś entropie wyznaczone dla poszczególnych dzielnic mają już na tyle duży błąd względny, że porównanie entropii wyznaczonej dla różnych dzielnic, w wielu przypadkach staje się dyskusyjne. Z drugiej jednak strony dążenie do zwiększenia statystyki zdarzeń poprzez wydłużanie przedziału czasu, z którego zdarzenia pochodzą, będzie prowadziło do mieszania się zdarzeń z wielu „rzeczywistości bezpieczeństwa” (stan bezpieczeństwa pożarowego był znacznie inny pięćdziesiąt lat temu, niż w chwili obecnej). Prowadzić to może do fałszowania wyników analiz.

W celu sprawdzenia wiarygodności oceny bezpieczeństwa wykonanej przy wykorzystaniu analizy entropii statystycznej porównano otrzymane wyniki z wynikami analizy średniego ryzyka grupowego, wyznaczonego na podstawie tych samych danych statystycznych w innej pracy<sup>14</sup>. W tabeli 2 przedstawiono wartości średniego ryzyka grupowego (zdefiniowanego w pracy [5]) poniesienia śmierci ( $R_S$ ) lub

<sup>13</sup> M. M. Smolarkiewicz, P. Kępka: Zagrożenia pożarowe. W: Modele zagrożeń aglomeracji miejskiej wraz z systemem zarządzania kryzysowego na przykładzie miasta stołecznego Warszawy. Praca zbiorowa pod red. A. Najgebauera. WAT, Warszawa 2009, s. 199–242.

<sup>14</sup> Tamże, s. 199–242.



odniesienia ran ( $R_R$ ) w wyniku zdarzenia pożarowego wyliczone dla całej aglomeracji warszawskiej i dla jej poszczególnych dzielnic.

**Tabela 2.** Wartości średniego ryzyka grupowego poniesienia śmierci lub odniesienia ran w wyniku zdarzenia pożarowego wyliczone dla całej aglomeracji warszawskiej i dla jej poszczególnych dzielnic

Dzielnica	Średnie ryzyko grupowe	
	( $R_S$ ) wypadki śmiertelne	( $R_R$ ) wypadki ranni
Bemowo	1,60E-03	1,18E-02
Białołęka	1,98E-03	7,92E-03
Bielany	3,00E-03	1,26E-02
Mokotów	4,70E-03	1,62E-02
Ochota	5,35E-03	2,59E-02
Praga Południe	3,79E-03	1,77E-02
Praga Północ	3,59E-03	2,14E-02
Rembertów	1,17E-02	8,37E-03
Śródmieście	2,90E-03	1,79E-02
Targówek	2,91E-03	9,95E-03
Ursus	3,34E-03	1,50E-02
Ursynów	4,09E-03	9,97E-03
Wawer	6,44E-03	1,47E-02
Wesoła	0,00E+00	3,51E-03
Wilanów	6,88E-03	7,51E-03
Włochy	9,41E-03	2,68E-02
Wola	6,28E-03	1,97E-02
Żoliborz	4,17E-03	1,95E-02
<b>Warszawa</b>	<b>4,34E-03</b>	<b>1,61E-02</b>

Źródło: [5]

Porównania rozkładów wartości entropii statystycznej oraz średniego ryzyka grupowego dokonano poprzez wyznaczenie współczynników korelacji liniowej Pearsona<sup>15</sup>  $r(X, Y)$ . W obliczeniach współczynników korelacji analizowano pary (wartość ryzyka  $R_S$ , wartość entropii  $H(X_S)$ ) oraz (wartość ryzyka  $R_R$ , wartość entropii  $H(X_R)$ ) wyznaczone dla podzbiorów zbioru wszystkich zdarzeń pożarowych zaobserwowanych w latach 1995–2006 reprezentujących dzielnice Warszawy.

<sup>15</sup> J. Koronacki, J. Mielniczuk: Statystyka dla kierunków technicznych i przyrodniczych. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 2001.

Otrzymane wyniki

$$\begin{aligned}r(R_S, H(X_S)) &= 0,99, \\ r(R_R, H(X_R)) &= 0,98\end{aligned}$$

świadczą o prawie dokładnej dodatniej liniowej zależności pomiędzy ryzykiem, a entropią statystyczną.

## 5. Podsumowanie

W niniejszym artykule przedstawiono wyniki badań, mających na celu stwierdzenie, czy entropia statystyczna (entropia Shannona) może być parametrem analitycznym opisującym stan bezpieczeństwa.

Analizowano dane dotyczące zdarzeń pożarowych, zebrane przy wykorzystaniu programu EWID99 dla aglomeracji warszawskiej z lat 1995–2006. Wyznaczono entropie statystyczne  $H(X_S)$  i  $H(X_R)$  wraz z analizą błędów ich określenia dla rozkładów zmiennych losowych  $X_S$  i  $X_R$ , opisujących odpowiednio częstości wystąpienia określonej liczby ofiar śmiertelnych oraz osób rannych w analizowanych zdarzeniach pożarowych (wyznaczając wartości entropii przybliżono prawdopodobieństwa zdarzeń przez częstości ich występowania).

W analizie błędów entropii przyjęto poziom istotności  $\alpha = 0,05$ . Analizy przeprowadzono dla zbioru wszystkich dostępnych zdarzeń pożarowych z lat 1995–2006, jak również dla zdarzeń podzielonych na podzbiory odpowiadające poszczególnym dzielnicom aglomeracji warszawskiej.

W celu sprawdzenia wiarygodności oceny bezpieczeństwa wykonanej przy wykorzystaniu analizy entropii statystycznej porównano otrzymane wyniki z wynikami analizy średniego ryzyka grupowego, wyznaczonego na podstawie tych samych danych statystycznych w pracy [5].

Analiza rozkładów  $H(X_S)$  i  $H(X_R)$  wskazuje, że wartość entropii jest większa dla tych dzielnic, gdzie ryzyko obliczeniowe wystąpienia zagrożenia pożarowego jest większe. Jednakże dość istotny błąd wyznaczenia wartości entropii nie pozwala na silne stwierdzenie, że entropia wyznaczona dla danej dzielnicy aglomeracji warszawskiej jest istotnie różna niż ta, wyznaczona dla pozostałych jej gmin.

Ważkim problemem w wykorzystaniu entropii Shannona w obszarze bezpieczeństwa może być również kształt rozkładu prawdopodobieństwa wystąpienia zdarzeń niekorzystnych, na który entropia nie jest czułym parametrem.

Porównanie rozkładów wartości entropii statystycznej oraz średniego ryzyka grupowego poprzez wyznaczenie współczynników korelacji liniowej Pearsona –  $r(R_S, H(X_S)) = 0,99$  oraz  $r(R_R, H(X_R)) = 0,98$  – świadczą o prawie dokładnej dodatniej liniowej zależności pomiędzy ryzykiem a entropią statystyczną, co potwierdza spostrzeżenie, że entropia może być wskaźnikiem opisującym stan bezpieczeństwa pod warunkiem, że błąd jej wyznaczenia nie będzie błędem dużym.

**PIŚMIENNICTWO**

1. J. Koronacki, J. Mielniczuk: Statystyka dla kierunków technicznych i przyrodniczych. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 2001.
2. W. Krysicki i inni: Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna w zadaniach. Wydawnictwa Naukowe PWN, Warszawa 2002.
3. H. Szydłowski: Pracownia fizyczna. Wydawnictwa Naukowe PWN, Warszawa 1994.
4. C. E. Shannon: A mathematical theory of communication. „Bell System Technical Journal” 1948, nr 27, ss. 379–423, 623–653.
5. M. M. Smolarkiewicz, P. Kępka: Zagrożenia pożarowe. W: Modele zagrożeń aglomeracji miejskiej wraz z systemem zarządzania kryzysowego na przykładzie miasta stołecznego Warszawy. Praca zbiorowa pod red. A. Najgebauera. WAT, Warszawa 2009, s. 199–242. Publikacja powstała w ramach realizacji projektu naukowo-badawczego „Modele zagrożeń aglomeracji miejskiej wraz z systemem zarządzania kryzysowego na przykładzie m. st. Warszawy”. PBZ-MIN-011/013/2004.
6. J. Wolanin: Zarys teorii bezpieczeństwa obywateli. Warszawa 2005.

**S U M M A R Y**

*dr Marcin M. SMOLARKIEWICZ*

**SHANNON'S ENTROPY AS AN ANALYTICAL PARAMETER  
CHARACTERIZING THE STATE OF SAFETY**

In this article results of analysis which examine the statistical entropy (also called Shannon's entropy) as an analytical parameter characterizing the state of safety were shown. These results are a summary of studies of entropy made on BW/E – 422/5/2009 project in the Main School of Fire Service. Entropy was calculated from data from the EWID99 program collected since 1995 to 2006 for Warsaw agglomeration. Results of analysis shown that entropy calculated for probability function of casualties (dead or injured people) of fire events is higher for areas characterized by higher fire risk (calculated as a probability and loss ratio). Calculations of Pearson's correlation coefficients for risk and entropy variables shown large positive correlation. This result is an evidence that entropy of probability function of variable which measures the loss, possibly may be used as a parameter which characterizes the state of safety.

