

Prof. dr hab. inż. Leszek MIESZKALSKI
Katedra Organizacji i Inżynierii Produkcji
Wydział Inżynierii Produkcji
Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie

MATEMATYCZNY MODEL KSZTAŁTU NASION BOBIKU I JEGO PODSTAWOWYCH CZĘŚCI MORFOLOGICZNYCH[®]

Mathematical model of the shape of the faba bean seeds and primary part of the morphological[®]

Słowa kluczowe: nasiona bobiku, okrywa nasienna, liścienie, kształt, model matematyczny, dyskretna powierzchnia przestrzenna, model 3D.

Proponowana jest metoda matematycznego modelowania kształtu nasion bobiku (*Vicia faba minor*) odmiany Nadwiślański, jego okrywy nasiennej i liścieni. W modelu matematycznym do opisu kształtu nasion bobiku, okrywy nasiennej i liścieni zastosowano równania parametryczne powierzchni przestrzennej. W równaniach wprowadzono 3 parametry (a, b, c), za których pomocą ustalano podstawowe wymiary zewnętrzne modeli brył okrywy nasiennej i liścieni nasion bobiku (długość, szerokość, grubość). Kształt podstawowych części botanicznych nasion bobiku (okrywa nasienna i liścienie) zmieniano za pomocą 5 parametrów (k, d, e, f, g), a liczbę południków i równoleżników na dyskretniej powierzchni przestrzennej zmienia się parametrem N . Do modelowania kształtu liścieni wprowadzono parametry nL i nP , za których pomocą ustalano zmienną zakresową i . Wizualizacji modeli 3D brył nasion bobiku dokonano za pomocą programu komputerowego Mathcad.

Key words: faba bean seeds, seed coat, cotyledons, shape, mathematical model, discrete surface spatial, 3D model.

Proposed is a method of mathematical modeling of the shape of the faba bean seeds (*Vicia faba minor*) variations Nadwiślański the seed coat and the cotyledons. The mathematical model to describe the shape of the faba bean seeds, seed coat and the cotyledons were used parametric equations spatial area. The equations introduced three parameters (a, b, c), as determined by the basic dimensions solid models of the seed coat and the cotyledons of faba bean seeds (length, width, thickness). The shape of the main part of the botanical faba bean seeds (seed coat and the cotyledons) was changed by 5 parameters (k, d, e, f, g), and the number of meridians and parallels the discrete surface spatial change parameter N . To model the shape of the cotyledons were introduced parameters nL and nP , as determined by the variable-range i . Visualization of 3D models of seeds faba bean were made using a computer program Mathcad.

WSTĘP

Plon główny bobiku (*Vicia faba minor*) stanowią nasiona, które zawierają ok. 33% białka i są surowcem dla przemysłu paszowego i spożywczego. Nasiono bobiku składa się z okrywy nasiennej, zarodka i dwóch symetrycznych, przylegających do siebie liścieni. Okrywa nasienna nie jest z liścieniami zrośnięta, tylko do nich przylega. Liścienie zawierają substancje zapasowe i stanowią główne źródło składników pokarmowych. Nasiona bobiku, pod względem budowy morfologicznej, to obiekty geometrycznie złożone. Ich cechy geometryczne zależą od wielu czynników. Na zmienność wymiarów nasion bobiku największy wpływ mają warunki glebowe, klimatyczne, agrotechniczne, a także cechy gatunkowe i odmianowe [5, 6, 8]. Geometria nasion ulega również zmianie pod wpływem zmiennej zawartości w nich wody. Według Podleśnego [15] drastycznie spadł areal uprawy roślin strączkowych w Polsce.

Zakaz żywienia zwierząt mączką mięsno kostną, jak podają Majchrzycki i in. [10], spowodował zwiększenie zapotrzebowania na pasze wysokobiałkowe pochodzenia roślinnego. W pozyskiwaniu białka bobik stanowi alternatywę dla soi. Nasiona bobiku poddaje się procesowi obłuskiwania

[11]. Obłuskiwanie nasion bobiku powoduje zwiększenie ich wartości pokarmowej w wyniku usunięcia składników antyżywnościowych występujących w okrywie nasiennej [1].

W wielu procesach przetwarzania nasion bobiku, jak obłuskiwanie [11, 13] i rozdrabnianie nasion [9], istotny wpływ mają cechy geometryczne okrywy nasiennej i liścieni.

W zbiorze nasion bobiku ich podstawowe elementy morfologiczne jak okrywa nasienna i liścienie mają zróżnicowane wymiary, przy zachowaniu kształtu przypisanemu gatunkowi i odmianie. Do charakterystyki geometrycznej nasion, wyznacza się trzy podstawowe wymiary jak długość, szerokość, grubość [5, 16]. Długość nasion bobiku odmiany Nadwiślański waha się w przedziale 10.1 – 13.6 mm, szerokość 8.3 – 11.9 mm, a grubość 7.4 – 9.7 mm [12].

Na użytek modelowania procesów przetwarzania nasion bobiku koniecznym jest określenie modelu bryły reprezentującej kształt nasiona bobiku i jego podstawowych elementów morfologicznych jak okrywa nasienna i liścienie. W roku 1993 Mieszkalski zaproponował kulę, jako model bryły reprezentującej nasiona bobiku w procesie ich obłuskiwania, a następnie elipsoidę [12, 13].

Grafika komputerowa [2, 7, 14] dostarcza metod matematycznego modelowania kształtu [3, 4], które pozwalają na dokładniejsze opisanie kształtu brył nasion bobiku i ich elementów morfologicznych.

Celem artykułu jest przedstawienie opracowanego matematycznego modelu kształtu okrywy nasiennej i liścieni nasiona bobiku, uwzględniającego zmianę ich podstawowych wymiarów.

METODYKA

Materiałem do badań były nasiona bobiku odmiany Nadwiślański. Wybrano sześć nasion bobiku różnych pod względem wymiarowym. Wilgotność nasion określono metodą suszarkowo – wagową. Wynosiła ona 13,2%. Za pomocą suwmiarki, z dokładnością do 0,1 mm, dokonano pomiaru długości, szerokości i grubości nasion i liścieni. Opracowano model matematyczny, wykorzystując do tego celu równania parametryczne, pozwalające dla zadanych wymiarów (długość, szerokość, grubość) utworzyć powierzchnie brył, których kształt jest zbliżony do nasiona bobiku jego okrywy nasiennej i liścieni.

Wizualizacji modeli brył dokonano za pomocą programu komputerowego Mathcad.

Wykaz ważniejszych oznaczeń: *a* – długość nasiona; *b* – szerokość; *c* – grubość; *k, d, e, f, g* – parametry sterujące kształtem; *j, J* – kąty; *i* – liczba wierszy w macierzy; *j* – liczba kolumn w macierzy; *N* – liczba południków i równoleżników na dyskretnej powierzchni przestrzennej opisującej kształt nasiona bobiku; *nL, nP* – parametry do określania zmiennych zakresowych *i*.

WYNIKI POMIARÓW

W tabeli 1 podano wyniki podstawowych wymiarów nasion bobiku i liścieni odmiany Nadwiślański.

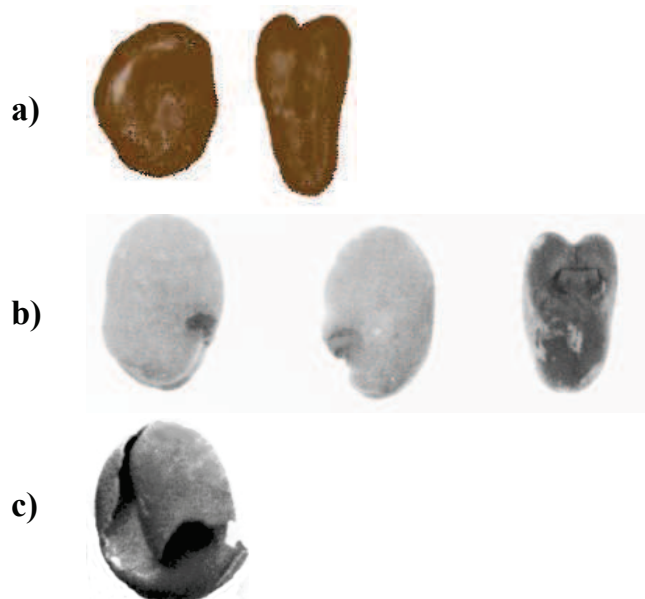
Tabela 1. Podstawowe wymiary nasion bobiku i liścieni odmiany Nadwiślański (wilgotność 13,2%)

Table 1. Basic dimensions of faba bean seeds and cotyledons variety Nadwiślański (13.2% moisture)

Wymiar, mm	Oznaczenie nasiona bobiku					
	1	2	3	4	5	6
Nasiona bobiku (zewewnętrzne wymiary okrywy nasiennej)						
Długość (<i>a</i>)	12,7	10,1	13,6	11,8	11,0	13,6
Szerokość (<i>b</i>)	10,1	9,4	9,8	10,1	8,3	11,9
Grubość (<i>c</i>)	8,1	7,6	8,2	8,3	7,4	9,7
Liścienie lewe nasion bobiku						
Długość (<i>a</i>)	11,7	9,4	12,4	11,1	10,3	12,7
Szerokość (<i>b</i>)	9,2	8,7	8,9	9,4	7,6	11,0
Grubość (<i>c</i>)	3,9	3,6	3,8	4,1	3,6	4,5
Liścienie prawe nasion bobiku						
Długość (<i>a</i>)	11,6	9,3	12,6	11,2	10,4	12,8
Szerokość (<i>b</i>)	9,3	9,0	9,0	9,4	7,7	11,2
Grubość (<i>c</i>)	3,8	3,7	4,0	3,9	3,5	4,8

Źródło: Badania własne

Przykładową fotografię nasiona bobiku odmiany Nadwiślański jego liścieni i fragment okrywy nasiennej, przedstawiono na rysunku 1.



Rys. 1. Fotografia nasiona bobiku odmiany Nadwiślański: a – nasiono bobiku, b – liścienie, c – fragment okrywy nasiennej (wymiarów w tabeli 1).

Fig. 1. Photography seeds of faba bean varieties Nadwiślański: a - faba bean seed, b - cotyledons, c - part of the seed coat (own dimensions in Table 1).

Źródło: Opracowanie własne

ZAŁOŻENIA DO MODELU PODSTAWOWYCH CZĘŚCI MORFOLOGICZNYCH NASIONA BOBIKU

Wykorzystane w modelu matematycznym i zapisane w macierzy (1) podstawowe wymiary nasion bobiku (*a, b, c*) pochodzą z pomiarów. Indeksy w macierzy (1) przy oznaczeniach wymiarów, odnoszą się do kolejnych nasion bobiku.

$$\begin{bmatrix} a1 & b1 & c1 \\ a2 & b2 & c2 \\ a3 & b3 & c3 \\ a4 & b4 & c4 \\ a5 & b5 & c5 \\ a6 & b6 & c6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12.7 & 10.1 & 8.1 \\ 10.1 & 9.4 & 7.6 \\ 13.6 & 9.8 & 8.2 \\ 11.8 & 10.1 & 8.3 \\ 11.0 & 8.3 & 7.4 \\ 13.6 & 11.9 & 9.7 \end{bmatrix} \quad (1)$$

W wektorze (2) podano liczbę południków i równoleżników na powierzchni modelowanego nasiona bobiku oraz parametry do określenia zmiennych zakresowych. Parametry kształtu są zgromadzone w wektorze (3).

$$\begin{bmatrix} N \\ nL \\ nP \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 26 \\ 0.5 \cdot N \\ 0.5 \cdot N \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} d \\ e \\ f \\ g \\ k \\ k1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1.5 \\ 2 \\ 2 \\ 1.05 \\ 1/k \end{bmatrix} \quad (3)$$

Kąty dla zmiennych zakresowych, występujące w modelach matematycznych opisujących kształt bryły, zapisano niżej:

$$\varphi_i = \frac{i \cdot \pi}{N} \quad (4)$$

$$g_j = \frac{i \cdot 2 \cdot \pi}{N} \quad (5)$$

MATEMATYCZNY MODEL KSZTAŁTU BRYŁY OKRYWY NASIENNEJ NASIONA BOBIKU

W wektorze (6) zamieszczono zmienne zakresowe:

$$\begin{bmatrix} i \\ j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \dots N \\ 0 \dots N \end{bmatrix} \quad (6)$$

Macierzowe równania współrzędnych Xoz , Yoz , Zoz punktów powierzchni zewnętrznej opisującej kształt bryły nasiona bobiku, a tym samym i jego okrywy nasiennej, mają następującą postać:

$$Xoz_{i,j} = a \cdot k \cdot \sin(\varphi_i) \cdot [d \cdot (\cos(\varphi_i))^2 + e \cdot \cos(g_j)] \quad (7)$$

$$Yoz_{i,j} = b \cdot k \cdot \sin(\varphi_i) \cdot \sin(g_j) \cdot [f \cdot (\cos(\varphi_i))^2 \cdot \sin(\varphi_i) + g \cdot \sin(\varphi_i)] \quad (8)$$

$$Zoz_{i,j} = c \cdot k \cdot \cos(\varphi_i) \quad (9)$$

Macierzowe równania współrzędnych Xow , Yow , Zow punktów powierzchni wewnętrznej opisującej kształt bryły okrywy nasiennej nasiona bobiku, mają następującą postać:

$$Xow_{i,j} = a \cdot \sin(\varphi_i) \cdot [d \cdot (\cos(\varphi_i))^2 + e \cdot \cos(g_j)] \quad (10)$$

$$Yow_{i,j} = b \cdot \sin(\varphi_i) \cdot \sin(g_j) \cdot [f \cdot (\cos(\varphi_i))^2 \cdot \sin(\varphi_i) + g \cdot \sin(\varphi_i)] \quad (11)$$

$$Zow_{i,j} = c \cdot \cos(\varphi_i) \quad (12)$$

Uzyskanie zadanych wymiarów, zawartych w macierzy (1), dla powierzchni zewnętrznej modelu okrywy nasiennej, a tym samym i nasiona bobiku, wymaga skalowania równań (7), (8), (9). Macierzowe równania opisujące, dla określonego kształtu, podstawowe wymiary modelu powierzchni zewnętrznej okrywy nasiennej i nasiona bobiku mają następującą postać:

$$XNoz = \frac{a}{\max(Xoz) - \min(Xoz)} \cdot Xoz \quad (13)$$

$$YNoz = \frac{b}{\max(Yoz) - \min(Yoz)} \cdot Yoz \quad (14)$$

$$ZNoz = \frac{c}{\max(Zoz) - \min(Zoz)} \cdot Zoz \quad (15)$$

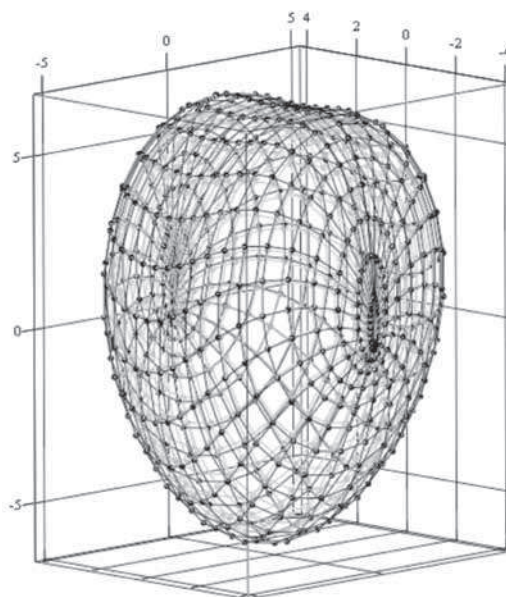
W celu uzyskania powierzchni wewnętrznej okrywy nasiennej nasiona bobiku dokonano skalowania równań (10), (11), (12). Macierzowe równania opisujące, dla określonego kształtu, podstawowe wymiary modelu powierzchni wewnętrznej okrywy nasiennej nasiona bobiku, mają następującą postać:

$$XNow = \frac{a \cdot k1}{\max(Xow) - \min(Xow)} \cdot Xow \quad (16)$$

$$YNow = \frac{b \cdot k1}{\max(Yow) - \min(Yow)} \cdot Yow \quad (17)$$

$$ZNow = \frac{c \cdot k1}{\max(Zow) - \min(Zow)} \cdot Zow \quad (18)$$

Na rysunku 2 przedstawiono model bryły okrywy nasiennej nasiona bobiku odmiany Nadwiślański.



Rys. 2. Model bryły okrywy nasiennej nasiona bobiku odmiany Nadwiślański.

Fig. 2. Solid model of seed coat varieties of faba bean seeds Nadwiślański.

Źródło: Opracowanie własne

MATEMATYCZNY MODEL KSZTAŁTU BRYŁY LEWEGO LIŚCIENIA NASIONA BOBIKU

W wektorze (19) zamieszczono zmienne zakresowe odnoszące się do lewego liścienia nasiona bobiku:

$$\begin{bmatrix} i \\ j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \dots N - nL \\ 0 \dots N \end{bmatrix} \quad (19)$$

Macierzowe równania współrzędnych XL , YL , ZL punktów powierzchni opisującej kształt lewego liścienia nasiona bobiku mają następującą postać:

$$XL_{i,j} = a \cdot \sin(\varphi_i) \cdot \left[d \cdot (\cos(\varphi_i))^2 + e \cdot \cos(\vartheta_j) \right] \quad (20)$$

$$YL_{i,j} = b \cdot \sin(\varphi_i) \cdot \sin(\vartheta_j) \cdot \left[f \cdot (\cos(\varphi_i))^2 \cdot \sin(\varphi_i) + g \cdot \sin(\varphi_i) \right] \quad (21)$$

$$ZL_{i,j} = \frac{c}{2} \cdot \cos(\varphi_i) \quad (22)$$

Macierzowe równania (po wyskalowaniu) opisujące, dla zadanego kształtu, podstawowe wymiary modelu lewego liścienia nasiona bobiku mają następującą postać:

$$XL_a = \frac{a \cdot k1}{\max(XL) - \min(XL)} \cdot XL \quad (23)$$

$$YL_a = \frac{b \cdot k1}{\max(YL) - \min(YL)} \cdot YL \quad (24)$$

$$ZL_a = \frac{\frac{c}{2} \cdot k1}{\max(ZL) - \min(ZL)} \cdot ZL \quad (25)$$

W celu utworzenia powierzchni przylegania lewego liścienia należy z macierzy XL_a , YL_a , ZL_a wydzielić wiersze oznaczone jako zerowe (równania 26, 27, 28).

$$XL1 := (XL_a^T)^{\langle 0 \rangle T} \quad (26)$$

$$YL1 := (YL_a^T)^{\langle 0 \rangle T} \quad (27)$$

$$ZL1 := (ZL_a^T)^{\langle N-nL \rangle T} \quad (28)$$

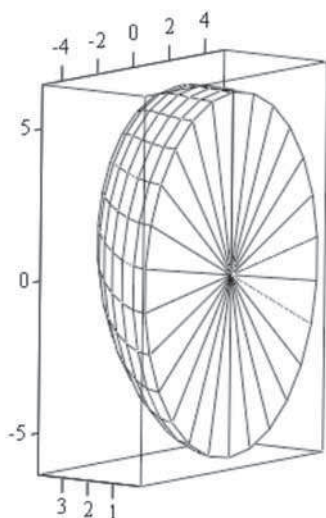
Kolejną operacją jest połączenie z macierzami XL_a , YL_a , ZL_a wierszy $XL1$, $YL1$, $ZL1$ (równania 29, 30, 31):

$$XL2 = stack(XL_a, XL1) \quad (29)$$

$$YL2 = stack(YL_a, YL1) \quad (30)$$

$$ZL2 = stack(ZL_a, ZL1) \quad (31)$$

Na rysunku 3 przedstawiono model bryły lewego liścienia nasiona bobiku odmiany Nadwiślański.



Rys. 3. Model bryły lewego liścienia nasiona bobiku odmiany Nadwiślański.

Fig. 3. Solid model left cotyledon seeds of faba bean varieties Nadwiślański.

Źródło: Opracowanie własne

MATEMATYCZNY MODEL KSZTAŁTU BRYŁY PRAWEGO LIŚCIENIA NASIONA BOBIKU

W wektorze (32) zamieszczono zmienne zakresowe odnoszące się do prawego liścienia nasiona bobiku:

$$\begin{bmatrix} i \\ j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} nP \dots N \\ 0 \dots N \end{bmatrix} \quad (32)$$

Macierzowe równania współrzędnych XP , YP , ZP punktów powierzchni opisującej kształt bryły prawego liścienia nasiona bobiku, mają następującą postać:

$$XP_{i,j} = a \cdot \sin(\varphi_i) \cdot \left[d \cdot (\cos(\varphi_i))^2 + e \cdot \cos(\vartheta_j) \right] \quad (33)$$

$$YP_{i,j} = b \cdot \sin(\varphi_i) \cdot \sin(\vartheta_j) \cdot \left[f \cdot (\cos(\varphi_i))^2 \cdot \sin(\varphi_i) + g \cdot \sin(\varphi_i) \right] \quad (34)$$

$$ZP_{i,j} = \frac{c}{2} \cdot \cos(\varphi_i) \quad (35)$$

Macierzowe równania (po wyskalowaniu) opisujące, dla zadanego kształtu, podstawowe wymiary modelu prawego liścienia nasiona bobiku mają następującą postać:

$$XP_a = \frac{a \cdot k1}{\max(XP) - \min(XP)} \cdot XP \quad (36)$$

$$YP_a = \frac{b \cdot k1}{\max(YP) - \min(YP)} \cdot YP \quad (37)$$

$$ZP_a = \frac{\frac{c}{2} \cdot k1}{\max(ZP) - \min(ZP)} \cdot ZP \quad (38)$$

Podobnie jak dla lewego liścienia, w celu utworzenia powierzchni przylegania prawego liścienia należy z macierzy XP_a , YP_a , ZP_a wydzielić wiersze oznaczone jako zerowe (równania 39, 40, 41).

$$XP1 := (XP_a^T)^{\langle 0 \rangle T} \quad (39)$$

$$YP1 := (YP_a^T)^{\langle 0 \rangle T} \quad (40)$$

$$ZP1 := (ZP_a^T)^{\langle N-nP \rangle T} \quad (41)$$

Należy też połączyć z macierzami XP_a , YP_a , ZP_a wiersze $XP1$, $YP1$, $ZP1$ (równania 42, 43, 44):

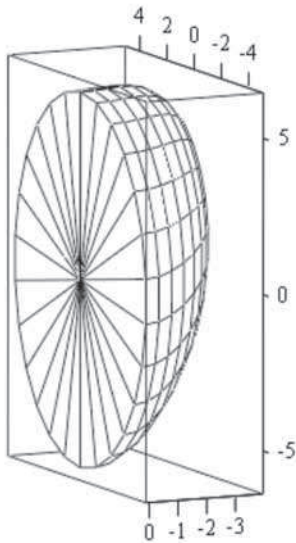
$$XP2 = stack(XP_a, XP1) \quad (42)$$

$$YP2 = stack(YP_a, YP1) \quad (43)$$

$$ZP2 = stack(ZP_a, ZP1) \quad (44)$$

W celu uzyskania zmiany wymiarów zgodnych z wymiarami pochodzącymi z pomiarów dla poszczególnych nasion (tabela 1), należy w równaniach od (7) do (18) i od (20) do (25) oraz od (33) do (38) przypisać odpowiednio wymiary zawarte w macierzy (1).

Na rysunku 4 przedstawiono model bryły prawego liścienia nasiona bobiku odmiany Nadwiślański.

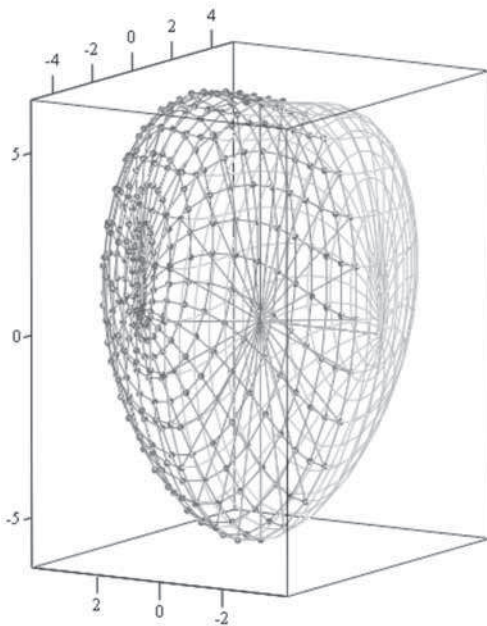


Rys. 4. Model bryły prawego liścienia nasiona bobiku odmiany Nadwiślański.

Fig. 4. Solid model right cotyledon seeds of faba bean varieties Nadwiślański.

Źródło: Opracowanie własne

Na rysunku 5 przedstawiono model przylegających do siebie liścieni. Model ten może reprezentować kształt przylegających liścieni uzyskanych w wyniku procesu obłuskiwania nasion bobiku [11].

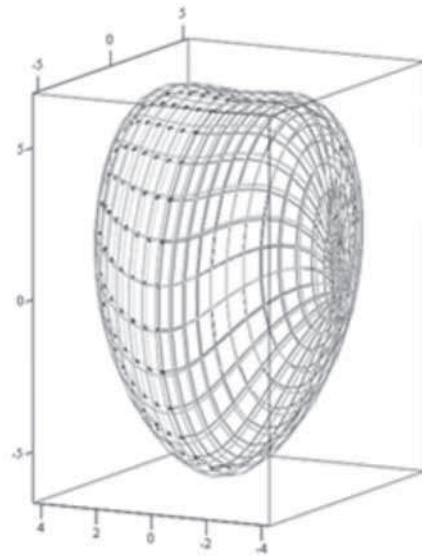


Rys. 5. Model przylegających do siebie symetrycznych liścieni nasiona bobiku odmiany Nadwiślański.

Fig. 5. Model of adjacent symmetrical cotyledons of faba bean seed varieties Nadwiślański.

Źródło: Opracowanie własne

Na rysunku 6 przedstawiono model bryły nasiona bobiku odmiany Nadwiślański złożony z okrywy nasiennej i liścieni.

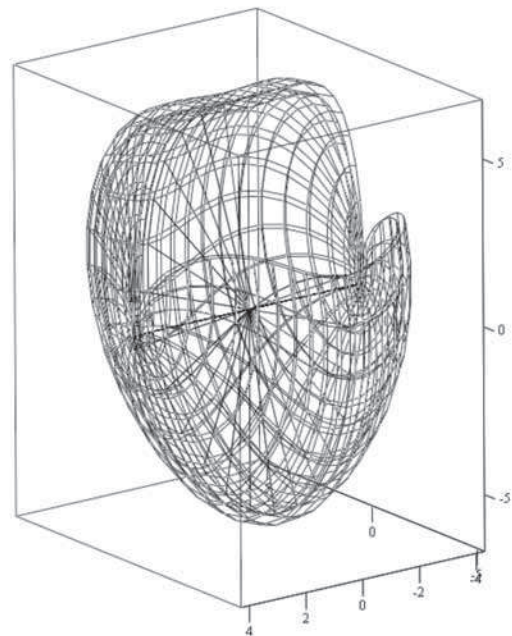


Rys. 6. Model bryły nasiona bobiku odmiany Nadwiślański złożony z okrywy nasiennej i liścieni.

Fig. 6. Solid model of faba bean seed varieties Nadwiślański composed of the seed coat and the cotyledons.

Źródło: Opracowanie własne

Na rysunku 7 zamieszczono model bryły nasiona bobiku odmiany Nadwiślański złożony z wyciętymi fragmentami okrywy nasiennej i liścieni.



Rys. 7. Model bryły nasiona bobiku odmiany Nadwiślański złożony z wyciętymi fragmentami okrywy nasiennej i liścieni.

Fig. 7. Solid model of faba bean seed varieties Nadwiślański filled with cutouts seed coat and the cotyledons.

Źródło: Opracowanie własne

WERYFIKACJA MODELI BRYŁ PODSTAWOWYCH CZĘŚCI MORFOLOGICZNYCH NASION BOBIKU

Weryfikacji poddano model matematyczny opisujący kształt nasion bobiku, okrywy nasiennej i liścieni za pomocą parametrycznych powierzchni przestrzennych. Charakterystycznymi wymiarami weryfikującymi dla nasiona bobiku jego okrywy nasiennej i liścieni były długości (a_1, \dots, a_6), szerokości (b_1, \dots, b_6) i grubość (c_1, \dots, c_6). Model matematyczny opisujący kształt nasiona bobiku, okrywy nasiennej i liścieni za pomocą parametrycznej powierzchni przestrzennej należy uznać za zweryfikowany, jeżeli za pomocą dyskretnych powierzchni przestrzennych będzie możliwe wyznaczenie trzech podstawowych wymiarów nasiona bobiku, a tym samym zewnętrznych wymiarów okrywy nasiennej i liścieni, zbliżonych do wymiarów pochodzących z pomiarów.

Wyniki weryfikacji modeli powierzchni zewnętrznej okrywy nasiennej nasion bobiku odmiany Nadwiślański i ich liścieni reprezentowanych przez dyskretne powierzchnie przestrzenne są zamieszczone w tabeli 2, z której wynika, że dyskretne powierzchnie dokładnie przechodzą przez punkty określające podstawowe wymiary nasion bobiku i są takie same jak wymiary nasion pochodzące z pomiarów (błąd względny wynosi 0 tabela 3). Niewielkie różnice występują w przypadku modeli liścieni (maksymalny błąd względny wynosi 4.9% (tabela 3).

Tabela 2. Wyniki weryfikacji modeli nasion bobiku odmiany Nadwiślański ich okrywy nasiennej i liścieni reprezentowanych przez dyskretne powierzchnie przestrzenne

Table 2. Results of the verification models of faba bean seed varieties Nadwiślański their seed coat and the cotyledons are represented by discrete spatial surfaces

Wymiar, mm	Oznaczenie nasiona bobiku					
	1	2	3	4	5	6
Nasiona bobiku (zewnątrzne wymiary okrywy nasiennej)						
Długość (<i>a</i>)	12,7	10,1	13,6	11,8	11,0	13,6
Szerokość (<i>b</i>)	10,1	9,4	9,8	10,1	8,3	11,9
Grubość (<i>c</i>)	8,1	7,6	8,2	8,3	7,4	9,7
Liścienie lewy i prawy						
Długość (<i>a</i>)	12,1	9,6	12,9	11,2	10,5	12,9
Szerokość (<i>b</i>)	9,6	8,9	9,3	9,6	7,9	11,3
Grubość (<i>c</i>)	3,9	3,6	3,9	3,9	3,5	4,6

Źródło: Badania własne

Ze względu na to, że powierzchnia przestrzenna wyznaczona według przedstawionego modelu matematycznego zawsze przechodzi przez punkty określające rzeczywiste podstawowe wymiary nasion bobiku (okrywa nasiennej), a w przypadku liścieni błąd nie jest większy niż 4.9%, można uznać proponowany model matematyczny za zweryfikowany i można

go stosować do opisu kształtu nasion bobiku i jego podstawowych części morfologicznych.

Tabela 3. Błąd względny porównania wyników pomiaru z wynikami otrzymanymi z modelu matematycznego podstawowych wymiarów nasion bobiku odmiany Nadwiślański i ich okrywy nasiennej i liścieni

Table 3. Error relative comparison of measurement results with the results obtained from the mathematical model of the basic dimensions of faba bean seed varieties Nadwiślański and their seed coat and the cotyledons

Wymiar	Oznaczenie nasiona bobiku					
	1	2	3	4	5	6
	%	%	%	%	%	%
Nasiona bobiku (zewnątrzne wymiary okrywy nasiennej)						
Długość (<i>a</i>)	0	0	0	0	0	0
Szerokość (<i>b</i>)	0	0	0	0	0	0
Grubość (<i>c</i>)	0	0	0	0	0	0
Liścienie lewe						
Długość (<i>a</i>)	- 3,4	- 2,1	- 4	- 0,9	- 1,9	- 1,6
Szerokość (<i>b</i>)	- 4,3	- 2,3	- 4,5	- 2,1	- 3,9	- 2,7
Grubość (<i>c</i>)	0	0	- 2,6	4,9	2,8	- 2,2
Liścienie prawe						
Długość (<i>a</i>)	- 4,3	- 3,2	- 2,4	0	- 1	- 0,8
Szerokość (<i>b</i>)	- 3,2	1,1	- 3,3	- 2,1	- 2,6	- 0,9
Grubość (<i>c</i>)	- 2,7	2,7	2,5	0	0	4,2

Źródło: Badania własne

WNIOSKI

1. Proponowanym modelem matematycznym można opisać z wystarczającą dokładnością kształt nasion bobiku składających się z okrywy nasiennej i liścieni.
2. Pomiar trzech podstawowych wymiarów (długość, szerokość, grubość) nasiona bobiku wystarczy do opisu kształtu, proponowanym modelem matematycznym, nasion bobiku składających się z okrywy nasiennej i liścieni.

LITERATURA

- [1] **FLIS M., ZDUŃCZYK Z., SOBOTKA W. 1996.** *Możliwości zwiększenia przydatności paszowej bobiku i łubinu poprzez obtuskanie nasion.* Post. Nauk Rol., nr 5: 104-114.
- [2] **FOLEY, J. D., VAN DAM A., FEINER, S.K., HUGHES, J.F., PHILLIPS R. L. 2001.** Wprowadzenie do grafiki komputerowej. WNT, Warszawa, ISBN 83-204-2662-6.
- [3] **GIELIS J. 2003.** *A generic geometric transformation that unifies a wide range of natural, and abstract shapes.* American Journal of Botany, 90(3), 333-338.

- [4] **GIELIS J., T. GERATS. 2004.** A botanical perspective on modeling plants and plant shapes in computer graphics. International Conference on Computer, Communication and Control Technologies. Austin, Texas.
- [5] **GRZESIUŁ S., KULKA K. 1981.** Fizjologia i biochemia nasion. PWRiL, Warszawa.
- [6] **JERZAK M. A., D. CZERWIŃSKA-KAYZER, J. FLOREK, M. ŚMIGŁAK-KRAJEWSKA. 2012.** *Determinanty produkcji roślin strączkowych jako alternatywnego źródła białka – w ramach nowego obszaru polityki rolnej w Polsce.* Roczniki Nauk Rolniczych, Seria G, T. 99, z. 1.
- [7] **KICIAK, P. 2000.** Podstawy modelowania krzywych i powierzchni. Zastosowania w grafice komputerowej. WNT, Warszawa, ISBN 83-204-2464-X.
- [8] **KULIG B., E. PISULEWSKA, A. SAJDAK. 2007.** *Wpływ ilości wysiewu na plonowanie oraz wielkość powierzchni asymilacyjnej wybranych odmian bobiku.* Zeszyty Problemowe Postępów Nauk Rolniczych, z. 522: 263-270.
- [9] **ŁYSIAK G., J. LASKOWSKI. 2004.** *Investigation of mechanical properties of faba bean for grinding behavior prediction.* Acta Agrophysica, 4(3), 753-762.
- [10] **MAJCHRZYCKI D., PEPLIŃSKI B., BAUM R. 2002.** *Oplacalność uprawy roślin strączkowych jako alternatywnego źródła białka paszowego.* „Roczniki Akademii Rolniczej” t. CCCXLIII, Poznań, 129-136.
- [11] **MIESZKALSKI L. 1993.** Studia nad procesem obłuskiwania nasion bobiku. Acta Academiae Agriculturae Ac Technice Olstenensis, (444), Agricultura Nr 56, Supplementum A. Rozprawa habilitacyjna). Wydawnictwo ART. Olsztyn.
- [12] **MIESZKALSKI L., R. LEWANDOWSKI. 1996.** *Modelowanie bryły nasiona bobiku na potrzeby matematycznego opisu procesu obłuskiwania.* Zeszyty Problemowe Nauk Rolniczych, z 443, 255-263.
- [13] **MIESZKALSKI L. 1999.** Matematyczne modelowanie procesu obłuskiwania nasion. Rozprawy i monografie. Nr 15. Wydawnictwo ART. Olsztyn.
- [14] **MIESZKALSKI L. 2012.** *Metoda matematycznego modelowania kształtu części morfologicznych główki czosnku (Allium sativum L.) za pomocą krzywych przestrzennych.* Postępy Techniki Przetwórstwa Spożywczego, nr 1, 60-65.
- [15] **PODLEŚNY J. 2005.** *Rośliny strączkowe w Polsce – perspektywy uprawy i wykorzystanie nasion.* „Acta Agrophysica”, 6(1), 213-224.
- [16] **SZOT B. 1987.** Przegląd stosowanych statycznych metod badania właściwości mechanicznych roślin i płodów rolnych. Zesz. Probl. Post. Nauk Rol., 320.