



Jakub LEWANDOWSKI ORCID 0000-0001-6209-6157  
Robert PILCH ORCID 0000-0003-2342-5776  
Maksymilian SMOLNIK ORCID 0000-0003-0753-5190  
*AGH University of Science and Technology (Akademia Górniczo-Hutnicza)*

## VERIFICATION OF THE RENEWAL STRATEGY OBTAINED USING A MODIFIED DECISION-RANDOM MODEL

### Weryfikacja strategii odnawiania uzyskanej za pomocą zmodyfikowanego modelu decyzyjno-losowego

**Abstract:** *The paper presents a verification of the preventive renewal strategies obtained with the decision-random models modified to take into consideration the diverse nature of maintenance activities. The analysis of the obtained strategies was performed by simulation, considering changes to the input values. The costs and numbers of maintenance activities were summarized depending on the individual values, and the total costs of the strategies obtained from the model were compared with strategies assuming renewal every shorter and longer period. This allowed conclusions to be made about the economic viability of using the presented algorithm.*

**Keywords:** renewal strategy, decision-random model, verification of a renewal strategy

**Streszczenie:** *W artykule przedstawiono weryfikację strategii odnowy profilaktycznej uzyskanej za pomocą modeli decyzyjno-losowych zmodyfikowanych celem uwzględnienia różnorodnego charakteru działań obsługowych. Analiza otrzymanych strategii została wykonana symulacyjnie, z uwzględnieniem zmian różnych wartości wejściowych. Zestawiono uzyskiwane koszty oraz liczby czynności obsługowych w zależności od poszczególnych wartości, a także porównano sumaryczne koszty strategii otrzymanych z modelu ze strategiami zakładającymi odnowę co krótszy i dłuższy czas. Pozwoliło to na sformułowanie wniosków dotyczących zasadności ekonomicznej wykorzystania przedmiotowego algorytmu.*

**Słowa kluczowe:** strategia odnowy, model decyzyjno-losowy, weryfikacja strategii odnowy



## **1. Introduction**

In the theory of use and maintenance of technical objects there are many models of preventive maintenance, with the help of which it is possible to determine the optimal time for carrying out the preventive maintenance operation of an object. The criterion function used in the Optimization usually takes into account the costs of preventive maintenance, costs resulting from the occurrence of a failure, other costs such as the current operation of the object and reliability characteristics determining the change in the probability of a failure of the object over time or the expected number of failures that may occur without preventive maintenance within a specified period. Due to different types of costs, reliability characteristics and principles of applying the renewal strategy, certain groups of renewal models can be distinguished: renewal models according to operating time (amount of work performed, number of cycles) [1], group renewal models [1], models taking into account incomplete renewal of the object after failure that occurs before the planned preventive renewal [2] and many others widely described in the literature [1–3]. Their modifications result from the needs and operating conditions of specific technical objects, as well as the desire to better match the renewal model and the criterion function to the operational conditions of the considered object [4]. The basic feature of most renewal models is the fact that the optimal preventive renewal time is determined in the range of an infinite time horizon, which does not always have to be met. Many currently functioning objects are designed and operated in a predetermined finite time horizon. Therefore, the search for the optimal renewal time should take into account this fact, which may significantly affect the legitimacy of performing the preventive renewal and its optimal time. This important information is considered in renewal models based on dynamic programming and Bellman's principle of optimality [5], called decision-random (MDL) models [6–8].

The study presents a modified MDL, which, apart from information on whether to renew or leave the object in use, also answers the question of how the renewal should be performed – which of the various renewal activities should be performed. This makes it possible to apply the possibility of preventive renewal with the use of various operations, occurring in the operational practice, which is characteristic of, for example, wheel tyres of rail vehicles (trams) [9]. The renewal strategy determined in this way in a finite time horizon makes it possible to determine the time of preventive renewal of this type of an object. Since the obtained strategy is the result of the developed modification of the classic MDL, there is a need to verify it. For this purpose, a simulation model was developed to verify the renewal strategy obtained according to the modified MDL. The presentation of the developed model and the analysis of the obtained results as well as the study of the impact of changes in the values of selected input parameters on the renewal strategies is the main goal of the study.

## **2. Renewal strategy according to the modified decision-random model (MDL)**

In classic MDL, it is assumed that the preventive and the post-failure maintenance both consist in restoring the initial reliability properties of the object. For the whole predetermined, finite time horizon, a set of decisions regarding the technical object is specified, which should be made every assumed unit period. In the standard version of MDL, the decision may be to renew or continue to use the object (without the preventive renewal). The choice is dictated by economic justification considered in the context of the risk of a possible failure. The cost of renewal, failure, the parameters of the probability distribution according to which the failure of the object occurs, as well as the length of the horizon and the period at which the decision is made are taken into account. On the basis of the above data, the values of failure risk potentials are calculated for each of the time intervals, from the end of the horizon to its beginning [6]. The values of the potentials for a given interval include the decision to be made in the next interval (calculated in the previous step), therefore all calculations in turn result in a clear sequence of decisions to be made over the entire time horizon. If the value of the potential adopting renewal is lower than of the potential for the object left in use, then the object should be renewed preventively – it means that the probability of failure is so high that it is more profitable to incur the cost of earlier preventive renewal than to risk a failure to the object and exposure to the cost of the failure itself, as well as the post-failure renewal which is its logical consequence. If the risk of the failure is small, then the value of the potential for the renewal action will be significantly higher, so it will be justified to continue using the object (without the preventive renewal).

The above methodology constitutes a simple and effective set of calculations for any given case, giving an answer to the question of when to renew the object preventively and when not. Therefore, it gives an answer to the number of renewal activities in the horizon, unfortunately it does not give any statement about their quality. And the renewal doesn't always have to be done through one type of activity. Technological operations may be different, depending on the technical requirements. Then, as a rule, their cost may be significantly different. Therefore, it is impossible to clearly determine whether the renewal is profitable, if it is not known which operation will be chosen, and consequently – what will be the cost of the specific preventive renewal.

This problem was raised in [10], where the problem of renewing using two operations was illustrated on the example of a tramcar wheel – tyre reprofiling (restoring its normative shape using a lathe) and its replacement. These activities vary in cost and duration. In addition, there is a relationship between one operation and another. At first glance, reprofiling may seem more cost-effective because it only requires machining the existing tyre, so there is no need for the cost of new material that is necessary for replacement. However, it has a major limitation – one tyre can be reprofiled a finite number of times, due to material limitations – a wheel of a rail vehicle has a diameter range defined by standards, below which it cannot be approved for use. Therefore, regardless of the economic

calculation, some renewals must be the replacement of the tyre. In [10] it was assumed that one tyre can be reprofiled twice – every third operation must be the replacement.

When defining a preventive renewal strategy, it should be taken into account that replacement will be more expensive than reprofiling. Therefore, when reprofiling will be more profitable than risking a failure when the object is released for use, replacement may still be too expensive. However, it should be borne in mind that without replacing the tyre, with every following interval the risk of a failure will increase to the limit value at which replacement will also become profitable. This would not have happened if the replacement had been forced and thus significantly reduced the cumulative risk of failure, and – important from the economic point of view – enabled further cheaper renewal activities in the form of reprofiling. This action is justified from the point of view of safety, which is an absolute priority in the use of technical objects, but it can also be financially beneficial.

From the point of view of renewal planning, it is also important that operations take place at predictable, as even as possible intervals. If both reprofiling and replacement restore the wheel to the same condition in terms of reliability, it would be reasonable to carry them out at similar intervals. The algorithm presented in [10] analyzes the interval remaining to the end of the horizon from the point on the time axis where reprofiling would be economically reasonable, but is no longer feasible from the technical point of view. Then, it is iteratively compared whether it is more profitable to force replacement and enable further reprofiling, or to leave the wheel without renewal. This condition is checked at the moment when reprofiling is justified, therefore, if the calculation of the above costs also proves to be justified, it will be recommended at the reprofiling moment – and therefore regardless of the type of the renewal selected – it will take place at regular intervals.

In the calculation method described above, there are a number of dependencies – both between renewal and failure, but also between the types of the renewal itself. Due to this, there are many factors that affect the strategy and may determine its correctness, as well as the legitimacy of implementation in reality. Therefore, it is important to verify it by simulation.

### **3. Strategy verification method**

The conducted verification of the preventive renewal strategies obtained using the developed decision-random model was in the nature of simulation research. This study consisted of several main stages.

First, the input values necessary to determine the renewal strategy with the use of the considered tool were adopted. Their ranges were selected in order to carry out subsequent simulation verification of the correct functioning of the initial renewal model. Therefore, such values and their proportions were selected that should (intuitively and reasonably) lead to the expected changes in the obtained renewal strategies and certain operational effects (determined by the simulation). For example: the selection of the value of the operation time to preventive maintenance of the object (i.e. its maintenance interval) different from

the value determined using the renewal model should lead to increased operating costs in the assumed time horizon – of course, compared to the simulation results for the value determined using the same model and leaving the other input values unchanged.

After determining individual preventive maintenance strategies (and the value of the maintenance interval – otherwise “time to renewal”), simulation tests were carried out.

The use and maintenance process of a simple (in terms of reliability) and renewable object was simulated, each renewal of which is a complete renewal. Attention should be paid to the adopted assumption that regardless of whether the renewal consists in replacing or regenerating the object, it always brings the same reliability effect. In addition, in accordance with the discussed technical conditions of the operation of the object, always after two events consisting in its regeneration, the next renewal is associated with its replacement – and this cycle of activities is maintained regardless of whether (and in what order) post-failure or preventive maintenance occurs during the operation. After each replacement, it is possible to regenerate twice again, etc.

The considered sub-processes in the use and maintenance process are:

- operation (use) of the object,
- post-failure renewal of the object (immediately after its failure occurs, assuming zero renewal time) – and depending on the current situation in the use and maintenance process it consists in replacing or regenerating the object,
- preventive renewal of the object (only at a certain age – i.e. after the time of operation determined by the analyzed modified MDL, assuming zero duration of the renewal) – and depending on the current situation in the use and maintenance process it consists in replacing or regenerating the object.

The above sub-processes are carried out within the entire assumed time horizon of use and maintenance in each simulation test. Therefore, a single complete simulation experiment required the following input data:

- number of simulation tests,
- the length of the test time horizon,
- forms and parameters of the probability distribution of the time to failure of the object,
- time to preventive maintenance (maintenance interval),
- the cost of renewing the object (in the event of a failure or preventively, and through regeneration or replacement).

As a part of each simulation test, the moments of failure of the considered object are determined by the application of a random numbers generator. As already mentioned, each time a failure occurs, a post-failure renewal is carried out. In addition, within the entire time horizon of the test, preventive renewal of the object is carried out – always after the assumed time of operation (i.e. at a fixed age – which is the data for calculations). Within each test, the following values are recorded:

- number of maintenance activities consisting in post-failure renewal through regeneration,
- number of maintenance activities consisting in post-failure renewal by replacement,

- number of maintenance activities involving preventive renewal through regeneration,
- number of preventive maintenance by replacement,
- time from the last renewal to the end of the time horizon,
- the sum of operating costs (expenses related to the removal of failures and preventive renewal).

For a set of input data, after a given number of tests (trials), the average values of the above indexes are determined (based on the results of the individual tests) and they are the final results of the given simulation experiment. The individual sets of data used and the results obtained are presented in the next chapter of this study.

## 4. Exemplary calculations and results

The presented modified model based on the classic MDL allows to obtain renewal strategies and the resulting renewal times of a considered object. In the developed simulation computational model, it is possible to verify whether the designated renewal time is optimal. This is done by comparing the failure rate of the object and the cost of applying the strategy considering the scheduled preventive renewal time with the results for shorter and longer renewal periods. Sample calculation results for different cases are presented in tables 1–4.

Calculations were made for the probability distribution of the operating time to failure of the object assumed to be consistent with the Weibull distribution with the probability density function in the form:

$$f(t) = v \cdot \left(\frac{1}{b}\right)^v \cdot t^{v-1} \cdot e^{-\left(\frac{t}{b}\right)^v} \quad (1)$$

where:

$v$  – shape parameter [-],

$b$  – scale parameter [days].

In addition, to increase the credibility of the comparison, the calculations were performed for several different values of shape and scale parameters. The number of simulation repetitions to estimate the result values in each case was 1000, the time horizon  $T$  of the analysis was 3660 days, and the basic time interval  $\Delta t$  in the calculations was assumed to be 30 days. The notations used in the tables are as follows:

- $O$  [days] – optimal time interval obtained for the preventive maintenance,
- $kas$  [monetary unit] – cost of a failure (without taking into account the costs of the subsequent renewal),
- $kw$  [monetary unit] – cost of replacing the object,
- $kr$  [monetary unit] – cost of regeneration of the object,
- $Ks$  [monetary unit] – total cost of failures and all renewals,

- Ras (Was) [-] – average number of post-failure regenerations (replacements),
- Rps (Wps) [-] – average number of preventive regenerations (replacements),
- tos [days] – the average moment of the last renewal before the end of the time horizon.

The values changed in the compared cases are additionally bolded. Simulation calculations were always performed assuming renewal at the higher limit value of the range O.

**Table 1**

**Exemplary calculation results – change of the shape parameter in Weibull distribution of operation time to failure**

<b>1a</b>	<b><math>\nu=1.5</math></b>	b = 600	kas = 500	kw = 100	kr = 50	Ks
O: 180 – 210	Ras: 2.509	Was: 1.111	Rps: 10.798	Wps: 5.020	tos: 3562.7	3088.5
O: 210 – 240	Ras: 2.685	Was: 1.166	Rps: 9.257	Wps: 4.221	tos: 3545.4	3061.3
O: 240 – 270	Ras: 2.793	Was: 1.232	Rps: 7.997	Wps: 3.728	tos: 3529.0	3048.0
O: 270 – 300	Ras: 2.956	Was: 1.363	Rps: 7.090	Wps: 3.114	tos: 3520.2	3109.5
<b>1b</b>						
<b>1b</b>	<b><math>\nu=1.25</math></b>	b = 600	kas = 500	kw = 100	kr = 50	Ks
O: 360 – 390	Ras: 3.899	Was: 1.721	Rps: 4.816	Wps: 2.166	tos: 3488.9	3634.4
O: 390 – 420	Ras: 3.938	Was: 1.680	Rps: 4.354	Wps: 1.956	tos: 3474.8	3587.2
O: 420 – 450	Ras: 4.007	Was: 1.762	Rps: 3.982	Wps: 1.708	tos: 3458.9	3630.9
<b>1c</b>						
<b>1c</b>	<b><math>\nu=1.1</math></b>	b = 600	kas = 500	kw = 100	kr = 50	Ks
O: 1110 – 1140	Ras: 4.853	Was: 2.023	Rps: 0.742	Wps: 0.290	tos: 3272.0	3949.1
O: 1140 – 1170	Ras: 4.782	Was: 1.972	Rps: 0.710	Wps: 0.287	tos: 3255.2	3877.5
O: 1170 – 1200	Ras: 4.891	Was: 2	Rps: 0.657	Wps: 0.273	tos: 3267.5	3950.2
<b>1d</b>						
<b>1d</b>	<b><math>\nu=2.2</math></b>	b = 600	kas = 500	kw = 100	kr = 50	Ks
O: 180 – 210	Ras: 1.192	Was: 0.535	Rps: 11.276	Wps: 5.467	tos: 3554.9	2087.1
O: 150 – 180	Ras: 0.998	Was: 0.496	Rps: 13.305	Wps: 6.505	tos: 3571.9	2162.2
O: 210 – 240	Ras: 1.401	Was: 0.658	Rps: 9.972	Wps: 4.380	tos: 3546.9	2101.9
O: 240 – 270	Ras: 1.592	Was: 0.716	Rps: 8.550	Wps: 3.928	tos: 3523.9	2125.5

**Table 2**

**Exemplary calculation results – change in the cost of a failure**

<b>2a</b>	$\nu=1.5$	b = 600	<b>kas = 500</b>	kw = 100	kr = 50	Ks
O: 210 – 240	Ras: 2.705	Was: 1.238	Rps: 9.282	Wps: 4.211	tos: 3546.4	3115.7
O: 240 – 270	Ras: 2.810	Was: 1.291	Rps: 7.985	Wps: 3.685	tos: 3531.9	3087.9

**Table 2 cont.**

O: 270 – 300	Ras: 3.059	Was: 1.303	Rps: 6.992	Wps: 3.156	tos: 3522.3	3129.4
<b>2b</b>	$\nu = 1.5$	b = 600	<b>kas = 200</b>	kw = 100	kr = 50	Ks
O: 450 – 480	Ras: 3.784	Was: 1.597	Rps: 3.559	Wps: 1.590	tos: 3453.0	1762.1
O: 480 – 510	Ras: 3.772	Was: 1.616	Rps: 3.225	Wps: 1.409	tos: 3430.7	1729.9
O: 510 – 540	Ras: 3.885	Was: 1.664	Rps: 2.942	Wps: 1.281	tos: 3425.6	1745.7
<b>2c</b>	$\nu = 1.5$	b = 600	<b>kas = 100</b>	kw = 100	kr = 50	Ks
O: 870 – 900	Ras: 4.842	Was: 2.001	Rps: 0.891	Wps: 0.371	tos: 3332.3	1208.6
O: 900 – 930	Ras: 4.812	Was: 2.007	Rps: 0.831	Wps: 0.316	tos: 3330.5	1196.3
O: 930 – 960	Ras: 4.825	Was: 1.972	Rps: 0.741	Wps: 0.301	tos: 3337.8	1185.3

**Table 3**

**Exemplary calculation results – change in the replacement cost**

<b>3a</b>	$\nu = 1.5$	b = 600	kas = 500	<b>kw = 100</b>	kr = 50	Ks
O: 180 – 210	Ras: 2.528	Was: 1.211	Rps: 10.814	Wps: 4.917	tos: 3560.4	3149.4
O: 210 – 240	Ras: 2.643	Was: 1.197	Rps: 9.321	Wps: 4.184	tos: 3542.8	3056.3
O: 240 – 270	Ras: 2.855	Was: 1.290	Rps: 7.955	Wps: 3.688	tos: 3536.1	3110.8
O: 270 – 300	Ras: 3.039	Was: 1.305	Rps: 7.007	Wps: 3.160	tos: 3513.9	3120.8
<b>3b</b>	$\nu = 1.5$	b = 600	kas = 500	<b>kw = 75</b>	kr = 50	Ks
O: 180 – 210	Ras: 2.532	Was: 1.179	Rps: 10.779	Wps: 4.970	tos: 3559.6	2982.2
O: 210 – 240	Ras: 2.645	Was: 1.189	Rps: 9.297	Wps: 4.208	tos: 3546.3	2918.9
O: 240 – 270	Ras: 2.851	Was: 1.286	Rps: 7.939	Wps: 3.703	tos: 3532.3	2982.2
<b>3c</b>	$\nu = 1.5$	b = 600	kas = 500	<b>kw = 50</b>	kr = 50	Ks
O: 150 – 180	Ras: 2.260	Was: 1.107	Rps: 12.894	Wps: 5.979	tos: 3574.4	2795.5
O: 180 – 210	Ras: 2.456	Was: 1.153	Rps: 10.845	Wps: 4.985	tos: 3559.9	2776.4
O: 210 – 240	Ras: 2.622	Was: 1.233	Rps: 9.323	Wps: 4.178	tos: 3546.9	2795.3

**Table 4**

**Exemplary calculation results – change in the cost of regeneration**

<b>4a</b>	$\nu = 1.5$	b = 600	kas = 500	kw = 100	<b>kr = 80</b>	Ks
O: 270 – 300	Ras: 3.064	Was: 1.356	Rps: 7.019	Wps: 3.116	tos: 3520.6	3463.8
O: 300 – 330	Ras: 3.166	Was: 1.398	Rps: 6.171	Wps: 2.793	tos: 3514.2	3448.1
O: 330 – 360	Ras: 3.245	Was: 1.522	Rps: 5.502	Wps: 2.421	tos: 3498.4	3477.6



**Table 4 cont.**

<b>4b</b>	$\nu = 1.5$	$b = 600$	$kas = 500$	$kw = 100$	<b>kr = 40</b>	$K_s$
O: 180 – 210	Ras: 2.442	Was: 1.176	Rps: 10.846	Wps: 4.955	tos: 3559.2	2953.6
O: 210 - 240	Ras: 2.584	Was: 1.203	Rps: 9.349	Wps: 4.190	tos: 3546.9	2910.1
O: 240 – 270	Ras: 2.829	Was: 1.314	Rps: 7.958	Wps: 3.640	tos: 3529.8	2998.4
<hr/>						
<b>4c</b>	$\nu = 1.5$	$b = 600$	$kas = 500$	$kw = 100$	<b>kr = 10</b>	$K_s$
O: 90 – 120	Ras: 1.902	Was: 0.860	Rps: 19.930	Wps: 9.423	tos: 3601.7	2627.2
O: 120 – 150	Ras: 2.026	Was: 0.989	Rps: 15.792	Wps: 7.303	tos: 3584.8	2514.9
O: 150 – 180	Ras: 2.331	Was: 1.061	Rps: 12.824	Wps: 6.032	tos: 3575.8	2556.9
O: 180 – 210	Ras: 2.564	Was: 1.110	Rps: 10.733	Wps: 5.037	tos: 3559.1	2584.7

Gray was applied to highlight the strategies that were determined to be optimal during calculations using the modified MDL. In addition to it, the table also presents the strategies considering renewal for intervals shorter and longer by an additional  $\Delta t$ , for comparison of the strategy costs and the possibility of determining whether the strategy obtained by the calculation is indeed optimal from an economic point of view.

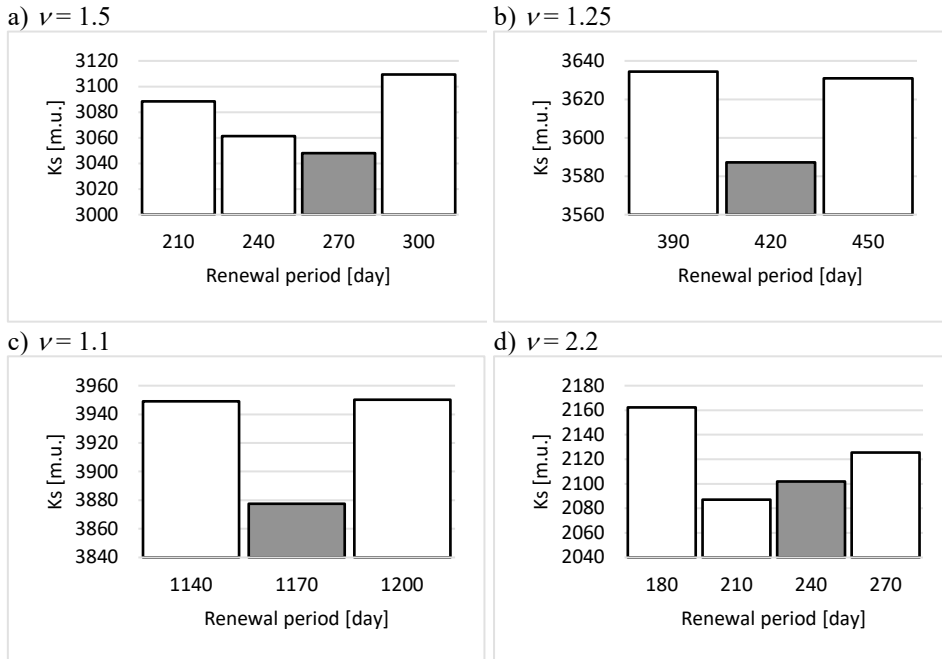
The calculation provides information on the interval in which the preventive renewal should be performed. It is never one specific point on the timeline, but the entire  $\Delta t$  interval. In the case of 1a, an interval of 240–270 days was indicated. Simulation calculations were carried out for the higher limits of the interval, so 270 days was used to base the cost of the strategy. However, since a renewal may fall between 240 and 270 days, it is fully understandable that a strategy calculated for renewals performed every 240 days may have a lower cost. This is noticeable in several cases and may be related to the fact that the renewal should be performed closer to 240 days than 270 days. For additional verification, for case 3a, calculations were made with a smaller  $\Delta t$  and renewal intervals were obtained:

- for  $\Delta t = 5$  days the preventive renewal interval: 255–260 days,
- for  $\Delta t = 2$  days preventive renewal interval: 256–258 days,
- for  $\Delta t = 1$  day preventive renewal interval: 257–258 days.

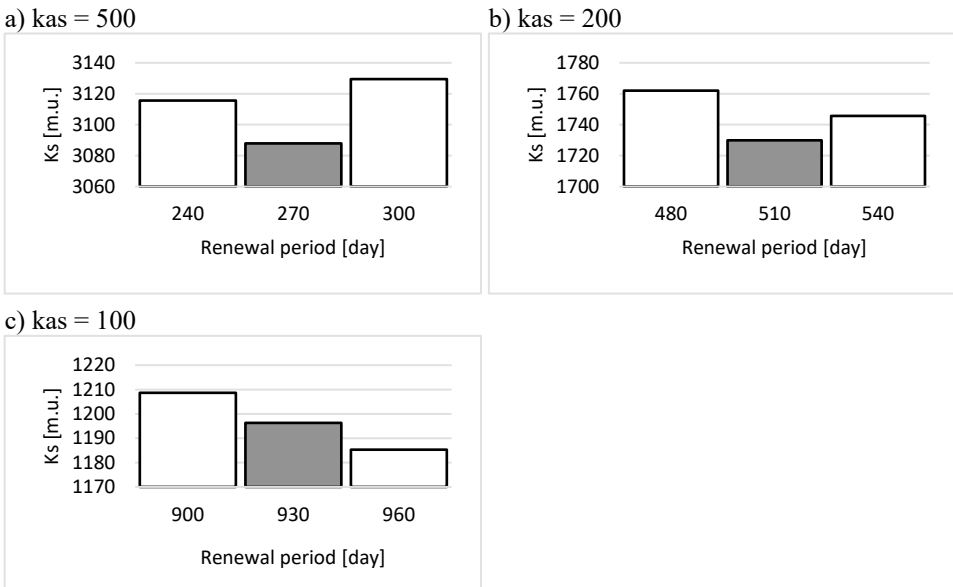
It can be seen that the renewal in the interval of 240–270 days is recommended close to the middle of this interval, so it is understandable that during simulation calculations the cost of the strategy for the value of 240 days could be lower than for 270 days.

Of all the calculations above, only one case (subsection 2c in the table) has a lower total strategy cost estimated for the period that is one  $\Delta t$  larger than the one calculated using MDL. Due to the small difference in values and the random nature of the simulation variables, this can be treated as an acceptable computational error, because in all other cases the strategy determined by MDL (for a higher or lower limit value) has the lowest cost among those compared.

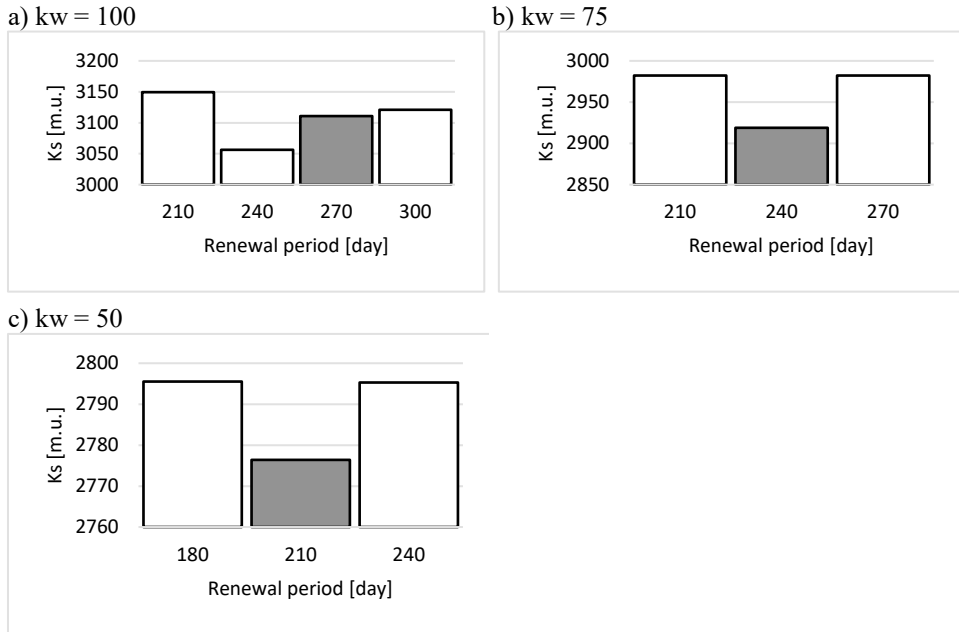
To improve the readability of the results, the graphs shown in Figures 1–4, derived from Tables 1–4, respectively, were also drawn up, showing the dependence of the cost of applying the strategy as a function of the renewal period.



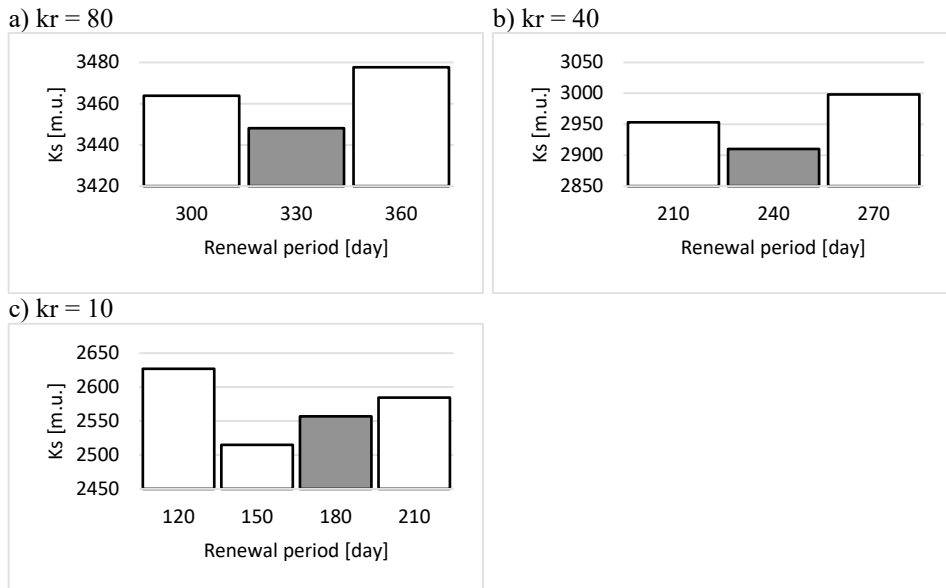
**Fig. 1.** Relationship between the cost of the strategy and the renewal period when changing the shape parameter ( $\nu$ ) of the probability distribution of operation time to failure



**Fig. 2.** Relationship between the cost of the strategy and the renewal period when changing the cost of a failure ( $k_{as}$ )



**Fig. 3.** Relationship between the cost of the strategy and the renewal period when changing the replacement cost ( $k_w$ )



**Fig. 4.** Relationship of the strategy cost to the renewal period when changing the regeneration cost ( $k_r$ )

Based on the obtained results, it can be seen that in virtually all cases the renewal period obtained using the modified MDL is optimal. This was confirmed by showing the costs of applying the strategy with such a renewal period in the simulated use and maintenance process and for shorter and longer periods. In case 3a, after performing additional calculations, increasing the accuracy of determining the renewal period, a result was obtained on the basis of which the lower cost of applying the strategy for a different renewal time than determined according to the modified MDL can be explained.

## **5. Conclusions**

This study highlights the two most important aspects of the analysis and verification of renewal strategies developed on the basis of modified decision-random models.

The first is the understandable influence of the input values on the strategy. It should be noted that the higher the assumed failure cost and/or the lower the cost of individual types of maintenance, the greater the number of preventive maintenance activities. Similarly, the impact of the parameters of the probability distribution according to which the failures to a given group of objects occur is noticeable. A detailed analysis of the influence of parameters on the calculated strategy can be found in [11].

The second is directly related to the estimated total cost of the application of a given strategy. The one obtained from the decision-random model should be optimal in economic terms. However, it is calculated taking into account a number of probabilistic dependencies, so the reality may verify the financial account in a way different from the assumed one. However, the simulation verification showed (with some understandable exceptions) that the strategy obtained using the mentioned model is the optimal strategy.

The above analysis confirms the legitimacy of the use of the algorithms based on decision-random models, because in a simple way it allows to optimize maintenance processes – and these, from the operator's point of view, should always be focused on maximizing the reliability of the object while maintaining economic viability.

### ***Acknowledgement***

*The research was performed in the framework of a research program done at the AGH University of Science and Technology in Cracow, at the Faculty of Mechanical Engineering and Robotics, the contract number – subsidy 16.16.130.942.*

## **6. References**

1. S. Werbińska-Wojciechowska, Technical system maintenance, Springer Nature Switzerland AG, Cham, 2019.

2. J. Karpiński, S. Firkowicz, *Zasady profilaktyki obiektów technicznych*, PWN, Warszawa, 1981.
3. M. Bartholomew-Biggs, B. Christianson, M. Zuo, „Optimizing preventive maintenance models”, *Computational Optimization and Applications*, 35: 261–279, 2006.
4. F.G. Badia, M.D. Berrade, C.A. Campos, „Optimal inspection and preventive maintenance of units with revealed and unrevealed failures”, *Reliability Engineering and System Safety*, 78: 157–163, 2002.
5. R.E. Bellman, S.E. Dreyfus, *Programowanie dynamiczne (zastosowanie)*. PWE, Warszawa, 1967.
6. J.M. Dethoor, J.L. Groboillot, *Trwałość urządzeń technicznych*, Warszawa: WNT, 1971.
7. R. Pilch, „Determination of preventive maintenance time for milling assemblies used in coal mills”, *Journal of Machine Construction and Maintenance*, 1: 81–86, 2021.
8. J. Szybka, „Zastosowanie modeli decyzyjno-losowych w wyznaczaniu strategii odnow profilaktycznych”, *Zagadnienia Eksploatacji Maszyn*, 1-2, 113–124, 1993.
9. G. Zając, S. Jurga, „Badania trwałości obręczy kół tramwajowych eksploatowanych w MPK S.A. w Krakowie”, *Problemy Eksploatacji*, 2: 139–148, 2009.
10. J. Lewandowski, “Preventive renewal model with diverse maintenance activities”, *Journal of KONBiN*, vol. 52 (1): 51–72, 2021.  
Available <https://journalofkonbin.com/resources/html/article/details?id=236193>.
11. J. Lewandowski, „Analiza modelu obliczeniowego do wyznaczania strategii odnowy wybranych części pojazdów szynowych”, In *Proc. Nowoczesne technologie i systemy zarządzania w transporcie szynowym: NOVKOL 2022*. Stowarzyszenie Inżynierów i Techników Komunikacji Rzeczpospolitej Polskiej. Oddział w Krakowie, 2022, pp. 163–177.

# **WERYFIKACJA STRATEGII ODNAWIANIA UZYSKANEJ ZA POMOCĄ ZMODYFIKOWANEGO MODELU DECYZYJNO-LOSOWEGO**

## **1. Wstęp**

W teorii eksploatacji funkcjonuje (i opracowywanych jest nadal) wiele modeli odnawiania prewencyjnego, za pomocą których możliwe jest określenie optymalnego czasu przeprowadzenia operacji odnowy prewencyjnej obiektu technicznego. Funkcja kryterialna wykorzystywana w optymalizacji uwzględnia zazwyczaj koszty odnowy prewencyjnej, koszty wynikające z wystąpienia uszkodzenia, inne koszty, jak np. bieżącej eksploatacji obiektu, oraz charakterystyki niezawodnościowe określające zmianę prawdopodobieństwa uszkodzenia się obiektu w czasie czy też oczekiwaną liczbę uszkodzeń, jakie bez odnawiania prewencyjnego, mogą się pojawić w określonym przedziale czasu. Ze względu na różne rodzaje kosztów, charakterystyk niezawodnościowych i zasady stosowania strategii odnawiania wyróżnić można pewne grupy modeli odnawiania: modele odnowy wg czasu pracy (ilości wykonanej pracy, liczby cykli) [1], modele odnowy grupowej [1], modele uwzględniające niepełną odnowę obiektu po uszkodzeniu, które pojawi się przed planowaną odnową prewencyjną [2] i wiele innych opisywanych szeroko w literaturze [1-3]. Ich modyfikacje wynikają z potrzeb i warunków eksploatacji konkretnych obiektów technicznych, a także dążenia do lepszego dopasowania modelu odnawiania i funkcji kryterialnej do uwarunkowań eksploatacyjnych rozważanego obiektu technicznego [4]. Podstawową cechą większości modeli odnawiania jest fakt, że poszukiwany optymalny czas odnowy prewencyjnej określany jest w zakresie nieskończonego horyzontu czasowego, co nie zawsze musi być spełnione. Wiele eksploatowanych współcześnie obiektów jest projektowane i eksploatowane w z góry założonym skończonym horyzoncie czasowym. Stąd też poszukiwanie optymalnego czasu odnawiania powinno uwzględniać ten fakt, mogący znacząco wpływać na zasadność wykonywania i optymalny czas odnowy prewencyjnej. Ta istotna informacja jest uwzględniana w modelach odnawiania opartych na programowaniu dynamicznym i zasadzie optymalności Bellmana [5], zwanych modelami decyzyjno-losowymi (MDL) [6–8].

W opracowaniu przedstawiono zmodyfikowany MDL, który poza informacją o tym, czy odnawiać, czy też pozostawić obiekt w użytkowaniu, odpowiada jeszcze na pytanie, w jaki sposób odnowa powinna przebiegać – które z różnych działań odnawiających powinno zostać wykonane. Pozwala to uwzględnić występującą w praktyce eksploatacyjnej możliwość odnawiania profilaktycznego z wykorzystaniem różnych operacji, która jest charakterystyczna dla np. obręczy kół pojazdów szynowych (tramwaje) [9]. Wyznaczona w ten sposób strategia odnawiania w skończonym horyzoncie czasowym umożliwia

określenie czasu odnowy prewencyjnej tego typu obiektu. Ponieważ uzyskiwana strategia jest efektem opracowanej modyfikacji klasycznego MDL zachodzi potrzeba jej weryfikacji. W tym celu opracowano symulacyjny model do weryfikacji strategii odnawiania uzyskanej wg zmodyfikowanego MDL. Prezentacja opracowanego modelu oraz analiza uzyskiwanych wyników i badanie wpływu zmian wartości wybranych parametrów wejściowych na strategię odnawiania są zasadniczym celem opracowania.

## **2. Strategia odnawiania wg zmodyfikowanego modelu decyzyjno-losowego (MDL)**

W klasycznym MDL zakłada się, że odnowa prewencyjna oraz poawaryjna polega na przywróceniu początkowych własności niezawodnościowych obiektowi. Dla całości z góry określonego, skończonego horyzontu czasowego precyzowany jest zestaw decyzji co do obiektu technicznego, które należy podjąć co założony okres jednostkowy. W standardowym wydaniu MDL decyzją może być odnowa lub dalsze użytkowanie obiektu. Wybór podyktowany jest zasadnością ekonomiczną rozpatrywaną w kontekście zagrożenia ewentualną awarią. Uwzględnia się koszt odnowy, awarii, parametry rozkładu prawdopodobieństwa, zgodnie z którym występują uszkodzenia obiektu, a także długość horyzontu i okres, co który podejmowana jest decyzja. Na podstawie powyższych danych obliczane są wartości potencjałów zagrożenia awarią dla każdego z przedziałów czasowych, począwszy od końca horyzontu do jego początku [6]. Wartości potencjałów dla danego przedziału zawierają w sobie decyzję, którą należy podjąć w przedziale następnym (obliczoną w poprzednim kroku), dlatego też ze wszystkich obliczeń po kolei wychodzi jasny ciąg decyzji, które należy podjąć na przestrzeni całego horyzontu czasowego. Jeśli wartość potencjału zakładająca odnowę jest niższa od potencjału dla obiektu pozostawionego w użytkowaniu, to należy obiekt odnowić profilaktycznie – oznacza to bowiem, że prawdopodobieństwo awarii jest na tyle duże, że bardziej opłaca się ponieść koszt wcześniejszej odnowy profilaktycznej, niż ryzykować uszkodzenie obiektu i narażenie na koszt samej awarii, jak i odnowy będącej jej logicznym następstwem. Jeśli zagrożenie awarią jest niewielkie, wówczas wartość potencjału dla działania odnawiającego będzie znacznie wyższa, zatem zasadne będzie dalsze użytkowanie obiektu.

Powyższa metodyka to prosty i efektywny zestaw obliczeń dla dowolnego rozważanego przypadku, dający odpowiedź na pytanie, kiedy należy odnawiać profilaktycznie, a kiedy nie. Daje zatem odpowiedź na liczbę działań odnawiających w horyzoncie, niestety nie daje żadnej wypowiedzi na temat ich jakości. A odnowa nie zawsze musi być wykonywana poprzez jeden rodzaj działania. Operacje technologiczne mogą być różne, w zależności od technicznych wymagań. Wówczas, co do zasady, znacząco różny może być ich koszt. Dlatego niemożliwe jest jednoznaczne określenie tego, czy odnowa się opłaca, jeśli nie wiadomo do końca, która operacja zostanie wybrana, a w konsekwencji – jaki będzie koszt konkretnej odnowy profilaktycznej.

Problem ten został poruszony w [10], gdzie na przykładzie koła tramwajowego zilustrowano problem odnowy z wykorzystaniem dwóch operacji – reprofilacji obręczy (przywrócenia jej normatywnego zarysu na tokarce) oraz jej wymiany. Są to działania o różnym koszcie i czasie trwania. Ponadto istnieje związek między jedną operacją a drugą. Reprofilacja może wydawać się bardziej opłacalna, ponieważ wymaga jedynie toczenia istniejącej obręczy, nie ponosi się zatem kosztu nowego materiału, który jest konieczny przy wymianie. Ma jednak zasadnicze ograniczenie – reprofilować jedną obręcz można skończoną liczbę razy z uwagi na ograniczenia materiałowe – koło pojazdu szynowego ma określony normami zakres średnicy, poniżej którego nie może zostać dopuszczone do użytku. Zatem, niezależnie od rachunku ekonomicznego, pewne odnowy muszą się wiązać z wymianą obręczy. W [10] założono, że jedna obręcz może być reprofilowana dwa razy – co trzecia operacja musi być wymianą.

Określając strategię profilaktyczną, należy uwzględnić fakt, że wymiana będzie operacją droższą od reprofilacji. Wobec tego, gdy reprofilacja będzie się bardziej opłacać od ryzykowania awarii przy dopuszczeniu obiektu do użytkowania, wymiana w dalszym ciągu może być zbyt droga. Należy jednak mieć na względzie to, że bez wymiany obręczy ryzyko awarii co przedział będzie narastać do wartości granicznej, w której opłacalna stanie się również wymiana. Nie miałyby to miejsca, gdyby wymiana została wymuszona i dzięki temu znacząco zmniejszyła kumulowane ryzyko awarii, a także – co istotne z ekonomicznego punktu widzenia – umożliwiła kolejne tańsze działania odnawiające w postaci znów możliwej reprofilacji. To działanie zasadne z punktu widzenia bezpieczeństwa, które jest bezwzględnym priorytetem w użytkowaniu obiektów technicznych, ale może być również korzystne finansowo.

Z punktu widzenia planowania odnowy istotne jest również, by operacje odbywały się w przewidywalnych, możliwie równych odstępach czasu. Jeśli zarówno reprofilacja, jak i wymiana przywraca koło do tego samego stanu w ujęciu niezawodnościowym, to zasadne byłoby przeprowadzać je w zbliżonych interwałach. Algorytm przedstawiony w [10] analizuje przedział pozostały do końca horyzontu od punktu na osi czasu, w którym reprofilacja byłaby zasadna ekonomicznie, ale nie jest już możliwa do realizacji z technicznego punktu widzenia. Wówczas iteracyjnie porównywane jest, czy bardziej opłaca się wymuszenie wymiany i umożliwienie dalszych reprofilacji, czy pozostawienie koła bez odnowy. Sprawdzenie tego warunku następuje w chwili, w której zasadna jest reprofilacja, dlatego jeśli z rachunku powyższych kosztów wymiana również okaże się zasadna, to zostanie ona zalecona w miejscu reprofilacji – a zatem niezależnie od wybranego rodzaju odnowy – będzie ona miała miejsce w równych odstępach czasu.

W opisaney powyżej metodzie obliczeniowej jest szereg zależności – zarówno między odnową, jak i awarią, ale także między rodzajami odnowy samej w sobie. Z uwagi na to wiele jest czynników, które mają wpływ na strategię i mogą stanowić o jej poprawności, a także zasadności wdrożenia w rzeczywistości. Istotna jest wobec tego jej weryfikacja w drodze symulacji.



### **3. Metoda weryfikacji strategii**

Przeprowadzona weryfikacja strategii odnowy prewencyjnej uzyskiwanych za pomocą opracowanego modelu decyzyjno-losowego miała charakter badań symulacyjnych. Badania te składały się z kilku zasadniczych etapów.

W pierwszej kolejności przyjęto wartości wejściowe niezbędne do wyznaczania strategii odnowy za pomocą rozważanego narzędzia. Ich zakresy dobrano pod kątem przeprowadzenia późniejszej weryfikacji symulacyjnej poprawności funkcjonowania wyjściowego modelu odnowy. Wybrano zatem takie wartości i ich proporcje, które powinny (intuicyjnie i zdroworozsądkowo) prowadzić do spodziewanych zmian uzyskiwanych strategii odnowy oraz niektórych efektów eksploatacyjnych (określanych symulacyjnie). Przykładowo: wybór wartości czasu eksploatacji do odnowy prewencyjnej obiektu (tj. jego interwału międzyobsługowego) różnej od wartości wyznaczonej za pomocą modelu odnowy powinien doprowadzić do uzyskania zwiększonych kosztów eksploatacyjnych w założonym horyzoncie czasowym – oczywiście w porównaniu z wynikami symulacji dla wartości wyznaczonej za pomocą tego samego modelu i przy pozostawieniu pozostałych wielkości wejściowych bez zmian.

Po wyznaczeniu poszczególnych strategii odnowy prewencyjnej (i wartości interwału międzyobsługowego – inaczej „czasu do odnowy”) przeprowadzono badania symulacyjne.

Symulowany był proces eksploatacji obiektu prostego (w znaczeniu niezawodnościowym) i odnawialnego, którego każda odnowa ma charakter odnowy całkowitej. Należy tu zwrócić uwagę na przyjęte założenie, że niezależnie od tego, czy odnowa polega na wymianie, czy regeneracji obiektu, zawsze przynosi ona taki sam efekt niezawodnościowy. Ponadto, zgodnie z omówionymi uwarunkowaniami technicznymi funkcjonowania obiektu, zawsze po dwóch zdarzeniach polegających na regeneracji obiektu kolejna odnowa wiąże się z jego wymianą – i taki cykl czynności jest zachowywany bez względu na to, czy (i w jakiej kolejności) występuje podczas eksploatacji odnowa poawaryjna albo prewencyjna. Po każdej wymianie możliwa jest znów dwukrotnie regeneracja itd.

Rozpatrywane podprocesy w procesie eksploatacji to:

- praca (użytkowanie) obiektu,
- odnawianie poawaryjne obiektu (natychmiast po wystąpieniu jego uszkodzenia, przy założeniu zerowego czasu trwania odnowy) – zależnie od aktualnej sytuacji w procesie eksploatacji polega na wymianie albo regeneracji obiektu,
- odnawianie profilaktyczne obiektu (tylko w ustalonym wieku – tj. po czasie pracy wyznaczonym za pomocą analizowanego zmodyfikowanego MDL, przy założeniu zerowego czasu trwania odnowy) – zależnie od aktualnej sytuacji w procesie eksploatacji polega na wymianie albo regeneracji obiektu.

Powyższe podprocesy prowadzone są w obrębie całego założonego horyzontu czasowego eksploatacji w każdej próbie symulacyjnej. Przeprowadzenie badania symulacyjnego wymagało zatem określenia następujących danych wejściowych:

- liczby prób symulacyjnych,
- długości horyzontu czasowego próby,

- postaci i parametrów rozkładu prawdopodobieństwa czasu do uszkodzenia obiektu,
- czasu do przeprowadzenia odnowy prewencyjnej (interwału międzyobsługowego),
- kosztu odnowienia obiektu (poawaryjnie albo prewencyjnie oraz poprzez regenerację albo wymianę).

W ramach każdej próby symulacyjnej drogą losowania wyznaczone są chwile występowania awarii rozpatrywanego obiektu. Jak już zaznaczono, każdorazowo wystąpienie awarii pociąga za sobą przeprowadzenie odnowy poawaryjnej. Ponadto, w obrębie całego horyzontu czasowego próby prowadzone jest odnawianie prewencyjne obiektu – zawsze po przyjętym czasie eksploatacji (tj. w ustalonym wieku – który stanowi daną do obliczeń). W ramach każdej próby rejestrowane są następujące wartości:

- liczba działań obsługowych polegających na odnowie poawaryjnej poprzez regenerację,
- liczba działań obsługowych polegających na odnowie poawaryjnej poprzez wymianę,
- liczba działań obsługowych polegających na odnowie prewencyjnej poprzez regenerację,
- liczba działań obsługowych polegających na odnowie prewencyjnej poprzez wymianę,
- czas od ostatniej odnowy do końca horyzontu czasowego,
- suma kosztów eksploatacyjnych (wydatków związanych z usuwaniem awarii oraz odnawianiem profilaktycznym).

Dla zestawu danych wejściowych, po przeprowadzeniu zadanej liczby prób wyznaczone są średnie wartości powyższych wskaźników (na podstawie wyników poszczególnych prób) i stanowią one końcowe wyniki danego eksperymentu symulacyjnego. Poszczególne zestawy wykorzystywanych danych oraz uzyskane wyniki przedstawiono w kolejnym rozdziale niniejszego opracowania.

## **4. Przykładowe obliczenia i wyniki**

Przedstawiony zmodyfikowany model oparty na klasycznym MDL pozwala uzyskiwać strategie odnawiania i wynikające z nich czasy odnowy rozważanego obiektu. W opracowanym symulacyjnym modelu obliczeniowym możliwa jest natomiast weryfikacja, czy wyznaczony czas odnowy jest optymalny. Dokonywane jest to na zasadzie porównywania awaryjności obiektu i kosztu zastosowania strategii przy wyznaczonym czasie odnawiania prewencyjnego z wynikami dla krótszych oraz dłuższych okresów odnawiania. Przykładowe wyniki obliczeń dla różnych przypadków zamieszczono w tabelach 1–4.

Obliczenia wykonano dla rozkładu prawdopodobieństwa czasu pracy do uszkodzenia obiektu założonego jako zgodny z rozkładem Weibulla z funkcją gęstości prawdopodobieństwa w postaci:

$$f(t) = v \cdot \left(\frac{1}{b}\right)^v \cdot t^{v-1} \cdot e^{-\left(\frac{t}{b}\right)^v} \quad (1)$$

gdzie:

$v$  – parametr kształtu [-],

$b$  – parametr skali [dni].

Dodatkowo, w celu zwiększenia wiarygodności porównania obliczenia wykonano dla kilku różnych wartości parametrów kształtu i skali. Liczba powtórzeń symulacji do oszacowania wartości wynikowych w każdym przypadku wynosiła 1000, horyzont czasowy analizy  $T$  wyniósł 3660 dni, a podstawowy przedział czasu w obliczeniach  $\Delta t$  przyjęto równy 30 dni. Oznaczenia zastosowane w tabeli są następujące:

- $O$  [dni] – uzyskany optymalny przedział czasu do wykonania odnowy prewencyjnej,
- $kas$  [j.p.] – koszt awarii (bez uwzględnienia kosztów następującej po niej odnowy),
- $kw$  [j.p.] – koszt wymiany obiektu,
- $kr$  [j.p.] – koszt regeneracji obiektu,
- $Ks$  [j.p.] – sumaryczny koszt awarii oraz wszystkich odnow,
- $Ras$  (Was) [-] – średnia liczba regeneracji (wymian) poawaryjnych,
- $Rps$  (Wps) [-] – średnia liczba regeneracji (wymian) profilaktycznych,
- $tos$  [dni] – średni czas od ostatniej odnowy do końca horyzontu czasowego.

Wartości zmieniane w porównywanych przypadkach są dodatkowo pogrubione. Obliczenia symulacyjne wykonywano zawsze zakładając odnowę co wyższą wartość graniczną przedziału  $O$ .

**Tabela 1**

**Przykładowe wyniki obliczeń – zmiana parametru kształtu w rozkładzie Weibulla czasu pracy do uszkodzenia**

<b>1a</b>	<b><math>v = 1,5</math></b>	$b = 600$	$kas = 500$	$kw = 100$	$kr = 50$	$Ks$
O: 180 – 210	Ras: 2,509	Was: 1,111	Rps: 10,798	Wps: 5,020	tos: 3562,7	3088,5
O: 210 – 240	Ras: 2,685	Was: 1,166	Rps: 9,257	Wps: 4,221	tos: 3545,4	3061,3
O: 240 – 270	Ras: 2,793	Was: 1,232	Rps: 7,997	Wps: 3,728	tos: 3529,0	3048,0
O: 270 – 300	Ras: 2,956	Was: 1,363	Rps: 7,090	Wps: 3,114	tos: 3520,2	3109,5
<b>1b</b>	<b><math>v = 1,25</math></b>	$b = 600$	$kas = 500$	$kw = 100$	$kr = 50$	$Ks$
O: 360 – 390	Ras: 3,899	Was: 1,721	Rps: 4,816	Wps: 2,166	tos: 3488,9	3634,4
O: 390 – 420	Ras: 3,938	Was: 1,680	Rps: 4,354	Wps: 1,956	tos: 3474,8	3587,2
O: 420 – 450	Ras: 4,007	Was: 1,762	Rps: 3,982	Wps: 1,708	tos: 3458,9	3630,9
<b>1c</b>	<b><math>v = 1,1</math></b>	$b = 600$	$kas = 500$	$kw = 100$	$kr = 50$	$Ks$
O: 1110 – 1140	Ras: 4,853	Was: 2,023	Rps: 0,742	Wps: 0,290	tos: 3272,0	3949,1
O: 1140 – 1170	Ras: 4,782	Was: 1,972	Rps: 0,710	Wps: 0,287	tos: 3255,2	3877,5
O: 1170 – 1200	Ras: 4,891	Was: 2	Rps: 0,657	Wps: 0,273	tos: 3267,5	3950,2

Tabela 1 cd.

<b>1d</b>	$\nu = 2,2$	b = 600	kas = 500	kw = 100	kr = 50	Ks
O: 180 – 210	Ras: 1,192	Was: 0,535	Rps: 11,276	Wps: 5,467	tos: 3554,9	2087,1
O: 150 – 180	Ras: 0,998	Was: 0,496	Rps: 13,305	Wps: 6,505	tos: 3571,9	2162,2
O: 210 – 240	Ras: 1,401	Was: 0,658	Rps: 9,972	Wps: 4,380	tos: 3546,9	2101,9
O: 240 – 270	Ras: 1,592	Was: 0,716	Rps: 8,550	Wps: 3,928	tos: 3523,9	2125,5

Tabela 2

**Przykładowe wyniki obliczeń – zmiana kosztu awarii**

<b>2a</b>	$\nu = 1,5$	b = 600	kas = 500	kw = 100	kr = 50	Ks
O: 210 – 240	Ras: 2,705	Was: 1,238	Rps: 9,282	Wps: 4,211	tos: 3546,4	3115,7
O: 240 – 270	Ras: 2,810	Was: 1,291	Rps: 7,985	Wps: 3,685	tos: 3531,9	3087,9
O: 270 – 300	Ras: 3,059	Was: 1,303	Rps: 6,992	Wps: 3,156	tos: 3522,3	3129,4
<b>2b</b>	$\nu = 1,5$	b = 600	kas = 200	kw = 100	kr = 50	Ks
O: 450 – 480	Ras: 3,784	Was: 1,597	Rps: 3,559	Wps: 1,590	tos: 3453,0	1762,1
O: 480 – 510	Ras: 3,772	Was: 1,616	Rps: 3,225	Wps: 1,409	tos: 3430,7	1729,9
O: 510 – 540	Ras: 3,885	Was: 1,664	Rps: 2,942	Wps: 1,281	tos: 3425,6	1745,7
<b>2c</b>	$\nu = 1,5$	b = 600	kas = 100	kw = 100	kr = 50	Ks
O: 870 – 900	Ras: 4,842	Was: 2,001	Rps: 0,891	Wps: 0,371	tos: 3332,3	1208,6
O: 900 – 930	Ras: 4,812	Was: 2,007	Rps: 0,831	Wps: 0,316	tos: 3330,5	1196,3
O: 930 – 960	Ras: 4,825	Was: 1,972	Rps: 0,741	Wps: 0,301	tos: 3337,8	1185,3

Tabela 3

**Przykładowe wyniki obliczeń – zmiana kosztu wymiany**

<b>3a</b>	$\nu = 1,5$	b = 600	kas = 500	kw = 100	kr = 50	Ks
O: 180 – 210	Ras: 2,528	Was: 1,211	Rps: 10,814	Wps: 4,917	tos: 3560,4	3149,4
O: 210 – 240	Ras: 2,643	Was: 1,197	Rps: 9,321	Wps: 4,184	tos: 3542,8	3056,3
O: 240 – 270	Ras: 2,855	Was: 1,290	Rps: 7,955	Wps: 3,688	tos: 3536,1	3110,8
O: 270 – 300	Ras: 3,039	Was: 1,305	Rps: 7,007	Wps: 3,160	tos: 3513,9	3120,8
<b>3b</b>	$\nu = 1,5$	b = 600	kas = 500	kw = 75	kr = 50	Ks
O: 180 – 210	Ras: 2,532	Was: 1,179	Rps: 10,779	Wps: 4,970	tos: 3559,6	2982,2
O: 210 – 240	Ras: 2,645	Was: 1,189	Rps: 9,297	Wps: 4,208	tos: 3546,3	2918,9
O: 240 – 270	Ras: 2,851	Was: 1,286	Rps: 7,939	Wps: 3,703	tos: 3532,3	2982,2

Tabela 3 cd.

3c	$\nu = 1,5$	b = 600	kas = 500	kw = 50	kr = 50	Ks
O: 150 – 180	Ras: 2,260	Was: 1,107	Rps: 12,894	Wps: 5,979	tos: 3574,4	2795,5
O: 180 – 210	Ras: 2,456	Was: 1,153	Rps: 10,845	Wps: 4,985	tos: 3559,9	2776,4
O: 210 – 240	Ras: 2,622	Was: 1,233	Rps: 9,323	Wps: 4,178	tos: 3546,9	2795,3

Tabela 4

Przykładowe wyniki obliczeń – zmiana kosztu regeneracji

4a	$\nu = 1,5$	b = 600	kas = 500	kw = 100	kr = 80	Ks
O: 270 – 300	Ras: 3,064	Was: 1,356	Rps: 7,019	Wps: 3,116	tos: 3520,6	3463,8
O: 300 – 330	Ras: 3,166	Was: 1,398	Rps: 6,171	Wps: 2,793	tos: 3514,2	3448,1
O: 330 – 360	Ras: 3,245	Was: 1,522	Rps: 5,502	Wps: 2,421	tos: 3498,4	3477,6
4b	$\nu = 1,5$	b = 600	kas = 500	kw = 100	kr = 40	Ks
O: 180 – 210	Ras: 2,442	Was: 1,176	Rps: 10,846	Wps: 4,955	tos: 3559,2	2953,6
O: 210 – 240	Ras: 2,584	Was: 1,203	Rps: 9,349	Wps: 4,190	tos: 3546,9	2910,1
O: 240 – 270	Ras: 2,829	Was: 1,314	Rps: 7,958	Wps: 3,640	tos: 3529,8	2998,4
4c	$\nu = 1,5$	b = 600	kas = 500	kw = 100	kr = 10	Ks
O: 90 – 120	Ras: 1,902	Was: 0,860	Rps: 19,930	Wps: 9,423	tos: 3601,7	2627,2
O: 120 – 150	Ras: 2,026	Was: 0,989	Rps: 15,792	Wps: 7,303	tos: 3584,8	2514,9
O: 150 – 180	Ras: 2,331	Was: 1,061	Rps: 12,824	Wps: 6,032	tos: 3575,8	2556,9
O: 180 – 210	Ras: 2,564	Was: 1,110	Rps: 10,733	Wps: 5,037	tos: 3559,1	2584,7

W tabelach szarym kolorem wyróżniono strategię, które zostały wyznaczone jako optymalne w trakcie obliczeń przy użyciu zmodyfikowanego MDL. Oprócz nich w tabeli zaprezentowano również strategię uwzględniającą odnowę dla przedziałów krótszych oraz dłuższych o dodatkowe  $\Delta t$ , dla porównania kosztów strategii i możliwości określenia, czy strategia uzyskiwana drogą obliczeń faktycznie jest optymalna z ekonomicznego punktu widzenia.

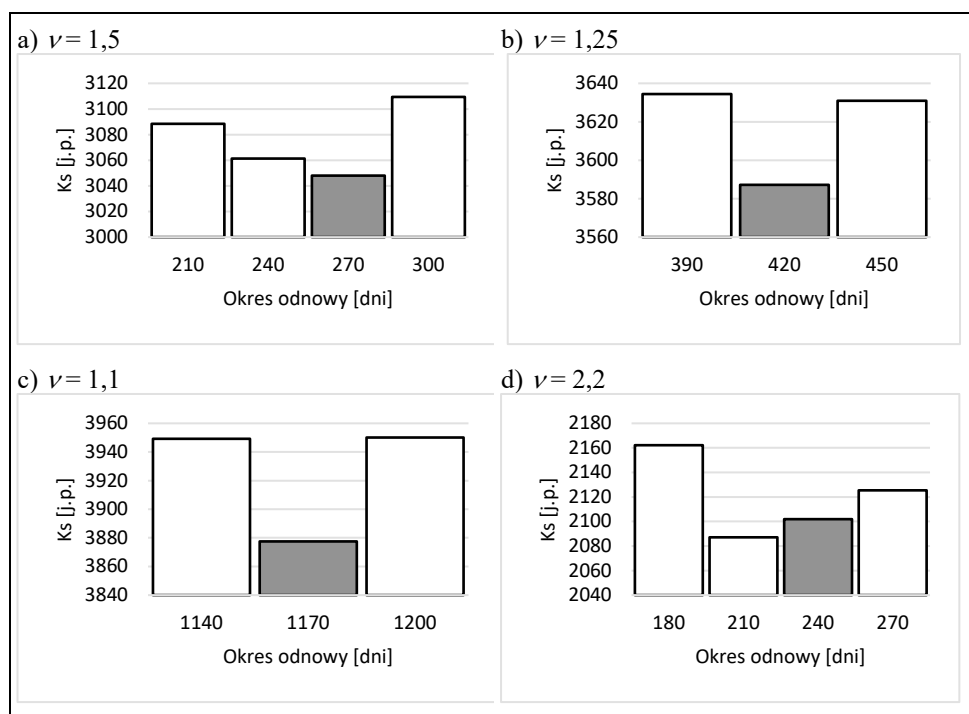
Z obliczeń wynika, w jakim przedziale powinna zostać wykonana odnowa profilaktyczna. Nigdy nie jest to jeden konkretny punkt na osi czasu, a cały przedział  $\Delta t$ . W przypadku 1a wskazany został przedział 240–270 dni. Obliczenia symulacyjne przeprowadzono dla wyższych wartości granicznych przedziału, zatem do bazowego określenia kosztów strategii przyjęto 270 dni. Ponieważ jednak odnowa może przypaść pomiędzy 240 a 270 dniem, to w pełni zrozumiałe jest, że strategia obliczona dla odnowy wykonywanej co 240 dni może mieć niższy koszt. Zauważalne jest to w kilku przypadkach i może być związane z tym, że odnowa powinna zostać wykonana bliżej 240. dnia. W celu dodatkowej weryfikacji, do przypadku 3a wykonano obliczenia z mniejszym  $\Delta t$  i uzyskano okresy odnawiania:

- dla  $\Delta t = 5$  dni przedział czasu odnowy prewencyjnej: 255–260 dni,
- dla  $\Delta t = 2$  dni przedział czasu odnowy prewencyjnej: 256–258 dni,
- dla  $\Delta t = 1$  dzień przedział czasu odnowy prewencyjnej: 257–258 dni.

Widać, że odnowa w przedziale 240–270 dni zalecana jest blisko połowy tego przedziału, zatem zrozumiałe, że drogą symulacyjnych obliczeń koszt strategii dla wartości 240 dni mógł być niższy niż dla 270 dni.

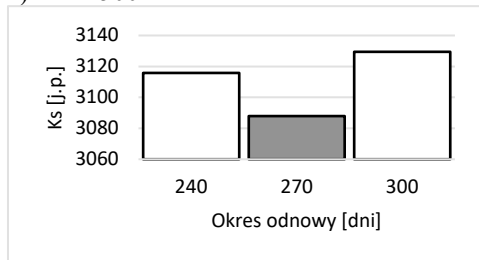
Pośród wszystkich powyższych obliczeń jedynie jeden przypadek (podpunkt 2c w tabeli) ma mniejszy sumaryczny koszt strategii dla okresu większego o jedno  $\Delta t$  niż przypadek wyliczony z pomocą MDL. Z uwagi na niewielką różnicę wartości i losowy charakter zmiennych symulacyjnych można to potraktować jako dopuszczalny błąd obliczeniowy, bowiem we wszystkich pozostałych przypadkach strategia określona przez MDL (dla wyższej lub niższej wartości granicznej) charakteryzuje się najniższym kosztem wśród porównywanych.

Dla poprawy czytelności wyników sporządzono również wykresy przedstawione na rysunkach 1–4, wynikające odpowiednio z tabel 1–4. Przedstawiają one zależność kosztu zastosowania strategii w funkcji okresu odnowy.

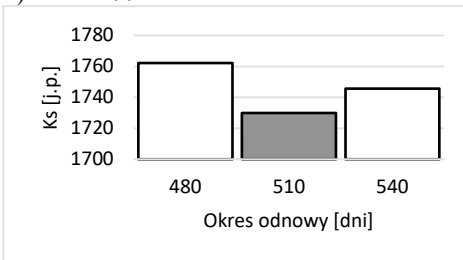


**Rys. 1.** Zależność kosztu strategii od okresu odnawiania przy zmianie parametru kształtu ( $\nu$ ) w rozkładzie prawdopodobieństwa czasu pracy do uszkodzenia

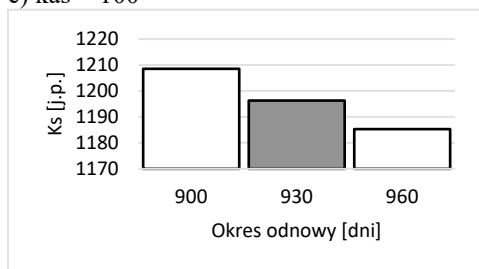
a) kas = 500



b) kas = 200

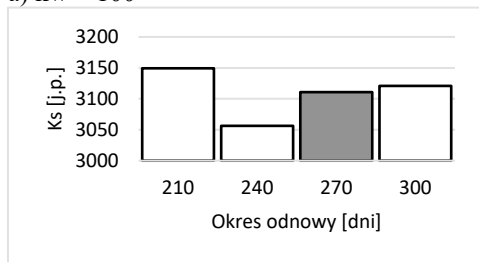


c) kas = 100

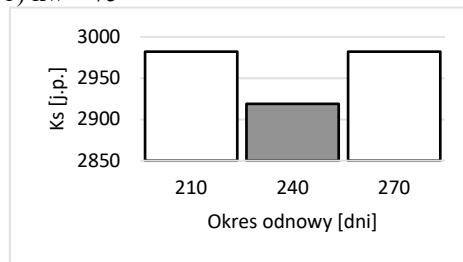


**Rys. 2.** Zależność kosztu strategii od okresu odnawiania przy zmianie kosztu awarii (kas)

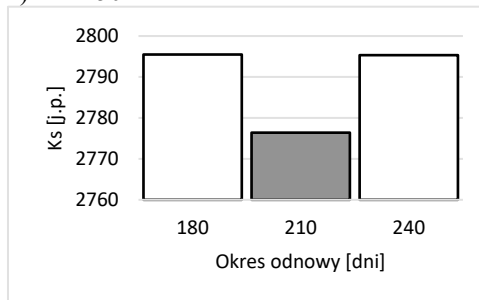
a) kw = 100



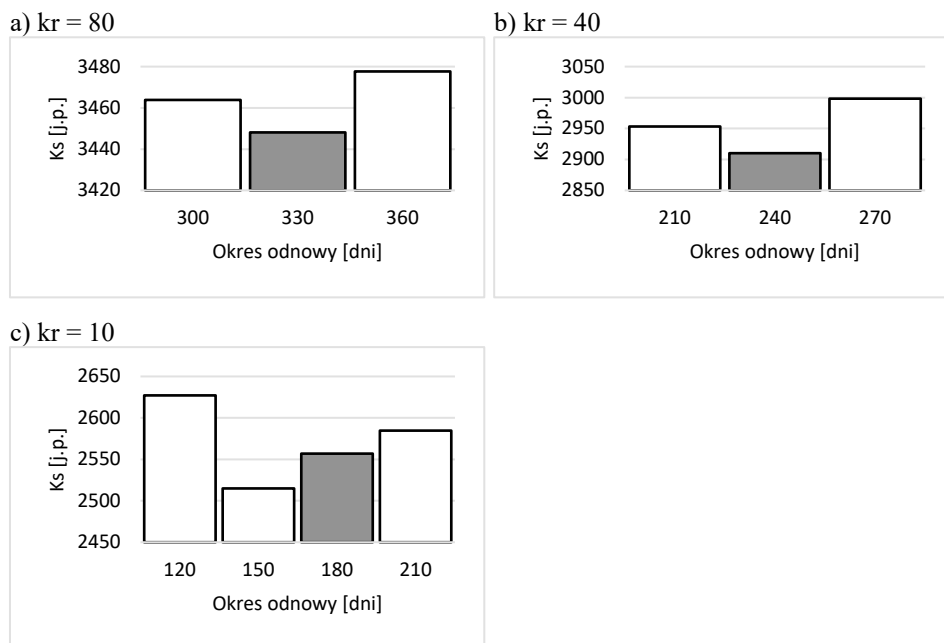
b) kw = 75



c) kw = 50



**Rys. 3.** Zależność kosztu strategii od okresu odnawiania przy zmianie kosztu wymiany (kw)



**Rys. 4.** Zależność kosztu strategii od okresu odnawiania przy zmianie kosztu regeneracji (kr)

Na podstawie uzyskanych wyników można zauważyć, że w praktycznie wszystkich przypadkach okres odnowy otrzymany z wykorzystaniem zmodyfikowanego MDL jest optymalny. Potwierdzono to, wykazując koszty stosowania strategii z takim okresem odnowy w symulowanym procesie eksploatacji oraz w okresach krótszych i dłuższych. W przypadku 3a po wykonaniu dodatkowych obliczeń, zwiększających dokładność określenia okresu odnowy, uzyskano wynik na podstawie którego można wytłumaczyć występujący mniejszy koszt stosowania strategii dla innego czasu odnowy niż wyznaczonego wg zmodyfikowanego MDL.

## 5. Wnioski

Niniejsze opracowanie wskazuje na dwa najważniejsze aspekty analizy oraz weryfikacji strategii odnawiania opracowanych w oparciu o zmodyfikowane modele decyzyjno-losowe.

Pierwszym z nich jest zrozumiały wpływ parametrów wejściowych na strategię. Należy zauważyć, że tym większa jest uzyskiwana liczba działań polegających na odnowie profilaktycznej im wyższy przyjęty koszt awarii lub niższy koszt poszczególnych rodzajów odnowy. Analogicznie, zauważalny jest wpływ parametrów rozkładu prawdopodobieństwa,



zgodnie z którym przebiegają uszkodzenia danej grupy obiektów. Szczegółową analizę wpływu parametrów na obliczaną strategię można znaleźć w [11].

Drugi, związany jest bezpośrednio z symulacyjnie uzyskiwanym sumarycznym kosztem danej strategii. Ta, uzyskana z modelu decyzyjno-losowego, powinna być optymalna w ujęciu ekonomicznym. Obliczana jest jednak z uwzględnieniem szeregu zależności probabilistycznych, zatem rzeczywistość może zweryfikować rachunek finansowy w sposób odmienny od założonego. W symulacyjnej weryfikacji wykazano jednak (z pewnymi zrozumiałymi wyjątkami), że strategia wyznaczana przy wykorzystaniu wspomnianego modelu jest strategią optymalną.

Powyższa analiza jest potwierdzeniem zasadności wykorzystania algorytmów opartych na modelach decyzyjno-losowych, gdyż w sposób prosty pozwala optymalizować procesy obsługowe – a te, z punktu widzenia eksploatatora, powinny zawsze być nastawione na maksymalizację niezawodności obiektu przy zachowaniu ekonomicznej zasadności.

### **Podziękowanie**

*Pracę wykonano w ramach badań prowadzonych w Akademii Górniczo-Hutniczej im. Stanisława Staszica w Krakowie, na Wydziale Inżynierii Mechanicznej i Robotyki, nr umowy – subwencja 16.16.130.942.*

## **6. Literatura**

1. S. Werbińska-Wojciechowska, Technical system maintenance, Springer Nature Switzerland AG, Cham, 2019.
2. J. Karpiński, S. Firkowicz, Zasady profilaktyki obiektów technicznych, PWN, Warszawa, 1981.
3. M. Bartholomew-Biggs, B. Christianson, M. Zuo, “Optimizing preventive maintenance models”, Computational Optimization and Applications, 35: 261–279, 2006.
4. F.G. Badia, M.D. Berrade, C.A. Campos, „Optimal inspection and preventive maintenance of units with revealed and unrevealed failures”, Reliability Engineering and System Safety, 78: 157–163, 2002.
5. R.E. Bellman, S.E. Dreyfus, Programowanie dynamiczne (zastosowanie). PWE, Warszawa, 1967.
6. J.M. Dethoor, J.L. Groboillot, Trwałość urządzeń technicznych, Warszawa: WNT, 1971.
7. R. Pilch, “Determination of preventive maintenance time for milling assemblies used in coal mills”, Journal of Machine Construction and Maintenance, 1: 81–86, 2021.
8. J. Szybka, „Zastosowanie modeli decyzyjno-losowych w wyznaczaniu strategii odnow profilaktycznych”, Zagadnienia Eksploatacji Maszyn, 1-2, 113–124, 1993.

9. G. Zając, S. Jurga, „Badania trwałości obręczy kół tramwajowych eksploatowanych w MPK S.A. w Krakowie”, *Problemy Eksploatacji*, 2: 139–148, 2009.
10. J. Lewandowski, “Preventive renewal model with diverse maintenance activities”, *Journal of KONBiN*, vol. 52 (1): 51–72, 2021.  
Available <https://journalofkonbin.com/resources/html/article/details?id=236193>.
11. J. Lewandowski, „Analiza modelu obliczeniowego do wyznaczania strategii odnowy wybranych części pojazdów szynowych”, In Proc. *Nowoczesne technologie i systemy zarządzania w transporcie szynowym: NOVKOL 2022*. Stowarzyszenie Inżynierów i Techników Komunikacji Rzeczpospolitej Polskiej. Oddział w Krakowie, 2022, pp. 163–177.