

MAJKUT Leszek

DIAGNOSTYKA ELEMENTÓW KONSTRUKCJI POJAZDÓW Z ZASTOSOWANIEM FALKI LAPLACE'A¹

Streszczenie

W pracy podano definicję falki Laplace'a i sposób jej wykorzystania do celów diagnostyki uszkodzeń. Falka Laplace'a jest to pewna analityczna, zespolona i tłumiona funkcja wykładnicza co ułatwia analizę sygnałów odpowiedzi impulsowych. Dla tak zdefiniowanej falki zastosowano filtrowanie korelacyjne co pozwala na wyznaczenie parametrów modalnych analizowanego układu, na podstawie analizy jego odpowiedzi impulsowej.

WSTĘP

Uszkodzenie elementu konstrukcyjnego powoduje m. in. zmianę charakterystyki dynamicznej takiego elementu. Analiza drgań diagnozowanego elementu pozwala więc na szybką i co ważne tanią ocenę stanu technicznego takiego elementu. Jednym z najczęściej stosowanych wskaźników uszkodzenia wykorzystywany w diagnostyce wibroakustycznej jest zmiana częstości drgań własnych diagnozowanego elementu [2,4,5,6].

Najprostszą metodą pozwalającą na wyznaczenie częstości drgań własnych badanego elementu jest zastosowanie transformaty Fouriera do sygnału odpowiedzi impulsowej zarejestrowanej dla tego elementu. Niestety zmiany częstości drgań własnych, zwłaszcza w początkowym stanie uszkodzenia są na tyle małe, że wykrycie ich z wykorzystaniem transformaty Fouriera jest często, ze względu na rozdzielczość częstotliwościową transformaty bardzo trudne, a czasem niemożliwe.

W pracy podano definicję falki Laplace'a i opisano możliwość jej wykorzystania w diagnostyce wibroakustycznej elementów konstrukcyjnych. Falka Laplace'a jest to eksponentalnie tłumiona, zespolona i analityczna falka, która stanowi doskonałą bazę do analizy sygnałów odpowiedzi impulsowych. Proces filtrowania korelacyjnego pozwala na wyznaczenia parametrów modalnych z sygnału drganiowego z dowolną (założoną na etapie analizy – nie pomiarów) rozdzielczością przy wyznaczaniu częstości i tłumienia modalnego.

1. FALKA LAPLACE'A

Falka Laplace'a jest to pewna analityczna, zespolona i tłumiona funkcja wykładnicza co ułatwia analizę sygnałów odpowiedzi impulsowych. W odróżnieniu od transformaty Fouriera zastosowanie falki Laplace'a pozwala na równoczesne wyznaczenie zarówno częstości drgań własnych jak i współczynnika tłumienia modalnego z sygnału odpowiedzi impulsowej badanego (diagnozowanego) układu. Dodatkowym atutem proponowanej metody jest

¹ Praca powstała w ramach prac statutowych nr 11.11.130.885

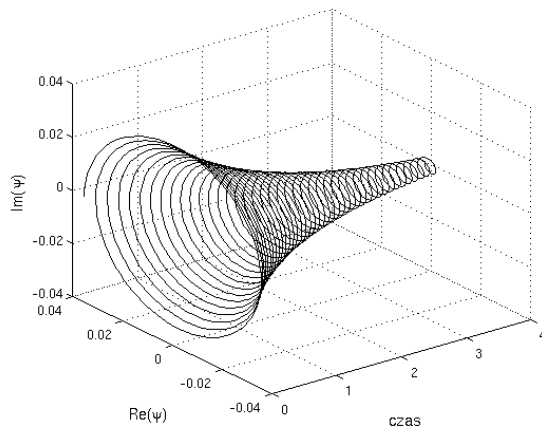
uzyskanie dowolnej rozdzielczości w przypadku obu parametrów i to niezależnie od częstotliwości próbkowania i czasu trwania analizowanego sygnału.

Falka Laplace'a zdefiniowana jest zależnością:

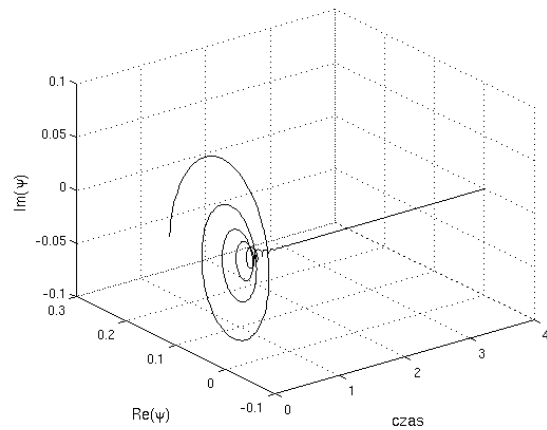
$$\psi(f, \zeta, \tau, t) = \begin{cases} A e^{\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \cdot 2\pi \cdot f \cdot (t-\tau)} \cdot e^{-j2\pi \cdot f \cdot (t-\tau)}, & \text{dla } t \in \langle \tau, \tau + D \rangle \\ 0, & \text{dla pozostałych } t \end{cases} \quad (1)$$

gdzie: $j = \sqrt{-1}$, f - częstotliwość $f \in \mathcal{R}^+$, ζ - współczynnik tłumienia wiskotycznego $\zeta \in (0, 1)$, τ czas. Wielkość, zakres D zapewnia, że falka na zwarty nośnik i jednocześnie jest niezerową, ale skończoną długość. Długość przedziału D jest istotna przy identyfikacji współczynników tłumienia dla wyższych modów, ze względu na ich szybkie zanikanie.

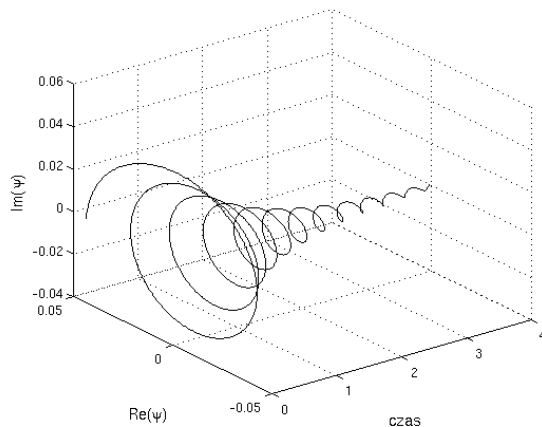
Przykłady falek o różnych parametrach pokazano na rys. 1. Ze względu na to, że falka Laplace'a jest funkcją analityczną zmiennej zespolonej, na wszystkich rysunkach na osi OX pokazano czas t , na osiach OY i OZ odpowiednio część rzeczywistą (Re) i urojoną (Im) falki (1)



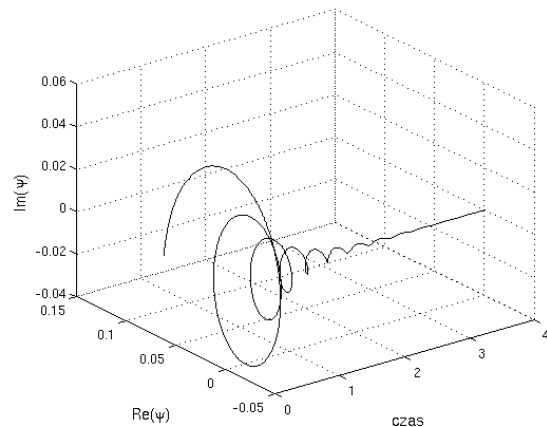
a) falka o danych: $D=4s$, $f=10Hz$, $\zeta = 0.01$



b) falka o danych: $D=4s$, $f=10Hz$, $\zeta = 0.1$



c) falka o danych: $D=4s$, $f=3Hz$, $\zeta = 0.05$



d) falka o danych: $D=4s$, $f=3Hz$, $\zeta = 0.1$

Rys. 1. Falki Laplace'a dla różnych parametrów częstotliwości i tłumienia

Tak zdefiniowaną falkę należy „porównać” z przebiegiem zmierzonego sygnału odpowiedzi impulsowej. Taki proces nosi nazwę filtrowania korelacyjnego. Przed filtrowaniem należy analizowany sygnał przekształcić do postaci sygnału analitycznego z wykorzystaniem transformaty Hilberta.

2. FILTROWANIE KORELACYJNE

Wykorzystanie falki Laplace'a do identyfikacji parametrów modalnych analizowanego układu polega na poszukiwaniu wartości maksymalnej współczynnika korelacji pomiędzy analizowanym sygnałem odpowiedzi impulsowej (po transformacji Hilberta) a falką utworzoną dla różnych wartości częstotliwości f i współczynników tłumienia ζ .

Współczynnik korelacji może być wyznaczony jako iloczyn skalarny, zdefiniowany zależnością:

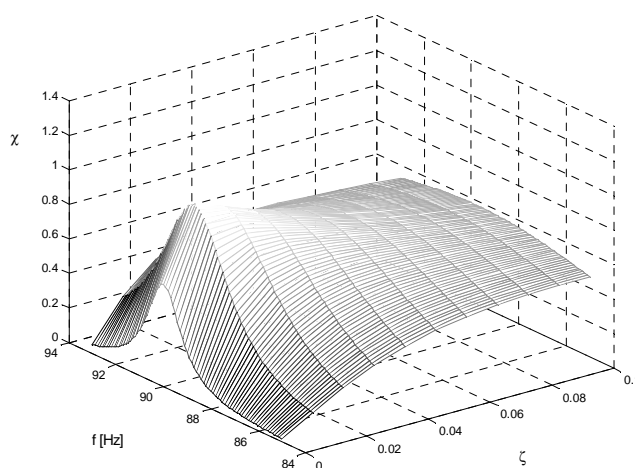
$$\langle \psi_\gamma(t), x(t) \rangle = \|\psi_\gamma(t)\|_2 \cdot \|x(t)\|_2 \cdot \cos(\theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_\gamma(t) \cdot x(t) dt \quad (2)$$

gdzie: $\gamma = \{f, \zeta, \tau\}$.

Funkcję korelacji $c_\gamma \in \Re$ zdefiniowano zależnością:

$$c_\gamma = \frac{|\langle \psi_\gamma(t), x(t) \rangle|}{\|\psi_\gamma(t)\|_2 \cdot \|x(t)\|_2} \quad (3)$$

Na rys. 2 pokazano przykładowy przebieg współczynnika korelacji c_γ w funkcji częstotliwości i współczynnika tłumienia



Rys. 2. Przykładowy przebieg współczynnika korelacji w funkcji częstotliwości i współczynnika tłumienia

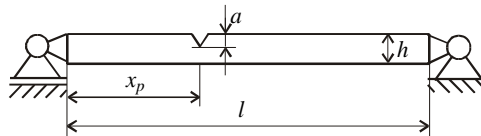
Maksima funkcji c_γ wskazują wartości częstotliwości i współczynników tłumienia dla których falka i analizowany sygnał są najsilniej skorelowane:

$$\chi = \max(c_\gamma) \quad (4)$$

Częstotliwość f i współczynnik tłumienia ζ odpowiadające wartości χ są poszukiwanymi parametrami modalnymi diagnozowanej konstrukcji.

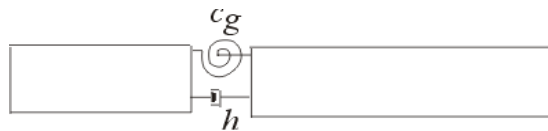
3. DIAGNOZOWANY UKŁAD

Proponowaną metodę analizy wykorzystano do diagnostyki pęknięcia w belce prostoliniowej, opisanej modelem Bernoulliego – Eulera. Swobodnie podpartą analizowaną belkę pokazano na rys. 3



Rys. 3. Diagnozowany element konstrukcyjny

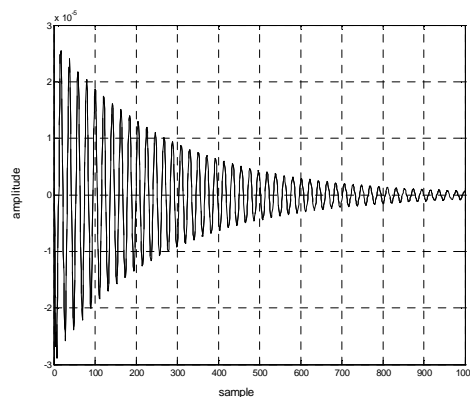
Analizę przeprowadzono w oparciu o symulację z wykorzystaniem autorskiego modelu matematycznego pęknięcia w belce prostoliniowej. Przyjęty w pracy model polega na zastąpieniu przekroju z pęknięciem dwoma dyskretnymi elementami sprężyną i tłumikiem. Taki model pęknięcia pokazano na rys. 4.



Rys. 4. Model pęknięcia w belce prostoliniowej

Współczynnik sprężystości c_g wyznaczono w oparciu o twierdzenie Castigliano i zależności mechaniki pęknięcia. Współczynnik tłumienia h przyjęto, podobnie jak w przypadku tłumienia wewnętrznego, jako proporcjonalny do współczynnika sprężystości c_g . (Proporcjonalność pomiędzy długością (głębokością) pęknięcia, a tłumieniem h przyjęto na podstawie modelu Irwina strefy plastycznej przed wierzchołkiem szczeliny).

Pozostałe parametry modelu matematycznego (macierze mas i sprężystości) wyznaczono w oparciu o podział belki na elementy skończone. Równania ruchu takiego modelu całkowano metodą różnic skończonych (różnice centralne). Przykładowy przebieg, tak uzyskanej, odpowiedzi impulsowej pokazano na rys. 5



Rys. 5. Odpowiedź impulsowa pękniętej belki

4. IDENTYFIKACJA USZKODZENIA

Falka Laplace'a może być wykorzystywana do identyfikacji nie tylko pierwszej, ale również innych częstości drgań własnych. W pracy do identyfikacji uszkodzenia wykorzystano pierwszą i trzecią częstość drgań własnych oraz wyznaczone dla nich współczynniki tłumienia modalnego.

Wyniki identyfikacji zmian częstości drgań własnych i współczynników tłumienia modalnego zamieszczono w tabelach 1 i 2

Tab. 1. Zmiana pierwszej częstości drgań własnych w funkcji głębokości pęknięcia

względna głębokość pęknięcia a/h	pierwsza częstość drgań własnych	wsp. tłumienia
0	48.94	0.0110
3	48.93	0.0112
5	48.91	0.0171
10	48.83	0.0120
15	48.71	0.0128

Tab. 2. Zmiana pierwszej częstości drgań własnych w funkcji głębokości pęknięcia

względna głębokość pęknięcia a/h	trzecia częstość drgań własnych	wsp. tłumienia
0	195.79	0.0110
3	195.78	0.0114
5	195.76	0.0184
10	195.68	0.0126
15	195.34	0.0132

Dane z tabel 1 i 2 wskazują, że wykorzystanie falki Laplace'a pozwala na wykrywanie bardzo małych zmian częstości drgań własnych badanego obiektu, co w konsekwencji pozwala na diagnostykę uszkodzeń we wczesnych stadiach rozwoju. Badania symulacyjne wskazują również na to, że współczynnik tłumienia modalnego jest bardziej czuły na zmianę głębokości pęknięcia od powszechnie wykorzystywanych zmian częstości drgań własnych. Falka Laplace'a pozwala na jednoczesne wyznaczenie obu wielkości, które mogą być wykorzystane jako wskaźniki uszkodzenia.

PODSUMOWANIE

W pracy opisano falkę Laplace'a i jej wykorzystanie do wyznaczenia parametrów modalnych diagnozowanej konstrukcji. Przeprowadzona analiza w oparciu o symulację modelu matematycznego pozwala stwierdzić, że zastosowanie falki Laplace'a pozwala:

- wykrywać niewielkie zmiany częstości drgań własnych,
- uzyskać założoną rozdzielczość w dziedzinie częstotliwości niezależnie od rozdzielczości wynikającej z częstości próbkowania i ilości próbek (jak w FFT),
- wyznaczyć współczynniki tłumienia modalnego.

Wykrywanie niewielkich zmian częstości własnych jest szczególnie istotne w początkowej fazie rozwoju uszkodzenia. Przeprowadzona analiza pozwala stwierdzić, że tłumienie modalne jest bardziej czułe na uszkodzenia konstrukcji w porównaniu z częstością drgań własnych.

BIBLIOGRAFIA

1. Lee Y-S., Chung M-J.: *A study on crack detection using eigenfrequency test data*, Computers and Structures 77 (2000) pp. 327-342
2. Majkut L.: *Wibroakustyczne symptomy pęknięcia belki*, Zagadnienia Eksploatacji Maszyn, 144(4) str. 165-181
3. Majkut L.: *Identyfikacja pęknięcia w belkach o znanych warunkach brzegowych* Diagnostyka, 2004, 32 str. 107-116
4. Majkut L.: *Diagnostyka wibroakustyczna uszkodzeń elementów konstrukcyjnych* Wydawnictwo Naukowe Instytutu Technologii Eksploatacji Radom 2010
5. Majkut L.: *Wpływ pęknięcia na drgania skrętne pręta* Diagnostyka nr 36/2005, str. 99-102
6. Ostachowicz W., Krawczuk M.: *Analysis of the effect of cracks on the natural frequencies of a cantilever beam*, Journal of Sound and Vibration 150 (1991) pp. 191-201
7. Owolabi G.M., Swamidas A.S.J., Seshadri R.: *Crack detection in beams using changes in frequencies and amplitudes of frequency response functions*, Journal of Sound and Vibration 265 (2003), pp 1-22

VIBRATION BASED DAMAGE DETECTION USING LAPLACE WAVELET

Abstract

In work the Laplace wavelet definition is given and its utilization to the damage diagnostics. The Laplace wavelet is a complex, analytic damped exponential wavelet and it is a desirable wavelet basis to analyze signals of impulse response. A correlation filtering approach is introduced using the Laplace wavelet to identify the modal parameters from vibration signals.

Autor:

dr hab. Inż. **Leszek Majkut** – AGH-Akademia Górniczo – Hutnicza w Krakowie, Katedra Mechaniki i Wibroakustyki