

Huragan w filiżance, czyli ruch trochoidalny i efekty niestabilności podczas dyfuzji kawy z mlekiem

Nina Cielica

III Liceum Ogólnokształcące im. A. Mickiewicza w Katowicach, Pałac Młodzieży im. A. Kamińskiego w Katowicach

Barbara Szymańska-Markowska

Uniwersytet Śląski w Katowicach, Instytut Fizyki im. Augusta Chełkowskiego

Streszczenie: W artykule przedstawiono zjawisko dyfuzji kawy z mlekiem rozpatrzone z perspektywy dynamiki formujących się w trakcie procesu wirów. Zilustrowano je przy wykorzystaniu danych uzyskanych za pomocą kamery termowizyjnej. Pomiar pokazał zależność właściwości utworzonych wirów od czynników takich jak temperatura płynów, stosunek objętości płynów, kierunek i prędkość obrotu tarczy, na której umieszczona jest filiżanka. Na podstawie rozpoznanych efektów niestabilności stworzono symulację pokazującą w przybliżony sposób przebieg zjawiska. Analiza wskazała także podobieństwa do zjawisk w większej skali np. mechanizmu formowania huraganów.

Słowa kluczowe: kawa, wiry, ruch trochoidalny, niestabilność Kelvina–Helmholtza, niestabilność Rayleigha–Taylora, przepływ turbulentny

Abstract: The article presents the phenomenon of milk diffusion in coffee, considered from the perspective of the dynamic of vortices forming during the process. They are illustrated using data obtained with a thermal imaging camera. The measurements showed the dependence of vortices' properties on the factors such as the temperature of the fluids, the volume ratio or the direction and speed of rotation of the disc on which the cup is placed. On the basis of the identified instability effects, simulation, that shows the approximate course of the phenomenon, was created. The analysis also showed similarities to larger-scale phenomena, such as the mechanism of hurricane formation.

Keywords: coffee, vortices, trochoidal motion, Kelvin–Helmholtz instability, Rayleigh–Taylor instability, turbulent flow

Dynamika płynów jest skomplikowanym zagadnieniem dotyczącym wielu zjawisk, które można obserwować na co dzień. Trudności w matematycznym opisie ruchu płynów powodują, że poszukiwane są analogie przybliżające rozwiązanie problemu, poznanie charakteru i właściwości danego procesu.

Dążenie do dokładniejszego przewidywania torów ruchu huraganów spowodowało, że rozpoczęto badania wykorzystujące bańki mydlane jako model ziemskiej atmosfery [1]. Opis powstających tam wirów ukazał ich podobieństwa do huraganów w niektórych aspektach.



Ryc. 1. Dyfuzja kawy z mlekiem

Przywołana praca badawcza stanowiła inspirację do wykonania niniejszego projektu. Dodatkowym impulsem była też fotografia, na której widać ciekawe figury, przypominające chmury burzowe na Jowiszu, formujące się podczas mieszania się kawy z mlekiem (ryc. 1).

Do rejestracji zjawiska wykorzystano aparat oraz kamerę termowizyjną, która umożliwiła dokładniejszą analizę właściwości wirów. Na kontrolę niezbędnych parametrów pozwalał modelowy układ doświadczalny, który składał się z filiżanki stojącej na obrotowej tarczy o regulowanej prędkości obrotowej oraz znajdującej się nad naczyniem strzykawki umieszczonej w łapie statywu (ryc. 2).

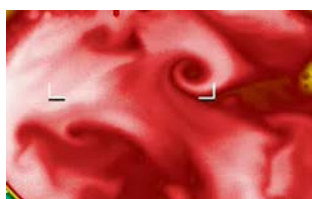


Ryc. 2. Układ doświadczalny wykorzystany do przeprowadzenia pomiarów

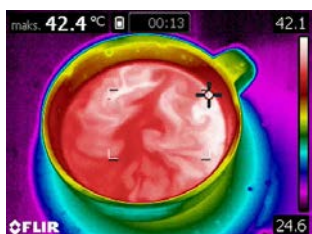
Wprowadzenie ruchu obrotowego imituje obrót Ziemi, który z perspektywy zjawisk atmosferycznych oraz oceanicznych jest stały. Ma on za to wpływ na prądy tworzące się w oceanach, czy też na tworzenie się cyklonów.[2] W trakcie przeprowadzania eksperymentu zmieniano temperaturę stosowanych płynów, stosunek ich objętości, kierunek i prędkość obrotu tarczy, jak też same substancje. Pozwoliło to na uzyskanie zależności parametrów ruchu od wymienionych czynników, jak też porównanie ich do zjawisk zachodzących w większej skali.

Rezultaty

Po wlewniu mleka do kawy można obserwować pierwszą z charakterystycznych form, składającą się z dwóch obracających się w przeciwnych kierunkach wirów, znaną jako *mushroom vortex rings* (pierścienie grzybobopodobne). Pojawia się ona dlatego, że wlewany płyn napotyka na opór i stopniowo zakręca formując spirale. Proces ten powoli zanika wraz z rozpraszaniem energii w płynie [3].



Ryc. 3. Pierścienie wirowe (zdjęcie z kamery termowizyjnej)



Ryc. 4. Różnica temperatur w płynie w trakcie formowania pierścieni wirowych (zdjęcie z kamery termowizyjnej)

Struktura ta jest przejawem niestabilności Rayleigha–Taylora [4]. Zjawisko to obserwuje się w momencie, gdy występują płyny o różnych gęstościach. Wtedy ten o większej gęstości opada, przy jednoczesnym ruchu do góry płynu mniej gęstego. W przypadku dyfuzji kawy z mlekiem, można obserwować nierównomierny rozkład temperatury, który wskazuje też na różne gęstości mieszaniny. Z tego względu pojawiają się pierścienie wirowe.

Niestabilność Rayleigha–Taylora jest związana z kolei z niestabilnością Kelvina–Helmholtza [5]. Pierścienie wirowe wraz z upływem czasu przekształcają się w szereg połączonych ze sobą wirów. Struktura ta występuje, gdy pojawia się ścinanie, czyli względny ruch płynów. Jest on w tym przypadku wywołany występowaniem zewnętrznie narzuconego ruchu obrotowego.

Na proces zachodzący w filiżance wpływ mają więc siły lepkości i siła Coriolisa, które bezpośrednio decydują o pojawieniu się efektów niestabilności (ryc. 3, ryc. 4). Decydującym czynnikiem jest jednak w tym przypadku różnica gęstości. Potwierdzają to także pomiary wykonane dla herbaty z mlekiem oraz wody o różnym stopniu zasolenia. Dla wymienionych substancji także pojawiają się charakterystyczne struktury związane z niestabilnościami.

Dla uzyskanych danych doświadczalnych przeprowadzono oszacowanie liczby Reynoldsa. Liczba ta określa stosunek sił bezwładności do sił lepkości, jak też charakter przepływu [6]. Obliczenia wykonano stosując następujący wzór

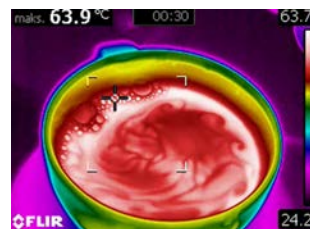
$$\mathfrak{R} = \frac{\rho \cdot v \cdot l}{\mu},$$

gdzie: ρ – gęstość wlewanego płynu $[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}]$, v – prędkość wlewanego płynu $[\frac{\text{m}}{\text{s}}]$, l – wysokość płynu znajdującego się w filiżance [m], μ – lepkość dynamiczna wlewanego płynu $[\frac{\text{kg}}{\text{m}\cdot\text{s}}]$.

Wartości wymienionych parametrów były dobierane w zależności od analizowanej konfiguracji, przy wykorzystaniu dostępnych danych [7, 8]. Uwzględniano więc zależność współczynnika lepkości mleka od temperatury czy gęstości i współczynnika lepkości od stopnia zasolenia wody. Oszacowane wartości liczby Reynoldsa wynoszą:

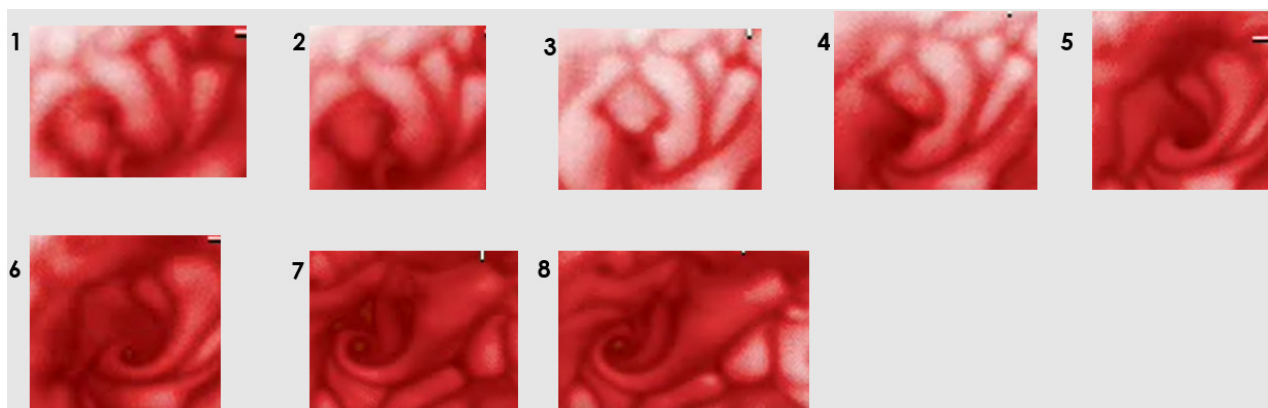
- dla kawy z mlekiem: $\mathfrak{R} \approx 1004$,
- dla wody z solą (woda słona była wlewana do wody pozbawionej soli): $\mathfrak{R} \approx 2916$,

a więc w przypadku kawy mamy do czynienia z większą siłą lepkości niż dla wody. Jednocześnie w obu przypadkach na zdjęciach uzyskanych z kamery termowizyjnej widać, że przepływ jest turbulentny. Póki co nie pojawiły się badania wyznaczające krytyczną wartość liczby Reynoldsa, przy której przepływ przechodzi z laminarnego w turbulentny, a żadne znane przypadki nie stanowią dobrego przybliżenia analizowanej sytuacji.



Ryc. 5. Figury związane z niestabilnością Kelvina–Helmholtza (zdjęcie z kamery termowizyjnej)

Poza wirami tworzącymi kształty przedstawione na ryc. 3 i ryc. 4, proces formowania spiral jest powtarzalny, choć początkowy kształt jest różny ze względu na ich nieregularność. Za każdym razem następuje wydłużenie w kierunku środka filiżanki i stopniowe zakręcanie.

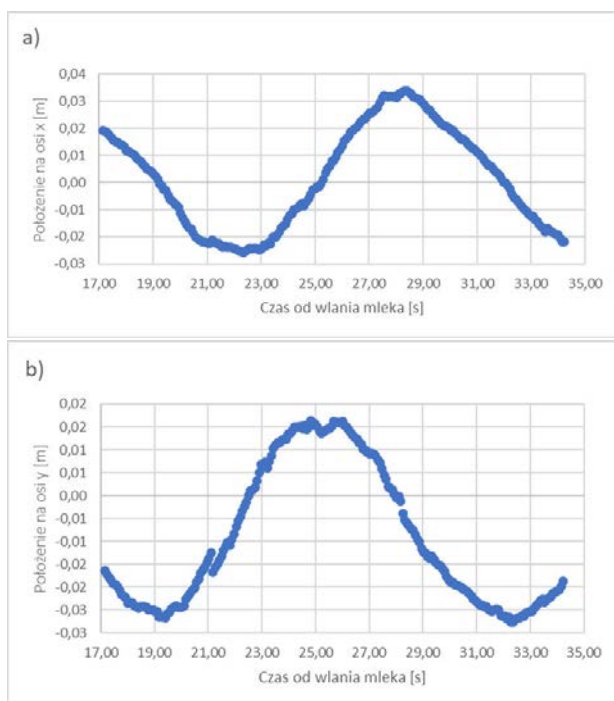


Ryc. 6. Przykładowy proces formowania wiru (seria zdjęć z kamery termowizyjnej)

Pomiary pokazały, że kierunek skrętu jest zdeterminowany kierunkiem obrotu tarczy, na której umieszczona jest filiżanka, wir będzie obracał się w tę samą stronę co tarcza.

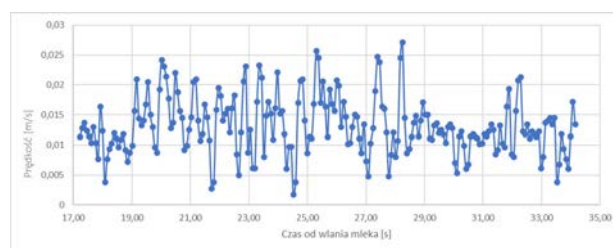
Na podstawie uzyskanych nagrań z kamery termowizyjnej, z pomocą programu Tracker scharakteryzowano ruch środka wybranych wirów. Zauważalne jest, że wiry formujące się zaraz po wlewniu drugiej substancji, znikają zbyt szybko, aby dokładnie poznać ich właściwości. Z tego powodu analizę przeprowadzono dla spiral, które uformowały się po upływie pewnego czasu od rozpoczęcia dyfuzji.

Zmiany w czasie położenia, prędkości liniowej i prędkości obrotowej wskazały, że wiry poruszają się ruchem trochoidalnym. Taki ruch występuje również w przy-

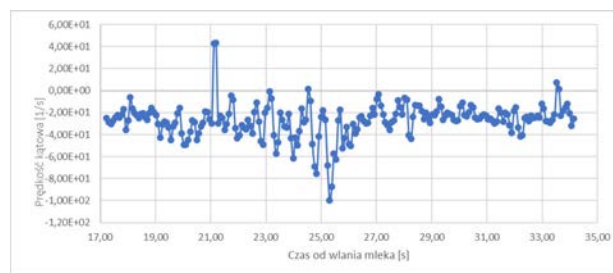


Ryc. 7. Zmiany w czasie współrzędnej położenia a) x, b) y środka wiru, dla jednego z wirów

padku huraganów [9, 10]. Tor tego ruchu jest wyznaczony przez punkt na wewnętrznym z dwóch współśrodkowych okręgów, podczas gdy drugi obraca się mając cały czas jeden punkt styczny do linii prostej. Przyjmuje on więc kształt fali (ryc. 7) Charakterystyczne są także okresowe, oscylacyjne zmiany prędkości liniowej i obrotowej. Zauważalne są też momenty intensyfikacji, występują minimalne i maksymalne wartości tych prędkości (ryc. 8, ryc. 9).



Ryc. 8. Zmiana prędkości liniowej w czasie dla jednego z wirów

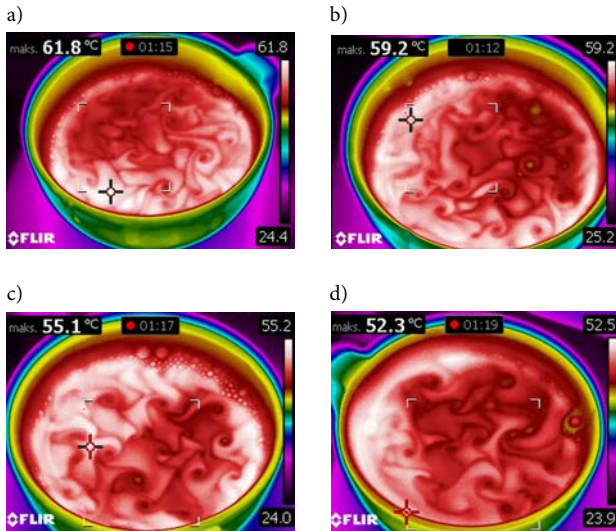


Ryc. 9. Zmiana prędkości kątowej w czasie dla jednego z wirów

Dodatkowo zmiana temperatury mleka wpływała na siłę lepkości, która jest wprost proporcjonalna do współczynnika lepkości, współczynnik lepkości mleka zmienia się bowiem dynamicznie wraz z temperaturą – dla 291 K: $\eta_1 = 2 \text{ mPa} \cdot \text{s}$, natomiast dla 325 K: $\eta_2 = 1 \text{ mPa} \cdot \text{s}$. Powoduje to, że wraz ze wzrostem temperatury wiry się formują coraz rzadziej i jest ich dużo mniej.

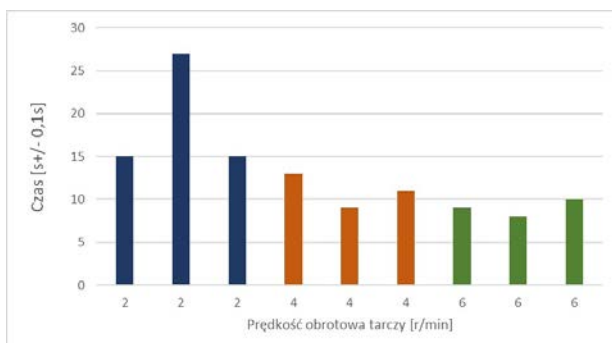
Zwiększanie objętości mleka, przy stałej objętości kawy, wpływało na obszar zajmowany przez pojedyncze

wiry, ponieważ z większą ilością mleka wiąże się większa powierzchnia wirów. Wynika to z faktu, iż siły spójności mleka powodują, że interakcje między cząsteczkami mleka są silniejsze niż między cząsteczkami mleka i kawy. Z tego powodu cząsteczkom mleka jest się trudniej rozdzielić, są połączone w większe grupy i przez to wiry zajmują większą powierzchnię (ryc. 10).

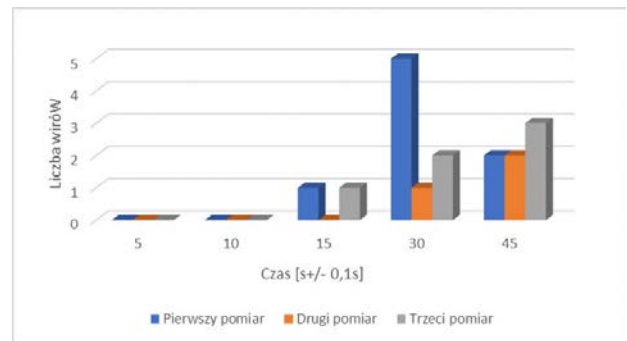


Ryc. 10. Zdjęcia z kamery termowizyjnej dla: a) 13 ml, b) 26 ml, c) 39ml i d) 52ml mleka

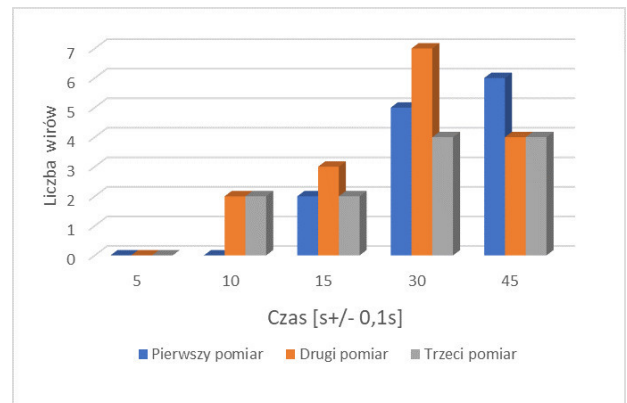
Zmiany prędkości obrotowej tarczy wpływały na szybkość formowania się wirów. Wraz ze wzrostem szybkości obrotu, pierwsze wiry pojawiały się po upływie krótszego czasu. Liczba struktur była też większa, co staje się coraz lepiej zauważalne z upływem czasu od wiania jednego płynu do drugiego. (ryc. 11, 12, 13, 14). Pomimo możliwie zbliżonych warunków dla serii trzech pomiarów przy zachowaniu stałej prędkości kątowej, widoczne są różnice. Czas potrzebny do pojawienia się pierwszego wiru dla prędkości 2 r/min (obr/min), w jednym z pomiarów był blisko dwukrotnie większy. Dla prędkości 4 r/min oraz 6 r/min zmiany były znacznie mniejsze. Różnice te, zauważalne także w przypadku liczby wirów po upływie danego czasu, wynikają ze złożoności procesu i wielu innych czynników mających na niego wpływ.



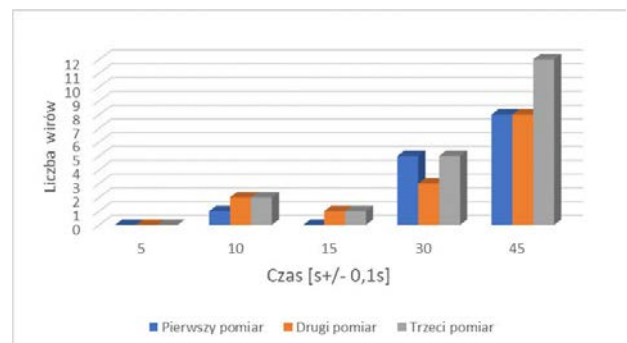
Ryc. 11. Czas potrzebny do uformowania pierwszego wiru dla serii trzech pomiarów, dla każdej z trzech prędkości obrotowych



Ryc. 12. Zmiany liczby wirów w badanych przedziałach czasu dla prędkości obrotowej równej 2 r/min



Ryc. 13. Zmiany liczby wirów w badanych przedziałach czasu dla prędkości obrotowej równej 4 r/min

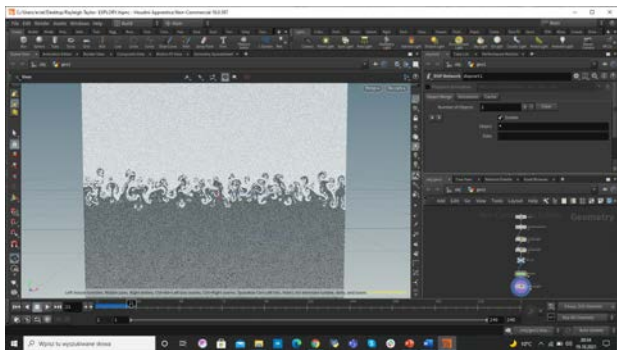


Ryc. 14. Zmiany liczby wirów w badanych przedziałach czasu dla prędkości obrotowej równej 6 r/min

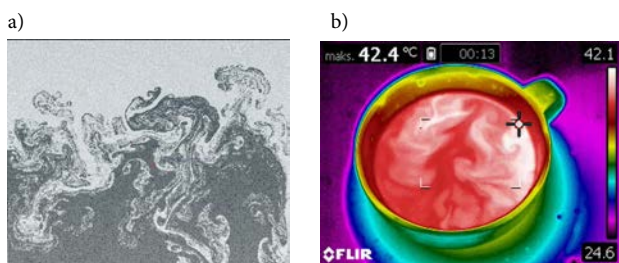
Symulacja komputerowa

Rozpoznanie charakterystycznych struktur, związanych z niestabilnościami Rayleigha–Taylor oraz Kelvina–Helmholtza pozwoliło na stworzenie symulacji. Przedstawia ona przybliżony proces mieszania się dwóch płynów. Wykonano ją z pomocą programu Houdini [11]. Stworzona symulacja pozwala na zmianę gęstości cieczy oraz ich lepkości, dzięki czemu może zobrazować zarówno proces dla kawy z mlekiem, wody o różnym stopniu zasolenia, czy innych substancji. Symulacja nie obejmuje jednak interakcji ze ściankami naczynia, prędkości, którą

posiadają cząsteczki wlewanej cieczy czy prędkości obrotowej tarczy.



Ryc. 15. Symulacja mieszania dwóch cieczy oraz program Houdini użyty do jej stworzenia



Ryc. 16. Podobieństwo a) fragmentu symulacji oraz b) zdjęcia z kamery termowizyjnej dla kawy z mlekiem

Dyskusja

Zbadane i omówione wyżej własności charakteryzują zachowanie i właściwości wirów formujących się w trakcie mieszania dwóch cieczy. Scharakteryzowano wpływ na dany proces następujących czynników: prędkości i kierunku obrotu tarczy, na której umieszczone jest naczynie, temperatury płynów, ich objętości, rodzaju zastosowanych substancji. Scharakteryzowano cechy ruchów wirów, oszacowano liczbę Reynoldsa dla dwóch konfiguracji: kawy z mlekiem oraz wody o różnym stopniu zasolenia. Zidentyfikowano także efekty niestabilności Rayleigha–Taylora oraz Kelvina–Helmholtza i na ich podstawie stworzono symulację komputerową przybliżającą rozważane zjawisko.

Analiza zebranych danych ukazała właściwości wirów w filiżance, które wskazują na ich podobieństwo do tych w większej skali tj. huraganów, chmur burzowych na Jowiszu. Rozkład temperatury huraganu pokazuje, że oko cyklonu jest chłodniejsze niż jego otoczenie, czyli temperatura tam jest najniższa [12]. Podobnie środek wiru uformowanego w filiżance jest najzimniejszy.

Wiadomo, że huragan nie może się pojawić, jeżeli temperatura oceanu nie przekroczy temperatury progowej [13]. Eksperyment pokazał, że spirale w kawie z mlekiem nie utworzą się, gdy temperatura kawy jest zbyt

niska. Podobna sytuacja ma miejsce w przypadku wody o różnym stopniu zasolenia.

Kolejnym podobieństwem do huraganów, a zarazem ważnym aspektem właściwości wirów w filiżance jest ruch trochoidalny [9, 10]. Objawia się on w oscylacyjnych zmianach prędkości liniowej i obrotowej wiru oraz wzrostem tych wielkości.

Wspomniane rodzaje niestabilności charakteryzują też zjawiska w większej skali. Niestabilność Kelvina–Helmholtza pojawia się w pobliżu Wielkiej Czerwonej Plamy na Jowiszu czy w chmurach. Kolejnymi przykładami są fale formujące się na wodzie przy silnym wietrze [5]. Z kolei niestabilność Rayleigha–Taylora cechuje chociażby zewnętrzną atmosferę Słońca – koronę słoneczną [14].

Z tego względu, przy dalszym doskonaleniu badań i uwzględnianiu kolejnych parametrów, można doprowadzić do poznania właściwości wirów w większej skali. Należy oczywiście pamiętać, że mechanizmy odgrywające rolę w wirach w filiżance oraz np. cyklonach tropikalnych są bardzo różne. Badane wiry są analizowane jako dwuwymiarowe i podatne głównie na interakcje z przepływem w tle, podczas gdy cyklony tropikalne mają złożoną trójwymiarową strukturę, na którą wpływa znacznie więcej czynników. Jednak pewne cechy wspólne, jak np. ruch trochoidalny mogą pogłębić wiedzę na temat bardziej skomplikowanych zjawisk.

Opisany projekt zdobył I nagrodę w konkursie E(x)plory w 2021 roku, jak też akredytację na udział w jednym z najbardziej prestiżowych konkursów dla młodych naukowców na świecie czyli Regeneron International Science and Engineering Fair w USA. E(x)plory jest to największa w Polsce inicjatywa wspierająca utalentowaną młodzież w realizacji innowacyjnych projektów naukowych oraz promująca ich osiągnięcia na arenie międzynarodowej [15].

Literatura

- [1] Meuel T., Xiong Y. L., Fischer P., Bruneau C. H., Bes-safi M., Kellay H. “Intensity of vortices: from soap bubbles to hurricanes” *Nature/Scientific Reports* December 2013, [3:3455], DOI: 10.1038/srep03455.
- [2] Wettlaufer J. “The universe in a cup of coffee” *Physics Today*, May 2011, 66-67, DOI: 10.1063/1.3592018.
- [3] <https://www.cosmic-core.org/free/article-55-number-the-pentad-part-4-spirals-helices/>
- [4] Shimokawa M. “Surface pattern determined by vertical convection on Rayleigh-Taylor instability” November 2011, arxiv.org/abs/1110.6018
- [5] Hoshoudy G. „Kelvin–Helmholtz and Rayleigh–Taylor instabilities” 2019 <https://www.researchgate>.

- net/publication/335383007...
- [6] <https://www.sciencedirect.com/topics/engineering/reynolds-number>
- [7] <http://ecoursesonline.iasri.res.in/mod/page/view.php?id=4164>
- [8] Lide D. R. (ed.) *CRC Handbook of Chemistry and Physics* (86th ed.), Boca Raton (FL): CRC Press, 2005, ss. 8–71, 8–116.
- [9] Lawrence M. B., Mayfield B. M. "Satellite observations of trochoidal motion during hurricane Belle 1976" *Monthly Weather Review* 105, 1458 (1977).
- [10] Nolan D., Montgomery M. T., Grasso, T. *The wavenumber-one instability and trochoidal motion of hurricane like vortices J. Atmos. Sci.* 58, 3233 (2001).
- [11] <https://entagma.com/quicktip-rayleigh-taylor-instability-season-3-is-here/>
- [12] Lu X., Yu H., Yang X., Li X. "Estimating Tropical Cyclone Size in the Northwestern Pacific from Geostationary Satellite Infrared Images" *Remote Sens.*, 9, 728 (2017) <https://doi.org/10.3390/rs9070728>
- [13] Tory K. J., Dare R. A. "Sea surface temperature thresholds for tropical cyclone formation" *J. Clim.* 28, 8171-8183 (2015).
- [14] Berger, T. E., Slater G., Hurlburt N. Shine R. et al. "Quiescent Prominence Dynamics Observed with the Hinode Solar Optical Telescope. I. Turbulent Upflow Plumes" *The Astrophys. J.* 716 (2), 1288–1307 (2010).
- [15] <https://www.explory.pl/laureaci>