



Zastosowanie metody Westergaarda do obliczania nawierzchni obciążonej gołenią samolotu o układzie kół w systemie tandem

ANDRZEJ KRAKOWIAK, JAN MARSZAŁEK

Wojskowa Akademia Techniczna, Wydział Inżynierii Lądowej i Geodezji,
Katedra Inżynierii i Komunikacji, 01-928 Warszawa, ul. gen. S. Kaliskiego 2,
krakowiak.andrzej@gmail.com, jmarszalek@wat.edu.pl

Streszczenie. Artykuł obejmuje metodykę postępowania przy obliczaniu nawierzchni sprężystych obciążonych gołenią samolotu o układzie kół w systemie tandem. Korzystając z metody Picketta-Raya opracowano nomogramy do wyznaczenia obciążenia równoważnego, które jest niezbędne do obliczania nawierzchni metodą Westergaarda. Wyprowadzony wzór oraz nomogram są oryginalnymi rozwiązaniami, które dotychczas nie występowały. Następnie wykonano obliczenia nawierzchni obciążonej gołenią wojskowego samolotu transportowego CASA i sporządzono wykresy przebiegu naprężeń i ugięć w zależności od grubości nawierzchni i parametrów podłoża. Uzyskane wykresy w znakomity sposób przyspieszają procedurę obliczania nawierzchni, co w warunkach wojskowych jest pożądane.

Słowa kluczowe: nawierzchnie betonowe, goleń samolotu, układ kół w systemie tandem

1. Wprowadzenie

1.1. Określenie problemu

Kluczowym problemem w tym artykule jest zastosowanie metody Westergaarda do obliczenia nawierzchni obciążonych gołenią o układzie kół w systemie tandem.

W wymienionej metodzie obciążenie obliczeniowe od goleni wielokołowej redukuje się do obciążenia równoważnego jednokołowego [2]. Współczynnik redukcyjny r wyznacza się z założenia, że moment zginający lub ugięcie w środku płyty

od obciążenia rzeczywistą golenią samolotu obliczeniowego jest równe obciążeniu od goleni jednokołowej równoważnej przyłożonej w środku płyty.

W zasadzie dla tej metody są opracowane nomogramy dla typowych (standardowych) układów kół w goleni, jak koła bliźniacze czy wielokołowe w układzie zwartym.

Brakuje nomogramów dla układu tandem, gdzie odległość kół od siebie jest dość znaczna. Sytuacja ta ma miejsce w przypadku wojskowych samolotów transportowych, które są na wyposażeniu lotnictwa w naszym kraju.

Dotyczy to samolotu CASA i HERKULES. W niniejszym artykule autorzy szczegółowo zajęli się samolotem CASA. Dla tego samolotu wyprowadzono wzór oraz opracowano nomogram do wyznaczania obciążenia równoważnego.

Autorzy podjęli wstępnie ten problem w zrealizowanej pracy magisterskiej [1].

1.2. Charakterystyka samolotu transportowego CASA C-295M [1]

Samolot transportowy CASA C-295 jest dwusilnikowym górnopłatem z pojedynczym usterzeniem o konstrukcji kompozytowo-metalowej (rys. 1).



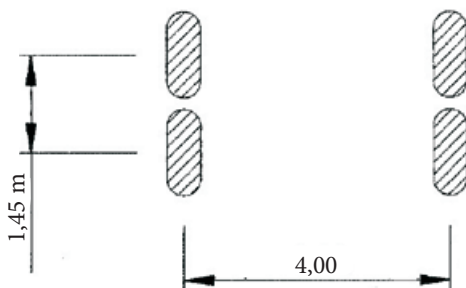
Rys. 1. Samolot transportowy CASA C-295 M

Załoga tego samolotu to dwóch pilotów oraz w zależności od wersji technik ładunkowy lub operatorzy systemów. Kadłub samolotu stanowi konstrukcja metalowa, półskorupowa o przekroju owalnym, gdzie rampa ładunkowa ma spłaszczone zakończenie. W przedniej części mieści się kabina pilotów z dwoma miejscami, a tuż za nią znajduje się przestrzeń ładunkowa o wymiarach 12,70 m długości, 2,70 m szerokości i 1,90 m wysokości. Skrzydła samolotu są konstrukcją trzyczęściową, metalową, dwudźwigarową. Podwozie samolotu jest chowane, główne jednokołowe, ułożone tandemowo, natomiast przednie jest bliźniacze. Napęd samolotu stanowią dwa silniki turbinowe o mocy normalnej 1927 kW i maksymalnej 2177 kW wyposażone w szczęściopłatkowe skrzydła o zmiennym skoku. Silniki zużywają

w zależności od zabranego ładunku, warunków atmosferycznych, wysokości lotu i pułapu od 400 kg do 800 kg paliwa na godzinę lotu. Maksymalny zasięg wynosi 5600 km na pułapie 7800 metrów. Samolot posiada cztery zbiorniki paliwa (7700 litrów) umieszczone w skrzydłach.

Podstawowe dane samolotu CASA C-295:

- ciężar startowy samolotu — $Q_s = 232$ kN,
- ciśnienie w oponach — $q = 0,614$ MPa,
- układ kół goleni przedstawiono na rysunku 2.



Rys. 2. Schemat rozmieszczenia goleni głównych w samolocie transportowym CASA C-295

2. Wyznaczenie obciążenia równoważnego

Obciążenie równoważne wyznaczone zostało przy zastosowaniu metody Picketta-Raya obliczenia nawierzchni sprężystych. Metoda ta jest modyfikacją metody Westergaarda. Momenty zginające w płycie tą metodą wyznacza się, korzystając z powierzchni wpływowych dla środka płyty. Podstawowe obciążenie na goleni wyznaczono z ogólnych zasad, przyjmując 45% ciężaru startowego samolotu. Dla samolotu CASA wyniesie ono $P_g = 104,4$ kN.

2.1. Wyznaczenie punktów charakterystycznych nomogramu

W tym celu wykorzystano metodę Picketta-Raya. W metodzie tej moment zginający w środku płyty obliczamy ze wzoru:

$$M = \frac{ql^2 N_{\max}}{10000} \text{ [kNcm/cm]}, \quad (1)$$

gdzie: q — ciśnienie powietrza w oponie;

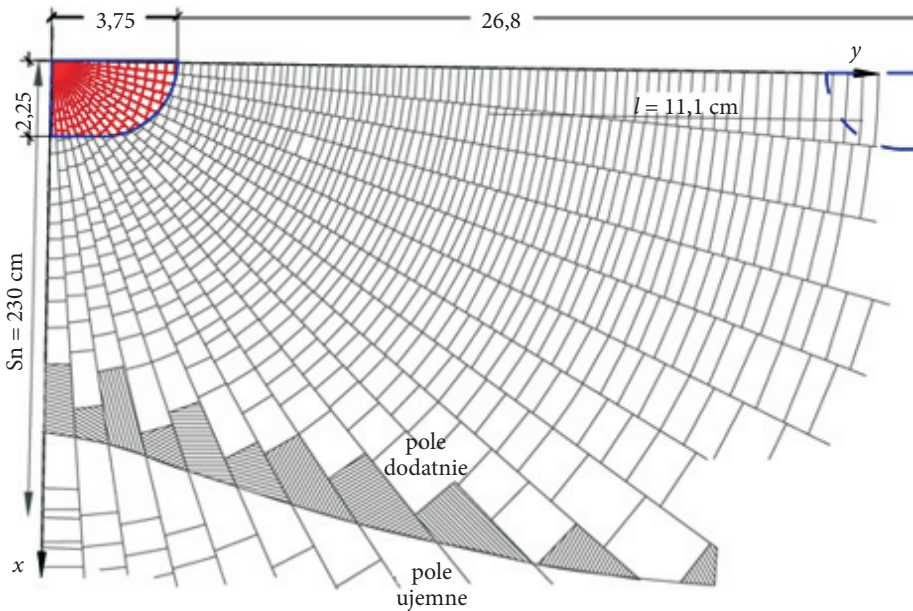
l — promień względnej sztywności płyty;

N_{\max} — maksymalna liczba pól pokrytych przez powierzchnię styku opon kół goleni samolotu.

Jak widać z zależności (1), to moment zginający w środku płyty dla wszystkich przypadków zależy od liczby pól (N_{\max}). W związku z tym przy wyznaczaniu punktów nomogramu zamiast momentów porównane będą uzyskane liczby pól.

a) Punkt początkowy

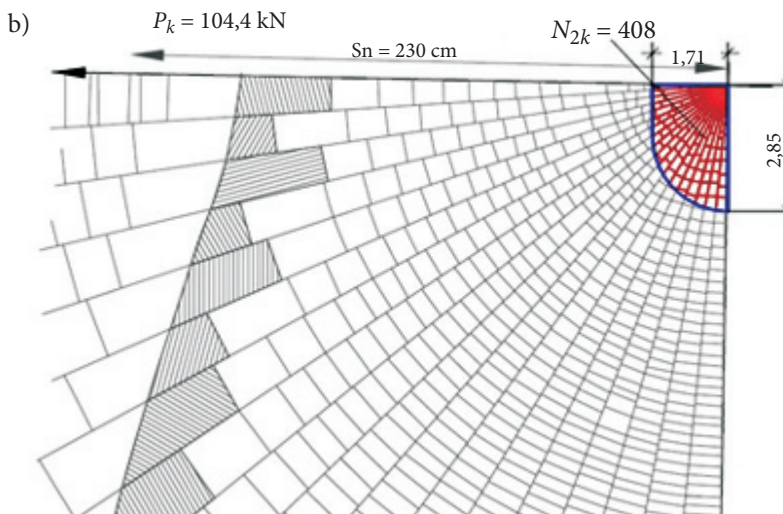
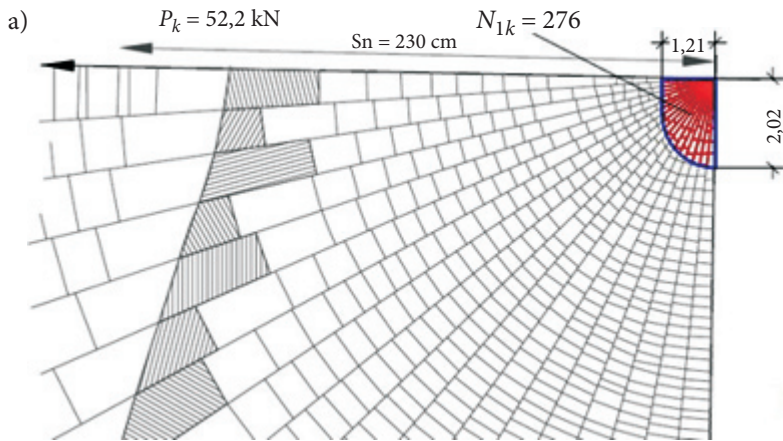
Dla punktu początkowego przyjęto promień względnej sztywności płyty $l_1 = 60$ cm. Dla tej sztywności wyznaczono ślad styku kół goleni z nawierzchnią, który przyłożono do powierzchni wpływowej momentów zginających w środku płyty, co przedstawiono na rysunku 3. Jak widać z tego rysunku, drugie koło goleni wychodzi poza zakres powierzchni wpływowej, co świadczy o tym, że obciążeniem równoważnym dla tego przypadku będzie obciążenie na jedno koło goleni głównej i wyniesie $P_{r1} = 52,2$ kN przy $l_1 = 60$ cm.

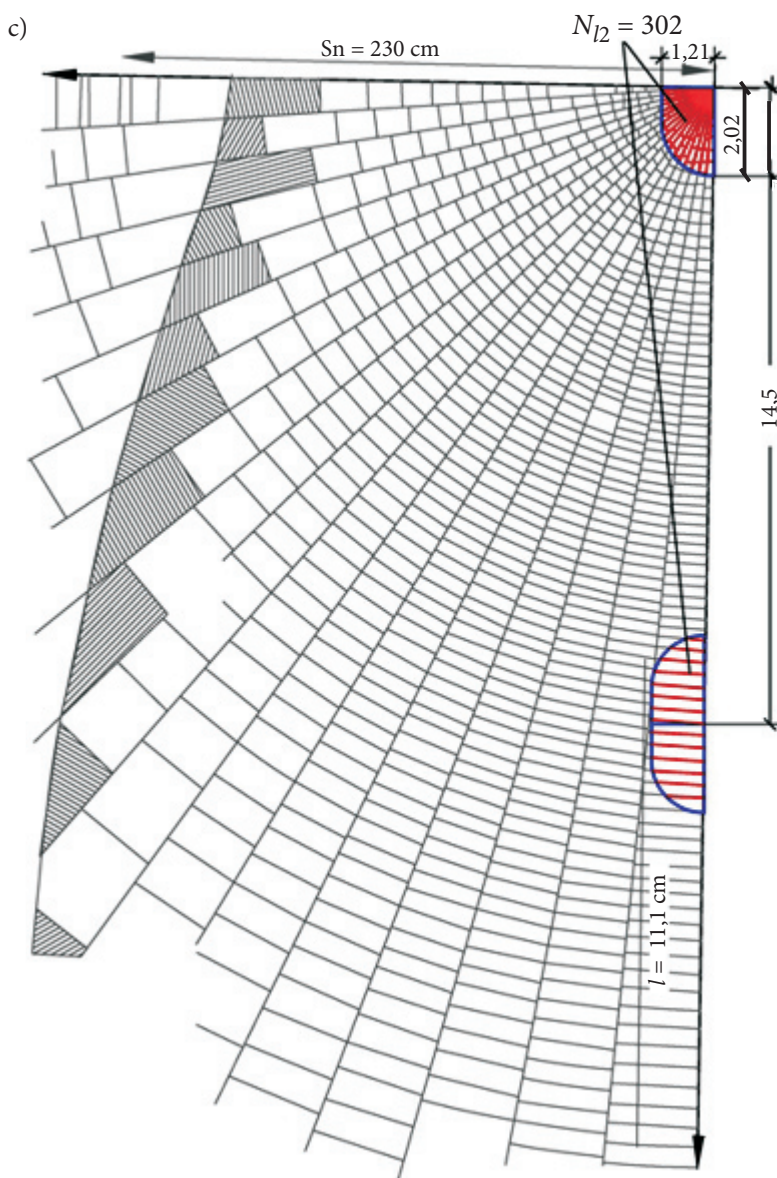


Rys. 3. Obliczenie wartości N_{l1} przy wartości promienia względnej sztywności $l_1 = 60$ cm dla przypadku goleni rzeczywistej

b) Punkt pośredni nomogramu

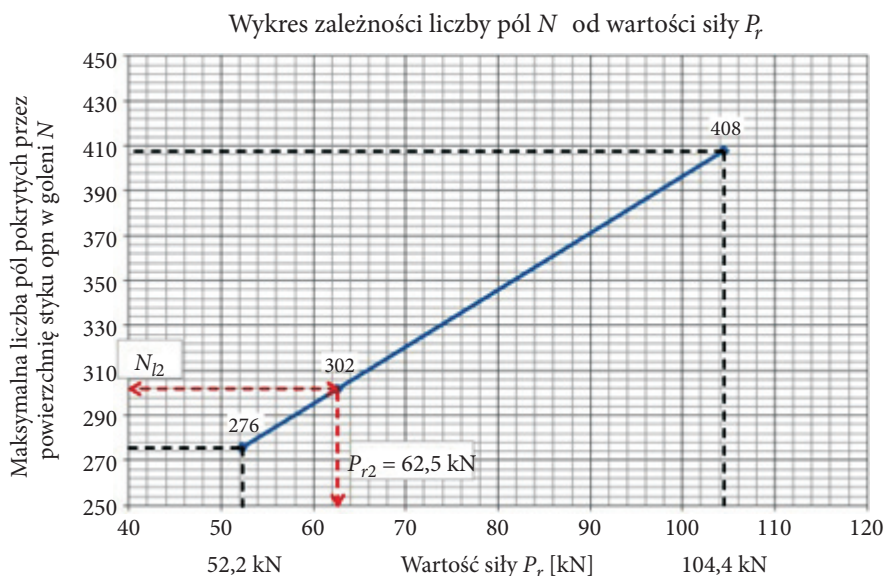
Punkt pośredni przyjęto dla promienia względnej sztywności płyty $l_2 = 110$ cm. Powierzchnie wpływowe momentów ze schematami śladów styku kół podwozia przedstawiono na rysunku 4.





Rys. 4. Obliczenie wartości N_{Ik} przy wartości promienia względnej sztywności $l_2 = 110 \text{ cm}$:
 a) dla pojedynczego koła goleni; b) koło równoważne dla całej goleni; c) układ rzeczywisty kół goleni

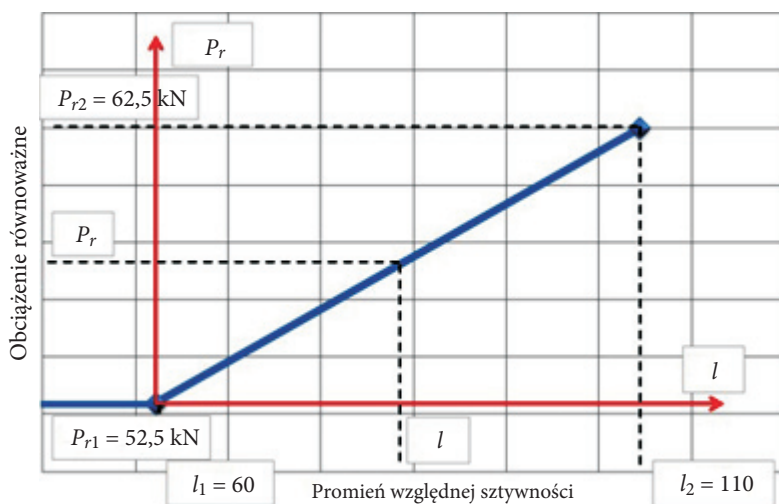
Wartość obciążenia równoważnego wyznaczono z wykresu rysunku 5. Dla goleni rzeczywistej liczba pól $N_{l_2} = 302$ z wymienionego wykresu $P_{r_2} = 62,5 \text{ kN}$ dla $l_2 = 110 \text{ cm}$.



Rys. 5. Obliczenie wartości obciążenia P_{r2} przy promieniu względnej sztywności $l_2 = 110$ cm

2.2. Wyznaczenie zależności i nomogramu do obliczania obciążenia równoważnego

Przebieg nomogramu przedstawiono na rysunku 6.



Rys. 6. Wykres zależności wartości obciążenia równoważnego od promienia względnej sztywności

Na wykresie (rys. 6) przedstawiono zależność obciążenia równoważnego od promienia względnej sztywności płyty. Wykres został sporządzony na podstawie obliczonych wartości siły równoważnej dla charakterystycznych wartości. Wynika z niego, że obciążenie równoważne będzie zawierać się pomiędzy wartościami P_{r1} i P_{r2} . Wraz ze wzrostem wartości promienia względnej sztywności rośnie wartość obciążenia równoważnego. Z wykresu wynika zależność na wyznaczenie wartości obciążenia równoważnego, która określana jest następującym wzorem:

$$P_r = P_{r1} + \frac{P_{r2} - P_{r1}}{l_2 - l_1} (l - l_1), \quad (2)$$

gdzie: P_r — obliczeniowa wartość obciążenia równoważnego;
 P_{r1} — wartość obciążenia równoważnego dla przyjętej wielkości promienia względnej sztywności l_1 ;
 P_{r2} — wartość obciążenia równoważnego dla przyjętej wielkości promienia względnej sztywności l_2 ;
 l_1, l_2 — przyjęte wartości promienia względnej sztywności;
 l — wartość promienia względnej sztywności zawierająca się w przedziale (l_1, l_2) .

Powyższy wzór jest równaniem prostej, gdzie obliczenie wartości siły P_r z wykresu równa się sile P_{r1} powiększonej o kąt nachylenia prostej. Zależność (2) stanowi podstawę do obliczania obciążenia równoważnego dla schematu goleni typu tandem oraz odgrywa istotną rolę przy wyznaczeniu naprężeń i ugięć we wzorach Westergaarda. Na jego podstawie został również sporządzony schemat blokowy obliczania naprężeń i ugięć.

Dla danych ustalonych wcześniej zależność na obliczenie obciążenia równoważnego dla samolotu CASA przyjmuje postać:

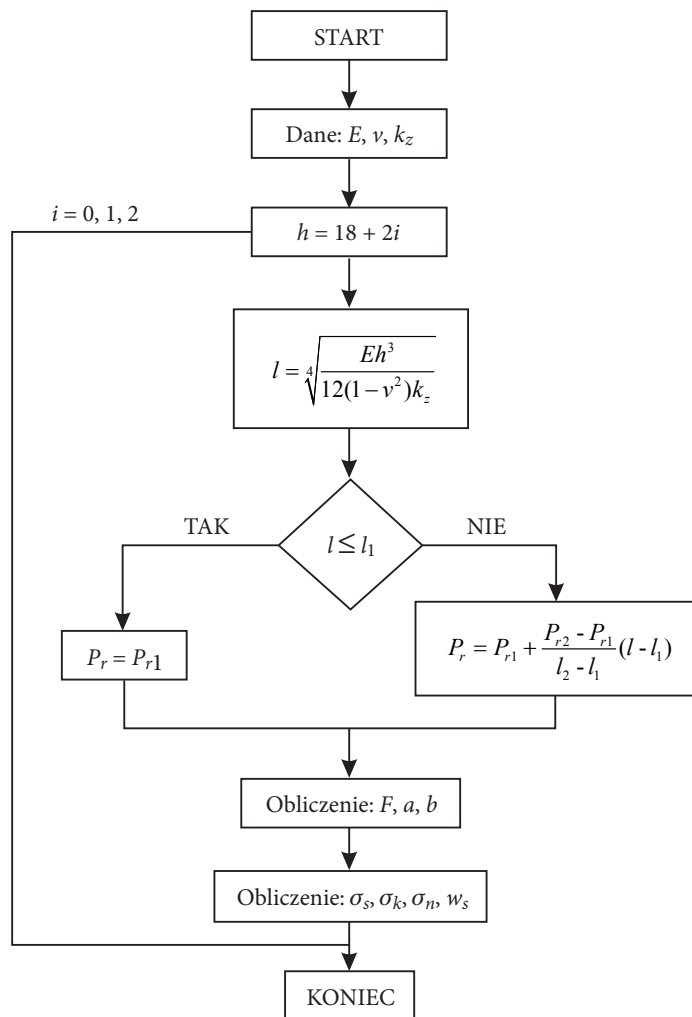
$$\begin{aligned} P_r &= 52,2 + 0,206(l - 60) \quad \text{dla } l \geq 60 \text{ cm,} \\ P_r &= 52,2 \text{ kN} \quad \text{dla } l < 60 \text{ cm.} \end{aligned} \quad (3)$$

3. Wykresy naprężeń i ugięć w płycie

Wyznaczone obciążenie równoważne pozwala na sporządzenie wykresów do analizy nośności płyt sprężystych obciążonych golenią główną samolotu CASA.

Do wykonania tych wykresów wykorzystano algorytmy metody Westergaarda do obliczenia naprężeń w środku, na krawędzi i w narożu płyty. Obliczenia zrealizowano programem EXCEL.

Schemat blokowy postępowania przy obliczaniu nawierzchni betonowych przedstawiono na rysunku 7.



Rys. 7. Schemat blokowy obliczania naprężeń i ugięć ze wzorów Westergaarda [1]

Wyniki obliczeń komputerowych przedstawiono w tablicach 1 i 2. Na podstawie uzyskanych wyników sporządzono wykresy (rys. 8-10). Opracowane na wykresach nomogramy pozwalają na szybkie określenie naprężeń w płycie betonowej obciążonej gołonią samolotu CASA dla podbudowy na podłożu gruntowym o zastępczym współczynniku Winklera w przedziale 0,5-3 MPa/cm.

TABELA 1

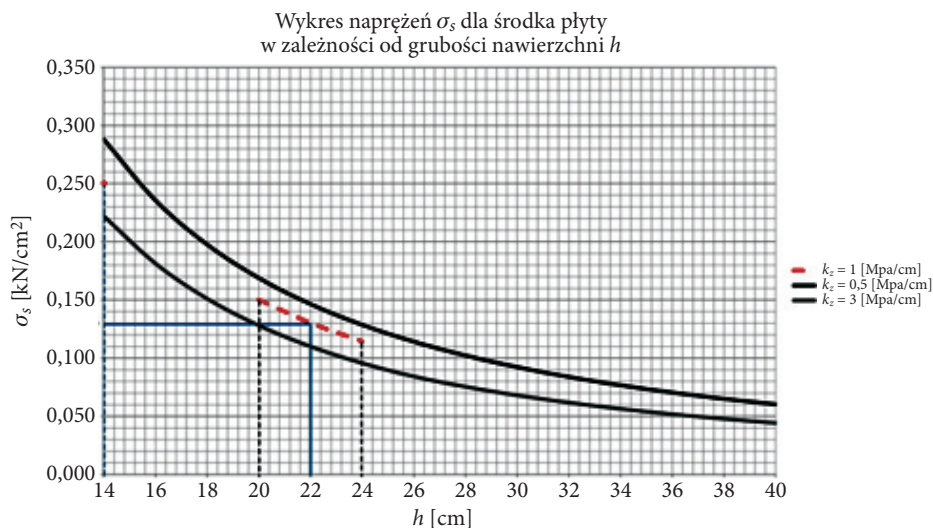
Wykaz wielkości charakterystycznych do obliczeń oraz uzyskanych naprężeń i ugięć
dla $k_z = 0,5 \text{ MPa/cm}$

h [cm]	P_r [kN]	r	σ_s [kN/cm ²]	σ_k [kN/cm ²]	σ_n [kN/cm ²]	w_k [mm]
16	53,41	1,95	0,236	0,422	0,288	0,905
18	54,67	1,91	0,198	0,358	0,246	0,786
20	55,89	1,87	0,169	0,309	0,212	0,693
22	57,08	1,83	0,146	0,270	0,185	0,619
24	58,24	1,79	0,129	0,239	0,163	0,558
26	59,38	1,76	0,114	0,214	0,146	0,508
28	60,49	1,73	0,102	0,192	0,131	0,466
30	61,59	1,70	0,092	0,175	0,118	0,430
32	62,67	1,67	0,084	0,159	0,108	0,398
34	63,73	1,64	0,077	0,146	0,098	0,371
36	64,78	1,61	0,070	0,135	0,090	0,348
38	65,81	1,59	0,065	0,125	0,084	0,327
40	66,83	1,56	0,060	0,116	0,077	0,308

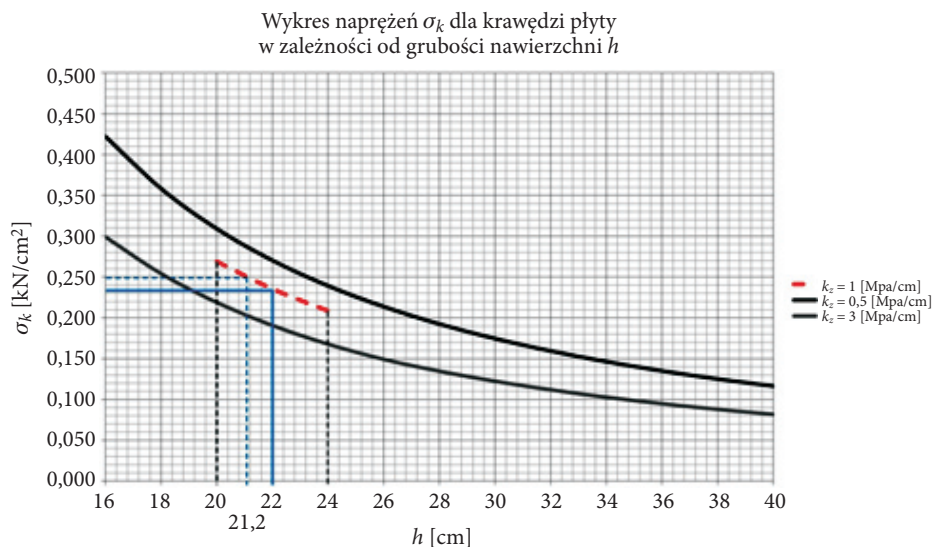
TABELA 2

Wykaz wielkości charakterystycznych do obliczeń oraz uzyskanych naprężeń i ugięć
dla $k_z = 3 \text{ MPa/cm}$

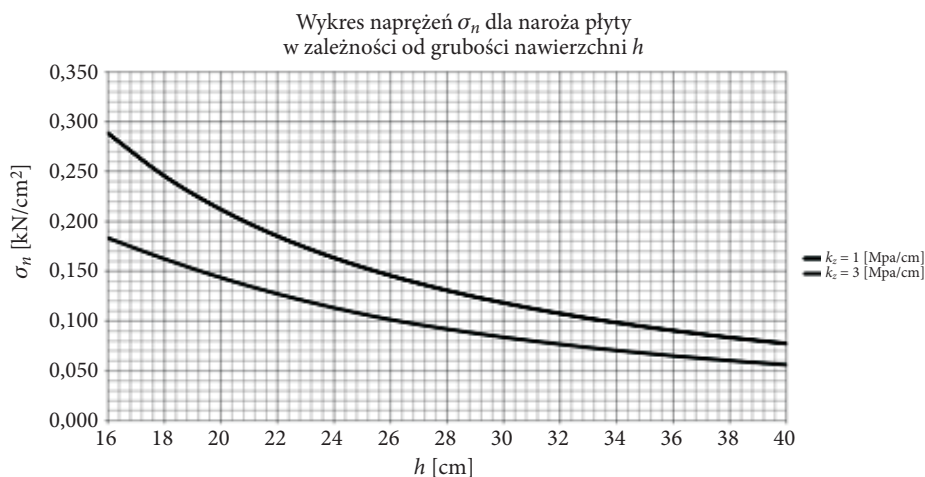
h [cm]	P_r [kN]	r	σ_s [kN/cm ²]	σ_k [kN/cm ²]	σ_n [kN/cm ²]	w_k [mm]
16	52,20	2,00	0,181	0,299	0,183	0,802
18	52,20	2,00	0,151	0,254	0,162	0,688
20	52,20	2,00	0,128	0,219	0,143	0,600
22	52,20	2,00	0,110	0,191	0,127	0,528
24	52,20	2,00	0,096	0,168	0,113	0,470
26	52,32	2,00	0,084	0,149	0,101	0,422
28	53,04	1,97	0,075	0,135	0,092	0,387
30	53,74	1,94	0,068	0,122	0,084	0,356
32	54,43	1,92	0,062	0,112	0,077	0,330
34	55,11	1,89	0,056	0,103	0,070	0,307
36	55,77	1,87	0,052	0,095	0,065	0,286
38	56,43	1,85	0,048	0,088	0,060	0,268
40	57,08	1,83	0,044	0,082	0,056	0,253



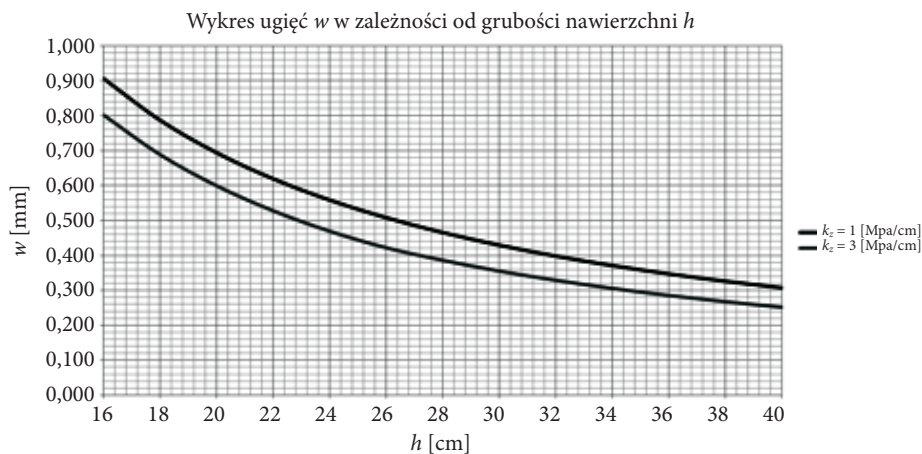
Rys. 8. Wykres naprężeń dla środka płyty do obliczenia grubości nawierzchni betonowej dyblowanej



Rys. 9. Wykres naprężeń dla krawędzi płyty do obliczenia grubości nawierzchni betonowej słabo-zbrojonej



Rys. 10. Wykres naprężeń dla naroża płyty w zależności od grubości nawierzchni



Rys. 11. Wykres ugięć płyty w zależności od grubości nawierzchni

4. Określenie grubości płyt z betonu cementowego z wykorzystaniem opracowanych nomogramów

4.1. Przykład korzystania z opracowanych nomogramów

Mając naprężenia dopuszczalne na rozciąganie przy zginaniu, możemy dla przyjętej podbudowy i podłoża wyznaczyć grubość nawierzchni. Dane o konstrukcji nawierzchni i parametrach betonu cementowego podano w pracy [1].

Grubość płyty betonowej wyznaczonej ze względu na naprężenia krawędziowe — tak dla $\sigma_d = 2,50$ MPa, $k_z = 1$ MPa/cm z nomogramu na rysunku 9 wyznaczamy grubość, która wynosi $h_k = 21,2$ cm, przyjęto grubość $h_k = 22$ cm.

Grubość płyty betonowej o krawędziach dyblowanych wyznaczono ze względu na naprężenia dla środka płyty — tak dla $\sigma_d = 2,50$ MPa, $k_z = 1$ MPa/cm z nomogramu na rysunku 8 wyznaczamy grubość, która wynosi $h_s = 14$ cm. Jest to grubość teoretyczna, przy praktycznej realizacji ze względów technologicznych należałoby przyjąć min. 18 cm.

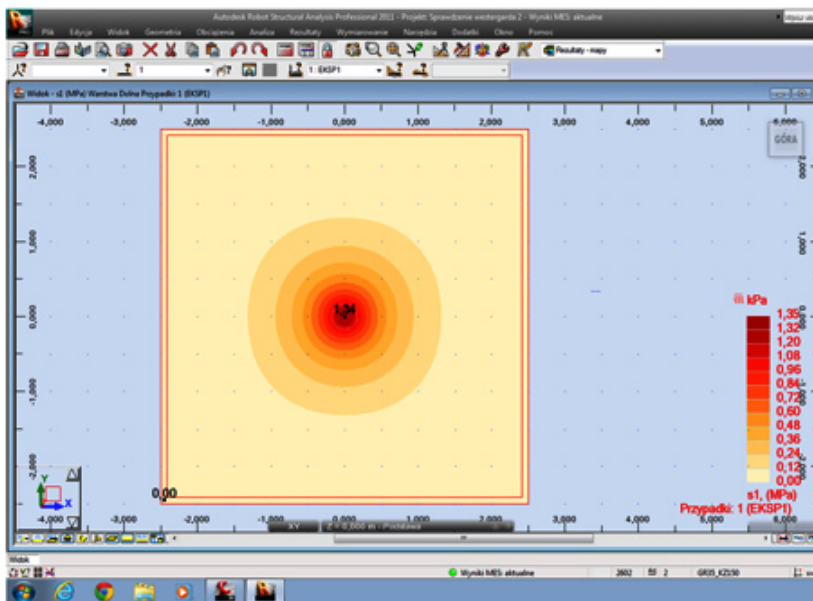
4.2. Sprawdzenie obliczonych naprężeń z nomogramu z wynikami uzyskanymi z programu komputerowego ROBOT

a) Obliczenie ROBOTEM

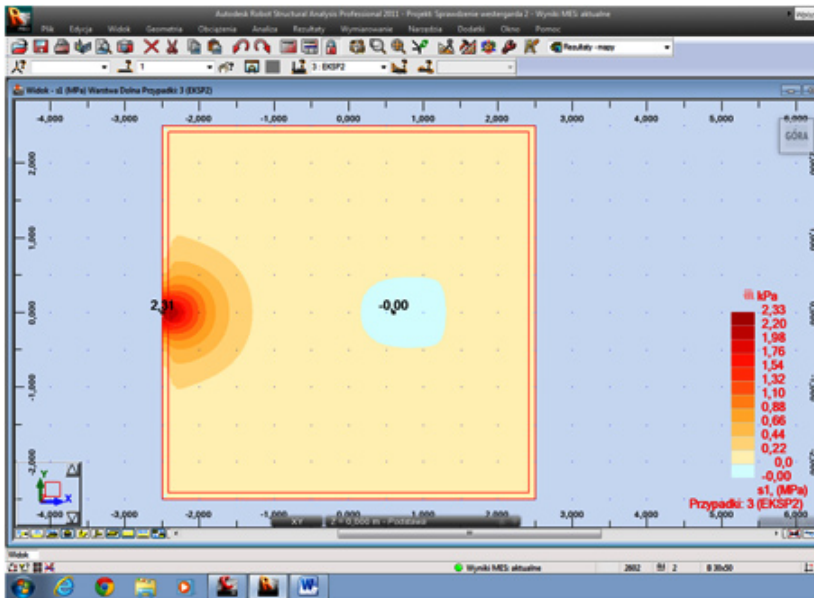
Wykonano obliczenia dla następujących danych:

- współczynnik Winklera dla podłoża $k = 1$ MPa/cm,
- grubość płyty $h = 22$ cm,
- siła obciążająca równoważna $P_r = 54,33$ kN,
- moduł sprężystości betonu $E = 27\,000$ MPa,
- powierzchnia styku z nawierzchnią $F = 885$ cm²,
- promień koła styku z nawierzchnią $R = 16,8$ cm.

Wyniki obliczeń programem ROBOT przedstawiono na rysunku 12.



Rys. 12a. Rozkład naprężeń dla środka płyty



Rys. 12b. Rozkład naprężeń dla krawędzi płyty

Maksymalne naprężenia wynoszą:

- dla środka $\sigma_s = 1,34$ MPa,
- dla krawędzi $\sigma_k = 2,31$ MPa.

b) Wyniki uzyskane z nomogramów.

Dla $k_z = 1$ MPa/cm i grubości płyty $h = 22$ cm z nomogramów odczytano naprężenia:

- dla środka (rys. 8) — $\sigma_s = 1,30$ MPa,
- dla krawędzi (rys. 9) — $\sigma_k = 2,31$ MPa.

Różnica wyników mieści się w granicach błędu obliczeniowego. Sprawdzenie to uwiarygodnia opracowane nomogramy.

5. Podsumowanie i wnioski

W przedstawionym artykule zaprezentowano oryginalne rozwiązanie problemu obliczania nawierzchni z betonu cementowego obciążonego goleńią samolotu o układzie kół w systemie tandem. W szczególności opracowano:

- nomogram i wyprowadzono zależność do wyznaczenia obciążenia równoważnego, a następnie współczynnika redukcyjnego goleń rzeczywistą (o układzie kół tandem) do goleń jednokołowej równoważnej;

- nomogramy do wyznaczenia naprężeń w płytach betonowych ułożonych na podbudowie i podłożu o współczynniku zastępczym Winklera w przedziale 05-3 MPa/cm;
- sprawdzenie ROBOT uzyskanych wyników z opracowanych nomogramów.

Opracowane nomogramy pozwalają na szybką analizę nośności dla nawierzchni z betonu cementowego, co zaprezentowano w praktycznym pokazie korzystania z opracowanych nomogramów.

Układ kół tandem ma miejsce w transportowych samolotach wojskowych (CASA, HERKULES), stąd zaprezentowana metodyka oraz opracowane nomogramy mogą być wykorzystane do oceny nawierzchni z betonu cementowego metodą ACN-PCN [5-7] przez jednostki wojskowe mające na wyposażeniu tego typu samoloty.

Artykuł wpłynął do redakcji 28.11.2013 r. Zweryfikowaną wersję po recenzji otrzymano 24.04.2014 r.

LITERATURA

- [1] KRAKOWIAK A., *Analiza techniczno-ekonomiczna wyboru nawierzchni z betonu cementowego dla samolotu CASA*, praca magisterska, WAT, Warszawa, 2013.
- [2] MARSZAŁEK J., *Budowa lotnisk, Część II. Obliczanie nawierzchni*, Wojskowa Akademia Techniczna, Warszawa, 1984.
- [3] LEWINOWSKI Cz., *Wymiarowanie konstrukcji jezdni drogowych z betonu cementowego*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa, 1982.
- [4] SZYDŁO A., *Nawierzchnie drogowe z betonu cementowego. Teoria, wymiarowanie, realizacja*, Polski Cement, Kraków, 2004.
- [5] SZYDŁO A., *Wyznaczenie liczby klasyfikacyjnej nawierzchni lotniskowych z wykorzystaniem badań identyfikacyjnych*, Informator ITWL, 310/92.
- [6] SZYDŁO A., *Ocena nośności nawierzchni metodą ACN-PCN*, Drogownictwo, 11-12, 1990.
- [7] CZARNECKI K., *Klasyfikacja nawierzchni lotniskowych metodą ACN-PCN*, Technika Lotnicza i Astronautyczna, 1/87.

A. KRAKOWIAK, J. MARSZAŁEK

Application of the Westergaard method to calculate the pavement loaded by leg of wheels in tandem

Abstract. The paper includes the methodology followed for the calculation of elastic pavements loaded by the leg of aircraft in arrangement of wheels in tandem. Using the Ray Pickett method, the nomograms are developed to determine the equilibrated load, which are necessary for calculation of pavements by the Westergaard method. The derived formula and nomogram are original solutions that have not yet occurred. Next, calculations of pavement, loaded by legs of CASA military transport plane, were performed. Also, diagrams of stresses and deflections, depending on the thickness of the pavement and the subsoil parameters were made. The resulting graphs significantly speed up the procedure for calculating the pavements what is desirable for military terms.

Keywords: calculation of pavement, leg of aircraft, system wheels in tandem

