

**Wojciech Moćko**

wojciech.mocko@its.waw.pl

Instytut Transportu Samochodowego

## **EKSPERYMENTALNA METODYKA OCENY WRAŻLIWOŚCI STOPÓW NA SZYBKOŚĆ ODKSZTAŁCANIA**

W pracy omówiono podstawowe metody badawcze, wykorzystujące koncepcję pręta Hopkinsona, wykorzystywane do wyznaczania krzywych ściskania materiałów konstrukcyjnych w warunkach obciążeń udarowych. Ponadto zaprezentowano opracowane i wykonane w Instytucie Transportu Samochodowego stanowisko stosowane do badania charakterystyk mechanicznych materiałów przy dużych szybkościach odkształcania. Opisana aparatura posłużyła do wyznaczenia charakterystyk naprężenia w funkcji odkształcania wybranych stopów. Na podstawie otrzymanych wykresów można ocenić wrażliwość badanych materiałów na szybkość odkształcania.

## ***AN EXPERIMENTAL METHOD OF DETERMINING A STRAIN RATE SENSITIVITY OF ALLOYS***

*Basic experimental methods based on the Hopkinson bar concept were discussed in this paper. The methods are used to determine compressive curves of materials under impact loading conditions. Moreover, the testing stand designed and fabricated in the Motor Transport Institute was introduced. The testing stand is used to analyse mechanical behavior of a materials at a high strain rates. Described equipment was applied to estimate stress-strain curves of selected structural materials. On the basis of the obtained characteristics strain rate sensitivity may be investigated.*

## 1. Wstęp

Współczesne metody projektowania konstrukcji z wykorzystaniem symulacji numerycznych wymagają zastosowania wiarygodnych modeli materiałowych, w celu uzyskania dobrej zgodności obliczeń z danymi eksperymentalnymi. Szczególnym przypadkiem są struktury narażone na deformacji plastyczne zachodzące w warunkach obciążeń uderowych. Można je spotkać w lotnictwie, kosmonautyce, motoryzacji czy kolejnictwie. W celu prawidłowego opracowania modelu, który można zastosować do analizy w szerokim zakresie szybkości odkształcania niezbędne jest przeprowadzenie charakteryzacji materiału zarówno w quasi-statycznych jak i dynamicznych warunkach odkształcania. O ile w pierwszym zakresie szybkości można w badaniach użyć typowych maszyn wytrzymałościowych, o tyle w przypadku obciążeń uderowych niezbędne jest wykorzystanie innych specyficznych rozwiązań, jak np. pręt Hopkinsona. W niniejszej publikacji przybliżono tematykę wyznaczania charakterystyk ściskania materiałów w zakresie obciążeń uderowych, które obejmują szybkość odkształcania powyżej  $10^3 \text{ s}^{-1}$ .

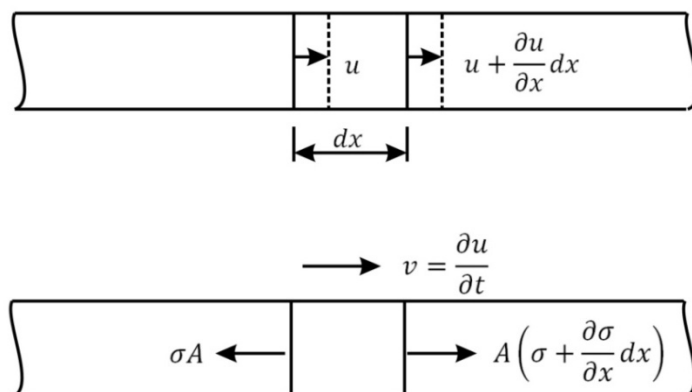
## 2. Metody badawcze stosowane do wyznaczania właściwości mechanicznych materiałów przy dużych szybkościach odkształcania

### 2.1. Zjawisko propagacji fali sprężystej w prętach

Na potrzeby analizy zjawiska propagacji jednowymiarowej fali wzdłuż nieskończenie długiego pręta o przekroju poprzecznym równym  $A$ , wykonanego z materiału o gęstości  $\rho$  i module Younga  $E$  można założyć, że składa się on z elementów o pomijalnie małych rozmiarach  $dx$  [Al-Mousawi et al. 1997]. Pręt jest poddany uderzeniu w kierunku równoległym do jego osi podłużnej jak przedstawiono na rys. 1. Przyjmując, że  $u$  oznacza przemieszczenie,  $\varepsilon$  odkształcenie, a materiał jest liniowo sprężysty i spełnia prawo Hooke'a, na podstawie drugiego prawa Newtona można wyznaczyć równanie opisujące propagację fali jako:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (1)$$

gdzie  $c_0 = \sqrt{E/\rho}$  oznacza wzdłużną prędkość fali.



Rys. 1 Propagacja fali sprężystej  
Fig. 1. Elastic wave propagation

Ogólna postać rozwiązania równania (1) może być przedstawiona jako:

$$\mathbf{u} = \mathbf{f}(x - c_0 t) + \mathbf{g}(x + c_0 t) \quad (2)$$

Biorąc pod uwagę tylko falę przemieszczającą się w kierunku dodatnich wartości osi  $x$  tzn.:

$$\mathbf{u} = \mathbf{f}(x - c_0 t)$$

można przeprowadzić różniczkowanie względem  $x$  oraz  $t$ , które prowadzi do zależności:

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{u}}{dt} = -c_0 \mathbf{f}' \quad \text{oraz} \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \frac{d\mathbf{u}}{dx} = \mathbf{f}' \quad (3)$$

gdzie ' oznacza pochodną względem argumentu  $(x - c_0 t)$ . A zatem:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = -c_0 \left( \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} \right) \quad \text{lub} \quad \mathbf{v} = -c_0 \boldsymbol{\varepsilon} \quad (4)$$

Podstawiając  $\sigma = E \boldsymbol{\varepsilon}$  oraz  $E = c_0^2 \rho$ , równanie (4) przybiera postać:

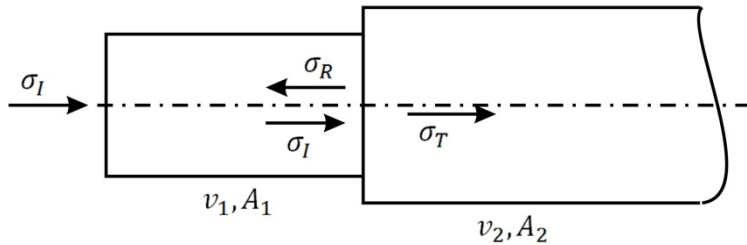
$$\mathbf{v} = -c_0 \frac{\sigma}{E} = \frac{-\sigma}{\rho c_0}$$

Znak minus oznacza, że fala przemieszcza się w kierunku dodatnich wartości osi  $x$ , w przypadku gdy rozpatrywany jest impuls fali rozciągającej. W teorii opisującej propagację fali sprężystej w pręcie zwykle przyjmuje się, że impuls naprężenia ściskającego jest traktowany jako dodatni, co prowadzi do zależności:

$$\sigma = \rho c_0 \mathbf{v} \quad (5)$$

Przyjmując jednoosiowy stan naprężenia w prętach, dla fali odbitej ( $\sigma_R$ ) przechodzącej ( $\sigma_T$ ) oraz inicjującej ( $\sigma_I$ ) można wyznaczyć zależność, która uwzględni różny przekrój poprzeczny oraz różne właściwości fizyczne materiału, z którego wykonano pręty. Schemat powstawania fali odbitej i przechodzącej na skutek nieciągłości pręta przedstawiono na rys. 2. Z warunku równowagi sił wynika następująca zależność:

$$(\sigma_I + \sigma_R) A_1 = \sigma_T A_2 \quad (6)$$



Rys. 2. Przechodząca i odbita fala naprężenia powstające w wyniku nieciągłości pręta  
Fig. 2. Transmitted and reflected elastic wave generated due to rod incontinous

Dla zachowania ciągłości ruchu należy przyjąć, że każdy z impulsów obciążających ma charakter ściskający, a zatem, że prędkości ruchu cząsteczek mają ten sam zwrot, co kierunek propagacji fali mechanicznej:

$$\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_2 \quad (7)$$

gdzie  $v_1$  jest prędkością wynikową cząsteczek w pręcie 1, natomiast  $v_2$  jest prędkością cząsteczek w pręcie 2. A zatem:

$$\mathbf{v}_I - \mathbf{v}_R = \mathbf{v}_T \quad (8)$$

Korzystając z równań (5), (6) oraz (8) można otrzymać następujące zależności:

$$\sigma_R = \frac{\rho_2 c_2 A_2 - \rho_1 c_1 A_1}{\rho_2 c_2 A_2 + \rho_1 c_1 A_1} \sigma_I \quad (9)$$

$$\sigma_T = \frac{2 \rho_2 c_2 A_1}{\rho_2 c_2 A_2 + \rho_1 c_1 A_1} \sigma_I \quad (10)$$

Jeśli przyjąć, że oba pręty są wykonane z tego samego materiału tzn.  $\rho_1 = \rho_2 = \rho$  oraz  $c_1 = c_2 = c_0$  to równania (9) i (10) przyjmują następującą postać:

$$\sigma_R = \frac{A_2 - A_1}{A_2 + A_1} \sigma_I \quad (11)$$

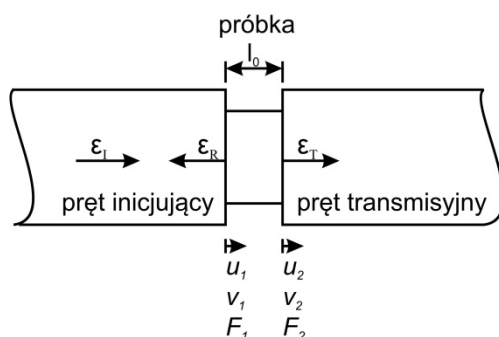
$$\sigma_T = \frac{2A_1}{A_2 + A_1} \sigma_I \quad (12)$$

Jeżeli krótką próbkę umieści się pomiędzy dwoma długimi prętami, przemieszczenie końców próbki stykających się z czołami prętów oznaczone jako  $u_1$  oraz  $u_2$  rys. 3 można wyznaczyć na podstawie fali padającej, przechodzącej i odbitej. Przy uwzględnieniu, że odkształcenia powstałe w wyniku fali ściskającej mają znak dodatni równanie (9) może być zapisane jako:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_0 \varepsilon \quad (13)$$

lub

$$u = c_0 \int \varepsilon dt \quad (14)$$



Rys. 3. Próbką cylindryczną umieszczoną pomiędzy dwoma prętami  
Fig. 3. Cylindrical specimen placed between elastic bars

Jeśli w układ rozdzielonych prętów Hopkinsona uderza pocisk o prędkości  $v$  wykonany z tego samego materiału i o takim samym przekroju jak pręty to naprężenie maksymalne występujące w pręcie wynosi :

$$\sigma = \frac{1}{2} \rho c_0 v \quad (15)$$

Przemieszczenie czoła pręta inicjującego  $u_1$  jest wynikiem działania impulsu fali padającej jak i odbitej:

$$u_1 = c_0 \int_0^t \varepsilon_I dt + (-c_0) \int_0^t \varepsilon_R dt = c_0 \int_0^t (\varepsilon_I - \varepsilon_R) dt \quad (16)$$

gdzie  $t=0$  odpowiada czasowi pojawienia się czoła fali na brzegu pręta. Podobnie przemieszczenie  $u_2$  czoła pręta transmitującego, który styka się z próbką można przedstawić jako:

$$u_2 = c_0 \int_0^t \varepsilon_T dt \quad (17)$$

Prędkości przemieszczania się czoła każdego z prętów, pomiędzy którymi umieszczono próbkę wynoszą:

$$v_1 = c_0 (\varepsilon_I - \varepsilon_R) \quad (18)$$

$$v_2 = c_0 \varepsilon_T \quad (19)$$

Siły przyłożone do brzegów próbki można wyznaczyć z zależności:

$$P_1 = EA(\varepsilon_I + \varepsilon_R) \quad (20)$$

$$P_2 = EA\varepsilon_T \quad (21)$$

Przyjmując poprawne dla krótkiej próbki założenie, że rozkład naprężenia w całej objętości próbki jest jednorodny, oznaczając  $A_0$  i  $l_0$  odpowiednio jako początkowy przekrój poprzeczny i długość, średnie naprężenie wewnątrz próbki  $\sigma_s$  można wyznaczyć jako:

$$\sigma_s = \frac{P_1 + P_2}{2A_0} = \pm \frac{1}{2} \frac{EA(\varepsilon_I + \varepsilon_R + \varepsilon_T)}{A_0} \quad (22)$$

Przy założeniu równowagi sił na brzegach próbki:

$$P_1 \cong P_2 \quad (23)$$

lub

$$\varepsilon_I + \varepsilon_R \cong \varepsilon_T \quad (24)$$

otrzymujemy:

$$\sigma_s \cong \pm E \left( \frac{A}{A_0} \right) \varepsilon_T \quad (25)$$

Znak „ $\pm$ ” jest używany w zależności od zwrotu obciążania próbki, przy czym dla ściskania jest dodatni, a dla rozciągania ujemny.

Średnie odkształcenie w próbce  $\varepsilon_s$  jest wyznaczane jako:

$$\varepsilon_s = \frac{u_1 - u_2}{l_0} = \pm \frac{c_0}{l_0} \int_0^t (\varepsilon_I - \varepsilon_R - \varepsilon_T) dt \quad (26)$$

lub

$$\varepsilon_s \cong \pm \frac{2c_0}{l_0} \int_0^t \varepsilon_R dt \quad (27)$$

natomiast średnia szybkość odkształcania wynosi:

$$\dot{\varepsilon}_s = \frac{v_1 - v_2}{l_0} = \pm \frac{c_0(\varepsilon_I - \varepsilon_R - \varepsilon_T)}{l_0} \quad (28)$$

lub

$$\dot{\varepsilon}_s = \pm \frac{2c_0}{l_0} \varepsilon_R \quad (29)$$

Przy założeniu stałej szybkości odkształcania maksymalne odkształcenie próbki  $\varepsilon$  jest wprost proporcjonalne do długości pocisku  $L_s$  :

$$\varepsilon = 2 \dot{\varepsilon} \frac{L_s}{c_0} \quad (30)$$

Na podstawie zależności (29) oraz analizy zjawiska generowania fali sprężystej po uderzeniu pocisku w pręt inicjujący można wykazać, że:

$$\dot{\varepsilon} \leq \frac{v}{l_0} \quad (31)$$

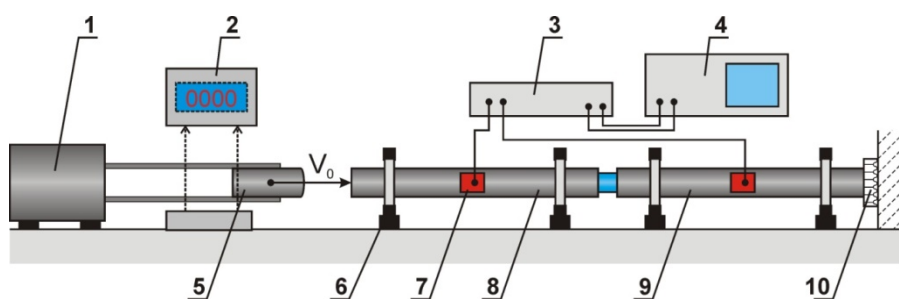
gdzie  $v$  oznacza prędkość pocisku, a  $l_0$  długość próbki. Równania (29) i (30) mogą być wykorzystane do przybliżonego oszacowania długości pocisku i jego prędkości potrzebnych do uzyskania określonej wartości szybkości odkształcania.

## 2.2. Rozwiązania konstrukcyjne spotykane w prętach Hopkinsona

### 2.2.1. Typowa konfiguracja rozdzielonego pręta Hopkinsona

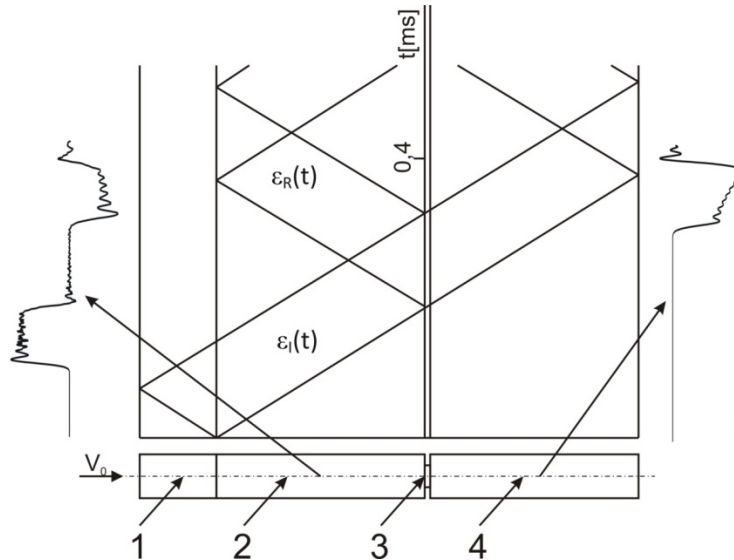
Podstawowa konfiguracja pręta Kolsky'ego została przedstawiona na rys. 4. Pierwotnie układ pomiarowy zaproponowany przez Kolsky'ego był oparty na mikrofonie pojemnościowym [Kolsky 1949]. Kilka lat później zaproponowano stosowane do dzisiaj rozwiązanie, w którym fala sprężysta jest wygenerowana na skutek uderzenia pocisku, próbka jest umieszczona pomiędzy prętem inicjującym i transmisyjnym, a przebieg fal sprężystych jest mierzony za pomocą tensometrów [Krafft 1954]. Urządzenie składa się z pneumatycznej wyrzutni (1), w której rozpędzany jest pocisk (5). Prędkość pocisku bezpośrednio przed uderzeniem w czoło pręta inicjującego (8) jest mierzona za pomocą bramki optycznej (2). Po uderzeniu pocisku w pręt inicjujący następuje wywołanie sprężystej fali ściskającej, która przemieszcza się wzdłuż pręta, aż do próbki. Kiedy fala

dociera do końca pręta inicjującego jej część propaguje się dalej przez próbkę do pręta transmisyjnego (9), a pozostała część jest odbijana i wraca do pręta inicjującego. Fala przechodząca przez pręt transmisyjny (9) jest na jego końcu tłumiona przez element energochłonny (10). Wartość naprężenia w prętach roboczych jest wyznaczana z wykorzystaniem pomiarów tensometrycznych. Na każdym z prętów naklejone są radialnie cztery tensometry (7), co pozwala wyeliminować efekty związane z wyboczeniem na skutek siły ściskającej, a ponadto zwiększa czułość pomiarową układu. Sygnały elektryczne są mierzone za pomocą szerokopasmowego mostka (3) i rejestrowane za pomocą oscyloskopu. Schemat propagacji fal sprężystych w pręcie przedstawiono na rys. 5. Aby umożliwić swobodne przemieszczanie prętów są one umieszczone w teflonowych łożyskach ślizgowych i zamocowane we wspornikach umożliwiających osiowanie (6).



Rys. 4. Schemat stanowiska zmodyfikowanego pręta Hopkinsona [Moćko 2014]  
 Fig. 4. Scheme of the split Hopkinson pressure bar

Bezpośrednio po uderzeniu pocisku (1) w pręt inicjujący powstaje fala ściskająca, która rozchodzi się od miejsca kontaktu wzdłuż pręta inicjującego (2) oraz symetrycznie wzdłuż pocisku. Fala sprężysta, która propaguje się wzdłuż pocisku jest odbijana od jego wolnego końca i wraca do pręta inicjującego. Jeżeli pocisk i pręt inicjujący mają taką samą średnicę, oraz wykonane są z tego samego materiału fala sprężysta przechodzi do pręta inicjującego w całości. Następnie wygenerowana w ten sposób fala obciążająca jest rejestrowana z wykorzystaniem tensometrów, co zaznaczono na rysunku 5 i przemieszcza się w kierunku próbki (3). W zależności od właściwości mechanicznych materiału, z którego wykonana jest próbka oraz jej geometrii, część fali padającej jest odbijana i wraca w kierunku pręta pocisku jako rozciągająca. Jej kształt jest mierzony za pomocą tensometrów, przy czym zmierzone wartości mają przeciwny znak w stosunku do impulsu obciążającego, co wynika z faktu, że mamy do czynienia z obciążeniem ściskającym, a następnie rozciągającym. W początkowym okresie deformacji plastycznej próbki występuje proces równoważenia sił na jej obu końcach, aż do osiągnięcia jednorodnego stanu naprężenia wewnątrz badanego materiału. Przyjęto, że czas potrzebny na osiągnięcie równowagi wynosi trzykrotność czasu przejścia fali sprężystej przez próbkę. W wyniku działania siły wywołanej przez nacisk deformowanej próbki na pręt transmisyjny (4) powstaje w nim wzdłużna fala sprężysta, która jest mierzona przez układ tensometryczny. W ten sposób powstają impulsy padający, odbity oraz transmitowany, na podstawie których można wyznaczyć przebieg odkształcenia, szybkości odkształcenia i naprężenia w badanym materiale.



Rys. 5. Propagacja fali sprężystej w rozdzielonym pręcie Hopkinsona; 1 – pocisk; 2 – pręt inicjujący; 3 – próbka; 4 – pręt transmisyjny

Fig. 5. Elastic wave propagation in the split Hopkinson bar; 1 – projectile; 2 – incident bar; 3 – specimen; 4 – transmitter bar

Najczęściej do konstrukcji prętów roboczych wykorzystuje się wysokowytrzymałe stale typu maraging, które charakteryzują się granicą plastyczności rzędu 2000 MPa, dzięki czemu możliwe jest ściskanie materiałów o dużej twardości. Średnica prętów roboczych mieści się w zakresie od 10 mm do 20 mm, przy długości od 1 m do 2 m (Pare et al. 2016, Ramesh and Narasimhan 1996, Prabowo et al 2017, Kajberg 2013).

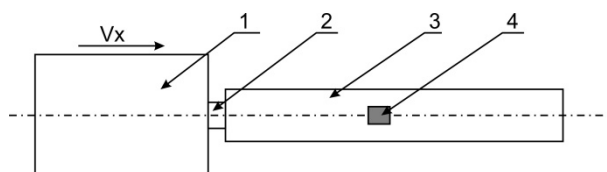
### 2.2.2. Zminiaturyzowany pręt Hopkinsona

Szybkość odkształcania w typowej konfiguracji pręta Hopkinsona wynosi do  $5 \times 10^3 \text{ s}^{-1}$ . W niektórych zastosowaniach jest to niewystarczająca wartość, w związku z tym podejmowane są próby modyfikacji stanowiska, która umożliwi osiągnięcie wyższych szybkości odkształcania. Jednym ze sposobów, które to umożliwiają jest miniaturyzacja stanowiska. Pierwszą miniaturyzacją pręta Hopkinsona przeprowadził zespół Gorhama [Gorham et al. 1992, Gorham 1980]. Osiągnięto szybkość odkształcania rzędu  $10^5 \text{ s}^{-1}$ . Minimalizacja całego stanowiska, w tym także próbki do średnicy równej 1 mm pozwoliła zminimalizować wpływ dyspersji oraz bezwładności na zmierzone naprężenie. Zaproponowano także analityczne metody oceny wpływu parametrów urządzeń pomiarowych, dyspersji, tarcia oraz bezwładności na wynik pomiaru dla stopu tytanu Ti6Al4V, stopu wolframu oraz miedzi. Podobnie w rozwiązaniu zaproponowanym przez Jia i Ramesha zastosowano pręty ze stali maraging lub węgla wolframu o średnicy 3 mm i długości 30 mm [Jia and Ramesh 2004]. Pozwoliło to na wykorzystanie cylindrycznych lub sześciennych próbek o wymiarach rzędu 1 mm. Nietypowe w metodzie pręta Hopkinsona próbki sześciennie były stosowane na potrzeby analizy mechanizmu zniszczenia materiału z użyciem analizy obrazu rejestrowanego szybko kamerą lub kiedy wykonanie cylindrycznym próbek nie było możliwe ze względów technologicznych. Maksymalna szybkość odkształcania możliwa do osiągnięcia z użyciem opracowanej przez Jia i Ramesha metody jest o rząd wielkości wyższa niż dla klasycznej konfiguracji

i wynosi do  $5 \times 10^4 \text{s}^{-1}$ , przy czym jest ograniczona efektami bezwładności i zależy od badanego materiału. Ponieważ całe stanowisko ma niewielkie wymiary zostało nazwane biurkowym prętem Hopkinsona (ang. „desktop Hopkinson bar”).

### 2.2.3. Metoda bezpośredniego uderzenia w próbkę

Możliwość zwiększenia szybkości odkształcania w metodzie pręta Hopkinsona jest ograniczona przez granicę sprężystości prętów roboczych. Ponieważ zasada działania pręta Hopkinsona opiera się na teorii propagacji jednowymiarowej fali sprężystej, to po przekroczeniu granicy sprężystości założenia metody nie są spełnione. Maksymalna prędkość pręta pocisku wynikająca z właściwości mechanicznych materiału, z którego wykonane są pręty wynosi  $v_{\max} = \sigma_y / \rho c$ , gdzie  $\sigma_y$  oznacza granicę plastyczności pręta,  $\rho$  – gęstość, natomiast  $c$  – prędkość propagacji fali sprężystej w pręcie. Aby zwiększyć szybkość odkształcania należy usunąć pręt inicjujący i uderzyć pociskiem bezpośrednio w próbkę umieszczoną na sprężystym pręcie transmisyjnym. Urządzenie przeznaczone do badania właściwości mechanicznych materiałów z użyciem metody bezpośredniego uderzenia w próbkę zostało opracowane po raz pierwszy w 1970 roku przez Dharana i Hausera [Dharan and Hauser 1970]. Zasada działania tego stanowiska badawczego została przedstawiona na rys. 6. Pocisk (1) uderza z prędkością  $V_x$  bezpośrednio w próbkę wykonaną z badanego materiału (2), umieszczoną na pręcie transmisyjnym (3). Na skutek nacisku powierzchni próbki na pręt powstaje fala sprężysta, podobnie jak w klasycznej metodzie pręta Hopkinsona, która propaguje się wzdłuż pręta transmisyjnego. Przebieg fali sprężystej jest rejestrowany za pomocą tensometrów (4).



Rys. 6. Metoda bezpośredniego uderzenia w próbkę; 1 – pocisk; 2 – próbka; 3 – pręt transmisyjny; 4 – tensometry [Dharan i Hauser 1970]

Fig. 6. Direct impact compression test method; 1 – projectile; 2 – specimen; 3 – transmitter bar; 4 – tensometers

Przebieg naprężenia, odkształcania oraz szybkości odkształcania w próbce można opisać następującymi zależnościami:

$$\sigma(t) = E \left( \frac{A}{A_S} \right) \varepsilon_T(t) \quad (32)$$

$$\varepsilon(t) = \frac{1}{L} \left[ U_A(t) - C_0 \int \varepsilon_T(t) dt \right] \quad (33)$$

$$\dot{\varepsilon}(t) = \frac{1}{L} \left[ \frac{dU_A(t)}{dt} - C_0 \varepsilon_T(t) \right] \quad (34)$$

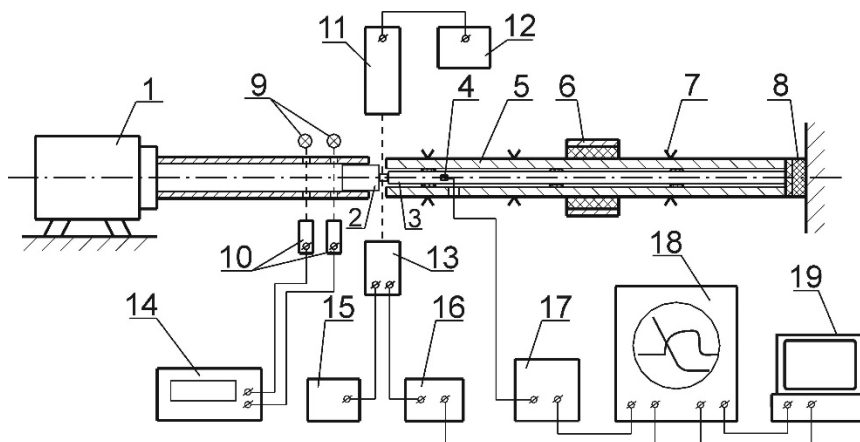
gdzie  $L$  – długość próbki,  $U_A(t)$  – przemieszczenie pocisku w czasie,  $C_0$  – prędkość rozchodzenia fali sprężystej w materiale pręta,  $A$  – powierzchnia przekroju pręta transmisyjnego,  $A_S$  – powierzchnia przekroju próbki. W urządzeniu zbudowanym przez Dharana i Hausera [Dharan i Hauser 1970] pocisk o średnicy 2 cali i długości 6 cali,



wykonany z utwardzonej stali był rozpędzany za pomocą sprężonego powietrza do prędkości w zakresie od 30 m/s do 300 m/s. Aby uniknąć fali sprężonego powietrza, która powstaje przed szybko poruszającym się pociskiem w lufie panowało obniżone ciśnienie. Pomiar prędkości pocisku przed uderzeniem w próbkę był wykonywany za pomocą bramki optycznej. Przebieg fali sprężystej w przecie transmisyjnym był wykonywany za pomocą tensometrów zasilanych źródłem prądowym, podłączonych do oscyloskopu. Pręt transmisyjny był wykonany ze stopu tytanu Ti6Al4V. Opracowana aparatura badawcza pozwoliła na analizę wrażliwości czystego glinu na szybkość odkształcania w zakresie od  $5 \times 10^3 \text{ s}^{-1}$  do  $1 \times 10^5 \text{ s}^{-1}$ .

#### 2.2.4. Zminiaturyzowana metoda bezpośredniego uderzenia w próbkę

Szukając możliwości dalszego zwiększenia szybkości odkształcania w metodzie opracowanej przez Hopkinsona, zespół doktora Malinowskiego pracujący w Instytucie Podstawowych Problemów Techniki Polskiej Akademii Nauk opracował stanowisko będące połączeniem koncepcji opisanych w p. 2.2.2 i p. 2.2.3, tj. zminiaturyzowaną metodę bezpośredniego uderzenia w próbkę (ang. MDICT – Miniaturized Direct Impact Compression Test Method) [Malinowski et al. 2007]. W pierwszej wersji pręt transmisyjny, wykonany ze stali typu maraging miał 5 mm średnicy, a po modyfikacjach jego średnica została zredukowana do 3 mm. Schemat stanowiska umożliwiającego badania właściwości mechanicznych materiałów przy bardzo dużej prędkości odkształcania przedstawiono na rys. 7 [Moćko and Kowalewski 2011]. Głównym elementem układu jest pręt transmisyjny o średnicy 3 mm i długości 248 mm, wykonany ze stali typu maraging o wytrzymałości 1900 MPa. Aby zapobiec wyboczeniu pręta, co 40 mm rozmieszczone są teflonowe łożyska podpierające pręt. Na końcu pręta umieszczony jest tłumik, który pochłania falę mechaniczną propagującą się wzdłuż pręta. Na powierzchni pręta w odległości 22 mm od brzegu, na którym umieszczona jest badana próbka, symetrycznie po obu stronach naklejono tensometry oporowe o długości pomiarowej 0,6 mm. Tensometry połączono szeregowo w celu wyeliminowania wpływu zginania na wynik pomiaru. Układ pomiarowy mostka tensometrycznego posiada szerokie pasmo przenoszenia, aby zapewnić prawidłowe pomiary szybkich, bo trwających zaledwie kilkanaście  $\mu\text{s}$ , sygnałów pomiarowych. Pocisk wykonany ze stali maraging o średnicy 11 mm i długości 12,5 mm jest rozpędzany w wyrzutni pneumatycznej do prędkości w zakresie od 20 m/s do 150 m/s. Po rozpędzeniu pocisk uderza w badaną próbkę powodując jej deformację plastyczną, aż do momentu, kiedy czoło pocisku uderza w czoło tulei hamującej, które może być wysunięte przed powierzchnię pręta podpierającego o odległość od 0 mm do 1 mm. Zastosowanie w urządzeniu tulei hamującej pozwala na: zabezpieczenie podatnego na uszkodzenie pręta podpierającego przed zniszczeniem, pomiar przemieszczenia styku pocisk-próbka oraz uzyskanie założonego poziomu odkształcania próbki (odzyskiwanie próbek) w celu późniejszych analiz, np. strukturalnych.



Rys. 7; Schemat stanowiska do badania z użyciem zminiaturyzowanej metody bezpośredniego uderzenia w próbkę; 1 – wyrzutnia pneumatyczna, 2 – pocisk, 3 – pręt sprężysty, podpierający próbkę, 4 – tensometr elektrooporowy, 5 – tuleja oporowa, 6 – hamownik obwodowy, 7 – podpora, 8 – hamownik podpierający, 9 – diody laserowe nadawcze, 10 – fotodiody, 11 – laser kompaktowy z układem optycznym, 12 – zasilacz stabilizowany lasera, 13 – fotodioda odbiorcza z układem optycznym, 14 – czasomierz, 15 – zasilacz fotodiody odbiorczej, 16 – wzmacniacz sygnału z fotodiody, 17 – wzmacniacz sygnału z tensometrów, 18 – oscyloskop z pamięcią numeryczną, 19 – komputer PC. [Moćko and Kowalewski 2011].

Fig. 7. Scheme of the miniaturized direct impact compression test method ; 1 - compressed air launcher, 2 - projectile, 3 - transmitter bar, 4 - strain gauge, 5 - de-accelerator tube, 6 - radial damper, 7 - support, 8 - damper, 9 - photodiodes, 10 - photo detectors, 11 - coherent laser light source, 12 - power supply, 13 - photo detector with lenses, 14 - time counter, 15 - power supply, 16 - amplifier, 17 - SG bridge circuit, 18 - digital oscilloscope, 19 - PC computer.

Opracowana metoda badawcza została wykorzystana do badania polikrystalicznego tantalu [Moćko and Kowalewski 2011, Moćko and Kowalewski 2011, Moćko and Kowalewski 2011] oraz stopów aluminium typu 6068-T6 oraz 7075-T6 [Moćko et al. 2013]. Uzyskane szybkości odkształcania wynosiły odpowiednio:  $7,5 \times 10^4 \text{ s}^{-1}$ ;  $4,0 \times 10^4 \text{ s}^{-1}$ ;  $3,0 \times 10^4 \text{ s}^{-1}$ .

### 3. Analiza zjawisk wpływających na wyniki pomiaru w metodzie pręta Hopkinsona

Wyniki badania właściwości mechanicznych materiałów uzyskane w warunkach obciążeń ściskających przy dużej szybkości odkształcania mogą być obarczone błędami wynikającymi z: wpływu bezwładności, tarcia, adiabatycznego nagrzewania, niestałości szybkości odkształcania, geometrii próbki czy wreszcie równoważenia siły na obu brzegach próbki. Część z tych błędów można zminimalizować stosując odpowiednie zależności. Analityczne metody oszacowania zmiany naprężenia plastycznego płynięcia wynikającej z tarcia, bezwładności i adiabatycznego nagrzewania oraz optymalizację wymiarów próbki zaproponował prof. Klepaczko [Klepaczko and Duffy 1982; Klepaczko and Malinowski 1986].

Adiabatyczne nagrzewanie, które występuje przy szybkości odkształcania większej niż  $10 \text{ s}^{-1}$  powoduje osłabienie materiału, obserwowane jako obniżenie wartości naprężenia plastycznego płynięcia. Z powodu dodatniej czułości na prędkość odkształcania intensywność procesu wzrasta się przy bardzo wysokich prędkościach odkształcania. Przy

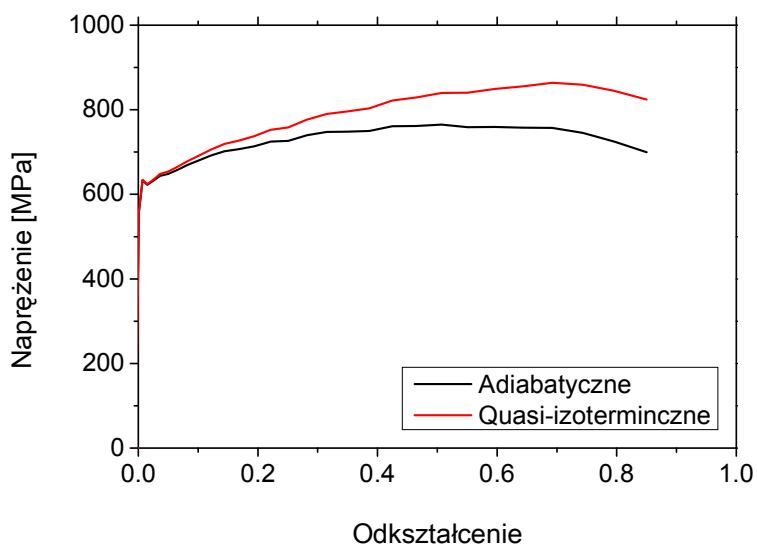
końcowych etapach ściskania mogą pojawiać się formy niestabilności mechanicznej w postaci adiabatycznych pasm ścinania (ASB – Adiabatic Shear Bands) prowadzące do uszkodzeń. Ponieważ przy małych wartościach prędkości odkształcenia, typowo dla  $\dot{\varepsilon} < 10 \text{ s}^{-1}$ , odkształcenie plastyczne zachodzi w warunkach izotermicznych, aby odnieść adiabatyczne krzywe naprężenia-odkształcenia uzyskane przy prędkości odkształcenia większej od  $10^2 \text{ s}^{-1}$  należy je skorygować do warunków izotermicznych [Klepaczko and Duffy 1982]. Przyrost temperatury spowodowany pracą potrzebną od plastycznego odkształcenia próbki może być przedstawiony jako:

$$\Delta T = \frac{\beta}{\rho(T_0) C_v(T_0)} \int_0^{\varepsilon_{pm}} \delta[\varepsilon_p, \dot{\varepsilon}_p(\varepsilon_p), T_0] d\varepsilon_p \quad (35)$$

gdzie:

- $\beta$  – współczynnik Taylora-Quinneya, którego opisuje konwersję pracy w ciepło, zwykle przyjmowany na poziomie 0,9,
- $\rho$  – gęstość materiału,
- $C_v$  – ciepło właściwe materiału próbki),
- $T_0$  – temperatura początkowa próbki.

Przykład zmiany naprężenia plastycznego płynięcia pod wpływem wzrostu temperatury badanego materiału w czasie udarowej deformacji plastycznej przedstawiono na rys. 8. Krzywa adiabatyczna została wyznaczona eksperymentalnie, natomiast krzywa quasi-izotermiczna obliczona z wykorzystaniem zależności (35). Innym sposobem na eliminację wpływu efektu adiabatycznego nagrzewania na charakterystykę naprężenie-odkształcenie jest zastosowanie krokowej metody odkształcania [Nemat-Nasser 1994]. Polega ona na poddaniu próbki sekwencji kilku pojedynczych impulsów o ograniczonej wartości odkształcenia, odczekaniu do momentu powrotu próbki do temperatury początkowej i powtórzeniu kolejnego kroku w sekwencji, aż do uzyskania założonej sumarycznej wielkości odkształcenia. Do wyznaczenia krzywej plastycznego płynięcia w warunkach izotermicznych wykorzystuje się początkowe punkty charakterystyk każdego z impulsów, które następnie są ze sobą łączone. Ograniczenie wartości odkształcenia w próbie przeprowadzanej metodą Hopkinsona uzyskuje się przez zastosowanie różnego rodzaju metod odzyskiwania próbek, które polegają na wytłumieniu kolejnych, poza pierwszym, impulsów fali sprężystej propagującej się wzdłuż prętów. Odzyskiwanie próbek jest bardzo pożądane, nie tylko z punktu widzenia wyznaczania izotermicznych krzywych odkształcenia w warunkach dynamicznych, ale także pozwala na dokonanie analizy strukturalnej próbek po odkształceniu w ściśle określonych warunkach (odkształcenia, prędkości odkształcenia, temperatury), umożliwia także prowadzenie eksperymentów z zastosowaniem skokowych zmian temperatury, czy prędkości odkształcania.



Rys. 8. Wpływ nagrzewania adiabatycznego na napężenie plastycznego płynięcia stopu tytanu Ti6Al4V wyznaczone metodą pręta Hopkinsona.

*Fig. 8. An influence of an adiabatic heating on the flow stress of the Ti6Al4V titanium alloy estimated using the Hopkinson bar method.*

Kolejnym czynnikiem, który może mieć znaczny wpływ na zmierzone w czasie próby ściskania napężenie plastycznego płynięcia jest tarcie. W warunkach idealnych, bez tarcia, próbka w trakcie ściskania zachowuje swój cylindryczny kształt. Dzięki temu wewnątrz próbki zachowany jest stan jednoosiowego napężenia. Jeżeli pomiędzy powierzchniami próbki a prętami sprężystymi występuje tarcie, próbka w trakcie odkształcania zaczyna przybierać charakterystyczny beczkowy kształt, a wewnątrz materiału pojawia się złożony stan napężenia. W celu ograniczenia błędów spowodowanych zjawiskiem tarcia należy dążyć do jego zminimalizowania poprzez zastosowanie odpowiednich smarów stałych naniesionych na powierzchnię obu kontaktów, które pełnią dodatkową funkcję kleju mocującego próbkę do pręta podpierającego. Jak wynika ze wzoru (36) wpływ tarcia na wyniki pomiaru napężenia plastycznego płynięcia zmniejsza się ze zwiększaniem współczynnika kształtu próbki, jednak należy pamiętać, że zwiększanie długości próbki redukuje prędkość odkształcania przy tych samych parametrach próby, co w omawianym przypadku jest zjawiskiem niepożądanym. Ponadto w długich próbkach pojawia się problem osiągnięcia jednoosiowego stanu napężenia w całej objętości próbki, co jest związane z procesem propagacji fali elastoplastycznej przez próbkę. Wpływ tarcia występującego w procesie deformacji na płaszczyznach czołowych próbki, na zmierzone napężenie plastycznego płynięcia można przedstawić w postaci analitycznej jako [Siebel 1923]:

$$\bar{\sigma} - \sigma = \frac{1}{3} \frac{\mu \bar{\sigma}}{s} \quad (36)$$

gdzie:  $\bar{\sigma}$  oraz  $\sigma$  oznaczają odpowiednio: średnią wartość napężenia wyznaczoną w trakcie eksperymentu i rzeczywiste napężenie plastycznego płynięcia badanego materiału,  $\mu$  oznacza współczynnik tarcia Coulomba,  $s$  oznacza chwilowy współczynnik

kształtu próbki określony jako stosunek chwilowej długości do chwilowej średnicy próbki  $s = l/D$ .

Drugim sposobem oceny wpływu tarcia na zmierzone naprężenie plastycznego płynięcia jest zastosowanie równania w postaci [Malinowski 1976]:

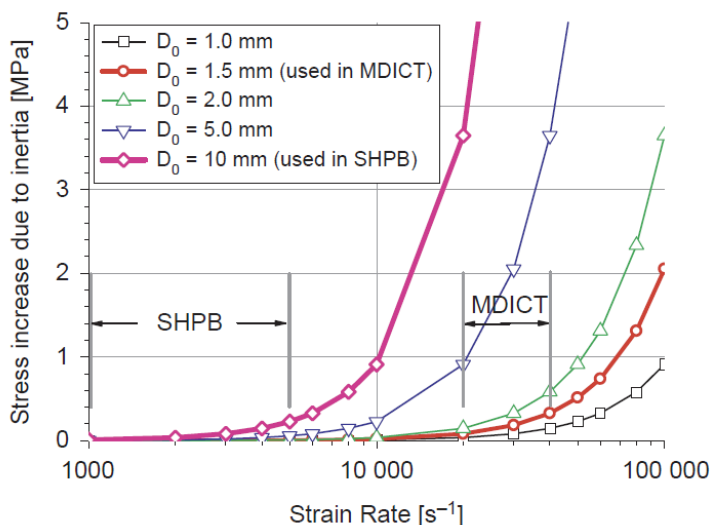
$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma}{1 - \frac{\mu}{3s_0} \exp\left(\frac{3}{2} \varepsilon\right)} \quad (37)$$

Wykorzystując zależności 36 lub 37 można zminimalizować wpływ tarcia na zmierzone naprężenie plastycznego płynięcia. Szczegółowa analiza przeprowadzona z wykorzystaniem metody elementów skończonych dla zminiaturyzowanej metody bezpośredniego uderzenia w próbkę wykazała, że dla współczynnika tarcia równego 0,1 zmierzone naprężenie jest ok. 20% większe od rzeczywistego. Zastosowanie analitycznej metody korekcji pozwoliło na zmniejszenie błędu spowodowanego występowaniem tarcia do 1% [Moćko i Kowalewski 2013].

W przypadku deformacji plastycznej zachodzącej w warunkach obciążeń udarowych znaczący wpływ na wyniki pomiaru może mieć zjawisko bezwładności. Analityczna metoda szacowania wielkości tego zjawiska została przedstawiona przez Malinowskiego i Klepaczkę [Malinowski i Klepaczko 1986]:

$$\bar{\sigma} - \sigma = \rho D^2 \dot{\varepsilon}^2 \left( \frac{1}{64} + \frac{1}{6} s^2 \right) - \rho D^2 \ddot{\varepsilon} \left( \frac{1}{32} - \frac{1}{6} s^2 \right) - \frac{\rho l \dot{v}}{2} \quad (38)$$

w którym  $\rho$  oznacza gęstość materiału próbki, a  $v$  oznacza prędkość przemieszczania kontaktu pomiędzy próbką a prętem podpierającym. Wpływ bezwładności na zmierzone naprężenie plastycznego płynięcia dla stopu aluminium 7075-T6 przedstawiono na rys. 9 [Moćko et al. 2012]. Zależność (38) można wykorzystać dwojako: po pierwsze przeprowadzić korekcję uzyskanych wyników minimalizując wpływ bezwładności na naprężenie plastycznego płynięcia, po drugie zaprojektować próbki do badań w ten sposób, że wpływ bezwładności będzie pomijalnie mały. Na podstawie rys. 9 można stwierdzić, że nawet w przypadku metody MDICT, w której szybkość odkształcenia dochodzi do  $10^5 \text{s}^{-1}$ , przy zastosowaniu odpowiednio zminiaturyzowanych próbek ( $D = 1 \text{ mm}$ ) wzrost naprężenia spowodowany bezwładnością jest mniejszy od 1 MPa, co przy mierzonych wartościach rzędu 1000 MPa oznacza ok. 0,1% zmianę. Z kolei osiągnięcie podobnych szybkości odkształcania z użyciem typowego stanowiska pręta Hopkinsona wyposażonego w pręty średnicy 20 mm i próbek o średnicy 10 mm, pomijając ograniczenia techniczne spowodowane granicą plastyczności prętów, jest niemożliwe, gdyż efekty bezwładności mają podobną wartość do mierzonych wartości naprężenia plastycznego płynięcia. Rys. 9 ilustruje potrzebę miniaturyzacji próbek przy zwiększaniu szybkości odkształcania.



Rys. 9. Wpływ bezwładności na naprężenie plastycznego płynięcia zmierzone metodą pręta Hopkinsona oraz zminiaturyzowaną metodą bezpośredniego uderzenia w próbkę dla różnych geometrii i rozmiarów próbek. [Moćko et al. 2012]

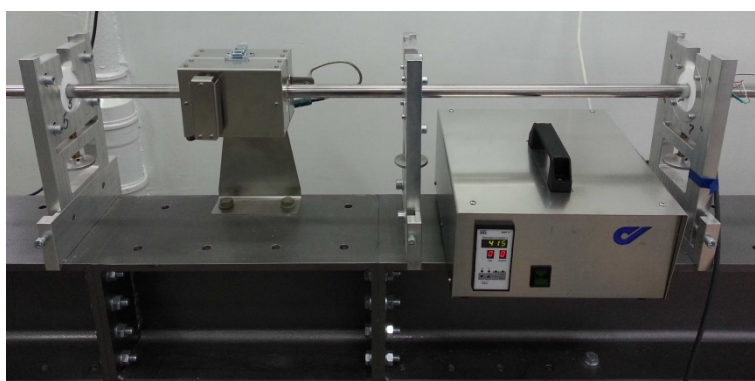
Fig. 9. Influence of the inertial effect on the flow stress determined by split Hopkinson bar and miniaturized direct impact compression test method for various specimen geometries and dimensions. [Moćko et al. 2012]

#### 4. Pręt Hopkinsona wykorzystywany w Instytucie Transportu Samochodowego

Pręt Hopkinsona, który jest w Instytucie Transportu Samochodowego wykorzystywany do oceny wrażliwości materiałów konstrukcyjnych na szybkość odkształcania jest wyposażony w pręty robocze o długości 2000 mm i średnicy 20 mm, wykonane ze stali maraging. Fala obciążająca jest generowana na skutek uderzenia jednego z prętów-pocisków, których długość wynosi od 100 mm do 400 mm. Pocisk jest rozpędzany w lufie za pomocą sprężonego argonu. Ciśnienie w zbiorniku jest regulowane za pomocą elektronicznego serwozaworu, w celu osiągnięcia żądanej prędkości początkowej. Dokładna wartość prędkości uderzenia pręta pocisku w pręt inicjujący jest mierzona za pomocą bramki optycznej o długości 100 mm. Kształt impulsów może być modyfikowany za pomocą miedzianych podkładek kształtujących umieszczanych pomiędzy pociskiem, a prętem inicjującym. Przebieg naprężenia w prętach roboczych jest mierzony za pomocą naklejonych radialnie w połowie długości prętów roboczych tensometrów. Następnie sygnał jest wzmacniany w szerokopasmowym mostku tensometrycznym Vishay i próbkowany za pomocą oscyloskopu o podwyższonej rozdzielczości pomiarowej. Dzięki zastawianiu oscyloskopu o 10-bitowym przetworniku można uzyskać dokładniejsze wyniki niż w przypadku tradycyjnych oscyloskopów, gdzie za próbkowanie sygnału odpowiada przetwornik 8-bitowy. Pręty robocze są zamontowane w teflonowych łożyskach, a te z kolei w podpórkach z możliwością regulacji położenia w pionie i poziomie. Umożliwia to dokładne osiowanie całego układu prętów sprężystych. Widok ogólny stanowiska przedstawiono na rys. 10. Stanowisko znajdujące się w ITS ma możliwość współpracy z piecem, który umożliwia badanie właściwości mechanicznych w podwyższonych temperaturach (rys. 11). Zakres pracy pieca wynosi do 1000°C, chociaż dotychczas przeprowadzono próby ściskania w temperaturze 400°C, z uwagi na możliwość zmiany mikrostruktury materiału prętów oraz problemy z utrzymaniem zadanej temperatury.



Rys. 10. Pręt Hopkinsona znajdujący się w laboratorium ITS [Moćko 2014]  
*Fig. 10. Hopkinson bar in the ITS laboratory [Moćko 2014]*

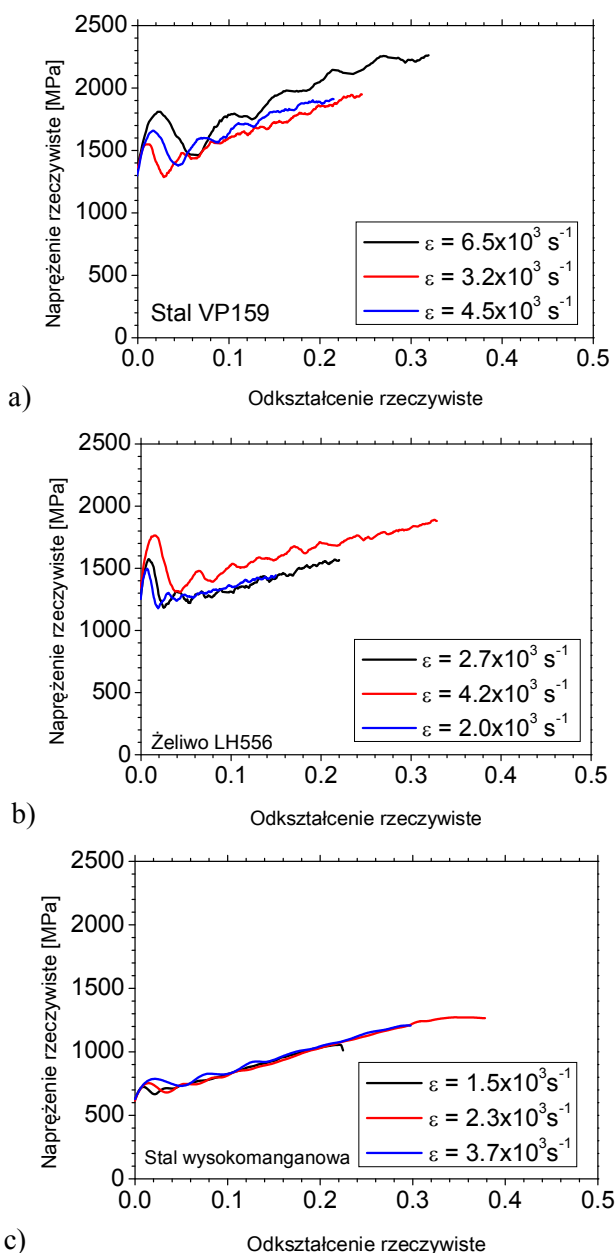


Rys. 11. Piec zamontowany na pręcie Hopkinsona [Moćko 2014]  
*Fig. 11. The furnace mounted in the Hopkinson bar [Moćko 2014]*

## **5. Ocena wrażliwości wybranych materiałów konstrukcyjnych na szybkość odkształcania**

Opracowane i zbudowane w Instytucie Transportu Samochodowego stanowisko przeznaczone do badania właściwości mechanicznych materiałów w warunkach obciążeń udarowych metodą pręta Hopkinsona zostało wykorzystane do analizy wrażliwości na szybkość odkształcania trzech wybranych materiałów konstrukcyjnych tj. stali austenicznej X4CrMnN16-12; żeliwa oraz stali wysokomanganowej X29MnAlSi26-3-3. Otrzymane z wykorzystaniem opracowanej metodyki krzywe ściskania przedstawiono na rys. 12. Wszystkie badane materiały charakteryzują się wyraźnie widocznym efektem umocnienia plastycznego. Wrażliwość poszczególnych materiałów na szybkość odkształcania porównano na rys. 13. Analizując przedstawione wykresy można zaobserwować dwa zjawiska: po pierwsze na skutek różnego składu chemicznego oraz procesu wytwarzania materiały wykazują różną wrażliwość na szybkość odkształcania. Najmniejszą wykazuje stal wysokomanganowa, natomiast największą stal austeniczna. Drugim obserwowanym zjawiskiem jest wyraźna zmiana współczynnika umocnienia

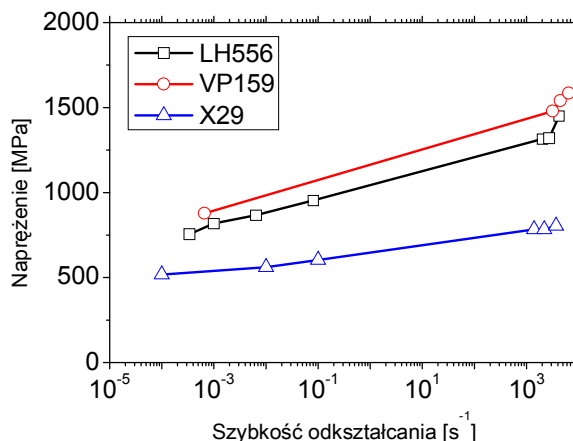
występująca powyżej szybkości odkształcania rzędu  $10^3 \text{s}^{-1}$ , przy czym występuje ona tylko dla stali austenitycznej oraz żeliwa.



Rys. 12. Krzywe ściskania różnych stopów uzyskane w warunkach obciążeń uderowych; (a) stal austenityczna; (b) żeliwo; (c) stal wysokomanganowa.

Fig. 12. Compression curves of various alloys obtained under impact load conditions; (A) austenitic steel; (B) cast iron; (C) high-manganese steel.





Rys. 13. Porównanie wrażliwości na szybkość odkształcania żeliwa (LH556), stali austenitycznej (VP159) oraz stali wysokomanganowej (X29)

*Fig. 13. Comparison of susceptibility of cast iron (LH556), austenitic steels (VP159) and high-manganese steel (X29), to the rate of deformation.*

## 6. Podsumowanie

Opracowana w Instytucie Transportu Samochodowego metodyka badawcza została wykorzystana do analizy lepokoplastycznych właściwości trzech typów materiałów: stali austenitycznej, żeliwa oraz stali wysokomanganowej. Dzięki przeprowadzeniu badań w szerokim zakresie szybkości odkształcania opracowano charakterystykę wrażliwości materiałów na szybkość odkształcania. W dalszej kolejności może ona być podstawą do kalibracji modelu konstytutywnego na potrzeby symulacji z użyciem metody elementów skończonych. Wśród badanych materiałów najmniejszą wrażliwość na szybkość odkształcania stwierdzono dla stali wysokomanganowej X29, ponadto stal ta nie wykazywała wyraźnego zwiększenia współczynnika wrażliwości na szybkość odkształcania w zakresie obciążeń uderowych. Natomiast w przypadku stali austenitycznej VP159 oraz żeliwa LH556 zaobserwowano wyraźny wzrost nachylenia charakterystyki dla szybkości odkształcania powyżej  $10^3 \text{ s}^{-1}$ .

## LITERATURA:

- [1] V. Pare, S. Modi, K.N. Jonnalagadda, Thermo-mechanical behavior and bulk texture studies on AA5052-H32 under dynamic compression, *Materials Science & Engineering A* 668 (2016) 38–49.
- [2] H. Kolsky, An investigation of the mechanical properties of materials at very high rates of loading, *Proceedings of the Physical Society of London B* 62 (1949) 676-700
- [3] J.M. Krafft, A. M. Sullivan. C. F. Tipper, The effect of static and dynamic loading
- [4] and temperature on the yield stress of iron and mild steel in compression, *Proceedings of the Royal Society of London A* 221 (1954) 114-127
- [5] K.T. Ramesh, S. Narasimhan, Finite deformations and the dynamic measurement of radial strains in compression Kolsky bar experiments, *International Journal of Solids and Structures*, 33 (1996) 3723-3738
- [6] Dini A. Prabowo , Muhammad A. Kariem, Leonardo Gunawan, The Effect of Specimen Dimension on the Results of the Split Hopkinson Tension Bar Testing, *Procedia Engineering* 173 (2017) 608 – 614

- [7] J. Kajberg, K.G. Sundin, Material characterisation using high-temperature Split Hopkinson pressure bar, *Journal of Materials Processing Technology* 213 (2013) 522–531
- [8] M.M. Al-Mousawi, S.R. Reid, W.F. Deans, The use of the split Hopkinson pressure bar techniques in high strain rate materials testing, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science* 211 (1997) 273-292
- [9] D.A. Gorham, Measurement of stress-strain properties of strong metals at very high strain rates, *Journal of Physics: Conference Series* 47 (1980) 16-24
- [10] D.A. Gorham, P.H. Pope, J.E. Field, An improved method for compressive stress-strain measurements at very high strain rates, *Proceedings of the Royal Society of London A* 438 (1992) 153-170
- [11] D. Jia, K.T. Ramesh, A rigorous assessment of the benefits of miniaturization in the Kolsky bar system, *Experimental Mechanics*. 44 (2004) 445–454
- [12] C. K. H. Dharan, F. E. Hauser, Determination of Stress-Strain Characteristics at Very High Strain Rates, *Experimental Mechanics* 10 (1970) 370–376
- [13] W. Moćko, Wpływ szybkości oraz temperatury odkształcania na lepko-plastyczne właściwości tytanu oraz stopu TiAl6V4, *Transport Samochodowy* 3/2014, 65-75
- [14] W. Mocko, Z. L. Kowalewski, Opracowanie i weryfikacja modelu MES zmminiuryzowanego stanowiska do badań metodą bezpośredniego uderzenia pocisku w próbkę, *Transport Samochodowy* 32 (2011) 97-105
- [15] W. Moćko, J. A. Rodríguez-Martínez, Z. L. Kowalewski, A. Rusinek, Compressive viscoplastic response of 6082-T6 and 7075-T6 aluminium alloys under wide range of strain rate at room temperature: Experiments and modeling, *Strain* 48 (2012) 498-509
- [16] W. Mocko, Z. L. Kowalewski, Dynamic Compression Tests – Current Achievements and Future Development, *Engineering Transactions* 59, (2011) 235-248
- [17] J.Z. Malinowski, J.R. Klepaczko, Z.L. Kowalewski, Miniaturized compression test at very high strain rates by direct impact, *Experimental Mechanics* 47 (2007) 451-463
- [18] W. Moćko, Z.L. Kowalewski, Application of FEM in assessments of phenomena associated with dynamic investigations on miniaturised DICT testing stand. *Kovove Materialy* 51 (2013) 71–82
- [19] J. R. Klepaczko, J. Duffy, Strain Rate History Effects in Body-Center-Cubic Metals. *ASTM-STP* 251 (1982) 765
- [20] J. Z. Malinowski, J. R. Klepaczko, A Unified Analytic and Numerical Approach to Specimen Behaviour in the SHPB, *International Journal of Mechanical Sciences* 28 (381) 1986.
- [21] S. Nemat-Nasser, Y. F. Li, J. B. Isaacs, Experimental/computational evaluation of flow stress at high strain rates with application to adiabatic shear banding, *Mechanics of Materials* 17 (1994) 111-134.
- [22] E. Siebel, Grundlagen zur Berechnung des Kraft und Arbeitbedarf bei Schmieden und Walzen, *Stahl und Eisen* 43 (1923) 1295
- [23] J. Z. Malinowski, On a method of friction analysis in plastically compressed cylindrical specimen, *Theoretical and Applied Mechanics* 14 (1976) 347