

ALGORYTMY EWOLUCYJNE W ZASTOSOWANIU DO ROZWIĄZYWANIA WYBRANYCH ZADAŃ OPTIMALIZACJI

Józef Gil

Streszczenie. W pracy rozpatrywano dwie strategie ewolucyjne ($\mu + \lambda$) oraz (μ, λ) wykorzystywane do rozwiązywania skomplikowanych problemów optymalizacji numerycznej. Omawiane w pracy strategie, inspirowane ewolucją biologiczną i genetyką, operują na populacjach o liczebności μ i λ potencjalnych rozwiązań z deterministyczną procedurą selekcji. Poprawność działania strategii jako poszukiwanie globalnego minimum funkcji kryterium przedstawiono na przykładzie minimalizacji funkcji Ackleya oraz estymacji parametrów funkcji regresji II rodzaju.

Słowa kluczowe: strategie ewolucyjne, optymalizacja numeryczna

WSTĘP

Jednym z trzech kierunków rozwoju tzw. *symulowanej ewolucji* obok *algorytmów genetycznych* i *programowania ewolucyjnego* stanowią strategie ewolucyjne jako metody rozwiązywania zagadnień optymalizacji. Procedury strategii optymalizacji działają na zasadzie naturalnej ewolucji. Algorytmy ewolucyjne nazywane są również technikami obliczeń ewolucyjnych, które rozumiane w szerszym sensie odbiegają od klasycznego algorytmu genetycznego. Strategie ewolucyjne są często traktowane jako programy ewolucyjne, które operują na zmiennopozycyjnej reprezentacji chromosomów w postaci liczb rzeczywistych.

PORÓWNANIE STRATEGII EWOLUCYJNYCH I ALGORYTMÓW GENETYCZNYCH

Mimo podobieństw w działaniu strategii ewolucyjnych i algorytmów genetycznych istnieje wiele różnic między tymi algorytmami. Obie metody, mimo że każda z nich powstała

© Copyright by Uniwersytet Przyrodniczy we Wrocławiu

Adres do korespondencji – Address correspondence: Józef Gil, Wydział Inżynierii Lądowej i Środowiska, Instytut Budownictwa, ul. Z. Szafrana 1, 65-516 Zielona Góra.

niezależnie, mają cechy wspólne. Zasadnicze podobieństwo stanowi inicjacja, czyli wybór początkowej populacji potencjalnych rozwiązań. Podobieństwo obu metod przejawia się również w procesie selekcji osobników, które przetworzone prowadzą do uzyskania optymalnych lub najczęściej suboptymalnych rozwiązań.

Pierwsza różnica, jak to zasygnalizowano we wstępie, dotyczy sposobu reprezentacji generowanej populacji osobników. Algorytmy genetyczne operują na wektorach binarnych, natomiast algorytmy ewolucyjne działają na wektorach liczb zmiennoprzecinkowych.

Druga różnica jest zawarta w procesie selekcji. Proces selekcji w algorytmie genetycznym polega na wyborze (wybór losowy) z populacji rodzicielskiej osobników najlepiej przystosowanych, przy czym takie osobniki mogą być wybierane kilkakrotnie. Istnieją też przypadki, że nawet niekorzystnie przystosowany osobnik może zostać wybrany. W algorytmie ewolucyjnym procedura selekcji jest deterministyczna. Utworzona zostaje populacja tymczasowa. Nowa generacja osobników zawiera osobniki populacji tymczasowej i najlepsze osobniki populacji początkowej wybierane bez powtórzeń.

Ostatnia istotna różnica między strategiami ewolucyjnymi a algorytmami genetycznymi wynika z kolejności procedur selekcji i rekombinacji (zmiany genów w procesie działania operatorów genetycznych). W strategiach ewolucyjnych w pierwszej kolejności stosuje się procedurę rekombinacji, po czym następuje procedura selekcji. W algorytmach genetycznych obowiązuje odwrotna kolejność, tzn. najpierw stosuje się procedurę selekcji, a następnie zostają zastosowane zgodnie z przyjętym prawdopodobieństwem operatory genetyczne (krzyżowanie, mutacja). Z przedstawionych porównań można skonstatować, że nowy osobnik generowany zgodnie ze strategią ewolucyjną stanowi rezultat krzyżowania dwóch osobników rodzicielskich oraz mutacji. Niektóre wersje strategii ewolucyjnych stosują wyłącznie procedurę mutacji z pominięciem procedury krzyżowania. Należy też dodać, że parametry algorytmów genetycznych są stałe pod względem przyjętych wartości, natomiast w strategiach ewolucyjnych parametry wynikają z procesu adaptacji.

STRATEGIA EWOLUCYJNA ($\mu + \lambda$)

Strategia minimalizuje prawdopodobieństwo osiągnięcia minimum lokalnego końcowego rozwiązania, co stanowi jej podstawową zaletę. Przedstawimy ten algorytm na przykładzie minimalizacji funkcji $f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2$ [Rutkowski 2009]. Jako początek algorytmu zostaje wygenerowana populacja początkowa \mathbf{P} (w przykładzie liczebność populacji ograniczona), złożona z $\mu = 4$ osobników generowanych losowo, reprezentowanych przez dwuelementowe wektory $x = [x_1, x_2]^T$ (x – wektor parametrów dla rozwiązywanego problemu) i $\sigma = [\sigma_1, \sigma_2]^T$ (σ – wektor parametrów mutacji) (tab. 1).

Tabela 1. Populacja \mathbf{P}

Table 1. Population \mathbf{P}

Numer osobnika Number of individual	x_1	x_2	σ_1	σ_2	$f(x_1, x_2)$
1	0,82	0,17	1	1	0,69
2	0,47	0,12	1	1	0,24
3	0,12	0,00	1	1	0,02
4	-0,36	-0,72	1	1	0,65

Kolejnym etapem algorytmu jest utworzenie poprzez reprodukcję populacji tymczasowej **T** o liczebności λ osobników, przy czym $\lambda \geq \mu$. Reprodukacja stanowi wynik losowego wyboru λ osobników z populacji **P** (losowanie ze zwracaniem) w celu utworzenia populacji tymczasowej **T** (tab. 2). Zauważmy, że do populacji **T** przeszły chromosomy oznaczone jako 2 i 3.

Tabela 2. Populacja **T**
Table 2. Population **T**

Nr osobnika Number of individual	x_1	x_2	σ_1	σ_2	$f(x_1, x_2)$
1	0,82	0,17	1	1	0,69
2	0,47	0,12	1	1	0,24
3	0,47	0,12	1	1	0,24
4	0,12	0,00	1	1	0,02

Na osobnikach populacji **T** należy teraz dokonać operacji genetycznych w postaci mutacji chromosomu σ oraz chromosomu (tab. 3 i). Procedura mutacji (zmiana informacji zawartej w genotypie osobnika) przebiega na pojedynczym osobniku według zależności

$$\sigma'_i = \sigma_i \exp(\tau' N(0,1) + \tau N_i(0,1)), \tag{1}$$

gdzie: $i=1,2,\dots,n$, n – długość chromosomu, $N(0,1)$ – liczba losowa z rozkładu normalnego losowana jednorazowo dla całego chromosomu, $N_i(0,1)$ – liczba losowa z rozkładu normalnego losowana dla każdego genu, τ i τ' – parametry strategii ewolucyjnych, które mają istotne znaczenie dla uzyskania zbieżności algorytmu do rozwiązania. Wartości parametrów otrzymuje się na podstawie wzorów:

$$\tau' = \frac{C}{\sqrt{2n}}, \quad \tau = \frac{C}{\sqrt{2\sqrt{n}}}, \tag{2}$$

w których najczęściej przyjmuje się wartość $C = 1$.

Tabela 3. Mutacja chromosomu σ poszczególnych osobników populacji **T**
Table 3. Mutation of the chromosome σ of particular individuals of the population **T**

Nr osobnika Number of individual	$N(0,1)$	Gen 1 Gene 1					Gen 2 Gene 2			
		σ_1	$N_1(0,1)$	$\exp(\tau' N(0,1) + \tau N_1(0,1))$	σ'_1	σ_2	$N_2(0,1)$	$\exp(\tau' N(0,1) + \tau N_2(0,1))$	σ'_2	
1	-0,30	1	-0,23	0,75	0,75	1	0,87	1,44	1,44	
2	0,41	1	1,81	3,61	3,61	1	-0,35	1,00	1,00	
3	-0,28	1	-1,58	0,34	0,34	1	0,52	1,18	1,18	
4	0,05	1	-0,65	0,70	0,70	1	-1,13	0,52	0,52	

Na podstawie obliczonych nowych zakresów mutacji σ'_i , kolejne chromosomy x_i przyjmują wartości zgodnie z formułą

$$x'_i = x_i + \sigma'_i N_i(0,1), \quad (3)$$

gdzie $N_i(0,1)$ reprezentuje liczbę losową z rozkładu normalnego, $i = 1, \dots, n$ (tab. 4).

Tabela 4. Mutacja chromosomu x poszczególnych osobników populacji **T**

Table 4. Mutation of the chromosome x of particular individuals of the population **T**

Nr osobnika Number of individual	Gen 1 Gene 1				Gen 2 Gene 2			
	x_1	$N_1(0,1)$	$\sigma'_1 N_1(0,1)$	x'_1	x_2	$N_2(0,1)$	$\sigma'_2 N_2(0,1)$	x'_2
1	0,82	0,27	0,19	1,01	0,17	-0,30	-0,44	-0,27
2	0,47	0,45	1,61	2,09	0,12	1,25	1,25	1,36
3	0,47	0,75	0,26	0,73	0,12	0,90	1,07	1,19
4	0,12	0,27	0,19	0,32	0,00	0,67	0,35	0,35

Po dokonaniu operacji genetycznych otrzymujemy populację potomną **O** zawierającą chromosomy zestawione w tabeli. 5.

Tabela 5. Nowa populacja **O**

Table 5. New population **O**

Nr osobnika Number of individual	x_1	x_2	σ_1	σ_2	$f(x_1, x_2)$
1	1,01	-0,27	0,75	1,44	1,10
2	2,09	1,37	3,61	1,00	6,22
3	0,73	1,19	0,34	1,18	1,94
4	0,32	0,35	0,70	0,52	0,22

Stosując zasadę działania strategii $(\mu + \lambda)$, nowa populacja **P** zostaje utworzona z najlepszych chromosomów wcześniej wygenerowanej populacji **P** oraz aktualnej populacji **O** (tab. 6).

Tabela 6. Nowa populacja **P**

Table 6. New population **P**

Nr osobnika Number of individual	x_1	x_2	σ_1	σ_2	$f(x_1, x_2)$
1	0,12	0,00	1	1	0,02
2	0,32	0,35	0,70	0,52	0,22
3	0,47	0,12	1	1	0,24
4	-0,36	-0,72	1	1	0,65

Drugą stosowaną strategią jest strategia (μ, λ) , której działanie jest prawie identyczne jak strategii $(\mu + \lambda)$. Strategia wymaga jedynie spełnienia warunku $(\mu > \lambda)$, ponieważ nowa populacja **P** o liczebności μ osobników zostaje utworzona z najlepszych λ osobników populacji **O**.

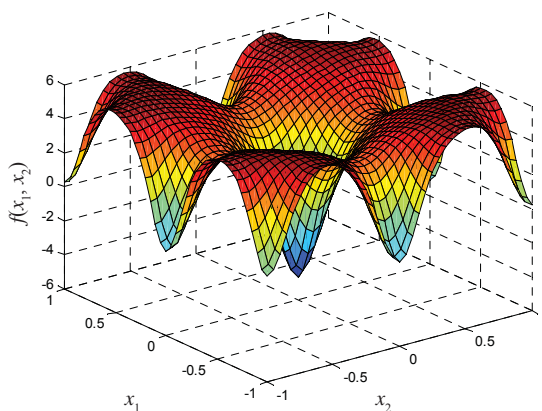
PRZYKŁADY ZASTOSOWAŃ STRATEGII EWOLUCYJNYCH

Sprawdzenie poprawności i efektywności działania algorytmów ewolucyjnych zrealizujemy na podstawie kilku prostych zadań testowych.

Przykład 1. W pierwszym zadaniu będziemy poszukiwać minimum 2-wymiarowej funkcji Ackleya [Rutkowski 2009]. Z postaci funkcji

$$f(x_1, x_2) = -20 \exp(-0,2\sqrt{0,5(x_1^2 + x_2^2)}) - \exp(0,5 \cos(2\pi x_1) + \cos(2\pi x_2)) + 20 + e \quad (4)$$

oraz jej wykresu wynika, że funkcja osiąga minimum globalne $f(x) = 0$ w punkcie $x = 0$. Przyjmując $n = 2$ przy ograniczeniach $-5,0 \leq x_1 \leq 5,0$, wygenerowano 50 wartości populacji początkowej. Po zrealizowaniu 50 generacji przystosowania uzyskano zbliżenie do wartości poszukiwanego minimum w postaci funkcji przystosowania $f(x_1, x_2) = 0,047$ dla $x_1 = -0,013$ i $x_2 = -0,006$. Przykład należy uzupełnić uwagą, że w kolejnych krokach algorytmu zostaje utracona informacja na temat poprzedniego najlepszego rozwiązania, co zapobiega utknięciu algorytmu w minimum lokalnym.



Rys. 1. Wykres funkcji dwuwymiarowej Ackleya
Fig. 1. Diagram of the two-dimensional Ackley function

Przykład 2. W wyniku przeprowadzonego eksperymentu uzyskano empiryczny zbiór siedmiu punktów zlokalizowanych na osi ciężna (tab. 7) [Nowak 2003].

Tabela 7. Wyniki pomiaru krzywej zwisu ciężna

Table 7. Measurement results of the sag curve of the strand

Nr punktu No. point	1	2	3	4	5	6	7
X	1,5	3,5	5,5	7,5	9,0	10,5	12,0
Y	1,5	2,5	4,0	6,0	7,5	10,0	12,5

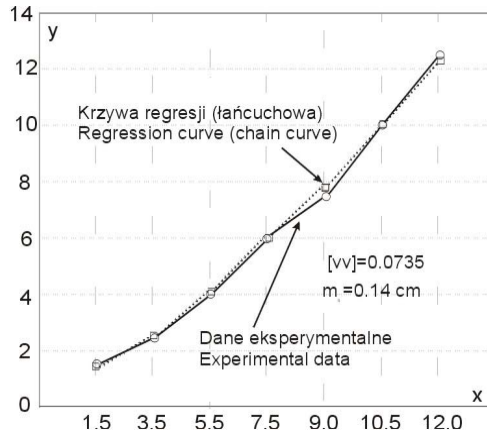
Kształt krzywej zwisu ciężna pod wpływem własnego ciężaru opisuje krzywa łańcuchowa wyrażona równaniem (patrz zamieszczony niżej wykres) [Adamczewski 1992]. Zadanie polega na estymacji p parametrów krzywej regresji (łańcuchowej) z zachowa-

nieniem warunku $[v_y^2] = \min$. Parametry:

k – parametr wykorzystywany do obliczenia siły naciągu w ciężnie,

a, b – stałe translacji początku układu współrzędnych

xoy względem początku układu współrzędnych pomiarowych XOY .

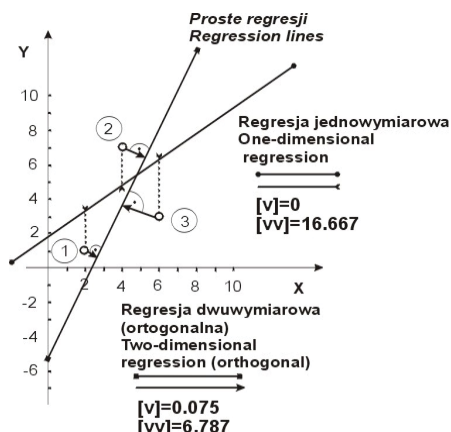


Rys. 2. Regresja jedno wymiarowa
Fig. 2. One-dimensional regression

W wyniku działania algorytmu ewolucyjnego uzyskano: $k = 10,5102$, $a = 2,5572$, $b = 9,7930$. Krzywą zwisu aproksymowano również za pomocą modelu regresji krzywo liniowej, opartym na parabolii stopnia drugiego. Dokładności aproksymacji, charakteryzowane błędami średnimi na podstawie oszacowanych parametrów strukturalnych obu modeli regresji, nie wykazały znaczących różnic.

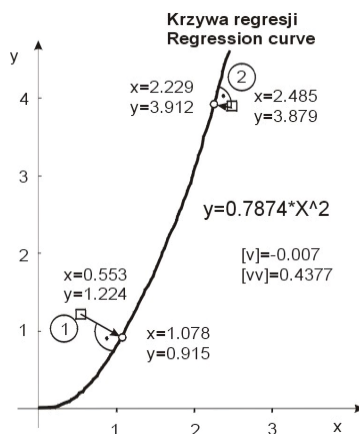
Przykład 3. Dany jest zbiór punktów $[x_i, y_i]$ dla $i = 1, 2, 3$. Będziemy poszukiwać parametrów funkcji regresji II rodzaju, bowiem większość modeli regresyjnych to modele liniowe, których liniowość daje się relatywnie łatwo zbadać z punktu widzenia parametrów. Przyjęto założenie, że współrzędne punktów zostały wyznaczone empirycznie. Na rysunku 3 została przedstawiona prosta regresji zwykłej oraz prosta regresji ortogonalnej.

Dla ustalonego deterministycznego wektora \mathbf{x} estymacja parametrów prostej regresji zwykłej $y|x$ polega na rozwiązaniu zadania $\min(Y - Y_{obs})^T (Y - Y_{obs})$ z uwzględnieniem restrykcji $F((x, y, p) = 0$ (p – parametry zadania). Rozpatrując regresję ortogonalną, estymacja parametrów prostej regresji $F((x, y, p) = 0$ wymaga rozwiązania zadania $\min(X - X_{obs})^T (X - X_{obs}) + (Y - Y_{obs})^T (Y - Y_{obs})$ z zachowaniem restrykcji $F((x, y, p) = 0$. Z rysunku 3 można odczytać, że w przypadku regresji ortogonalnej uzyskano suboptymalne rozwiązanie zadania.



Rys. 3. Regresja dwuwymiarowa
Fig. 3. Two-dimensional regression

Przykład 4. W zastosowaniach w dziedzinie ekonomii, zagadnieniach przyrodniczych oraz technicznych, gdzie występują zmienne jako wielkości fizyczne (np. czas, temperatura), większe znaczenie przypisuje się regresji nieliniowej często ortogonalnej. W związku z tym, dany jest dwuelementowy zbiór punktów o określonych współrzędnych $[x_i, y_i]$, $i = 1, 2$. Należy dokonać aproksymacji danego zbioru punktów parabolą o postaci $f(x) = ax^2$, która aproksymuje zbiór $[x_i, y_i]$, $i = 1, 2$ w sensie euklidesowym. Wykres paraboli oraz wyniki obliczeń zostały przedstawione na rysunku 4.



Rys. 4. Krzywa regresji
Fig. 4. Regression curve

Zadanie ma charakter dydaktyczny (zadanie Bahra), dla którego przypadki formułowania modelu wyrównawczego zostały przedstawione w pracy Nowak [2003].

PODSUMOWANIE

Strategie ewolucyjne należą do najważniejszych metodologii obliczeń ewolucyjnych z zachowaniem deterministycznych metod wyboru. Dla strategii ewolucyjnych udowodniono twierdzenie o zbieżności [Arabas 2001], które mówi, że dla dużej liczby poszukiwań uzyskuje się optimum globalne optymalizowanego kryterium z prawdopodobieństwem 1. Na podstawie tego twierdzenia nie można jednak uzyskać informacji o prędkości zbieżności algorytmu do oczekiwanego optymalnego rozwiązania.

W tej kwestii pewnym utrudnieniem w implementacji algorytmu ewolucyjnego jest sformułowanie warunku zatrzymania. Najprostsza metoda polega na wykonaniu ustalonej liczby generacji nowych zbiorów parametrów zadania jako punktów przestrzeni poszukiwań. Wada tej metody ujawnia się w braku kontroli jakości uzyskanego rozwiązania. Stąd częściej stosuje się zatrzymanie pracy algorytmu po uzyskaniu zadowalającej wartości zdefiniowanej funkcji przystosowania [Łęski 2008]. Algorytmy ewolucyjne są łatwe do stosowania, ponieważ nie istnieją ograniczenia na optymalizowane kryterium.

PIŚMIENNICTWO

- Adamczewski Z., 1992. Krzywa łańcuchowa jako linia realna, *Przegląd Geodezyjny*, nr 4, Warszawa.
- Arabas J., 2001. Wykłady z algorytmów ewolucyjnych, WNT, Warszawa.
- Janusz J., 1995. Ortogonalne wpasowanie krzywej teoretycznej w empiryczny zbiór punktów, *Prace Instytutu Geodezji i Kartografii*, t. XLII, z. 92, Warszawa.
- Łęski J., 2008. Systemy neuronowo-rozmyte, WNT, Warszawa.
- Nowak E., 2003. Algorytmy numeryczne w geodezji, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa.
- Rutkowski L., 2009. Metody i techniki sztucznej inteligencji, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.

EVOLUTIONARY ALGORITHMS USED FOR SOLVING SELECTED OPTIMIZATION TASKS

Abstract. The paper discusses two evolutionary strategies ($\mu + \lambda$) and (μ, λ) used for solving complicated problems of numerical optimization. The strategies discussed in the paper, inspired by biological evolution and genetics, operate in populations of the sizes μ and λ of potential solutions with a deterministic selection procedure. The correctness of the operation of the strategy as a search for a global minimum of a criterion function is exemplified by the minimization of an Ackley function and the estimation of parameters of a regression function of the second kind.

Key words: evolutionary strategies, numerical optimization

Zaakceptowano do druku – Accepted for print: 30.06.2013

Do cytowania – For citation: Gil J., 2013. Algorytmy ewolucyjne w zastosowaniu do rozwiązywania wybranych zadań optymalizacji. *Acta Sci. Pol. Geod. Descr. Terr.*, 12 (2), 21–28.