

**Mariusz LEUS\* , Paweł GUTOWSKI\***

## **TEORETYCZNE I DOŚWIADCZALNE ANALIZY WPLYWU DRGAŃ NORMALNYCH NA SIŁĘ TARCIA W RUCHU ŚLIZGOWYM**

### **THEORETICAL AND EXPERIMENTAL ANALYSES OF THE INFLUENCE OF NORMAL VIBRATIONS ON FRICTION FORCE IN SLIDING MOTION**

#### **Słowa kluczowe:**

drgania normalne, redukcja siły tarcia, modele tarcia

#### **Key words:**

normal vibrations, reduction of friction force, friction models

#### **Streszczenie**

W pracy przedstawiono model obliczeniowy i stanowisko badawcze oraz wyniki wstępnych badań doświadczalnych i analiz symulacyjnych wpływu drgań normalnych do powierzchni poślizgu na siłę napędu niezbędną do wprawienia ciała w ruch ślizgowy i utrzymania tego ruchu. W modelu wykorzystano dynamiczny model tarcia Dahla. Opracowany model obliczeniowy zaimplementowano w środowisku Matlab/Simulink. Uzyskano bardzo dobrą zgodność wyników analiz symulacyjnych z wynikami badań doświadczalnych.

---

\* Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie, Wydział Inżynierii Mechanicznej i Mechatroniki, Katedra Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn, 70-310 Szczecin, al. Piastów 19, e-mails: mariusz.leus@zut.edu.pl; pawel.gutowski@zut.edu.pl.

## WPROWADZENIE

Wpływ drgań na siłę tarcia w spoczynku i w ruchu ślizgowym objawiający się zmniejszeniem siły napędu niezbędnej do wprowadzenia ciała w ruch ślizgowy i utrzymania tego ruchu, jest zjawiskiem znanym i wykorzystywanym przez człowieka od wielu lat. Jednak jego mechanizm jest jeszcze nie w pełni poznany i opisany. Inne czynniki wpływają na redukcję siły tarcia przy drganiach stycznych do powierzchni poślizgu, a inne przy drganiach normalnych. Przyjęty jest pogląd [L. 1, 2], że w przypadku drgań normalnych obniżenie siły tarcia pod ich wpływem wynika ze zmniejszenia nacisków normalnych w obszarze styku spowodowanego wprowadzonymi drganiami.

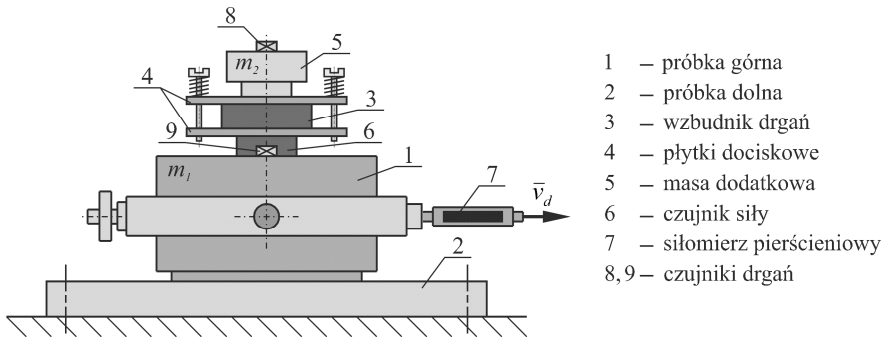
Między prezentowanymi w literaturze wynikami analiz modelowych a wynikami badań doświadczalnych istnieją jednak znaczne rozbieżności [L. 1–6]. Jedną z głównych ich przyczyn jest fakt, że z reguły w obliczeniach, w których występują siły tarcia, przyjmowane są proste, tzw. statyczne, modele tarcia bazujące na modelu tarcia Coulomba, w których nie uwzględnia się żadnych odkształceń zachodzących w obszarze styku dwóch przemieszczających się względem siebie ciał.

W niniejszej pracy przedstawiamy wyniki własnych analiz modelowych i badań doświadczalnych wpływu drgań normalnych na siłę napędu niezbędną do wprowadzenia ciała w ruch ślizgowy i utrzymania tego ruchu. W opracowanym modelu wykorzystany został dynamiczny model tarcia Dahla [L. 7, 8] dzięki czemu w prowadzonych analizach uwzględniona została podatność styku. Opracowany model obliczeniowy zaimplementowano w środowisku Matlab /Simulink. Wyniki obliczeń numerycznych zweryfikowano poprzez ich porównanie z wynikami badań doświadczalnych przeprowadzonych na oryginalnym stanowisku badawczym i uzyskano bardzo dobrą ich zgodność.

## STANOWISKO BADAWCZE

Badania doświadczalne przeprowadzono na stanowisku przedstawionym schematycznie na **Rys. 1**. Podstawowym elementem tego stanowiska jest para cierna złożona z przesuwanej próbki górnej (1) i zamocowanej na nieruchomym podłożu próbki dolnej (2). Próbka górna może być w dowolnej chwili wprowadzona w ruch drgający w kierunku prostopadłym do płaszczyzny poślizgu. Dokonywane jest to za pomocą przymocowanego do jej górnej powierzchni bezwładnościowego układu wzbudzającego złożonego z umieszczonego między dwiema płytkami zaciskowymi (4), wstępnie napiętego wzbudnika piezoelektrycznego (3) i dodatkowej masy  $m_2$  (5) sztywno związanej z górną płytką zaciskową. Wzbudnik wprowadza w ruch drgający dodatkową masę  $m_2$ . Powstająca siła bezwładności przekazywana jest na przesuwaną próbkę, wprowadzając ją w ruch drgający. Siła ta mierzona jest za pomocą siłomierza (6) umieszczonego między przesuwaną próbką a układem wzbudzającym drgania.

Ruch ślizgowy tej próbki wywoływany jest za pomocą mechanicznego układu napędowego złożonego z prowadnicy liniowej *EPX-40*, zabieraka i silnika krokowego. W skład tego układu wchodzi także siłomierz pierścieniowy (7), za pomocą którego dokonywany jest pomiar siły napędu. Prędkość napędu regulowana jest obrotami silnika krokowego. Sterowanie drganiami i prędkością napędu, jak i rejestracja mierzonych sygnałów siły i przyspieszeń realizowana jest za pomocą karty kontrolno-pomiarowej *DS1104* firmy dSPACE. Do pomiarów przyspieszeń wykorzystano czujniki PCB (8 i 9).

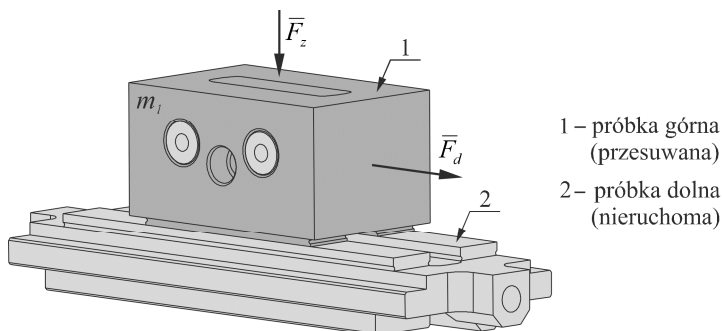


- 1 – próbka górna
- 2 – próbka dolna
- 3 – wzбудnik drgań
- 4 – płytki dociskowe
- 5 – masa dodatkowa
- 6 – czujnik siły
- 7 – siłomierz pierścieniowy
- 8,9 – czujniki drgań

**Rys. 1. Schemat ideowy stanowiska badawczego**

Fig. 1. Scheme of the test stand

Próbka górna (**Rys. 2**) ma kształt prostopadłościennej kostki. Została ona tak zaprojektowana przy wykorzystaniu metody elementów skończonych, aby uzyskać równomierny rozkład nacisków na powierzchniach styku z podłożem. Powierzchnie te mają kształt prostokątów o wymiarach 50×12 mm. Łączne pole powierzchni styku przesuwanej próbki z podłożem wynosi  $A = 1200 \text{ mm}^2$ .



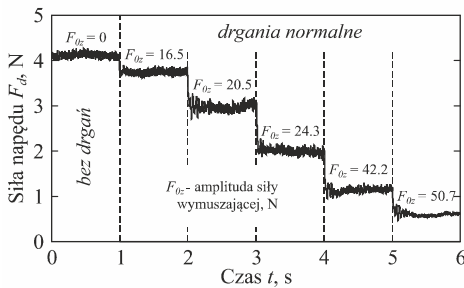
- 1 – próbka górna (przesuwana)
- 2 – próbka dolna (nieruchoma)

**Rys. 2. Para cierna – próbka górna i dolna**

Fig. 2. Friction pair – upper and lower samples

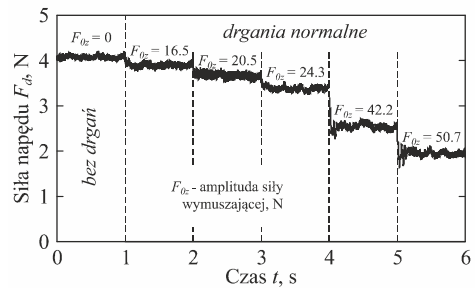
## BADANIA DOŚWIADCZALNE

Badania doświadczalne przeprowadzono w dwóch seriach pomiarowych. W serii pierwszej badano wpływ amplitudy siły wymuszającej drgania na siłę napędu przy ustalonej częstotliwości drgań  $f$  i ustalonej prędkości napędu  $v_d$ . W serii drugiej natomiast badano wpływ amplitudy siły wymuszającej i prędkości poślizgu na siłę napędu przy ustalonej częstotliwości drgań. Przykładowe wyniki przedstawiono na **Rys. 3 i 4**.



**Rys. 3.** Wpływ amplitudy siły wymuszającej drgania na siłę napędu w ruchu ślizgowym;  $f = 3000$  Hz,  $v_d = 0,1$  mm/s,  $p_n = 0,0169$  N/mm<sup>2</sup>

Fig. 3. Influence of excitation force amplitude on driving force in sliding motion;  $f = 3000$  Hz,  $v_d = 0.1$  mm/s,  $p_n = 0.0169$  N/mm<sup>2</sup>



**Rys. 4.** Wpływ amplitudy siły wymuszającej drgania na siłę napędu w ruchu ślizgowym;  $f = 3000$  Hz,  $v_d = 0,5$  mm/s,  $p_n = 0,0169$  N/mm<sup>2</sup>

Fig. 4. Influence of excitation force amplitude on driving force in sliding motion;  $f = 3000$  Hz,  $v_d = 0.5$  mm/s,  $p_n = 0.0169$  N/mm<sup>2</sup>

Z przedstawionych wyników widać, że wprowadzenie przesuwanego ciała w ruch drgający w kierunku normalnym do powierzchni poślizgu powoduje obniżenie siły napędu niezbędnej do utrzymania tego ruchu. Poziom tej redukcji zależy od prędkości ruchu ślizgowego i przy danej częstotliwości drgań może być sterowany wielkością amplitudy siły wymuszającej.

## MODEL OBLICZENIOWY

W celu przeprowadzenia analiz symulacyjnych wpływu drgań normalnych do powierzchni przesuwu na siłę tarcia w ruchu ślizgowym opracowano model obliczeniowy, w którym do opisu siły tarcia wykorzystano dynamiczny model tarcia Dahla [L. 7, 8]. W modelu tym siła tarcia uzależniona jest od wielkości odkształcenia sprężystego styku w kierunku stycznym:

$$F_T = k_t \cdot s \quad (1)$$

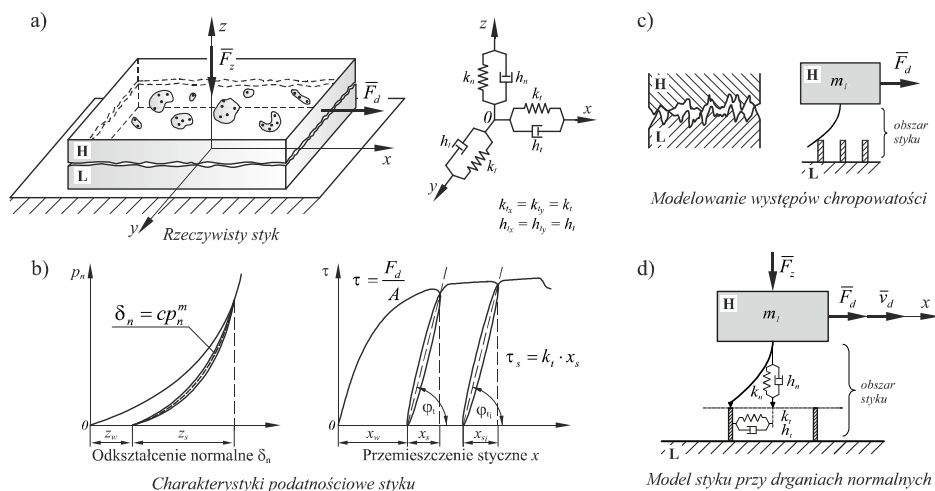
gdzie:  $F_T$  – siła tarcia,  $k_t$  – współczynnik sztywności styku w kierunku stycznym,  $s$  – sprężyste odkształcenie chropowatości w kierunku stycznym.

W modelu Dahla zakłada się, że szybkość zmian odkształcenia sprężystego styku  $ds/dt$  zależy zarówno od sztywności stycznej styku, jak i od prędkości względnej  $v_r$  przesuwanego ciała i podłoża. Ogólna postać tej zależności jest następująca:

$$\frac{ds}{dt} = v_r \cdot \left[ 1 - \frac{k_t \cdot s}{F_N \cdot \mu} \operatorname{sgn}(v_r) \right]^\alpha \quad (2)$$

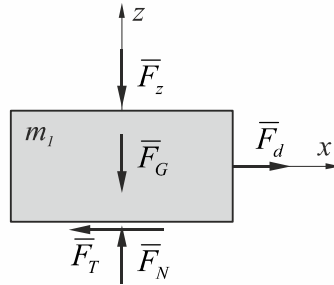
gdzie:  $v_r$  – prędkość względna przesuwanego ciała i podłoża,  $F_N$  – reakcja normalna podłoża,  $\mu$  – współczynnik tarcia statycznego,  $\alpha$  – parametr zależny od rodzaju materiałów, z których wykonano elementy tworzące parę cierną [L. 9].

Schemat ideowy opracowanego modelu przedstawiono na **Rys. 5**. Rzeczywisty styk (**Rys. 5a**) modelowany jest za pomocą elementu sprężysto-tłumiącego o różnej sztywności i różnym tłumieniu w kierunkach stycznym i normalnym do powierzchni poślizgu. Zakłada się przy tym, że sztywność i tłumienie styku w płaszczyźnie stycznej do powierzchni poślizgu nie zależą od kierunku, tzn. że:  $k_x = k_y = k_t$  i  $h_x = h_y = h_t$ . Współczynniki sztywności styku  $k_t$  i  $k_n$  w kierunkach stycznym i normalnym wyznacza się na podstawie charakterystyk podatnościowych styku (**Rys. 5b**) wyznaczanych doświadczalnie [L. 10]. Sposób modelowania występów chropowatości przedstawiony jest na **Rys. 5c**, a model styku przy drganiach normalnych na **Rys. 5d**.



**Rys. 5. Modelowanie styku – styk rzeczywisty i jego model**  
 Fig. 5. Modelling of the contact – real contact and its model

Rozkład sił działających na przesuwane w kierunku osi  $Ox$  i wprawiane w ruch drgający w kierunku osi  $Oz$  ciało przedstawiony jest na **Rys. 6**.



**Rys. 6. Rozkład sił działających na przesuwane ciało**

Fig. 6. Distribution of forces acting on sliding body

Dynamiczne równania ruchu mają postać:

$$m_1 \cdot \ddot{x} = F_d - F_T \quad (3)$$

$$m_1 \cdot \ddot{z} = F_N - F_z - F_G \quad (4)$$

gdzie:  $m_1$  – masa przesuwanego ciała,  $F_d$  – siła napędu,  $F_T$  – siła tarcia,  $F_N$  – reakcja normalna podłoża,  $F_z$  – siła wymuszająca drgania,  $F_G$  – siła ciężkości.

Siłę napędu wyznaczyć można z zależności:

$$F_d = k_d \cdot (v_d \cdot t - x) \quad (5)$$

gdzie:  $k_d$  – sztywność napędu.

Siłę  $\vec{F}_N$  oddziaływania normalnego podłoża można rozłożyć na dwie składowe  $\vec{F}_{N_k}$  i  $\vec{F}_{N_h}$  [L. 11]:

$$\vec{F}_N = \vec{F}_{N_k} + \vec{F}_{N_h} \quad (6)$$

Pierwsza z nich związana jest z odkształceniem sprężystym obszaru styku w kierunku normalnym, zaś druga z tłumieniem styku. Wartość składowej  $\vec{F}_{N_k}$  wyznaczyć można z zależności:

$$F_{N_k} = A \cdot c_k \cdot z^{m_k} \quad (7)$$

gdzie:  $A$  – pole powierzchni styku,  $c_k$  i  $m_k$  – stałe wyznaczone na podstawie charakterystyk podatnościowych styku w kierunku normalnym. Przy czym między stałymi  $m$  i  $c$  z podanej na **Rys. 5b** zależności:  $\delta = c \cdot p_n^m$  a stałymi  $c_k$  i  $m_k$  zachodzą związki:

$$m_k = \frac{1}{m} \quad \text{i} \quad c_k = \frac{1}{c^{m_k}} \quad (8)$$

Wartość składowej  $\vec{F}_{N_h}$  wyznacza się z zależności [**L. 11**]:

$$F_{N_h} = A \cdot h_n \cdot z^l \cdot \dot{z} \quad (9)$$

gdzie:  $z$  – odkształcenie styku w kierunku normalnym,  $\dot{z} = dz/dt$ ,  $l$  – stała wyznaczana w sposób doświadczalny.

Wykorzystując zależności (1)÷(9), opracowano w środowisku Matlab/Simulink model obliczeniowy do analizy wpływu drgań normalnych na siłę tarcia w ruchu ślizgowym. W algorytmie obliczeń przyjęto założenie, że amplituda  $F_{0z}$  siły wymuszającej  $F_z$  nie może być większa od siły bezwładności dodatkowej masy  $m_2$ , czyli że musi być spełniony warunek:

$$F_{0z} \leq m_2 \cdot \ddot{z} \quad (10)$$

## ANALIZY SYMULACYJNE

Opracowany model wykorzystano do przeprowadzenia obliczeń symulacyjnych sterowania siłą tarcia w ruchu ślizgowym za pomocą drgań normalnych do powierzchni poślizgu. Analizy przeprowadzono w dwóch wariantach obliczeń. W wariantcie pierwszym badano wpływ amplitudy siły wymuszającej drgania o stałej częstotliwości na poziom siły napędu niezbędnej do wprawienia ciała w ruch ślizgowy i utrzymania tego ruchu. W wariantcie drugim natomiast analizowano wpływ prędkości poślizgu na redukcję siły napędu przy drganiach o ustalonej amplitudzie i określonej częstotliwości.

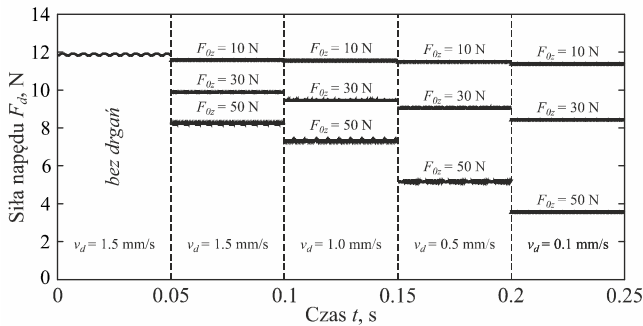
W obliczeniach przyjęto następujące dane: częstotliwość drgań  $f = 3000$  Hz, współczynnik tarcia ślizgowego  $\mu = 0,15$ , naciski powierzchniowe wywołane obciążeniem statycznym  $p_n = 0,0659$  N/mm<sup>2</sup>, współczynnik sztywności napędu  $k_d = 0,92$  N/μm. Wartości stałych  $c$  i  $m$  z zależności (8) przyjęto na podstawie literatury [**L. 10**]:  $c = 0,24$ ,  $m = 0,63$ . Wartość współczynnika sztywności styku w kierunku stycznym  $k_t$  obliczano każdorazowo w zależności od obciążenia

normalnego styku. Przyjęto, że składowa zmienna obciążenia normalnego, a więc siła  $F_z$  zmienia się według zależności:

$$F_z = F_{0z} \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (11)$$

gdzie:  $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$ ,  $F_{0z}$  – amplituda siły wymuszającej.

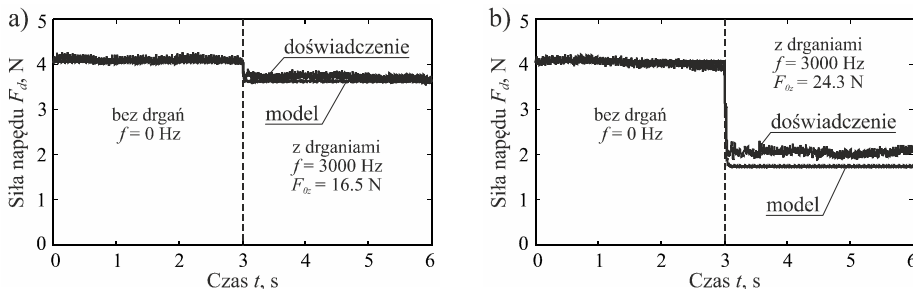
Na **Rys. 7** zestawiono w formie wykresu zbiorczego wyniki obliczeń dla czterech prędkości napędu  $v_d$  równych odpowiednio: 0,1; 0,5; 1,0 i 1,5 mm/s, przy amplitudach  $F_{0z}$  siły wymuszającej równych: 10, 30 i 50 N.



**Rys. 7.** Wpływ amplitudy siły wymuszającej drgania i prędkości napędu na siłę napędu w ruchu ślizgowym;  $f = 3000$  Hz,  $p_n = 0,0659$  N/mm<sup>2</sup>

Fig. 7. Influence of excitation force amplitude and velocity of the drive on driving force in sliding motion;  $f = 3000$  Hz,  $p_n = 0.0659$  N/mm<sup>2</sup>

Na **Rys. 8**, z kolei, przedstawiono przykładowo porównanie wyników obliczeń symulacyjnych z wynikami badań doświadczalnych dla wybranych dwóch zestawów danych. W obydwu przypadkach widać bardzo dobrą zgodność wyników analiz symulacyjnych i doświadczalnych. Świadczy to o poprawności opracowanego modelu obliczeniowego.



**Rys. 8.** Porównanie wyników obliczeń symulacyjnych z wynikami badań doświadczalnych dla: a)  $F_{0z} = 16,5$  N, b)  $F_{0z} = 24,3$  N;  $v_d = 0,1$  mm/s,  $f = 3000$  Hz,  $p_n = 0,0169$  N/mm<sup>2</sup>

Fig. 8. Comparison of simulation calculation results with results of experimental tests for: a)  $F_{0z} = 16.5$  N, b)  $F_{0z} = 24.3$  N;  $v_d = 0.1$  mm/s,  $f = 3000$  Hz,  $p_n = 0.0169$  N/mm<sup>2</sup>



## PODSUMOWANIE

Z przedstawionych wyników badań doświadczalnych i analiz symulacyjnych widać, że wprawienie przesuwanego ciała w ruch drgający w kierunku normalnym do powierzchni poślizgu powoduje obniżenie siły napędu niezbędnej do utrzymania tego ruchu.

Poziom redukcji siły napędu zależy od prędkości ruchu ślizgowego i przy danej częstotliwości drgań może być sterowany wielkością amplitudy siły wymuszającej.

Bardzo dobra zgodność wyników analiz symulacyjnych z wynikami badań doświadczalnych świadczy o możliwości wykorzystania opracowanego algorytmu obliczeniowego do sterowania siłą tarcia w ruchu ślizgowym za pomocą drgań normalnych do powierzchni poślizgu.

## LITERATURA

1. Hess D.P., Soom A.: Normal vibrations under harmonic loads. Part I – Hertzian contacts. *Journal of Tribology*. 113(1991) s. 80–86.
2. Tolstoi D.M., Borisova G.A., Grigorova S.R.: Friction regulation by perpendicular oscillation. *Soviet Physics Doklady*, 17(1973)9, s. 907–909.
3. Pohlman R., Lehfeld E.: Influence of ultrasonic vibration on metallic friction. *Ultrasonics*. 4(1966), s. 178–185.
4. Godfrey D.: Vibration reduces metal to metal contact and causes an apparent reduction in friction. *ASLE Transactions*. Vol. 10, 1967, s. 183–192.
5. Budanov B.V., Kudinov V.A., Tolstoi D.M.: Interaction of friction and vibration. *Soviet Journal of Friction and Wear*. Vol. 1, 1980, s. 79–89.
6. Grudziński K., Kostek R.: Influence of normal micro-vibrations in contact on sliding motion of solid body. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*. Vol. 43, No 1, 2005, s. 37–49.
7. Dahl P.R.: Solid friction model. Technical Rapport TOR-0158H3107-181-1. The Aerospace Corporation. El Segundo, CA, 1968.
8. Dahl P.R.: Solid friction damping of mechanical vibrations. *AIAA Journal*. Vol. 14, No 12, 1976, s. 1675–1682.
9. Bliman P.A.: Mathematical study of the Dahl's friction model. *European Journal of Mechanics, A. Solids*, 11(1992)66, s. 835–848.
10. Grudziński K., Konowalski P., Gutowski P.: Doświadczalne badania podatności normalnej i stycznej styków i matematyczne opracowanie wyników pomiarów. Spraw. z pracy n-b. pt.: Badania zjawisk kontaktowych w połączeniach przewodniczących zespołów obrabiarkowych. Etap V. Politechnika Szczecińska, Instytut Budowy Maszyn, nr 24-055/2-1-2-23. Szczecin 1980, s. 2–82, (niepublikowana).
11. Martins A.C., Oden J.T., Simoes M.S.: Recent advances in engineering science. A study of static and kinetic friction. *Int. J. Engng. Sci.* 1990, s. 29–92.

*Praca została w dużej części zrealizowana w ramach projektu badawczego własnego nr N N501 212340 finansowanego przez Narodowe Centrum Nauki w Krakowie.*

**Summary**

**The computational model as well as the test stand and results of some simulation and experimental tests on the influence of normal vibration on friction and driving forces in sliding motion are presented in this paper. In simulation analyses, the dynamic Dahl's model of friction was used. The computational model was implemented in a Matlab/Simulink environment. An excellent agreement of simulation and experimental tests results was obtained.**