

# Analiza konstrukcji ślimakowego układu uplastyczniającego wytłaczarki

Józef Flizikowski<sup>1),\*)</sup>, Józef Sadkiewicz<sup>2)</sup>

DOI: dx.doi.org/10.14314/polimery.2015.402

**Streszczenie:** Omówiono zależności konstrukcyjnych cech geometrycznych i parametrów dynamicznych w strefie roboczej zespołu ślimakowego. Zaproponowano nowe podejście do cech, kryteriów konstrukcyjnych, stanów i przemiany ciśnień, sił i momentów obrotowych w strefie uplastyczniania tworzywa w zespole roboczym ślimaka, z uwzględnieniem jego strony czynnej i biernej. Na podstawie opisu zależności oraz analizy wskaźników zmiennych procesu wykonano ocenę stanów i przemian ciśnienia, sił i momentów obrotowych w strefie uplastyczniania tworzywa.

**Słowa kluczowe:** wytłaczanie, konstrukcja strefy roboczej zespołu ślimakowego, obciążenia.

## Structural analysis of the extruder screw plasticizing system

**Abstract:** The dependence between structural geometrical and dynamic parameters in the working zone of the screw plasticizing unit has been discussed. A new approach to the construction criteria and features, states and changes of pressure, forces and torques in the plasticizing section of the screw working zone, taking into account its active and passive sides, has been proposed. Based on the description of dependencies and analysis of process variable indicators an assessment of states and changes of pressure, forces and torques in the plasticizing zone has been made.

**Keywords:** extrusion, design of screw unit working zone, loads.

W przetwórstwie tworzyw polimerowych zespoły ślimakowe stanowią ważny element maszynowy, wykorzystywany w transporterach, mieszarkach, dozownikach, homogenizatorach, ale — przede wszystkim — w wytłaczarkach [1–6]. Wilczyński [7, 8], na podstawie badań ujmujących uplastycznianie tworzywa i zapełnianie ślimaka, zaproponował nowy mechanizm uplastyczniania tworzywa w wytłaczarce. Wyróżnił uplastycznianie wskutek przewodzenia ciepła w strefie ślimaka niezapełnionego oraz uplastycznianie dyspersyjne w strefie ślimaka zapełnionego. Opracowany model wytłaczania jednoślimakowego z dozowaniem [9] wymaga nowego podejścia do cech, kryteriów konstrukcyjnych, stanów i przemian ciśnień, sił i momentów obrotowych w zespole roboczym ślimaka, z uwzględnieniem jego strony czynnej i biernej.

Podczas pracy zespołu ślimakowego materiał (granulat, regranulat, produkt rozdrabniania tworzyw w recyklingu) przemieszcza się w przestrzeniach między zwo-

jami ślimaka o grubości  $g$  i skoku  $G$  (rys. 1a). Przetwarzana masa materiału jest ograniczona czterema powierzchniami tworzącymi przestrzeń (komorę) roboczą:

- walcową powierzchnią rdzenia ślimaka (1) o promieniu  $r_r$  (wewnętrzna średnica ślimaka),
- walcową powierzchnią wewnętrzną korpusu (3) o promieniu  $r_z$  (zewnętrzna średnica ślimaka),
- śrubową powierzchnią bierną (2) zwojów ślimaka,
- śrubową powierzchnią czynną (4) zwojów ślimaka.

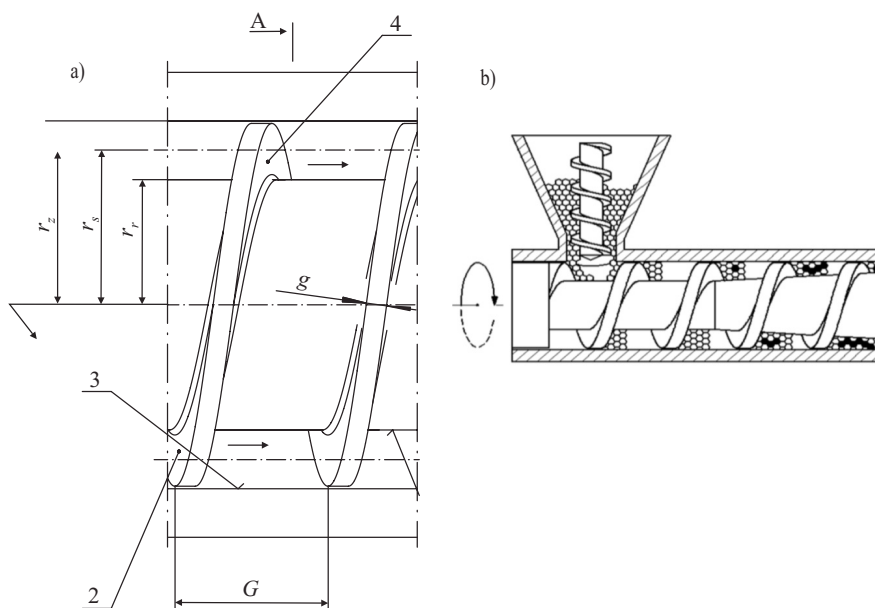
Na rys. 1b pokazano wytłaczanie ze sterowanym (dozowanym) zasilaniem, podczas którego ślimak nie jest całkowicie zapełniony tworzywem, a uplastycznianie nie przebiega zgodnie z mechanizmem Tadmora, lecz według mechanizmu dwuetapowego, obejmującego plastyczną deformację cząstek tworzywa i tarcie między tymi cząsteczkami. W obszarze niezapełnionego ślimaka, w warunkach braku generacji ciśnienia, granulaty gromadzi się przy czynnej ścianie zwoju ślimaka i stapia się w wyniku przewodzenia ciepła, a w obszarze całkowitego zapełnienia ślimaka nieuplastycznione cząstki tworzywa tworzą zawieszinę w tworzywie uprzednio uplastycznionym, a uplastyczniają się pod wpływem ciepła powstającego w wyniku rozpraszania energii.

Celem pracy jest analityczne wyznaczenie konstrukcyjnych relacji obciążeń i stateczności wielkości związanych, takich jak: naprężenia na stronie czynnej zwojów ślimaka, rozkład ciśnienia na długości ślimaka, wartości siły osiowej i momentu obrotowego, do napędu ślimaka.

<sup>1)</sup> Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy w Bydgoszczy, Wydział Inżynierii Mechanicznej, Zakład Systemów Technicznych i Ochrony Środowiska, Al. Prof. S. Kaliskiego 7, 85-789 Bydgoszcz.

<sup>2)</sup> Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy w Bydgoszczy, Wydział Technologii i Inżynierii Chemicznej, Zakład Technologii Żywności, ul. Seminarjna 3, 85-326 Bydgoszcz.

\*) Autor do korespondencji; e-mail: fliz@utp.edu.pl



Rys. 1. Charakterystyka strefy roboczej ślimaka: a) cechy geometryczne, b) idea wytłaczania z dozowanym zasilaniem; 1 – powierzchnia rdzenia ślimaka, 2 – powierzchnia bierna zwoju ślimaka, 3 – powierzchnia wewnętrzna cylindra, 4 – powierzchnia czynna zwoju ślimaka (strzałki obrazują kierunek obrotów ślimaka i przemieszczenia materiału w strefie roboczej układu uplastyczniającego wytłaczarki)

Fig. 1. Characteristics of the screw working zone: a) geometrical features, b) concept of starve-fed extrusion; 1 – screw core surface, 2 – passive surface of screw thread, 3 – cylinder inner surface, 4 – active surface of screw thread (the arrows indicate the direction of screw rotation and material displacement in the working zone of the extruder plasticizing system)

### OBciążENIA ZWOJÓW ŚLIMAKA

Na rys. 1a linią punktową zaznaczono linię średnią zwojów ślimaka w odległości  $r_s$  od osi ślimaka. Promień linii średniej zwojów ślimaka ( $r_s$ ) dzieli powierzchnię pierścienia zawartego pomiędzy promieniami  $r_r$  i  $r_z$  na dwie równe części:

$$S_w = S_z \quad (1)$$

Rozwiązanie warunku (1) prowadzi do równania:

$$r_s = \sqrt{\frac{r_z^2 + r_r^2}{2}} \quad (2)$$

Kąt pochylenia zwojów ślimaka na linii średniej wynosi:

$$\alpha_s = \arctg \frac{G}{2\pi r_s} \quad (3)$$

W dalszych rozważaniach grubość zwoju  $g$  (rys. 1) pominięto.

W rozpatrywanym układzie sił w strefie roboczej przetwarzany materiał potraktowano jako ośrodek ciągły. Ponadto przyjęto następujące warunki stałości wielkości związanych:

– stosunku między ciśnieniem promieniowym (stycznym)  $\sigma_r$ , a osiowym (normalnym)  $\sigma_z$ :

$$\frac{\sigma_r}{\sigma_z} = \text{const} \quad (4)$$

– ciśnienia osiowego na długości promienia  $r_z$ :

$$\sigma_z = \text{const} \quad (5)$$

– współczynnika tarcia zewnętrznego  $\mu_z$  masy tworzywa o powierzchni komory roboczej.

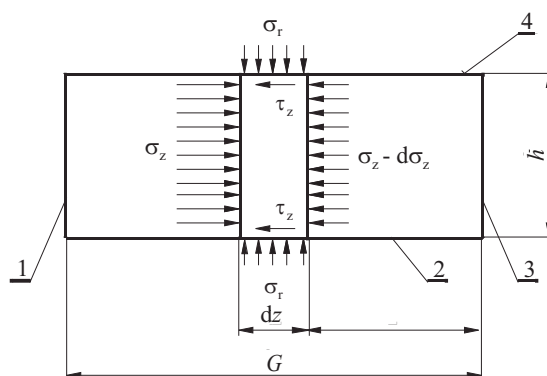
Stosunek wielkości związanych [zależność (4)] jest równy współczynnikowi parcia bocznego  $k$  [3]:

$$\frac{\sigma_r}{\sigma_z} = k \quad (6)$$

Na rys. 2 przedstawiono przekrój ściskanego złoza granulatów w płaszczyźnie zawierającej oś ślimaka. W wyniku obrotu ślimaka na powierzchni zewnętrznej rdzenia ślimaka i powierzchni wewnętrznej korpusu powstają siły tarcia. Warstwy granulatów bliższe powierzchni czynnej zwoju ślimaka ulegają odkształceniom (sprężystym, plastycznym i lepki) na skutek istniejących sił, osiągających wartości graniczne. Zjawisko to jest wykorzystywane w procesach wytłaczania z dozowaniem.

Na podstawie analizy równowagi sił działających w kierunku osiowym na elementarną jednostkową część materiału o długości  $dz$  oraz wysokości  $h$ , gdzie wysokość  $h$  zwojów ślimaka określona jest wzorem:

$$h = r_z - r_r \quad (7)$$



Rys. 2. Naprężenia z obciążeń działających na element przetwarzanego materiału: 1 – powierzchnia czynna zwojów ślimaka, 2 – powierzchnia rdzenia ślimaka, 3 – powierzchnia bierna zwoju ślimaka, 4 – powierzchnia wewnętrzna cylindra

Fig. 2. Stresses from the loads acting on the element of processed material: 1 – active surface of screw threads, 2 – screw core surface, 3 – passive surface of screw thread, 4 – cylinder inner surface

można zapisać:

$$h\sigma_z - h(\sigma_z - d\sigma_z) - 2\tau_z dz = 0 \quad (8)$$

Naprężenie styczne  $\tau_z$  na jednostkową powierzchnię można przedstawić jako:

$$\tau_z = \mu_z \sigma_r = \mu_z k \sigma_z \quad (9)$$

Po podstawieniu wzoru (9) do zależności (8) i przekształceniach otrzymujemy równanie:

$$\frac{d\sigma_z}{\sigma_z} = \frac{2k\mu_z}{h} dz \quad (10)$$

Po scałkowaniu równania różniczkowego (10) otrzymujemy wyrażenie:

$$\sigma_z = C \exp\left(\frac{2k\mu_z}{h} z\right) \quad (11)$$

Stałą całkowania  $C$  wyznaczono z warunku brzegowego:  $z = G$ ,  $\sigma_z = \sigma_0$  i otrzymano:

$$C = \sigma_0 \exp\left(-\frac{2k\mu_z}{h} G\right) \quad (12)$$

Zatem wyrażenie (11) przybiera postać:

$$\sigma_z = \sigma_0 \exp\left[-\frac{2k\mu_z}{h}(G-z)\right] \quad (13)$$

Do dalszych rozważań wprowadzono stosunek wielkości związanych  $k_{cb}$ , na biernej i czynnej stronie, jako iloraz naprężeń  $\sigma_b$  na powierzchni biernej do naprężeń  $\sigma_0$  na powierzchni czynnej zwojów. Przekształcenie równania (13) daje zależność:

$$\frac{\sigma_b}{\sigma_0} = \exp\left(-\frac{2k\mu_z}{h} G\right) = k_{cb} \quad (14)$$

Po oznaczeniu

$$a_1 = \frac{h}{G} \quad (15)$$

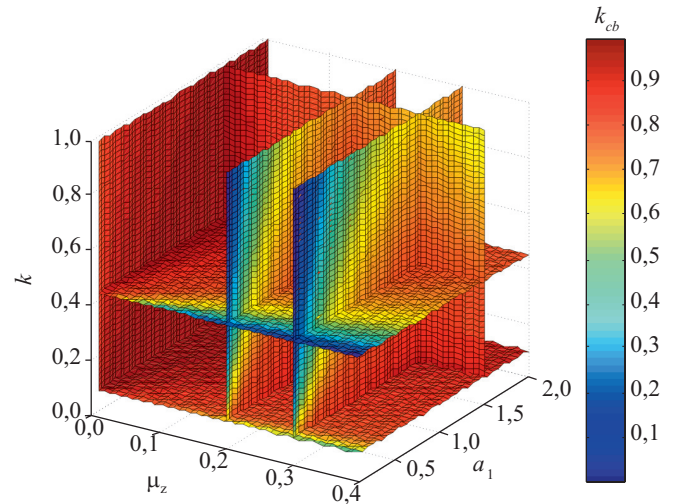
stosunek naprężeń [równanie (14)] można przedstawić w postaci:

$$k_{cb} = \exp\left(-\frac{2k\mu_z}{a_1}\right) \quad (16)$$

Z zależności (13) wynika, że ciśnienie na długości skoku zwoju ślimaka w kierunku od powierzchni czynnej do biernej maleje eksponentialnie. Spadek ciśnienia zależy od współczynnika tarcia  $\mu_z$  materiału o powierzchnię cylindra, współczynnika  $k$  parcia bocznego i wysokości  $h$  zwojów ślimaka. Z różnicy ciśnień pomiędzy powierzchnią czynną i bierną zwojów wynika, że podczas obrotu wału ślimakowego, w danym punkcie na powierzchni wewnętrznej cylindra występuje pulsacja ciśnienia. Częstość zmian ciśnienia o amplitudzie w zakresie od  $k\sigma_b$  do  $k\sigma_0$  jest równa częstości obrotów wału ślimakowego.

Maksymalne wartości współczynnika  $k_{cb}$  (rys. 3) odpowiadają minimalnym wartościom współczynnika tarcia  $\mu_z$ , górnym wartościom  $a_1$  (stosunku  $h/G$ ) i dolnym wartościom współczynnika  $k$  parcia bocznego (stosunek  $\sigma_r/\sigma_z$ ).

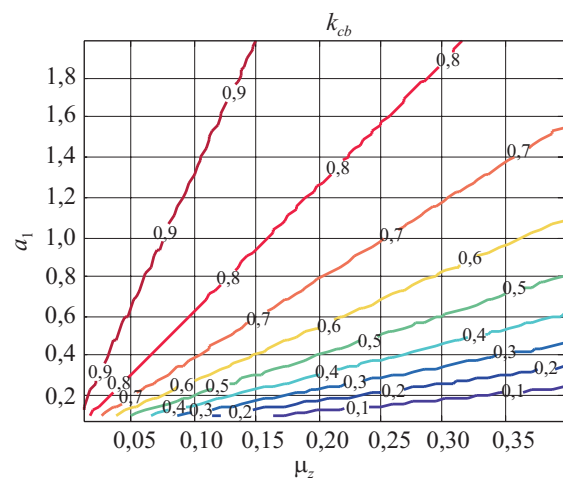
Współczynnik  $\mu_z$  tarcia zewnętrznego tworzywa oraz współczynnik  $k$  parcia bocznego zależą od właściwości materiału. Istotne jest więc określenie wartości współczynników  $\mu_z$  oraz  $k$  podczas wytłaczania tworzywa. W odniesieniu do całego granulatu wartości współczynnika



Rys. 3. Zależność współczynnika  $k_{cb}$  od współczynnika parcia bocznego  $k$ , współczynnika tarcia zewnętrznego  $\mu_z$  i współczynnika  $a_1$  [4]

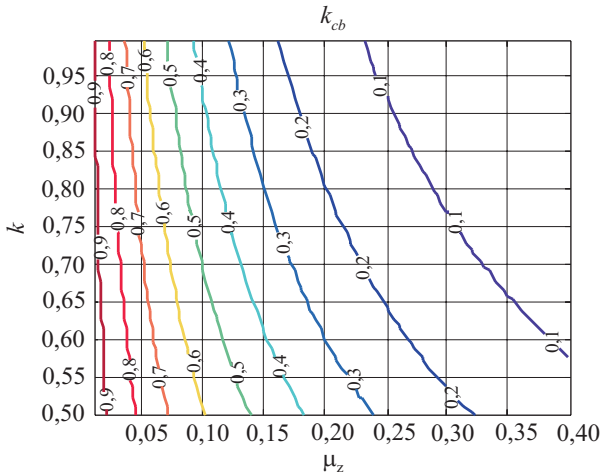
Fig. 3. Dependence of  $k_{cb}$  coefficient on the coefficients of lateral pressure  $k$ , external friction  $\mu_z$  and  $a_1$  [4]

$\mu_z$  stanowią 30–80 % [10]. Współczynnik parcia bocznego granulatu przybiera wartości ok. 0,4. W warunkach uplastyczniania, występujących podczas wytłaczania, współczynnik  $k$  osiąga wartości większe. Zagęszczaniu tworzywa towarzyszy odkształcanie trwałe (ściananie, skręcanie, pęknięcie, zginięcie). Można się spodziewać, że w wyniku zmiany charakteru tarcia materiału o powierzchnię cylindra współczynnik  $\mu_z$  osiągnie małe wartości. Rozdrobnienie granulatu wpływa na zmniejszenie współczynnika  $\mu_z$  tarcia zewnętrznego zagęszczanego materiału. Zgodnie z rys. 4 i rys. 5, zmniejszenie wartości  $\mu_z$  powoduje, że różnica ciśnień  $\sigma_b$  strony biernej zwoju ślimaka, i  $\sigma_0$  strony czynnej zwoju ślimaka jest mniejsza. Intensywne rozdrobnienie granulatu, np. w strefie zasi-

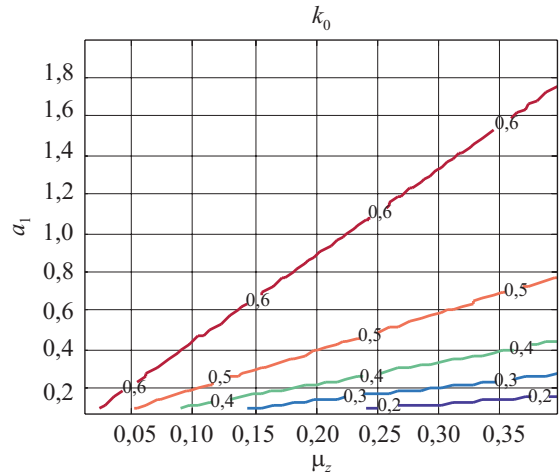


Rys. 4. Zależność współczynnika  $k_{cb}$  od współczynnika tarcia zewnętrznego  $\mu_z$  i współczynnika  $a_1$ , dla  $k = 0,7$

Fig. 4. Dependence of  $k_{cb}$  coefficient on the coefficients of external friction  $\mu_z$  and  $a_1$ , for  $k = 0,7$



Rys. 5. Zależność współczynnika  $k_{cb}$  od współczynnika tarcia zewnętrznego  $\mu_z$  i współczynnika  $a_1$  parcia bocznego, dla  $a_1 = 0,2$   
 Fig. 5. Dependence of  $k_{cb}$  coefficient on the coefficients of external friction  $\mu_z$  and lateral pressure  $a_1$ , for  $a_1 = 0.2$



Rys. 6. Zależność współczynnika  $k_0$  od współczynnika tarcia zewnętrznego  $\mu_z$  i współczynnika  $a_1$ , dla  $k = 0,7$   
 Fig. 6. Dependence of  $k_0$  coefficient on the coefficients of external friction  $\mu_z$  and  $a_1$ , for  $k = 0.7$

lania, będzie wpływać korzystnie na dynamikę wytłaczania z dozowaniem zasilania.

Na początku zagęszczania materiału występuje tarcie suche. Zagęszczany materiał o większym stopniu rozdrobnienia charakteryzuje się mniejszą porowatością niż materiał o niższym stopniu rozdrobnienia. Im mniejsza porowatość materiału, tym współczynnik  $k$  parcia bocznego osiąga mniejsze wartości. Jednocześnie zwiększa się współczynnik  $k_{cb}$  (rys. 5).

Wymuszenie przemieszczenia materiału w komorze roboczej w istotnym stopniu zależy od średniego ciśnienia  $\sigma_{sr}$  na długości  $G$  skoku zwoju ślimaka [6, 10, 11]. W analizowanym przypadku, po uwzględnieniu wyrażenia (6) średnie naprężenie  $\sigma_{srz}$  można wyrazić wzorem:

$$\sigma_{srz} = \frac{k \int_0^G \sigma_z dz}{G} \quad (17)$$

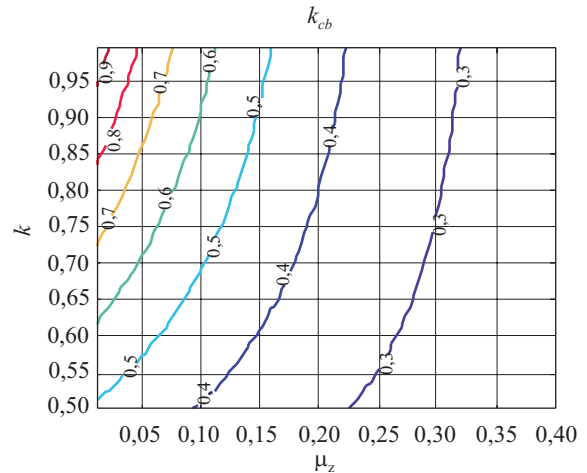
Po podstawieniu do równania (17) zależności (13) otrzymuje się równanie:

$$\sigma_{srz} = \sigma_0 \frac{h}{2\mu_z G} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{2k\mu_z}{h} G\right) \right] \quad (18)$$

W celu określenia średniego naprężenia promienowego  $\sigma_{srz}$  względem naprężenia  $\sigma_0$  na stronie czynnej zwoju ślimaka, wprowadzono dodatkowy współczynnik  $k_0$  wyrażony jako:

$$k_0 = \frac{\sigma_{srz}}{\sigma_0} = \frac{h}{2\mu_z G} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{2k\mu_z}{h} G\right) \right] = \frac{a_1(1-k_{cb})}{2\mu_z} \quad (19)$$

Zależność (19) dla  $k = 0,7$  przedstawia rys. 6. Podobnie jak w poprzednim przypadku, zwiększenia naprężenia średniego  $\sigma_{srz}$  w stosunku do naprężenia  $\sigma_0$  na czynnej powierzchni zwojów, przy danym kształcie geometrycznym ślimaka o współczynniku  $a_1$ , można dokonać w wyniku wstępnego rozdrobnienia tworzywa, co powoduje jednak zmniejszenie współczynnika  $k$  parcia bocznego



Rys. 7. Zależność współczynnika  $k_0$  od współczynnika tarcia zewnętrznego  $\mu_z$  i współczynnika  $k$  parcia bocznego, dla  $a_1 = 0,2$   
 Fig. 7. Dependence of  $k_0$  coefficient on the coefficients of external friction  $\mu_z$  and lateral pressure  $k$ , for  $a_1 = 0.2$

(zmniejszenie porowatości zagęszczanego materiału), a tym samym wpływa na zmniejszenie ciśnienia średniego  $\sigma_{srz}$  w stosunku do ciśnienia  $\sigma_0$  na czynnej powierzchni zwojów (rys. 7).

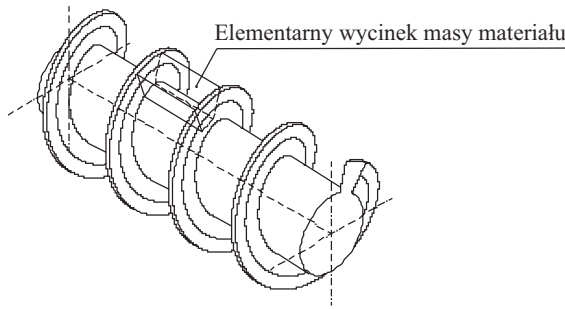
### OBCIĄŻENIE WAŁU ŚLIMAKA I CYLINDRA

W celu określenia oddziaływań dynamicznych w strefie roboczej z warstw wytłaczanego materiału wyodrębniono element o długości równej skokowi  $G$  ślimaka (rys. 8).

W analizowanym elemencie poszczególne pola powierzchni wynoszą:

— pola powierzchni 1 i 2 kontaktu ze stroną bierną oraz czynną zwoju ślimaka (rys. 9a)

$$dS_{cb} = \frac{r_z^2 - r_r^2}{2\cos \alpha_s} da \quad (20)$$



Rys. 8. Widok elementarnej strefy przestrzeni roboczej wytłaczania

Fig. 8. View of the elementary zone of the extrusion working space

— pole powierzchni 3 kontaktu z rdzeniem ślimaka (rys. 9b)

$$dS_r = r_r G d\alpha \quad (21)$$

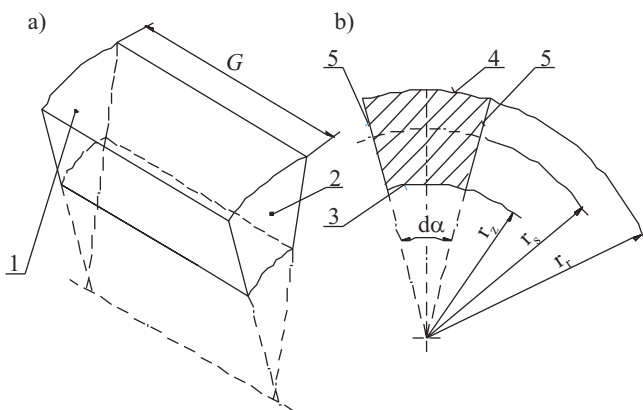
— pole powierzchni 4 kontaktu z cylindrem (rys. 9b)

$$dS_c = r_z G d\alpha \quad (22)$$

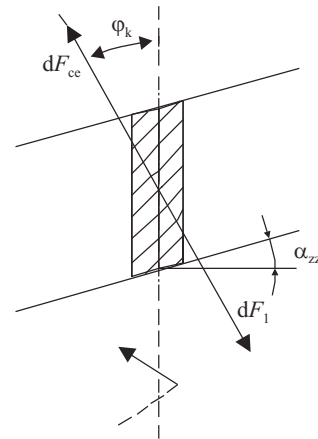
— pola powierzchni 5 kontaktu tworzywo/tworzywo (rys. 9b)

$$dS_m = Gh \quad (23)$$

Podczas przemieszczania materiału w strefie roboczej tor ruchu cząstki materiału nie jest osiowy. Cząstka przemieszcza się względem nieruchomego korpusu po linii śrubowej o kącie wzniosu  $\varphi_k$ . Odchylenie od kierunku



Rys. 9. Element materiału: a) widok izometryczny, b) przekrój elementu w płaszczyźnie prostopadłej do osi ślimaka; 1 – powierzchnia kontaktu ze stroną bierną zwojów ślimaka, 2 – powierzchnia kontaktu ze stroną czynną zwojów ślimaka, 3 – powierzchnia kontaktu z rdzeniem ślimaka, 4 – powierzchnia kontaktu z cylindrem, 5 – powierzchnie kontaktu tworzywo/tworzywo  
Fig. 9. Material element: a) isometric view, b) element cross-section in the plane perpendicular to screw axis; 1 – contact surface with passive side of screw threads, 2 – contact surface with active side of screw threads, 3 – contact surface with screw core, 4 – contact surface with cylinder, 5 – contact surfaces polymer/polymer



Rys. 10. Układ sił dla elementu powierzchni wewnętrznej cylindra

Fig. 10. Force distribution for cylinder inner surface element

osiowego o kąt  $\varphi_k$  na ogół jest wynikiem zaniku pustych przestrzeni oraz topnienia tworzywa, a w efekcie zagęszczenia materiału.

Na elementarny wycinek powierzchni walcowej materiału o promieniu  $r_z$  działa siła  $dF_{1n}$  (rys. 10), której wartość odpowiadająca kierunkowi normalnemu w stosunku do osi ślimaka wynosi:

$$dF_{1n} = \sin \varphi_k \sigma_{srz} \mu_z dS_c = \sigma_{srz} \mu_z r_z G \sin \varphi_k d\alpha \quad (24)$$

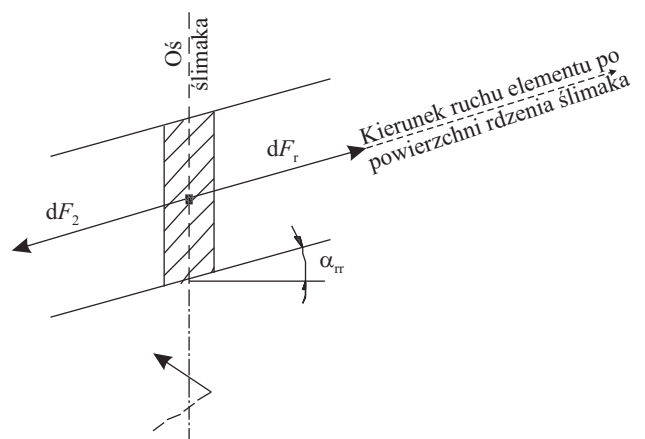
Ściskany materiał może się przemieszczać po powierzchni rdzenia ślimaka tylko w kierunku równoległym do linii zwojów ślimaka o kącie pochylenia  $\alpha_{rr}$  (rys. 11).

Siła normalna  $dF_{2nr}$  działająca na powierzchnię wycinka materiału na długości skoku  $G$ , wynosi:

$$dF_{2nr} = -\sigma_{srz} \mu_z \cos \alpha_{rr} dS_r = -\sigma_{srz} \mu_z r_r G \cos \alpha_{rr} d\alpha \quad (25)$$

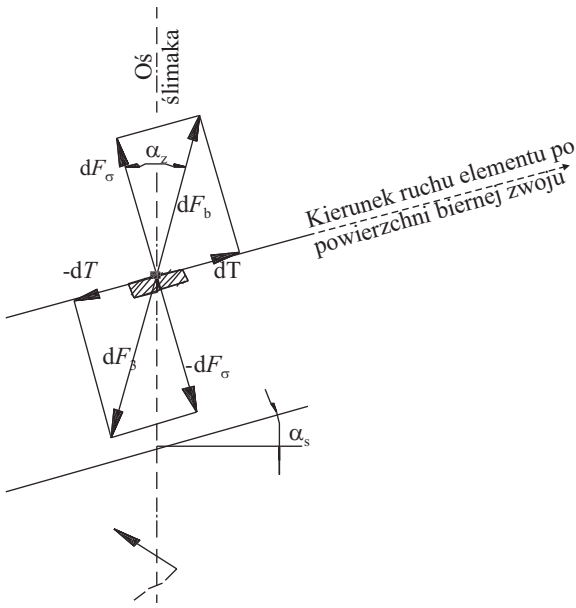
Układ sił odnoszący się do elementarnej powierzchni biernej zwoju ślimaka przedstawiono na rys. 12.

Siła nacisku  $dF_\sigma$  materiału działająca na wycinek powierzchni biernej ślimaka wynosi:



Rys. 11. Układ sił dla elementu powierzchni rdzenia ślimaka

Fig. 11. Force distribution for screw core surface element



Rys. 12. Układ sił dla elementu powierzchni biernej zwoju ślimaka

Fig. 12. Force distribution for element of passive surface of screw thread

$$dF_{\sigma} = \sigma_p dS_{cb} = \sigma_p \frac{r_z^2 - r_r^2}{2 \cos \alpha_s} d\alpha \quad (26)$$

gdzie ciśnienie  $\sigma_p$  przy powierzchni biernej zwoju ślimaka, po uwzględnieniu (14) oraz (15) określa zależność:

$$\sigma_p = \sigma_o k_{cb} = \sigma_{srz} \frac{k_{cb}}{k_o} \quad (27)$$

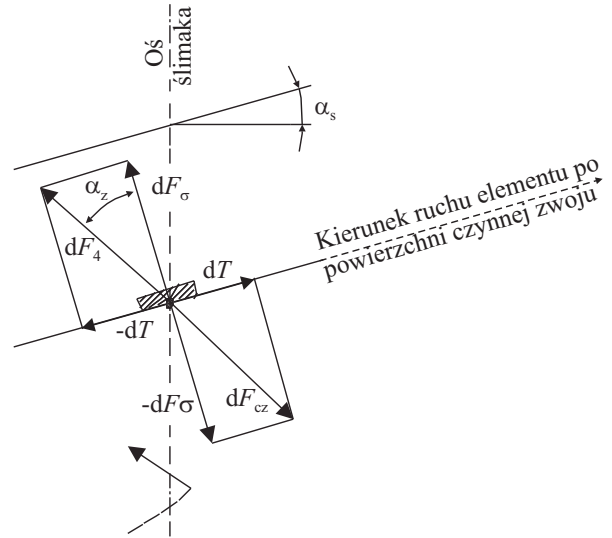
Na rozważanym elemencie  $dS_{cb}$  powierzchni podczas przemieszczania materiału w układzie ślimakowym występuje siła tarcia  $dT$ . Wywołuje ona odchylenie wektora siły wypadkowej  $dF_3$  od kierunku normalnego do powierzchni biernej zwoju ślimaka o kąt  $\alpha_z = \arctan \mu_z$  będący kątem tarcia zewnętrznego materiału o powierzchni strefy wytłaczania. Dla kierunku normalnego siła wypadkowa działająca na rozważaną powierzchnię tworzywa jest równa [4]:

$$\begin{aligned} dF_{3n} &= dF_{\sigma} \sin \alpha_s - dT \cos \alpha_s = \\ &= \sigma_{srz} \frac{k_{cb}}{k_o} \frac{r_z^2 - r_r^2}{2 \cos \alpha_s} (\sin \alpha_s - \mu_z \cos \alpha_s) d\alpha = \\ &= \sigma_{srz} \frac{k_{cb}}{k_o} \frac{r_z^2 - r_r^2}{2} (\operatorname{tg} \alpha_s - \mu_z) d\alpha \end{aligned} \quad (28)$$

Dla elementarnego wycinka powierzchni czynnej (rys. 13), analogicznie do równania (28), po uwzględnieniu zależności (19) można zapisać:

$$\begin{aligned} dF_{4n} &= -dF_{\sigma} \sin \alpha_s - dT \cos \alpha_s = \\ &= -\frac{\sigma_{srz}}{k_o} \frac{r_z^2 - r_r^2}{2 \cos \alpha_s} (\sin \alpha_s + \mu_z \cos \alpha_s) d\alpha = \\ &= -\frac{\sigma_{srz}}{k_o} \frac{r_z^2 - r_r^2}{2} (\operatorname{tg} \alpha_s + \mu_z) d\alpha \end{aligned} \quad (29)$$

Na elementarnej długości kątowej  $d\alpha$  występuje nieskończenie mały przyrost naprężeń  $d\sigma_{srz}$  siła wypadkowa wynosi więc:



Rys. 13. Układ sił dla elementu powierzchni czynnej zwoju ślimaka

Fig. 13. Force distribution for element of active surface of screw thread

$$dF_{5n} = d\sigma_{srz} dS_m = d\sigma_{srz} Gh \quad (30)$$

Do celów pracy wprowadzono jeszcze jeden współczynnik charakteryzujący kształt geometryczny ślimaka. Po oznaczeniu stosunku promienia  $r_r$  rdzenia ślimaka do promienia  $r_z$  cylindra (teoretycznie równego promieniowi zewnętrznemu ślimaka) literą  $a_2$ , można zapisać:

$$a_2 = \frac{r_r}{r_z} \quad (31)$$

Można również przyjąć, że wartości współczynników  $a_1$  oraz  $a_2$  w konstrukcji przykładowych ślimaków zawierają się na ogół w przedziałach:  $0,1 < a_1 < 0,5$ ;  $0,6 < a_2 < 0,9$ .

Po uwzględnieniu wzoru (7) oraz (31) promienie  $r_z$  i  $r_r$  można przedstawić jako:

$$r_z = \frac{h}{1 - a_2} \quad (32)$$

$$r_r = \frac{ha_2}{1 - a_2} \quad (33)$$

Zależność określającą rozkład ciśnienia tworzywa na długości ślimaka wyprowadzono na podstawie równania równowagi sił działających na element materiału przedstawiony na rys. 8 i rys. 9. Dla kierunku normalnego do osi zespołu ślimakowego równanie równowagi sił przedstawia się następująco:

$$F_{1n} + F_{2n} + F_{3n} + F_{4n} + F_{5n} = 0 \quad (34)$$

Po podstawieniu zależności (24), (25), (28), (29) oraz (30) do równania (34) i uporządkowaniu otrzymano:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{srz}}{\sigma_{srz}} &= \frac{1}{hG} \left\{ \frac{r_z^2 - r_r^2}{2k_o} [\operatorname{tg} \alpha_s + \mu_z - k_{cb} (\operatorname{tg} \alpha_s - \mu_z)] - \right. \\ &\quad \left. - G\mu_z [r_z \sin \varphi_k - r_r \cos \alpha_{rr}] \right\} d\alpha \end{aligned} \quad (35)$$

Do dalszych rozważań równanie różniczkowe (35) zostało przekształcone do postaci:

$$\frac{d\sigma_{srz}}{\sigma_{srz}} = w_1 dl_z \quad (35a)$$

gdzie symbolem  $w_1$  oznaczono wyrażenie:

$$w_1 = \frac{2\pi}{hG^2} \left\{ \frac{r_z^2 - r_r^2}{2k_0} [\operatorname{tg}\alpha_s + \mu_z - k_{cb}(\operatorname{tg}\alpha_s - \mu_z)] - G\mu_z [r_z \sin \varphi_k - r_r \cos \alpha_{rr}] \right\} \quad (35b)$$

Jeżeli na początku strefy wytłaczania występuje średnie ciśnienie  $= \sigma_{op}$ , to rozwiązanie równania (35a) przy warunku brzegowym:  $l_z = 0$   $\sigma_{srz} = \sigma_{op}$  jest następujące:

$$\sigma_{srz} = \sigma_{op} \exp(w_1 l_z) \quad (35c)$$

Aby zredukować liczbę zmiennych i ułatwić analizę, wyrazy równania (35a) przedstawiono w postaci bezwymiarowej. Wyrażenie  $w_1$  przyjmuje wtedy postać:

$$w_1 = \frac{p_1}{G} \quad (35d)$$

Rozważania przyrostu ciśnienia średniego  $\sigma_{srz}$  na długości  $l_z$  zwoju ślimaka ograniczono do długości ślimaka odpowiadającej skokowi  $G$ :

$$l_z = G \quad (36)$$

Symbolem  $z_1$  oznaczono wyrażenie:

$$z_1 = \exp(w_1 l_z) \quad (37)$$

Zmienną  $z_1$  można potraktować jako współczynnik zwielokrotniający przyrost ciśnienia początkowego  $\sigma_{op}$  na długości  $l_z$  zwoju ślimaka, odpowiadającej skokowi  $G$ . Po podstawieniu do wzoru (37) równania (35d) i uproszczeniu otrzymujemy:

$$z_1 = \exp(p_1) \quad (38)$$

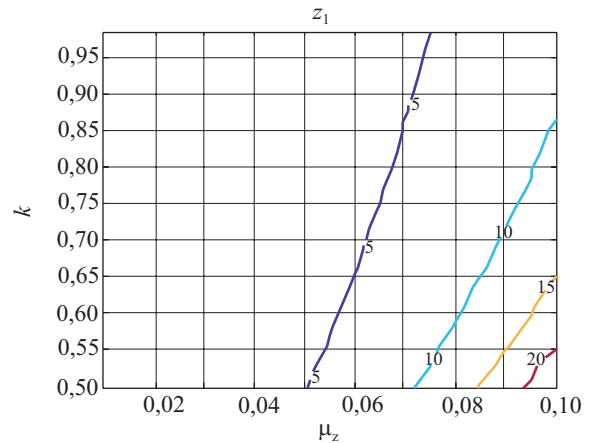
Równanie (35c) po uwzględnieniu równania (38) można zapisać:

$$\sigma_{srz} = z_1 \sigma_{op} \quad (39)$$

W równaniu (39) najważniejsze ze względów praktycznych są wartości współczynnika zwielokrotniającego  $z_1$ , od którego wartości zależy całkowity przyrost ciśnienia średniego  $\sigma_{srz}$  na długości jednego obrotu zwoju ślimaka przy danym ciśnieniu początkowym  $\sigma_{op}$ .

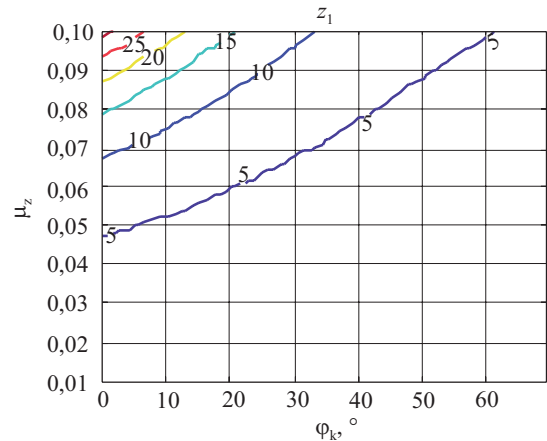
Rozdrobnienie masy tworzywa wpływa na zmniejszenie współczynnika  $\mu_z$  tarcia zewnętrznego materiału i współczynnika zwielokrotniającego  $z_1$  (rys. 14). Jednak rozdrobniony materiał, podczas zagęszczania wykazuje mniejszą porowatość, przez co wartości współczynnika  $k$  parcia bocznego są mniejsze. Tym samym można spodziewać się, że wskutek rozdrobnienia materiału, wartości współczynnika zwielokrotniającego nie zmienią się lub nieznacznie zmaleją.

Zagęszczanie materiału — charakteryzującego się dużą porowatością  $\varepsilon$  — w strefie wytłaczania powoduje wzrost wartości kąta  $\varphi_k$  kierunku ruchu. Największe wartości kąt  $\varphi_k$  osiąga na początku procesu zagęszczania materiału (strefa zasilania i początek strefy wytłaczania). W miarę przemieszczania się materiału wzdłuż układu



Rys. 14. Zależność współczynnika zwielokrotniającego  $z_1$  od współczynnika  $k$  parcia bocznego oraz współczynnika  $\mu_z$  tarcia zewnętrznego, dla  $a_1 = 0,3$ ,  $a_2 = 0,3$  oraz  $\varphi_k = 30^\circ$

Fig. 14. Dependence of  $z_1$  multiplication coefficient on the coefficients of lateral pressure  $k$  and external friction  $\mu_z$ , for  $a_1 = 0,3$ ,  $a_2 = 0,3$  and  $\varphi_k = 30^\circ$



Rys. 15. Zależność współczynnika zwielokrotniającego  $z_1$  od współczynnika  $\mu_z$  tarcia zewnętrznego oraz kąta  $\varphi_k$  kierunku ruchu, dla  $a_1 = 0,3$ ,  $a_2 = 0,7$  oraz  $k = 0,8$

Fig. 15. Dependence of  $z_1$  multiplication coefficient on the coefficient of external friction  $\mu_z$  and angle of motion direction  $\varphi_k$ , for  $a_1 = 0,3$ ,  $a_2 = 0,7$  and  $k = 0,8$

uplastyczniającego następuje stopniowe zmniejszanie wartości kąta  $\varphi_k$ . Począwszy od strefy zasilania, na długości układu uplastyczniającego następuje więc stopniowe zwiększanie współczynnika zwielokrotniającego  $z_1$  (rys. 15).

Siła osiowa działająca na ślimak jest równoważona siłą osiową  $F_{wz}$  przejmowaną przez układ łożysk wału ślimakowego. Równanie równowagi sił dla elementu materiału przedstawionego na rys. 8 i 9 można więc zapisać następująco:

$$dF_{wz} = dF_{ro} + dF_{bo} + dF_{czo} \quad (40)$$

Po podstawieniu do równania (40) zależności (35) i uporządkowaniu otrzymano równanie, które po uogólnieniu można zapisać następująco:

$$dF_{wz} = w_2 \sigma_{syz} dl_z \quad (41)$$

W celu dalszej analizy równania (40) ograniczono rozważania do warunku (37). Podstawiono wyrażenia (37) oraz (40) do równania (41) i po przekształceniach otrzymano:

$$F_{wz} = G \frac{z_1 w_2}{p_1} \sigma_{op} \quad (41a)$$

Po podstawieniu zależności (15), (16) i (19) do wyrażenia na  $w_2$  i po przekształceniu otrzymano:

$$w_2 = p_2 h \quad (41b)$$

Następnie po podstawieniu do równania różniczkowego (41) wzoru (35c) i po scałkowaniu uzyskano zależność:

$$F_{wz} = \frac{w_2}{w_1} \sigma_{op} \exp(w l_z) \quad (42)$$

Po uwzględnieniu zależności (15) równanie (42) można przedstawić jako:

$$F_{wz} = h^2 \frac{z_1 p_2}{a_1 p_1} \sigma_{op} \quad (43)$$

gdzie  $z_2$  oznacza:

$$z_2 = \frac{z_1 p_2}{a_1 p_1} \quad (44)$$

po przekształceniu równanie (43) można zapisać:

$$F_{wz} = h^2 z_2 \sigma_{op} \quad (45)$$

Współczynnik  $z_2$  w równaniu (45), w odniesieniu do danych cech geometrycznych ślimaka, można traktować jako bezwymiarowy współczynnik zwielokrotniający wartość siły osiowej. Siła osiowa jest więc wprost proporcjonalna do kwadratu wysokości  $h$  strefy wytłaczania (grubości warstwy materiału).

Największe wartości osiąga siła osiowa ślimaków charakteryzujących się małymi współczynnikami  $a_1$  oraz dużymi  $a_2$ . Współczynnik zwielokrotniający  $z_2$  jest największy przy końcu strefy wytłaczania, gdzie wartości stosunku  $h/G$  są mniejsze, natomiast stosunku  $r_r/r_z$  — największe.

Zagęszczanie granulatu (tworzyw rozdrobnionych) wykazującego mniejsze współczynniki  $\mu_z$  tarcia zewnętrznej, prowadzi do znacznego zmniejszenia współczynnika  $z_2$ , a tym samym siły osiowej przejmowanej przez układ łożyskowy wału ślimakowego. Wpływ zmniejszenia porowatości zagęszczonego materiału (zmniejszenia współczynnika  $k$  parcia bocznego) na współczynnik zwielokrotniający  $z_2$  jest niewielki. Kąt  $\varphi_k$  kierunku ruchu, związany ze zmianą porowatości zagęszczonego materiału, również nieznacznie wpływa na zmiany współczynnika zwielokrotniającego  $z_2$ .

Podczas wytłaczania materiału moment sił normalnych działających na wał ślimakowy jest równoważony przez moment napędowy  $M_{oz}$  na wyjściu z motoreduktora, co w odniesieniu do elementu przedstawionego na rys. 8 i rys. 9 można zapisać równaniem:

$$dM_{oz} = r_r dF_{rm} + r_s dF_{bn} + r_s dF_{czn} \quad (46)$$

Po podstawieniu (28) do równania (46), po przekształceniach  $w_3$ , podstawieniu (35c) i scałkowaniu otrzymano:

$$M_{oz} = \frac{w_3}{w_1} \sigma_{op} \exp(w l_z) \quad (46a)$$

W dalszych rozważaniach ograniczono się do warunku (36). Podstawiono wyrażenia (35d) oraz (38) do wzoru (46a) i po przekształceniach otrzymano:

$$M_{oz} = G \frac{z_1 w_3}{p_1} \sigma_{op} \quad (46b)$$

Po podstawieniu zależności (15), (16), (19) i przekształceniach wyrażenie przybiera postać:

$$w_3 = p_3 h^2 \quad (46c)$$

a po podstawieniu (46c) do zależności (46b) można zapisać:

$$M_{oz} = G h^2 \frac{z_1 p_3}{p_1} \sigma_{op} \quad (46d)$$

Po uwzględnieniu (15), równanie (46d) wyrażono jako:

$$M_{oz} = \frac{w_3}{w_1} \sigma_{op} \exp(w l_z) \quad (47)$$

Jeszcze raz uwzględniono zależność (15) i równanie (47) zapisano następująco:

$$M_{oz} = h^3 \frac{z_1 p_3}{a_1 p_1} \sigma_{op} \quad (48)$$

Jeżeli  $z_3$  oznaczono:

$$z_3 = \frac{z_1 p_3}{a_1 p_1} \quad (49)$$

to równanie (48) będzie miało postać ostateczną:

$$M_{oz} = h^3 z_3 \sigma_{op} \quad (50)$$

Współczynnik  $z_3$  w równaniu (50) można, podobnie jak poprzednio, potraktować jako bezwymiarowy współczynnik zwielokrotniający wielkości związane. Z równania wynika, że moment obrotowy  $M_{oz}$  potrzebny do napędu ślimaka jest wprost proporcjonalny do wysokości  $h$  strefy (grubości zagęszczanej warstwy materiału) w trzeciej potęgze.

## PODSUMOWANIE

W niezapełnionym kanale/kanalach ślimaka, w warunkach braku generacji ciśnienia, granulaty gromadzi się przy czynnej powierzchni zwoju ślimaka i stapia się w wyniku przewodzenia ciepła. W obszarze całkowitego zapełnienia kanałów stałe cząstki tworzywa są zawieszona w tworzywie uprzednio uplastycznionym, swój stan skupienia zmieniają pod wpływem ciepła powstającego w wyniku rozpraszania energii. Wywołuje to zmiany naprężeń, ciśnienia, a przede wszystkim obciążeń, sił i napędowych momentów obrotowych.

Ciśnienie na długości skoku zwoju ślimaka, w kierunku od powierzchni czynnej do biernej, maleje eksponentialnie. Spadek ciśnienia zależy od współczynnika tarcia  $\mu_z$  tworzywa (materiału) o powierzchnię cylindra, współczynnika  $k$  parcia bocznego i wysokości  $h$  zwojów



ślimaka. Z różnicy ciśnień między powierzchnią czynną i bierną zwojów wynika, że podczas obrotu wału ślimakowego, w danym punkcie na powierzchni wewnętrznej cylindra występuje pulsacja ciśnienia. Częstość zmian ciśnienia, o amplitudzie w zakresie od  $k\sigma_b$  do  $k\sigma_o$ , jest równa częstości obrotów wału ślimakowego.

W przypadku danych cech geometrycznych ślimaka bezwymiarowy współczynnik zwielokrotniający  $z_2$  można traktować jako współczynnik proporcjonalności siły osiowej. Siła osiowa jest więc wprost proporcjonalna do kwadratu wysokości  $h$  strefy wytłaczania (grubości warstwy materiału). Siła osiowa konstrukcji ślimaków charakteryzujących się niewielkimi wartościami współczynnika  $a_1$  oraz dużymi współczynnika  $a_2$  jest największa. Współczynnik zwielokrotniający  $z_2$  największe wartości osiąga przy końcu strefy wytłaczania, gdzie stosunek  $h/G$  jest najmniejszy, natomiast stosunek  $r_1/r_2$  — największy.

W przypadku napędowego (oporowego) momentu obrotowego — współczynnik  $z_3$  można potraktować jako bezwymiarowy współczynnik zwielokrotniający. Z obliczeń wynika, że moment obrotowy  $M_{oz}$  potrzebny do napędu ślimaka jest wprost proporcjonalny do wysokości  $h$  strefy (grubości zagęszczanej warstwy materiału) w trzeciej potęgde.

Na podstawie bezpośredniego pomiaru ciśnienia w strefie wytłaczania, momentu obrotowego i siły osiowej na wale ślimaka oraz opisu przyrostu ciśnienia na długości ślimaka, z równania (42) przedstawiającego przyrost siły osiowej oraz równania (47) można określić wielkości mające praktyczne zastosowanie: przyrost momentu obrotowego potrzebnego do napędu ślimaka, wartość współczynnika  $\mu_z$  tarcia zewnętrznego zagęszczanego materiału, współczynnik  $k$  parcia bocznego oraz kąt  $\varphi_k$  kierunku ruchu.

## LITERATURA

- [1] Diakun J.: „Analiza procesów strefy zasilania układów uplastyczniających wytłaczarek ślimakowych”, Wyd. Ucz. WSI, Koszalin 1987.
- [2] Diakun J.: „Podstawy uaktywnienia strefy zasilania w konstrukcji wytłaczarki ślimakowej”, Wyd. Ucz. WSI, Koszalin 1991.
- [3] Malczewski J.: „Mechanika materiałów sypkich — operacje jednostkowe”, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1994.
- [4] Prace promocyjne i badania statutowe 2006—2014, WIM UTP w Bydgoszczy.
- [5] Stasiak J.: „Wytłaczanie tworzyw polimerowych. Zagadnienia wybrane”, Wyd. Ucz. UTP, Bydgoszcz 2007.
- [6] Potente H., Bastian M.: *Polymer Engineering and Science* **2000**, 40, 727. <http://dx.doi.org/10.1002/pen.11202>
- [7] Wilczyński K., Lewandowski A., Wilczyński K.J.: *Polymer Engineering and Science* **2012**, 52, 1258. <http://dx.doi.org/10.1002/pen.23076>
- [8] Wilczyński K., Nastaj A., Wilczyński K.J.: *International Polymer Processing* **2013**, 28, 34. <http://dx.doi.org/10.3139/217.2640>
- [9] Wilczyński K.J., Nastaj A., Lewandowski A., Wilczyński K.: *Polymer Engineering and Science* published on-line in Wiley Online Library, 2013 SPE. <http://dx.doi.org/10.1002/pen.23797>
- [10] Flizikowski i in.: „Badania i rozwój rozdrabniania materiałów biologicznych, polimerowych i włóknistych w kierunku zmniejszenia energochłonności procesów recyklingu”, Sprawozdanie z grantu rozwojowego PR 0956/R/T02/2010/10, Bydgoszcz UTP/Warszawa NCBiR 2013.
- [11] Sykutera D.: „Badania procesów cięcia i podatności na rozdrabnianie poliolefin porowatych w aspekcie ich wtórnego przetwórstwa”, Wyd. Ucz. UTP, Rozprawy nr 169, Bydgoszcz 2013.

Otrzymano 3 VII 2014 r.

Instytut Chemii Przemysłowej im. prof. I. Mościckiego w Warszawie

opracował ogólnokrajową

### BAZĘ APARATURY DO OKREŚLANIA CHARAKTERYSTYKI I PRZETWÓRSTWA POLIMERÓW

będącej w posiadaniu uczelni, instytutów PAN i instytutów badawczych.

Baza jest wyposażona w funkcje umożliwiające wyszukiwanie wg zadanych parametrów: nazwy, typu lub modelu aparatu, roku produkcji, producenta, charakterystyki parametrów technicznych, zastosowania do badań, lokalizacji, słów kluczowych, sposobu wykonywania badań, numerów norm, wg których prowadzi się badania, oraz adresu i kontaktu z osobą odpowiedzialną za dany aparat. Baza jest ciągle uaktualniana.

Dostęp do danych i wyszukiwanie informacji w bazie jest bezpłatne.

Instytucje i firmy zainteresowane zamieszczeniem w bazie informacji o posiadanej aparaturze prosimy o przesłanie danych na adres [polimery@ichp.pl](mailto:polimery@ichp.pl)

[aparaturapolimery.ichp.pl](http://aparaturapolimery.ichp.pl)