

# RACJONALIZACJA ROZWÓZKI/ZWÓZKI TOWARÓW Z JEDNYM PORTEM LOTNICZYM UWZGLĘDNIAJĄCA CZYNNIK CZASU

*W niniejszej pracy przedstawiono syntezę ogólnego modelu funkcjonowania oraz opracowano algorytm racjonalnego planowania rozwózki/zwózki towarów z jednym portem lotniczym z wykorzystaniem czynnika czasu. Zaproponowany model odwzorowuje proces racjonalnego, operatywnego planowania zwózki/rozwózki towarów z wykorzystaniem L- najkrótszych marszrut. Algorytm określenia „L – najkrótszych marszrut” w procesie operatywnego planowania rozwózki/zwózki towarów uwzględnia czynnik czasu.*

## WSTĘP

Współczesna nauka o transporcie potrafi optymalizować sposoby organizacji przewozów przy koncentracji lub rozdzielaniu potoków ładunków. Począwszy od drugiej połowy XX wieku, opracowano wiele algorytmów, opartych na metodach programowania matematycznego, które prowadzą do rozwiązań optymalnych lub bliskich do optymalnych.

Analiza istniejących opracowań prowadzi jednak do wniosku, że problemy rozwózki/zwózki ładunków, uwzględniające czynniki czasu nadal pozostają w pełni nierozwiązane. Zdecydowana większość prac traktuje bądź o minimalizacji kosztów, bądź o minimalizacji czasu. Zatem opracowanie algorytmu operatywnego planowania rozwózki/zwózki towarów różnymi gałęziami transportu pozostaje ciągle aktualnym i naukowo otwartym.

W ostatnim czasie na rynku przewozów lotniczych pojawiła się nowa forma usługi- dostawa ekspresowa przesyłek. Jej priorytetem jest spełnienie wymogu „dokładnie na czas”. Jaskrawym przykładem organizacji takich usług jest firma DHL, która zajmuje się dostawą ekspresową przesyłek na całym świecie. W ogólnej złożoności organizacji pracy tej firmy najbardziej krytycznym jest etap dostawy przesyłki z docelowego portu lotniczego „do drzwi” odbiorcy „dokładnie na czas”. Stąd pojawiło się duże zainteresowanie firmy DHL opracowaniem efektywnych algorytmów planowania rozwózki przesyłek z terminala docelowego do odbiorcy, minimalizujących koszty, przy spełnieniu ograniczenia podstawowego – dostawy „dokładnie na czas”. Dotychczasowe metody rozwiązania tego problemu bazują zazwyczaj na wykorzystaniu doświadczenia zawodowego dyspozytorów środków transportu lądowego. Środki te przemieszczają się po subiektywnie wybranych marszrutach obsługując klientów w oddzielnych rejonach. Ogólne koszty tego przemieszczania wchodzi w końcową cenę usługi zawartą w umowie przewozu. Termin rozwózki przesyłek zazwyczaj dostosowany jest do rozkładu lotów. Kolejność obsługi klientów wynika z chronologii generowanych przez nich zgłoszeń. Takie praktyki w większości przypadków, prowadzą do nieracjonalnego wykorzystania środków transportu lądowego i tym samym możliwych strat uczestników procesu przewozowego. Należy przy tym podkreślić, że wielu z tych uczestników organizację rozwózki/zwózki przesyłek z portu lotniczego uważa jedynie za etap wspomagający główny proces przewozowy.

Ponadto rozwój procesów integracyjnych w sieciach transportowych, z uwzględnieniem korytarzy międzynarodowych, świadczy o

rosnącej roli popytu na usługi transportowe „od drzwi do drzwi” i „dokładnie na czas”.

Zatem opracowanie algorytmów optymalnego planowania rozwózki/zwózki ładunków z/na terminale lotnicze, z uwzględnieniem czynnika czasu, staje się niezwykle aktualnym problemem badawczym w intermodalnych łańcuchach dostaw.

Celem pracy jest synteza ogólnego modelu funkcjonowania oraz opracowanie algorytmu racjonalnego planowania rozwózki/zwózki towarów z jednym portem lotniczym z wykorzystaniem czynnika czasu.

## 1. MODEL OPERATYWNEGO PLANOWANIA ZWÓZKI/ROZWÓZKI TOWARÓW Z WYKORZYSTANIEM L – NAJKRÓTSZYCH MARSZRUT

Proponowany model odwzorowuje proces racjonalnego, operatywnego planowania zwózki/rozwózki towarów krok po kroku. Dla każdego, pośredniego  $k$  - tego kroku wprowadza się następujące parametry stanu:

$$S = (i, l, j) \quad (1)$$

gdzie:

$i \in \{1, 2, \dots, n\}$  – numer punktu odbioru (odbiorcy) towaru, z którego rozpoczyna się przemieszczanie (ruch) w  $k$  – tym kroku;

$l \in \{1, \dots, m\}$  – rodzaj środka transportu;

$j \in \{0, 1, \dots, G_l\}$  – ładowność bieżącego środka transportu, z którego rozpoczyna on jazdę z  $i$  – tego węzła w danym kroku;

$G_l$  – dyskretna wartość ładowności środka transportu.

Budowane dalej marszruty zawierają w pierwszym kroku (przy  $k=1$ ) jeden punkt (jednego odbiorcę) ze zbioru punktów (odbiorców), w drugim kroku (przy  $k=2$ ) – dwa punkty itd.

Bieżący pośredni krok  $k$  – ty zawiera  $k$  – punktów (w tym i początkowy punkt  $i$ ) wśród  $k$  – punktów przedstawiających fragment marszruty może znajdować się również kilka punktów zerowych ( $i=0$ ), oznaczających powrót do bazy.

Krok pośredni, a także krok końcowy procedury racjonalizacji może zaczynać się od stanu

$$S_0 = S_{l=0, j=G_l}$$

z wykorzystaniem pełnej ładowności.

Dla początkowego stanu  $S$  w  $k$  - tym kroku dopuszczalną, pośrednią marszrutę można zapisywać następująco:

$$M_K(S) = \binom{i}{l} \rightarrow \binom{i_{K-1}}{l_{K-1}} \rightarrow \binom{i_{K-2}}{l_{K-2}} \rightarrow \dots \rightarrow \binom{i_1}{l_1} \rightarrow 0 \quad (2)$$

Marszruta  $M_K(S)$  zawiera zapis odwiedzanych kolejno (w  $k-1$ ,  $k-2$ , ...,  $1$  - kroku) punktów (bazy i punktów odbioru) i wykorzystanych typów środków transportu. Liczby  $i, i_{k-1}, \dots, i_1$  - różnią się między sobą, za wyjątkiem wartości zerowych, których może być kilka. Liczba wartości zerowych jest równa liczbie znalezionych (określonych) pełnych kursów. (Pełny kurs - to kurs, kiedy samochód załadowany do pełna jedzie do bazy lub wyładowany do pusta wraca do bazy). Dwie wartości zerowe  $i_k$ , występujące po sobie wykluczają się przy rozwiązywaniu zadania.

Ponieważ zmiana środka transportu zachodzi jedynie w stanie początkowym  $S_0$  to wartości zmiennych  $L_{k-1}, \dots, L_1$  we wzorze (2) są stałymi, pomiędzy dwoma sąsiednimi wartościami zerowymi  $i_k$ . Wartości elementów  $L_k$  mogą zmieniać się (nie koniecznie) jedynie przy zerowych wartościach zmiennych  $i_k$ .

W obliczeniach, w każdym kroku są określane i zapamiętywane najkrótsze marszruty  $M_k$ , odpowiadające końcowym (ostatecznym) wartościom funkcji celu  $\varphi_k(S)$ .

Położenie klientów (odbiorców lub nadawców) zapisano w macierzy odległości o początku współrzędnych w bazie:

$$R = (\rho_{i,f}) i, f \in \{0, 1, \dots, n\}$$

Warunki początkowe procedury racjonalizacji określane są przy  $k=1$ .

równe są nieskończoności, a funkcja celu ma postać:

$$\varphi_K^\theta(S_0) = \min_x \{C_L * r_{0,f} + \varphi_{K-1}^\theta(f, L, G_L - Q_f; M_{K-1}^\theta)\} \quad (4)$$

gdzie:  $\min_x \{...\}$  -  $\theta$  - je najmniejsze znaczenie wyrażenia w nawiasach  $\{...\}$ , które zależy od wielkości dyskretnej  $X = (f, \theta, L)$  - zbiór parametrów marszruty,  $f \in \{1, \dots, n\}$ ,  $\theta \in \{1, \dots, L\}$ .

$$\varphi_K^\theta(S) = \min_x \{C_L * r_{L,f} + \varphi_{K-1}^\theta(f, L, j - Q_f; M_{K-1}^\theta; C_L * r_{L,0} + \varphi_{K-1}^\theta(S_0; M_{K-1}^\theta(S_0))\} \quad (6)$$

Wszystkie wartości początkowe funkcji celu równe są nieskończoności, za wyjątkiem przypadku:

$$\varphi_L(S) = C_L * \rho_{i,0}, S \neq S_0 \quad (3)$$

gdzie:  $C_L$  - koszt przewozu ładunku na odległości 1km  $L$  - tym środkiem transportu.

Racjonalny plan przewozów (zwózki/rozwózki) i  $k$  - te ( $k$  - krok) funkcje celu określane są kolejno (w sposób odwrotny) za pomocą równań rekurencyjnych, znanych z programowania dynamicznego.

Racjonalną  $k$  - krokową marszrutę określa się poprzez dodanie do już znalezionej ( $i$  zapamiętanej w programie) w ( $k-1$ ) kroku marszruty nowego odcinka.

Wykorzystanie  $L$  - najkrótszych marszrut uwzględnia budowę łańcuchów omijających węzły. W każdym kroku są rejestrowane i zapamiętywane  $L$  - najkrótsze marszruty w określonym porządku. Na miejscu pierwszym stoi najkrótsza (racjonalna) marszruta, zaś pozostałe ( $L-1$ ) zapisywane są w kolejności zwiększania różnicy między nimi i marszrutą racjonalną. Kolejność położenia najkrótszych, zapamiętywanych marszrut oznaczana jest numerem, który nazywamy rankiem (rzędem) marszruty  $\vartheta, \vartheta \in 1, \dots, L$ .

Schemat kolejności obliczeń planu zwózki/rozwózki towarów z jednym portem lotniczym, uważanym za centrum dystrybucji (CD) pokazano na rys.1.

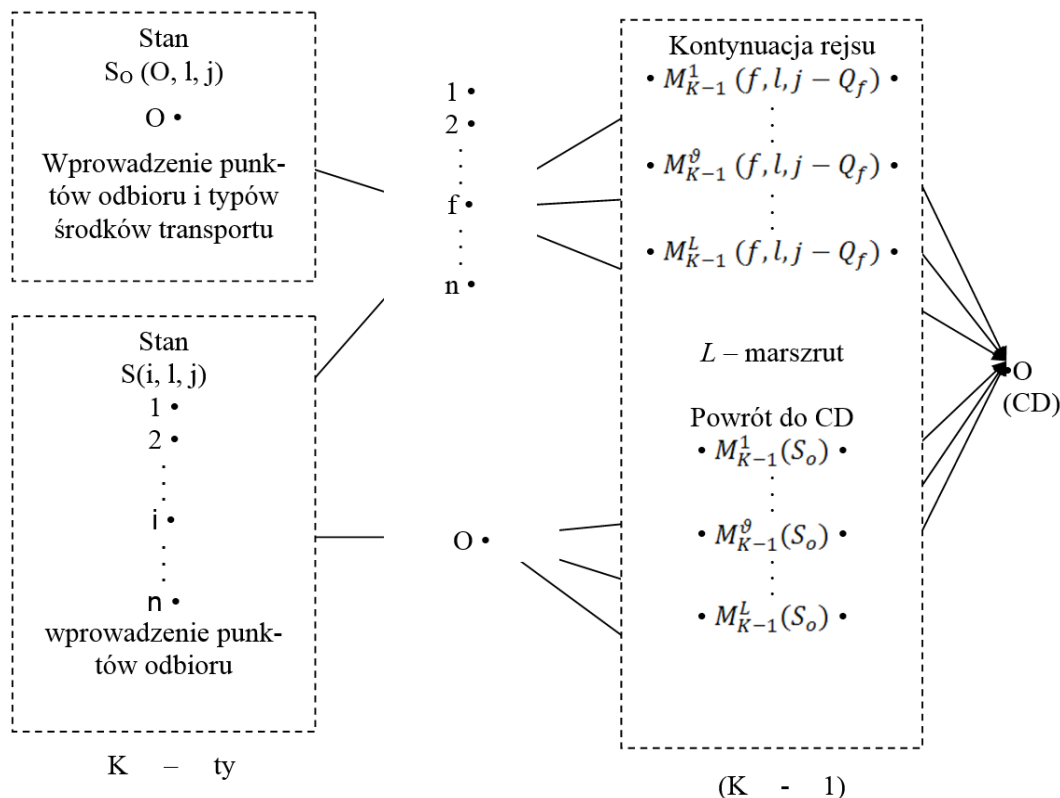
Określając wartości początkowe, przyjmujemy, że wszystkie  $\vartheta$

$$M_K^\theta(S_0) = \binom{0}{L_{min}} \rightarrow M_{K-1}^\theta(S_{min}), S_{min} = (f_{min}, L_{min}, G_{L_{min}} - Q_{f_{min}}) \quad (5)$$

Dla stanu  $S \neq S_0$  równania funkcji celu mają postać:

Ograniczenia na zmienną  $X$  mają teraz postać:

$$j \geq Q_f, i \in \emptyset \{M_{K-1}^\theta\}, i \in \emptyset \{M_{K-1}^\theta(S_0)\} \quad (7)$$



Rys. 1. Schemat poszukiwania racjonalnej marszruty zwózki/rozwózki towarów dla jednego CD

Warunek (7) wyłącza możliwość wjazdu do jednego punktu dwukrotnie. Jeżeli przy niektórych znaczeniach  $\vartheta$  i  $S$  zbiór dopuszczalnych ranków marszruty jest pusty, to wartość funkcji celu to wartość funkcji celu przyjmuje nieskończoność.

Najkrótsze marszrutę zapisujemy następująco:

$$M_K^{\vartheta}(S) = (i) \rightarrow M_{K-1}^{\vartheta_{min}}(S_{min}), S_{min} \approx (f_{min}, L, j - Q_{f_{min}}) \quad (8)$$

Parametry  $\vartheta_{min}$  i  $S_{min}$  odpowiadają znalezionym, racjonalnym wartościom zmiennych  $\vartheta$  i  $f$ .

## 2. ALGORYTM ZATRZYMANIA PROCEDURY RACJONALIZACJI MARSZRUTY ZWÓZKI/ROZWÓZKI TOWARÓW DLA JEDNEGO PORTU LOTNICZEGO. ZAPIS ROZWIĄZANIA DOPUSZCZALNEGO

Równania (3 ÷ 8) rozwiązywane są względem zmiennej  $k$  kolejno.

Przy  $k > n + 1$  ze stanu  $S_0$  rozpoczyna się poszukiwanie racjonalnych planów rozwózki/zwózki. W tym celu sprawdza się dopuszczalność planu  $M_K(S_0)$ , tj.:

- liczbę kursów  $k$ ,  $1 < k < n$ ,

- ładowność każdego kursu,  $\sum_{f=1}^{\mu_S} Q_{if} \leq G_L$

$\mu_S$  – liczba odbiorców zawarta w planie  $S$  – tego kursu

$$\mu_1 + \mu_2 + \dots + \mu_S + \dots + \mu_K = n; \mu_S \in \{1, 2, \dots, n\}$$

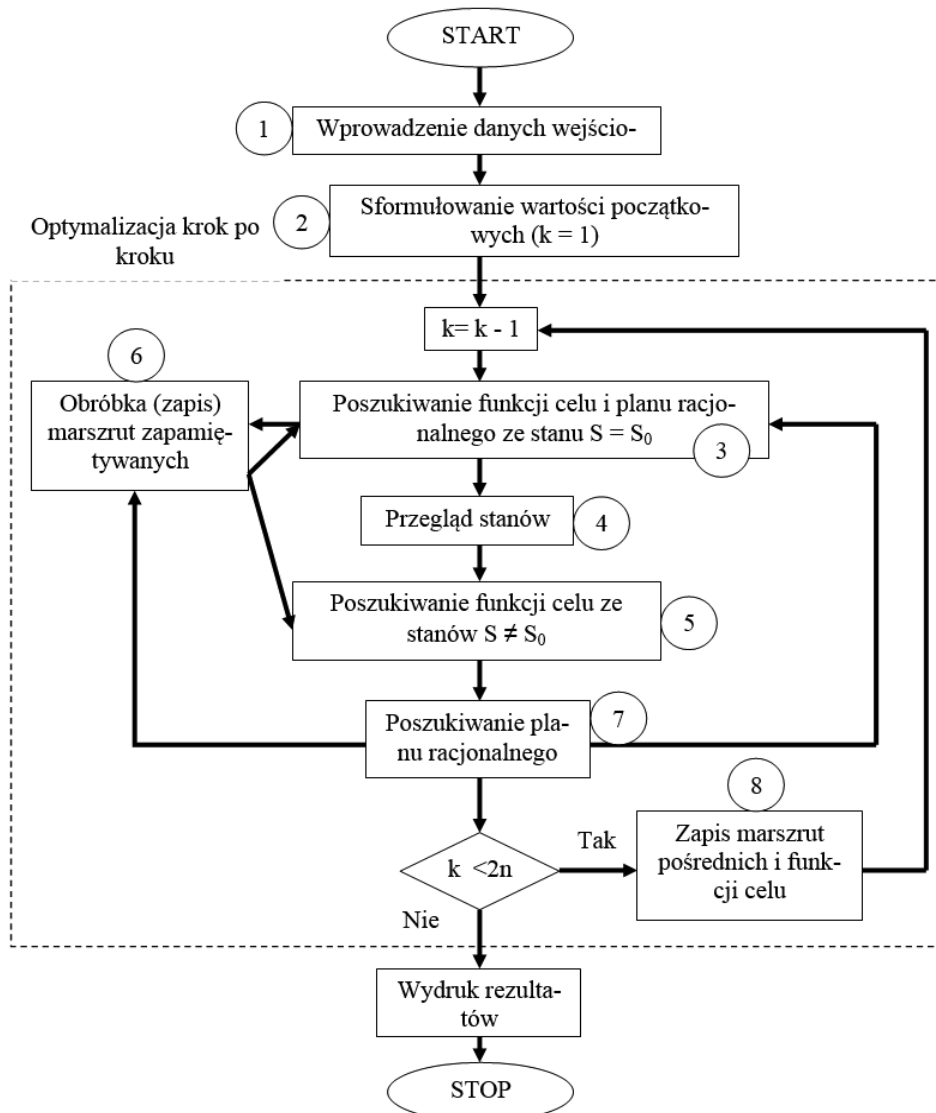
Minimalna liczba kroków  $n + 1$ , w ciągu których buduje się plan racjonalny, zawierający wszystkie węzły, wynika ze skrajnego przypadku zadania komiwojażera. Dla dowolnego kursu liczba kroków jest o jeden większa od liczby węzłów w rejsie. Wynika to z dwóch faktów: każdemu węzłowi odpowiadają dwa kroki: wjazd i wyjazd; wyjazd z węzła może jednocześnie być wjazdem do węzła następnego. Ogólna liczba węzłów we wszystkich kursach równa jest  $n$ , a ogólna liczba jedynek równa jest liczbie kursów  $r$ . Stąd liczba kroków niezbędna do wypełnienia całego planu wynosi:  $k = n + r$ .

Sprawdzenie dopuszczalności planu dokonuje się obliczaniem liczby zer w planie  $M_K(S_0)$  – która odpowiada liczbie kursów w tym planie. Jeżeli warunek jest spełniony, to znaleziona marszruta obejmuje wszystkie punkty odbioru ładunków:

$$r_0 = k - n$$

a więc plan jest dopuszczalny.

Taki plan i odpowiadające mu funkcje celu zapamiętywane są i porównywane z kolejnym planem i jego funkcją celu. W pamięci chroniony jest jedynie plan dopuszczalny z mniejszą wartością funkcji celu. Obliczenia kończymy w kroku  $k=2n$ , co odpowiada planowi  $n$ . Planu z większą ilością kroków nie ma, gdyż maksymalna liczba kursów dla  $n$  – węzłów równa jest  $n$  (każdy węzeł obsługiwany jest przez oddzielny kurs).



Rys. 2. Algorytm określenia „L – najkrótszych marszrut

Pokazane zależności (1 ÷ 8) przedstawiają sformalizowane opisanie oceny, kroku po kroku, wskaźników operatywnego planowania rozwózki/zwózki towarów, organizowanej przez jedno centrum logistyczne (centrum dystrybucji towarów) i są modelem tego zagadnienia.

### 3. ALGORYTM OKREŚLENIA „L – NAJKRÓTSZYCH MARSZRUT” W PROCESIE OPERATYWNEGO PLANOWANIA ROZWÓZKI/ZWÓZKI TOWARÓW

Schemat blokowy wyżej wymienionego algorytmu pokazuje rys. 2. W charakterze danych wejściowych wykorzystuje się charakterystyki punktów odbioru (dostawy) towarów i charakterystyki środków transportu.

Przy testowaniu algorytmu współrzędne odbiorców towarów pochodzą z generatorów liczb losowych o rozkładzie normalnym. Dla zapisu wartości funkcji celu i marszrut racjonalnych, ze stanu  $S \neq S_0$  w kroku  $k$  i  $(k - 1)$  wprowadza się zbiory:

$$\varphi_n [i, L, j, r], \varphi_s [i, L, j, r], M_n [i, L, j, f, r], M_s [i, L, j, f, r] \quad (9)$$

Zmienne  $i, L, j$  są parametrami stanu, zaś  $r$  – określa konkretną, jedną z  $L$  – najkrótszych marszrut, indeksy „ $n$ ” (nowy) i „ $s$ ” (stary) wykorzystuje się do zapamiętywania wartości funkcji celu i planów marszrut w  $k$  – tym i  $(k - 1)$  kroku.

Zapis marszrut następuje względem zmiennej  $f$  i na miejscach z numerami od 1 do  $2n$  zapisywane są punkty pośrednie, zaś na miejscach z numerami od  $2n+1$  do  $3n$  zapisywane są rozdzielane środki transportu. Ogólna liczba uruchomionych środków transportowych obliczana jest i zapamiętywana przy  $f = 3n+1$ .

Do zapisu analogicznych charakterystyk ze stanu  $S_0$  wykorzystuje się zbiory o mniejszych rozmiarach:

$$\varphi_{0n}[\vartheta], \varphi_{0s}[\vartheta], M_{0n}[f, \vartheta], M_{0s}[f, \vartheta] \quad (10)$$

Najkrótszą marszrutę określa się ze zbiorów:

$$\varphi_{min}[\vartheta], f_{min}[\vartheta], L_{min}[\vartheta], Ost_{min}[\vartheta], LKr[\vartheta] \quad (11)$$

Wykorzystując programowanie dynamiczne, określono pierwsze cztery zbiory, które zawierały parametry znalezionej rozwiązania racjonalnego w  $k$  – tym kroku, tj. wartości funkcji celu, numer węzła do którego prowadzi dany  $k$  – ty krok, typ środka transportu w danym rejsie i wolna przestrzeń ładunkowa w środku transportowym. Zapamiętując w każdym kroku kilka marszrut najmniejszych zapamiętuje się  $\vartheta$  zestawów tych parametrów.

Zbiór  $Lkr[\vartheta]$  przechowuje ranki marszrut i najkrótsze (w kolejności wzrastania wartości funkcji celu) marszrut.

Prześledźmy algorytm pokazany na rys. 2.

*Bloki 1 i 2* – to wprowadzenie danych początkowych i formułowanie ich wartości. Na początku każdego kroku dla całego zbioru stanów  $S$  (zerowych i niezerowych) zbiorom ze wzoru (11), w *bloku 1*, przypisuje się wartości zerowe, po czym rozpoczyna się cykl poszukiwania rozwiązania ze sprawdzeniem spełnienia ograniczeń typu (6) lub (9). Ograniczenia zawarte są w schemacie ogólnym, w takiej kolejności, w jakiej wykorzystuje się je w metodzie programowania dynamicznego. Po znalezieniu kolejnego rozwiązania dopuszczalnego następuje wybór  $\vartheta$  wariantów (dla wartości początkowych  $\vartheta = 1$ , ponieważ nie występuje wtedy jeszcze wielowariantowość).

Poszukiwanie rozwiązania racjonalnego dla stanu  $S = S_0$  (zależności 3 ÷ 5) następuje w *bloku 3*, a dla stanów  $S \neq S_0$  (wzory 6

÷ 8) w *bloku 5*. *Blok 4* współpracuje z *blokami 3 i 5* i dokonuje zmiany stanu w cyklu względem zmiennej  $k$ .

Po sprawdzeniu warunków (4) lub (7) każda najkrótsza marszruta przechodzi następującą procedurę (*blok 6*):

1. Sprawdza się czy istnieje już chociażby jedna marszruta prowadząca do rozpatrywanego kroku z danego stanu;
2. Czy istnieje możliwość zapamiętywania marszrut dublujących znaną. Zbędną marszrutą dla marszrut np.  $0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 0$  jest marszruta powrotna  $0 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 0$ . Każdą znaną marszrutę poddaje się podobnej kontroli. Jeżeli jej długość (koszt przewozu) różni się od już znalezionych i zapamiętanych o wielkość małą  $\varepsilon$ , to taką marszrutę odrzucamy. Sprawdzenia tego dokonuje się i dla stanu  $S = S_0$  i dla stanu  $S \neq S_0$ , przy czym w przypadku ostatnim dwukrotnie: pierwszy sprawdzian dotyczy wariantu kontynuacji marszrut, sprawdzian drugi dotyczy możliwości powrotu do punktu centralnego z kontrolowaną małą wielkością  $\sum L$ .
3. Następnie rozpatrywany wariant porównuje się z marszrutą już zapamiętaną, mającą większą wartość funkcji celu. Jeżeli rozpatrywany wariant ma większą wartość funkcji celu od tego zapamiętanego, to się go odrzuca i algorytm rozpatruje następny wariant. Jeżeli rozpatrywany wariant jest lepszy od zapamiętanego, to określa się jego rank tj. to miejsce, na którym on powinien być zapisany, w kolejności zwiększania ranku. Rankiem marszrut jest wyjściowa wartość pewnej zmiennej  $r_2$ . Jeżeli  $r_2 < L$  to następuje przesunięcie już zapisanych marszrut o jedną pozycję do góry. Procedura ta przebiega w cyklu odwrotnym i marszruta o największym ranku zostaje odrzucona jako nieperspektywiczna. Następnie dokonuje się zapisu parametrów znalezionej marszrut najkrótszej na odpowiednich miejscach w zbiorach, określonych wyrażeniem (11).

Po rozpatrzeniu wszystkich warunków (*blok 8*), procedura obliczeń przechodzi do cykli zewnętrznym i powtarza się ją dla nowych wartości  $f$  i  $L$ . Cała procedura realizowana jest dla stanów  $S = S_0$  jeden raz, a dla stanów  $S \neq S_0$  dwa razy (dla wariantu kontynuacji marszrut i dla wariantu powrotu do punktu centralnego). Przy czym dla stanów  $S \neq S_0$  przypisanie zbiorom (11) wartości zerowych dokonuje się tylko jeden raz, zaś parametry najkrótszych marszrut powrotu do punktu centralnego porównuje się pomiędzy sobą i ze wszystkimi najkrótszymi wariantami kontynuacji marszrut. W każdym kroku poszukuje się nie tylko  $L$  – najkrótszych marszrut, ale również porównuje się je z już znalezionymi i odrzuca nieperspektywiczne. W ten sposób mechanizm poszukiwania rozwiązania racjonalnego staje się bardzo elastycznym.

W krokach początkowych możliwe jest znalezienie liczby najkrótszych marszrut mniejszej od  $L$ , jednak z każdym następnym krokiem liczba możliwych rozwiązań wzrasta i wraz z nią wzrasta liczba marszrut najkrótszych, bliskich do racjonalnych, w pewnym momencie obliczeń liczba ta jest równa  $L$ , a później większa od  $L$ . Należy podkreślić, iż procedura sprawdzania marszrut racjonalnej (*blok 7*) zachodzi jedynie dla marszrut z rankiem  $\vartheta = 1$ , tj. dotyczy najkrótszej marszrut wśród zapamiętanych marszrut. Jeżeli marszruta podlega sprawdzeniu to jest ona zapisywana w zbiorze  $M_{opt}$ . W każdym następnym kroku kolejna dopuszczalna marszruta porównywana jest z tymi już zapisanymi w zbiorze  $M_{opt}$  i jeśli posiada mniejszą wartość funkcji to zapisuje się ją do zbioru  $M_{opt}$ . Po zakończeniu cyklu względem  $k$  następuje wydruk racjonalnego wariantu planu operatywnego.

Zaproponowany algorytm bazuje na ideach programowania dynamicznego. Różnica polega na rozszerzeniu zbioru analizowanych rozwiązań w krokach pośrednich do  $L$  – najkrótszych marszrut,  $L$  jest zewnętrznym parametrem algorytmu. Przy  $L = 1$  zaprogramowany algorytm daje rozwiązanie na bazie metody

programowania dynamicznego. Rozwiązanie to jest dopuszczalne, ale nie optymalne. Optymalność (racjonalność) zapewnią dostatecznie duża liczba  $L$ . Decydent podejmujący decyzje operatywnie, w zależności od wartości parametru  $L$  otrzymuje różne, bliskie do optymalnych plany przewozów i może ocenić plan aktualnie wdrażany.

## 4. MODYFIKACJA ZAPROPONOWANEGO ALGORYTMU UWZGLĘDNIAJĄCA CZYNNIK CZASU

Zaproponowany algorytm stanowi cykliczne powtórzenie określonych procedur do chwili osiągnięcia określonego stanu systemu, gwarantującego rozpatrzenie wszystkich możliwych wariantów. Każdy krok budowy marszruty (cykl) oznacza wybór kierunku ruchu (numer węzła następnego). Następnie kolejno sprawdza się, czy przejście w dany węzeł spełnia ograniczenia nałożone na model. Jeżeli wybór ten spełnia wszystkie warunki, to określana jest funkcja celu w danym kroku, odpowiadająca temu wyborowi. Po zakończeniu obliczeń ze wszystkich wariantów wybiera się plan przewozów z minimalną wartością funkcji celu.

Czynnik czasu do przedstawionego algorytmu można wprowadzić poprzez charakterystykę prędkości  $V_L$  środka transportu.

Oczywistym jest, że w budowie marszruty czynnik czasu powinien występować jako jeden z parameterów stanu pośredniego  $k$  – tego kroku:

$$S = (i, L, j, t) \quad (12)$$

gdzie:

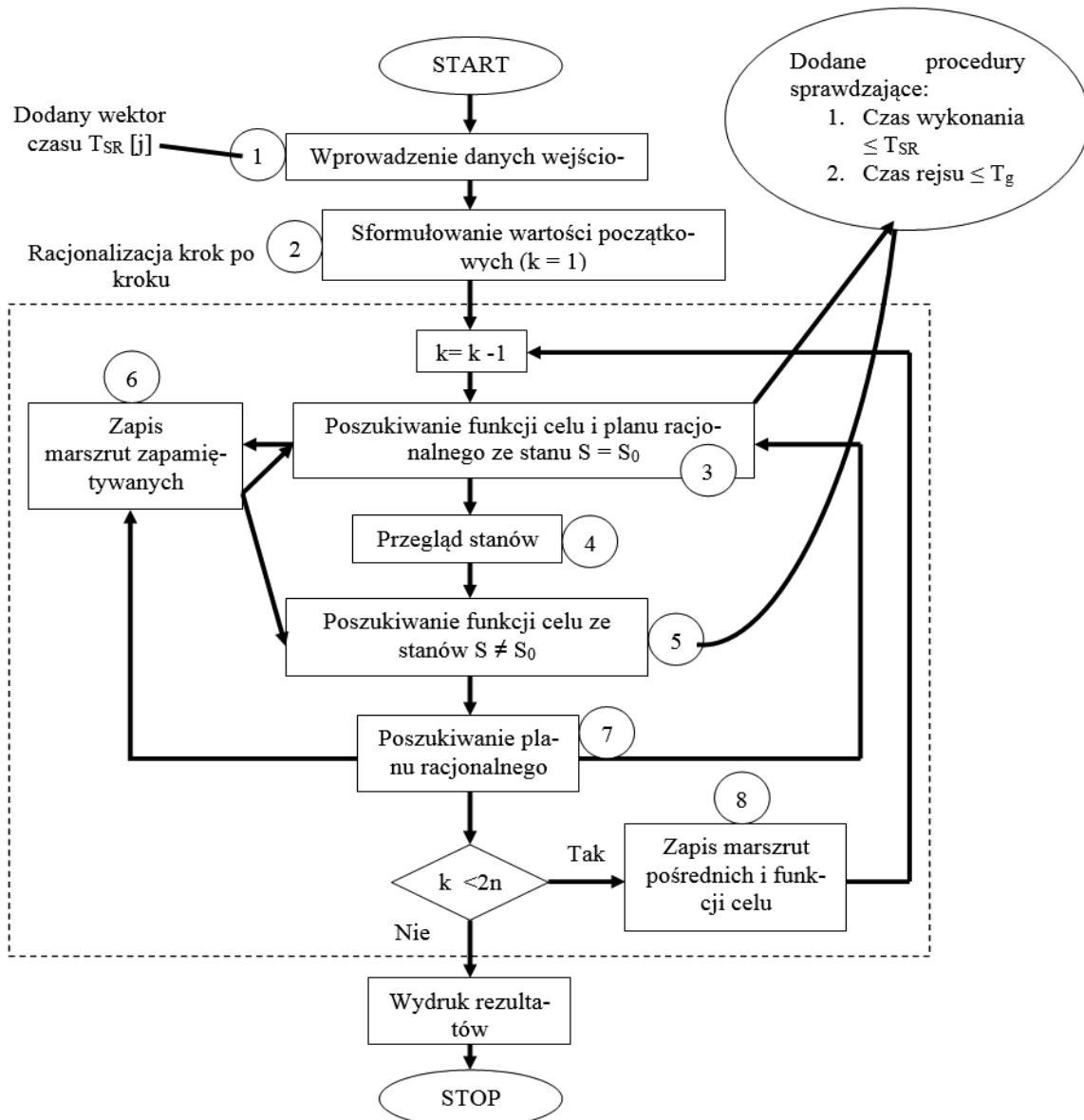
$t$  – czas realizacji kursu, tj. jazda po marszrucie prowadzącej do węzła  $i$ ,  $t \in \{0, 1, \dots, T_g\}$ .

Budowane dalej marszruty zawierają w pierwszym kroku (przy  $k = 1$ ) jeden punkt ze zbioru punktów przeznaczenia (odbiorców), w kroku drugim ( $k = 2$ ) – dwa punkty itd. Bieżący pośredni  $k$  – ty krok zawiera  $k$  – punktów, włączając w to również wyjściowy punkt  $i$ . Pośród  $k$  – punktów, obrazujących fragment marszruty może znajdować się również kilka punktów zerowych ( $i = 0$ ), oznaczających powrót do bazy i zakończenie kursu.

Na rys. 3 pokazano schemat blokowy algorytmu uwzględniającego czynnik czasu w procesie zwózki/rozwózki towarów.

Krok pośredni, a także krok końcowy procedury racjonalizacji może zaczynać się od punktu centralnego (bazy), od stanu:

$$S_0 = S_{i=1, j=G_L}$$



Rys.3. Schemat modernizacji algorytmu

z pełną zdolnością załadunkową i wartością czasu wykonania kursu  $t = 0$ . Położenie klientów (odbiorców/dostawców) zapisano w macierzy odległości z początkiem współrzędnych w bazie.

$$R = (p_{i,f}), \quad i, f \in \{0, 1, \dots, n\} \quad (13)$$

Dodatkowo wprowadza się wektor czasu serwisu dla klientów:

$$T_{SR} = (t_{SRi}), \quad i \in \{0, 1, \dots, n\} \quad (14)$$

Warunki początkowe w procedurze racjonalizacji określa się przy  $k = 1$ , zgodnie ze wzorem (3). Schemat mechanizmu uzyskania rozwiązania jest niezmienny (pokazano go na rys. 1).

Z istoty czynnika czasu, jako warunku jakości wykonanej usługi, wynika konieczność wprowadzenia dodatkowych ograniczeń na zmienną  $X$ .

Zmienna  $X$  jest wektorem parametrów planu dostawy towarów.

Dla stanu  $S = S_0$  funkcja celu przyjmuje postać:

Ograniczenia nałożone na zmienną  $X$  mają postać:

$$\psi_K^\theta(S_0) = \min \left\{ C_L r_{0,f} + \varphi_{K-1}^\theta(f, L, G_L - Q_{f,0} + t_{L,0,f}; M_{K-1}^\theta) \right\} \quad (15)$$

gdzie:  $t_{L,0,f} = \frac{r_{0,f}}{V_L}$  - czas jazdy  $L$  - tym środkiem transportu od bazy do węzła  $f$ .

Ograniczenia nałożone na zmienną racjonalizacji mają postać:

$$G_L \geq Q_f, \quad t_{L,0,f} \leq t_{SR}, \quad t_{L,0,f} + t_{L,f,0} \leq T_g \quad (16)$$

Ostatnie ograniczenie sprawdza możliwość wykonania kursu w czasie dnia pracy.

Marszruta racjonalna wyraża się następująco:

$$M_K^\theta(S_0) = (L_{\min}) \rightarrow M_{K-1}^\theta(S_{\min}), \quad (17)$$

$$S_{\min} = (f_{\min}, L_{\min}, G_{L_{\min}} - Q_{f_{\min}}, 0 + t_{L_{\min}}, f_{\min})$$

Dla stanu  $S \neq S_0$  równania funkcji mają postać:

$$\varphi_K^\theta(S) = \min_x \{ C_L * r_{L,f} + \varphi_{K-1}^\theta(f, L, j - Q_f, t_L + t_{L,f}; M_{K-1}^\theta); C_L * r_{L,0} + \varphi_{K-1}^\theta(S_0; M_{K-1}^\theta(S_0)) \} \quad (18)$$

Ograniczenia nałożone na zmienną  $X$  mają postać:

$$j \geq Q_f; t_L + t_{L,f} \leq t_{SR,f};$$

$$t_{L,i,f} + t_{L,f,0} \leq T_g;$$

$$i \in \{M_{K-1}^\theta\}; i \in \{M_{K-1}^\theta(S_0)\} \quad (19)$$

Spełnienie pierwszego z warunków (19) eliminuje możliwość dotarcia do danego punktu dwukrotnie, warunku drugiego - uwzględnia czynnik czasu (nie może być przekroczony czas dostawy), warunku trzeciego - czas rejsu musi odbyć się w ciągu dnia roboczego (w godzinach pracy). Jeżeli przy pewnych  $\vartheta$  i  $S$  zbiór wartości zmiennej  $X$  jest pusty to funkcja celu przyjmuje nieskończoność. Analogicznie do warunków (19), nakrótsze marszruty zapiszemy w postaci:

$$M_K^\theta(S) = M_{K-1}^{\theta_{\min}}(S_{\min}), \quad (20)$$

$$S_{\min} = (f_{\min}, L, j - Q_{f_{\min}}, t + t_{f_{\min}})$$

Parametry  $\vartheta_{\min}$  i  $S_{\min}$  odpowiadają znalezionym, racjonalnym wartościom zmiennych  $\vartheta$  i  $f$ .

Zależności (15) ÷ (20) - to rozwinięcie wcześniej zaproponowanego modelu w celu uwzględnienia czynnika czasu w procesie racjonalnego planowania zwózki/rozwózki.

Idea modyfikacji algorytmu sprowadza się do rzeczy następujących: zwiększa się wymiary zbiorów, przeznaczonych do zapisu wartości funkcji celu i marszrut racjonalnych ze stanu  $S \neq S_0$ , w krokach  $k$  i  $(k-1)$ :

$$\varphi_n[i, L, j, t, \vartheta] \quad \varphi_s[i, L, j, t, \vartheta] \quad (21)$$

$$M_n[i, L, j, f, t, \vartheta] \quad M_s[i, L, j, f, t, \vartheta]$$

W wyrażeniu (21) zmienne  $i, L, j, t$  są parametrami stanu zgodnie ze wzorem (14), a  $\vartheta$  - oznacza jedną z  $L$  - najkrótszych marszrut, indeksy „ $n$ ” - nowy i „ $s$ ” - stary wykorzystywane są do zapamiętywania wartości funkcji celu i planów przewozów w  $k$  - tym i  $(k-1)$  kroku.

Marszruta uwzględnia również zmienną  $f$  i na miejscu z numerem od 1 do  $2n$  zapisuje się punkty pośrednie, a na miejscach od  $2n + 1$  do  $3n$  - przydzielane środki transportu. Ogólna liczba kursów (wykorzystanych środków transportu) zapamiętywana jest przy  $f = 3n+1$ . Do zapisu charakterystyk ze stanu  $S_0$  wykorzystuje się, zgodnie ze wzorem (12) zbiory:

$$\varphi_{on}[\vartheta], \varphi_{os}[\vartheta], M_{on}[f, \vartheta], M_{os}[f, \vartheta] \quad (22)$$

Do zapisu najkrótszych marszrut wykorzystuje się zbiory:

$$\varphi_{\min}[\vartheta], f_{\min}[\vartheta], L_{\min}[\vartheta], ost_{\min}[\vartheta], LKr[\vartheta] \quad (23)$$

oraz dodatkowo wprowadza się zbiór, który zawiera czas realizacji marszruty określonej jako minimalna:

$$t_{SR}[\vartheta] \quad (24)$$

Podstawowym pozostaje zbiór  $Lkr[\vartheta]$  zawierający zapamiętywane najkrótsze marszruty ułożone w kolejności zwiększania ich wartości funkcji celu.

Dodatkowo oprócz zbiorów  $X[i], y[i], R[i], f$  zawierających współrzędne klientów i macierz odległości pomiędzy punktami odbioru wprowadza się zbiór  $T_{SR}[i]$ , zawierający dane o czasie obsługi każdego klienta.

Analogicznie, oprócz zbiorów danych o ładowności i kosztach eksploatacji wprowadza się zbiór  $\vartheta[m]$  - zawierający prędkość jazdy środków transportu.

Czynnikowi czasu nadano dyskretny charakter (to ułatwia obliczenia) i graniczną jego wartością jest czas dnia roboczego  $T_{rd}$  odpowiadający parametrowi  $T_g$ . Ten właśnie parametr będzie wykorzystany do sprawdzenia dopuszczalności kursu przy jego „końcówce” (powrót do bazy ze stanu  $S \neq S_0$ ).

Zgodnie z rys. 3 pierwsza odsłona algorytmu zaczyna się w blokach 1 i 2, gdzie następuje wprowadzenie danych początkowych i formułowanie ich wartości. Do tych procedur wprowadzono dodatkowo czas obsługi każdego odbiorcy.

Dla każdego kroku, dla zbioru stanów  $S$  (zerowych i niezerowych) zbiorom wyrażonym w postaci zależności (21) ÷ (22) w bloku 1 nadaje się wartości zerowe. Po tym następuje poszukiwanie rozwiązań z zachowaniem ograniczeń (16) i (19) w zależności od miejsca algorytmu. Tuż po znalezieniu kolejnego rozwiązania dopuszczalnego rozpoczyna się przegląd  $\vartheta$  wariantów (dla warunków początkowych wielowariantowość nie występuje i  $\vartheta = 1$ ).

Należy zauważyć, że charakterystyki czasu realizacji kursu zmieniają się dynamicznie, ponieważ każdy kurs rozpoczyna się z zerowym czasem realizacji i ten czas wzrasta wraz z włączeniem do kursu nowych punktów.

Przy tym sprawdza się dwa ograniczenia:

1. Czy czas obsługi każdego odbiorcy jest zachowany?

## 2. Czy czas nie przekracza czasu dnia roboczego?

Poszukiwanie rozwiązania optymalnego dla stanów  $S = S_0$  (wzory 15 ÷ 17) dokonuje się w bloku 3, a dla stanów  $S \neq S_0$  (wzory 18 ÷ 20) w bloku 5. Blok 4 współpracuje kolejno z blokami 3 i 5 i dokonuje zmian stanów w cyklu względnym zmiennej  $k$ .

Oprócz sprawdzenia warunków (16) lub (19) sprawdza się dodatkowo, w kolejności:

1. Spełnienie warunków ładowności;
2. Spełnienie warunków czasu obsługi klientów;
3. Spełnienie warunku czasu obsługi nie przekraczającego czasu dnia roboczego.

Początkowo sprawdza się, czy możliwe jest przejście do danego węzła z zachowaniem warunku czasu obsługi, a potem sprawdza się czy to przejście zakończy się w granicach dnia roboczego.

Po tym, każda marszruta najkrótsza przechodzi następującą procedurę (blok 6):

1. Sprawdza się, czy zbudowana jest choć jedna marszruta, przychodząca do rozpatrywanego kroku z danego stanu;
2. Sprawdza się czy są marszruty dublujące daną marszrutę;
3. Następnie rozpatrywany wariant sprawdza się z marszrutą już zapamiętaną, mającą gorszą wartość funkcji celu. Jeżeli wartość funkcji celu rozpatrywanego wariantu jest gorsza to go się odrzuca i algorytm rozpoczyna rozpatrywanie nowego wariantu. Jeżeli rozpatrywany wariant zaś jest lepszy od już zapamiętanego, to określa się jego rank, tj. to miejsce, gdzie on powinien być zapisany w kolejności wzrastania ranków. Po tym następuje zapisanie parametrów znalezionej najkrótszej marszruty w odpowiednich miejscach zbiorów (23) ÷ (24).

Po przeglądzie wszystkich wariantów, procedura się kończy (blok 8) i przechodzi do cykli zewnątrznych, po czym powtarza się przy nowych wartościach  $f$  i  $L$ . Cała procedura realizowana jest dla stanów  $S = S_0$  jeden raz, a dla stanów  $S \neq S_0$  dwa razy (dla wariantu kontynuacji marszruty i dla wariantu powrotu do bazy). Przy czym dla stanów  $S \neq S_0$  przypisanie zbiorom (23) ÷ (24) wartości zerowych zachodzi tylko jeden raz, i parametry marszrut najkrótszych dla powrotu do bazy porównuje się pomiędzy sobą i ze wszystkimi najkrótszymi wariantami kontynuacji marszruty.

W każdym kroku znajduje się nie tylko  $L$  – najkrótszych marszrut ale również porównuje się marszruty z już znalezionymi marszrutami i odrzuca marszruty nieperspektywiczne. Zabieg ten uelastycznia proponowany algorytm. Procedura sprawdzenia znalezienia planu optymalnego (blok 7) jest identyczna jak to było opisane już wcześniej (bez uwzględnienia czynnika czasu). Jeżeli marszrutę sprawdza się, to zapisujemy ją w zbiorze  $M_{opt}$ . W kolejnych krokach mogą być określone plany dopuszczalne. Każdy taki plan porównuje się z już zapisanym planem w  $M_{opt}$  i jeżeli charakteryzuje się mniejszą wartością funkcji celu zapisuje się go w zbiorze  $M_{opt}$ . Fakt ten zwiększa prawdopodobieństwo znalezienia marszruty optymalnej (racjonalnej) lub bliskiej do optymalnej. Po zakończeniu cyklu względem  $k$  następuje wydruk wyników rozwiązania racjonalnego (blok „wydruk rezultatów”).

## ZAKOŃCZENIE

Przedstawiony model i algorytm racjonalnego planowania zwózki/rozwózki towarów z wykorzystaniem  $L$  – najkrótszych marszrut jest zadaniem optymalizacji wieloetapowej, przy czym w każdym etapie podejmuje się decyzje o wyborze rodzaju środka transportu, o ruchu do kolejnego węzła lub o powrocie do bazy. Struktura algorytmu przewiduje cykliczne powtarzanie się procedur modelujących kolejność przejść pomiędzy węzłami zwózki/rozwózki

a bazą. Każdy krok obwarowany jest szeregiem ograniczeń, wynikających ze sformułowania zadania. Jeżeli dany krok spełnia wszystkie ograniczenia to określana jest dla niego funkcja celu i kierunek dalszej jazdy. Taka struktura algorytmu pozwala wprowadzić dodatkowe ograniczenia bez zmian ogólnych zasad jego funkcjonowania. Zaproponowany szereg uzupełnień i procedur sprawdzających nie wpływają w sposób istotny na proces poszukiwania planu racjonalnego zwózki/rozwózki towarów, opartego na wydzielaniu i zapamiętywaniu na każdym  $k$  – kroku  $L$  ( $L > 1$ ) „najkrótszych” marszrut  $M_k^1(S)$ ,  $M_k^2(S)$ , ...,  $M_k^L(S)$ .

W procesie poszukiwania rozwiązania racjonalnego dla każdego stanu  $S$  określa się: węzeł początkowy, rodzaj środka transportu, niewykorzystaną ładowność środka transportu oraz czas realizacji danego kursu. Ponadto, określane są i zapamiętywane wartości funkcji celu w każdym kroku obliczeń  $\varphi_K^1(S)$ , ...,  $\varphi_K^L(S)$ .

Zaproponowane układy równań wyznaczające funkcję celu są rekurencyjnymi równaniami programowania dynamicznego, adaptowanymi do warunków danego zadania. Parametr czasu realizacji danego rejsu sprawdzany jest przy wyborze kolejnego kroku.

Wykorzystanie parametru  $L$  i zwiększenie jego wartości pozwala określić plany przewozów, które asymptotycznie zbliżają się do planów optymalnych (racjonalnych), przy czym plan racjonalny odpowiada wartości  $L \rightarrow \infty$ .

Wydaje się, iż zaproponowany algorytm racjonalnego planowania rozwózki/zwózki towarów pozwoli automatyzować procesy decyzyjne i spełni wymagania klientów związane z czasem dostawy przesyłki.

## BIBLIOGRAFIA

1. Ignasiak E. *Ired./: Badania operacyjne*. PWE, Warszawa 1996.
2. Jasiński J.L.: *Optymalizacja dostaw towarów na zaopatrzenie rynku w warunkach niepewności*. IRWiK Monografie i Syntezy. Warszawa 1987.
3. Kasprzak T. *Ired./: Optymalizacja dyskretna*. Zastosowania Ekonomiczne. PWE. Warszawa 1984.
4. Kiedrowicz G.: *Optymalizacja systemu dystrybucji pieczywa w aglomeracjach miejskich z wykorzystaniem teorii grafów i techniki komputerowej*. Praca doktorska pod kier. A. Calczyńskiego. IRWiK, Warszawa 1984.
5. Radzikowski W., Sarjusz-Wolski Z.: *Metody optymalizacyjne decyzji logistycznych*. Uniwersytet Warszawski, Warszawa 1994.

## RATIONALIZATIONS CARRY/ CARTING GOODS WITH ONE AIRPORT TAKING INTO ACCOUNT THE TIME FACTOR

*This paper presents a synthesis of the general model of functioning and rational planning algorithm was developed carry/carting / goods from one airport using the time factor. The proposed model reproduces a rational process, operative planning carry / carting goods using L-shortest routes. The algorithm to determine the "L - shortest routes" in the process of operative planning carry / carting goods takes into account the time factor.*

Autor:

Prof. ndzw. dr hab. inż. **Tadeusz Cisowski** – Wyższa Szkoła Oficerska Sił Powietrznych w Dęblinie, Wydział Lotnictwa, e-mail t.cisowski@wsosp.pl