

Optimization Criteria for Reactive Power Compensation in Distribution Networks

Authors

Waldemar Szpyra
Wojciech Bąchorek
Aleksander Kot
Andrzej Makuch

Keywords

reactive power compensation, optimization criteria, power distribution networks

Abstract

This paper describes the effects of reactive power flow through the power transmission and distribution networks. It also presents the dependencies allowing calculating the costs and effects of reactive power compensation. Additionally, selected methods for assessing economic efficiency were discussed. The paper presents calculation results for different variants of reactive power compensation in a real, medium voltage feeder. The results indicate that maximum profit from the reduction of losses due to reactive power compensation does not necessarily mean the most efficient solution from the economic point of view.

DOI: 10.12736/issn.2300-3022.2014412

1. Introduction

1.1. Reactive power impact on network operation and effects of its compensation

AC devices, such as transformers and electrical machines, require reactive power to operate. However, its generation and distribution is unfavourable for power system operation. The most frequently mentioned adverse effects of reactive power transmission include: increased power and energy losses in network elements, increased voltage drops, reduced active power transmission capacity, incomplete utilization of the power of generator driving turbines, and worsened switchgear operating conditions. Local deficit of reactive power can also be a cause of major system failures. In order to meet the demand for reactive power and to allow its transmission it is necessary to use larger cross-sections of wires, transformers with higher power ratings, and additional sources of energy to cover losses caused by its transmission. As a result, costs of electricity generation, transmission and distribution are rising [1]. Active power losses in a three-phase symmetrically loaded network element are calculated from the following formula:

$$\Delta P = \frac{P^2 + Q^2}{U^2} R = \frac{P^2}{U^2} R + \frac{Q^2}{U^2} R = \Delta P_a + \Delta P_r \quad (1)$$

where:

P and Q – respectively, active and reactive power flows through network element, R – network element resistance, U – voltage.

In turn, the voltage drop on a network element is calculated from the following formula:

$$\Delta U = \frac{PR + QX}{U} = \frac{PR}{U} + \frac{QX}{U} = \Delta U_a + \Delta U_r \quad (2)$$

where:

X – element reactance.

Also in this case components due to active power ΔU_a and reactive power ΔU_r can be distinguished.

Fig. 1 shows the ratio of active power losses to active power losses caused by active power, depending on the power factor.

It follows from the above figure that if transmitted reactive power is the same as transmitted active power (which corresponds to power factor $PF = 0.7$), the active power losses will be twice as high as in the absence of reactive power transmission. Fig. 2 shows the voltage drop dependence on power factor at different ratios of the network element resistance to reactance.

The figure indicates that the larger network element reactance to resistance ratio, the larger voltage drop increase. In an overhead medium voltage network the X/R ratio is close to one, and therefore reactive power transmission can deteriorate voltage conditions in the network. However, in the medium voltage cable networks, due to the larger conductor cross-sections and small cable reactance, the X/R ratio can be several times smaller, and the reactive power impact on voltage drop in these networks can

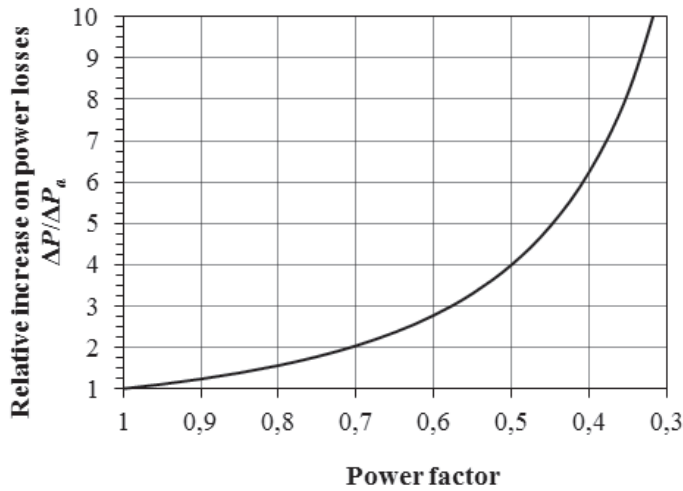


Fig. 1. Reactive power transmission impact on active power losses

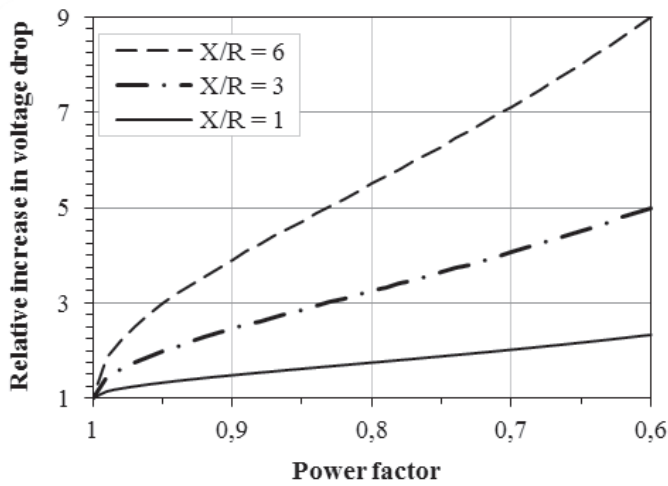


Fig. 2. Reactive power transmission impact on voltage drop

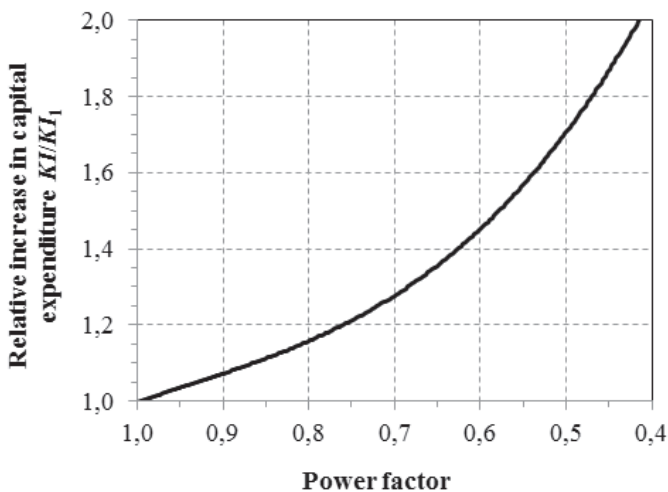


Fig. 3. Reactive power transmission impact on capital expenditure increase: where K_{I1} – capex at $PF = 1$, K_I – capex at $PF < 1$

be neglected. Capital expenditure increase depending on the power factor is shown in Fig. 3.

Fig. 3 shows that at power factor $PF = 0.7$ capex will be higher than in the absence of reactive power transmission by about 28%.

1.2. Reactive power compensation effects

A method to reduce power and energy losses, and voltage drops alike, is reactive power compensation. This involves the installation of an additional reactive power source downstream of the network elements, in which power losses and voltage drops are to be reduced. Reactive power flow in the network elements, downstream of which an additional reactive power source is installed, will be reduced by the connected source power. Power losses in the network element after the installation downstream of it of reactive power sources will be equal to [2]:

$$\Delta P_C = \frac{P^2 + (Q - Q_C)^2}{U^2} R \quad (3)$$

where:

Q_C – connected source power.

The power loss reduction due to compensation is equal to the difference between the losses before and after the compensation:

$$\delta P = \Delta P - \Delta P_C = \frac{R(2Q Q_C - Q_C^2)}{U^2} \quad (4)$$

The energy loss reduction is equal to the integral of the instantaneous power loss reductions, and is given by formula:

$$\delta E_a = \int_{t=0}^{T_w} \delta P(t) dt = R \int_{t=0}^{T_w} \frac{2Q_C Q(t) - Q_C^2}{U^2(t)} T_w dt \quad (5)$$

where:

$Q(t)$ – instantaneous reactive power flow in network element, T_w – time at which reactive power source is switched on.

If it is taken into account that the integral:

$$\int_{t=0}^{T_w} Q(t) dt = E_r$$

is the reactive energy, which has flown in time T_w through network element, and assumed that voltage is stable in time, then the energy loss reduction formula takes the form:

$$\delta E_a = \frac{R(2E_r Q_C - T_w Q_C^2)}{U^2} \quad (6)$$

The active power loss reduction in the network reaches its maximum when the additional source power equals the reactive power flow in the element, i.e. when the condition is met: $Q_C = Q$. Whereas in order to determine the capacitor power, at which the energy loss reduction reaches its maximum, expression (8) has to be differentiated at Q_C and the differential equated to zero. Obtained after these operations will be:

$$\frac{\partial \delta E_a}{\partial Q_C} = \frac{R(2E_r - 2T_w Q_C)}{U^2} = 0 \Rightarrow Q_C^{max} = \frac{E_r}{T_w} \quad (7)$$

The above calculation of power and energy loss reduction is suitable for open networks with one-directional energy flow.

In a medium voltage distribution network that supplies many transformer substations the use of the above formulas to select powers and locations for additional reactive power sources requires knowledge of the network element loads variability over time, and the use of tools to calculate power and energy flow. Moreover, these networks lack sufficient measurement information about the network load. Therefore, it is necessary to adopt various simplifying assumptions, such as those set out in [2, 3].

1.3. Optimality criteria for deployment of reactive power sources in distribution networks

Installation of additional reactive power sources requires capital expenditures, which include the costs of analyses performed to determine the locations and powers, and the cost of purchase and installation of these sources. Currently, the most commonly used reactive power sources are capacitor banks. Capital expenditures for the installation of a capacitor bank can be calculated from the following formula:

$$K_I = K_A + K_{RS} + \sum_{k \in NBR} c_{Rk} n_{Rk} + \sum_{k \in NBS} c_{Sk} n_{Sk} \quad (8)$$

where:

K_A – cost of analyses, K_{RS} – costs of devices for remote control and regulation, c_{Rk} – price of controllable bank with rated power k , c_{Sk} – price of uncontrollable bank with rated power k , n_{Rk} – number of controllable banks with rated power k , n_{Sk} – number of uncontrollable banks with rated power k , NBR – set of power ratings of banks with adjustable power, NBS – a set of power ratings of banks with constant power.

In actual situations, only some capex items may apply. Examples can be found in the literature where capex for the installation of capacitors is calculated from the following formula:

$$K_I = k_j Q_C \quad (9)$$

where:

k_j – unit cost of capacitor power, Q_C – capacitor power.

Such an assumption is inappropriate because there is a constant component of considerable value in the capacitor cost independent of power. This refers to low and medium voltage capacitors alike. Prices of low-voltage capacitors and prices of contactors suited for switching them on are listed in Tab. 1.

Fig. 4 shows the dependence of the price of 1 kVAr of low-voltage capacitor power on the capacitor power rating. The figure shows two curves: for capacitors connected permanently and switched on and off by contactors. Added to the device price is its installation cost $km = 50$ PLN/unit for a capacitor without contactor, and $km = 250$ PLN/unit for a capacitor with contactor.

Often used in the calculations is annual costs account. Annual costs of capacitor bank operation include: capital costs, fixed working costs) and variable working costs. The annual capital costs depend on the expected capacitor life and the discount rate, and the fixed annual working costs are calculated as a percentage of the investment value. The annual variable costs are the costs of power energy losses in the capacitor. Finally, the annual costs of compensation can be calculated from the following formula:

$$K_r = K_{rr} + K_{es} + K_{ez} = K_I (r_{rr} + r_{es}) + \delta P_Q Q_C (k_P + T_w k_E) \quad (10)$$

provided that:

$$r_{rr} = \frac{p(1+p)^{N_a}}{(1+p)^{N_a} - 1} \quad (11)$$

where:

r_{rr} – extended reproduction rate, N_a – expected operation life, p – discount rate (expressed as a decimal fraction), r_{es} – rate of allowance for fixed working costs, δP_Q – unit active power loss in capacitor bank, Q_C – bank power, k_P – unit cost of power loss, k_E – unit cost of energy loss, T_w – bank operation time in a year.

The effects of using additional reactive power sources include savings from the reduction of power and energy losses in network elements, and additional benefits such as savings from avoiding or delay of capex projects necessary to ensure appropriate

Rated power	Capacitor price	Contactor price
[kVAr]	[PLN/unit]	[PLN/unit]
1.5	119	193
2.0	123	
2.5	124	
3.0	125	
4.2	133	
6.3	135	
7.5	150	
10	175	
12.5	190	
15	220	
18.3	240	275
20	320	490
25	340	
30	380	

Tab. 1. Prices of low-voltage capacitors and prices of contactors for switching them on

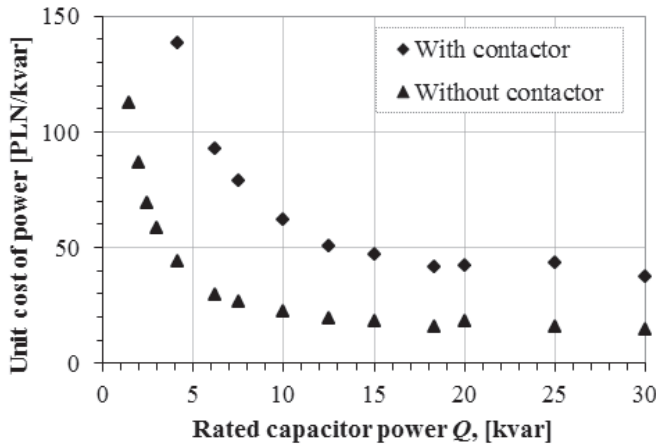


Fig. 4. Dependence of unit cost of capacitor power on rated power

electricity quality, or to cover increasing demand for power as a result of the transmission capacity release by the reduction of transmitted reactive power. Annual revenues of reactive power compensation are calculated from:

$$O_r = \delta P_{max} k_P + \delta E_a k_E + OD \quad (12)$$

where:

δP_{max} – active power loss reduction calculated for the maximum reactive power load, δE_a – annual reduction of active energy loss, OD – additional savings from compensation.

In practice, not all items of compensation costs and revenues are taken into account. The most often neglected cost items are the expenses for analyses, and variable working costs (due to the low unit power losses in capacitors, ca. 1W/kVAr). The most often neglected revenue items are the additional savings and profits from power loss reduction, although there are methods reported in the literature which take into account power loss reduction only [4, 5].

The most often adopted optimization criterion is the minimum annual cost, or the maximum profit from network loss reduction. In the first case, the objective function takes the following form:

$$\min K_r = \min \{ K_I (r_{rr} + r_{es}) + \Delta P k_P + \Delta E k_E \} \quad (13)$$

where:

ΔP – maximum power losses in network plus power losses in capacitors, ΔE – annual energy losses in network plus energy losses in capacitors.

In the maximum profit case, the objective function takes the following form:

$$\max Z = \max \{ O_r - K_r \} \quad (14)$$

where:

K_r – annual cost of capacitors according to (10), O_r – annual savings from the work of capacitors operation.

1.4. Evaluation of reactive power compensation efficiency

It can be shown that the two objective functions mentioned in the previous section are the same. Neither of these, however, provides information about the economic efficiency of reactive power compensation. Of the many methods of comparison and evaluation of capex projects in terms of economic efficiency, in practice the most often used are the following [6]:

- SPP Simple Playback Period
- DPP Discounted Payback Period
- EAC Equivalent Average Cost
- NPV Net Present Value
- NPVR Net Present Value Ratio.

The simple payback period method consists in the calculation of the time after which the annual profits from the project equal its capex. This is the simplest and also the least accurate of the methods – its calculation is based on the costs and profits achievable in one year, and therefore it does not take into account any possible changes of these variables over time.

More accurate is the discounted payback period method. The discounted payback period is calculated by solving the equation:

$$K_I - \sum_{n=1}^{n=DPP} (O_{r_n} - K_{r_n}) (1+p)^{-n} = 0 \quad (15)$$

where:

O_{r_n} – savings from compensation in year n , K_{r_n} – cost of compensation in year n .

The project is profitable if $DPP < N_a$.

Another method that uses the annual cost account is the equivalent average cost method. The equivalent average cost is the quotient of the sum of discounted annual costs by the sum of the discounted annual profits. Both annual costs and profits are discounted to the year preceding the start of the operation, using the same discount rate.

Assuming that no capital has been frozen, and the analysis period is equal to or longer than the period of capacitors' depreciation, the equivalent cost of energy unit saving can be calculated from the formula:

$$EAC = \frac{K_I \left(1 + k_{es} \sum_{n=1}^N (1+p)^{-n} \right)}{\sum_{n=1}^N (\delta E_{a_n} - T_w \delta P_Q Q_C) (1+p)^{-n}} \quad (16)$$

where:

E_{an} – active energy saved from loss reduction in network elements in year n .

A project is profitable if the equivalent unit cost of energy saving calculated is lower than the cost of energy purchased to cover the losses. The net present value method does not include the extended reproduction cost. All costs incurred in the analysed period (including capital expenditures) and the revenues are discounted to the project start year. The net present value is calculated from:

$$NPV = \sum_{n=0}^N (CI_n - CO_n) (1 + p)^{-n} \quad (17)$$

where:

CI_n – cash proceeds in year n , CO_n – cash expenses in year n , N – accounting period (construction + operation).

In the case of reactive power compensation, the cash proceeds received in year n are substituted with annual savings calculated from the formula, and the expenses are substituted with capital expenditures and working costs (fixed and variable) incurred in the year. The project is profitable if NPV in the analysed period of N years is positive.

One of the most reliable investment efficiency evaluation methods is the method of net present value ratio NPVR. In this method, the net present value calculated from the formula is referred to the incurred capex. The result is information on how much income in the analysed period each monetary unit invested brings. The net present value ratio NPVR is calculated from:

$$NPVR = \frac{NPV}{\sum_{n=0}^N K_{In} (1 + p)^{-n}} \quad (18)$$

where:

K_{In} – capital expenditures in year n .

Provided that energy losses in capacitors are negligible, savings from loss reduction are the same in subsequent years, and capital expenditures are incurred in one year only, then NPVR can be calculated from the following formula [7]:

$$NPVR = \frac{O_a}{K_I} SD - (1 + k_{es} SD) \quad (19)$$

where:

SD – sum of discounting factors:

$$SD = \sum_{n=1}^N (1 + p)^{-n} \quad (20)$$

The choice of method for reactive power compensation efficiency evaluation depends on the intended purpose of compensation. Where the compensation purpose is to meet specific requirements for reactive power intake and/or improvement of network voltage conditions, the minimum costs criterion will suffice. The costs account should include savings from loss reduction.

If the compensation purpose is to reduce power and energy losses in the network, neither the minimum costs, nor the maximum profit from loss reduction, warrants a cost-effective

solution, because from the investor perspective the income from the investment is important. In this case, a more meaningful efficiency indicator is NPVR.

2. Calculation example

2.1. Analysed network characteristics

To illustrate the above considerations, calculations were made for real medium-voltage feeder. The analysed line consists of a 15 kV line with total length $l = 22.86 \text{ km}$ (including main line length $l_m = 7.76 \text{ km}$) that supplies 34 transformer substations with total installed transformer capacity $\Sigma S_n = 5,791 \text{ kVA}$. Power demanded at peak load is $S = (3,776 + j1 460) \text{ kVA}$, while annual reactive energy consumption is $E_r = 4,765 \text{ kVAr}$.

Fig. 5 shows the annual apparent and reactive power line load, ordered descending with respect to reactive power, and Fig. 6 shows a simplified diagram of the analysed line. The table in the figure 6 shows denominations of the nodes to which capacitors were connected in individual variants. Letter Q next to a capacitor symbol denominates the optimal capacitor location for the variant $W 2A$ discussed in section 2.2 hereof.

For the line in Fig. 6 the reactive power compensation effects were calculated under the assumption of the following calculation input: installation cost of a bank with contactor: $k_m = 250 \text{ PLN/unit}$, without contactor: $k_m = 50 \text{ PLN/unit}$, unit power cost: $k_p = 100 \text{ PLN/kW/a}$; unit cost of energy to cover loss: $k_E = 0.25 \text{ PLN/kW} \cdot \text{h}$; discount rate: $p = 0.08$ (8%), rate of allowance for working cost of a bank with contactor: $k_{es} = 0.025$ (2.5%), without contactor: $k_{es} = 0.005$ (0.5%) of investment value; analysis period $N = 10 \text{ lat}$ (equal the capacitor life as declared by the vendor). The capacitor and contactor prices were adopted after respective vendor price lists, and the price of a 18.3 kVAr capacitor without contactor is 240 PLN/unit, and with contactor 515 PLN/unit, while the price of a 30 kVAr capacitor without contactor is 380 PLN/unit, and with contactor 870 PLN/unit. The calculations were subject to the following assumptions: the load of each transformer substation is in proportion to the share of the rated power of the transformer installed in the substation in

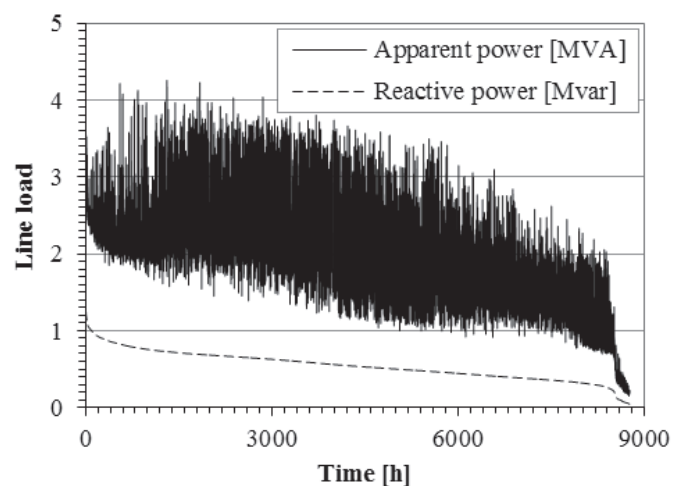


Fig. 5. Line load during a year

the total rated power of all transformers supplied from the analysed line, (ii) the load curve is the same in subsequent years of the analysed period (iii) the capacitors will be connected to the transformers' low voltage sides.

2.2. Calculation variants

The calculations were performed in the following variants:

- W 0 – capacitors for compensation of idling transformers' reactive power permanently connected in all substations ($T_w = 8\,760\text{ h/a}$)
- W 1A – 18,3 kVAr capacitors without connectors permanently connected in selected substations ($T_w = 8\,760\text{ h/a}$)
- W 1B – 18,3 kVAr capacitors with connectors connected in selected substations for 6,000 hours/year ($T_w = 6\,000\text{ h/a}$)
- 2A – 30 kVAr capacitors without connectors permanently connected in selected substations ($T_w = 8\,760\text{ h/a}$)
- W 2B – 30 kVAr capacitors with connectors connected in selected substations for 6,000 hours/year ($T_w = 6\,000\text{ h/a}$).

Reactive energy input into the line from the main substation in the period corresponding to the capacitor connection time in variants W 1B and W 2B is $E_r = 3\,752\text{ MVar} \cdot \text{h}$.

Rated powers of the capacitors, for which the calculations were performed, were selected because of the minimum reactive power unit cost (comp. Fig. 4).

Capacitors' locations in variants W 1A ÷ W 2B were selected according to the criterion of the maximum profit from energy loss

reduction. Capacitors' locations were selected by the heuristic method after the following algorithm:

1. Capacitor connection is assumed successively in each possible location and the profit from loss reduction is determined
2. Capacitor is connected in this location, where the profit from loss reduction is the largest, and then the algorithm proceeds to step 1° in order to determine the location for the next capacitor's connection
3. Calculations in steps 1° and 2° are repeated until the next capacitor's connection decreases the profit from loss reduction.

In the calculations for the feeder in Fig. 6, after connecting another capacitor, the following values were recorded: total power of capacitors Q_C , capex for their installation K_i , profit from loss reduction during the year Z_r , energy loss reduction during the year $\Sigma\delta E_{gr}$, net present value ratio $NPVR$, equivalent average cost of energy loss reduction EAC , and discounted payback period DPP . The calculations were continued until the energy loss reduction began to diminish.

2.3. Calculation results

The calculation results are presented in Tab. 2, and some selected values also in the form of graphs in Fig. 7–10.

For variants W 1A ÷ W 2B the results in the table were calculated for two cases:

- for the connected capacitor power, at which the annual profit from power and energy losses reduction reached the maximum, the rows marked in the table as $\max\{Z_r\}$
- for the connected capacitor power, at which the annual energy loss reduction reached the maximum, the rows marked in the table as $\max\{\delta E_{gr}\}$.

It follows from analysis of the data in Tab. 2 that the installation of capacitors for compensation of an idling transformer's reactive power in this circuit is ineffective. In variants W 1A or W 2A a lower capital expenditure may bring twice as large a reduction of energy losses and over four times higher profit from power and energy loss reduction. Also the $NPVR$ ratio is in these variants a few times higher than in variant W 0. It should also be noted that the profit from losses reduction in variant W 1A is higher than in W 2A, while $NPVR$ ratio is higher in variant W 2A than in W 1A (the respective values in Tab. 2 are shown in bold). This means that in the assumed lifetime every PLN invested will bring more income in variant W 2A than in W 1A, that is, from the investor's point of view, variant W2A is better, although the profit in W 1A variant is higher.

Also the results in variants W1B and W 2B are better than in W 0, despite the higher investment and shorter capacitor connection time. Individual points on the horizontal axis in the graphs shown in Fig. 7–10 represent the total power of capacitors after connecting another capacitor.

It follows from analysis of graphs in Fig. 7 and 8 and Tab. 2 that the total power of connected capacitors at which the profit from power and energy losses reduction reaches the maximum, is lower than the power, at which its maximum reaches energy loss reduction. It should also be noted that the differences in loss reductions and in profits from the reduction between the

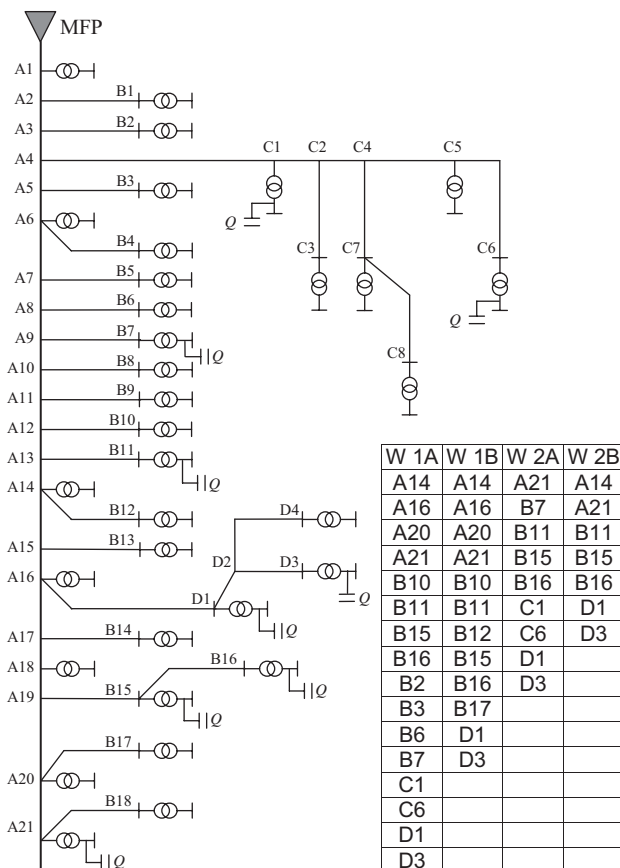


Fig. 6. Simplified diagram of the analysed 15 kV line

Value	Variant	W 0	W 1A	W 1B	W 2A	W 2B
NC [units]	max{Z _r }	34	16	12	9	7
	max{δE _r }		18	20	10	11
ΣQ _C [kVar]	max{Z _r }	86.51	292.8	219.6	270	210
	max{δE _r }		329.4	366.0	300	330
K _i [PLN]	max{Z _r }	5,924	5,040	9,180	4,095	7,840
	max{δE _r }		5,670	15,300	4,550	12,320
ΣδE _r [MWh]	max{Z _r }	6.02	14.03	11.71	13.08	11.12
	max{δE _r }		14.19	13.12	13.19	12.32
Z _r [PLN]	max{Z _r }	806	3,593	2,084	3,454	2,138
	max{δE _r }		3,573	1,627	3,448	1,862
NPVR [PLN/PLN]	max{Z _r }	0.78	4.78	1.52	5.66	1.83
	max{δE _r }		4.23	0.71	5.08	1.01
EAC [PLN/kWh]	max{Z _r }	0.171	0.055	0.136	0.048	0.123
	max{δE _r }		0.062	0.203	0.053	0.175

Tab. 2. Selected calculation results

variants with different capacitor power ratings (W 1 and W 2) is not very large. The differences between the variants without and with contactors (designated by letters A and B) are much larger. This is justified by much higher capital expenditures for the installation of capacitors with contactors, and shorter capacitor connection times in variants with contactors (marked as B). The graphs in Fig. 9 and 10 show that connection of each additional capacitor decreases NPVR (Fig. 9) and increases loss reduction EAC. This is justified by the fact that the function expressed by equation (6) is an inverted parabola reaching the maximum when the connected capacitors' power is equal to the quotient of reactive power by the capacitors' connection time [expression (7)]. In this case the increase in loss reduction after adding

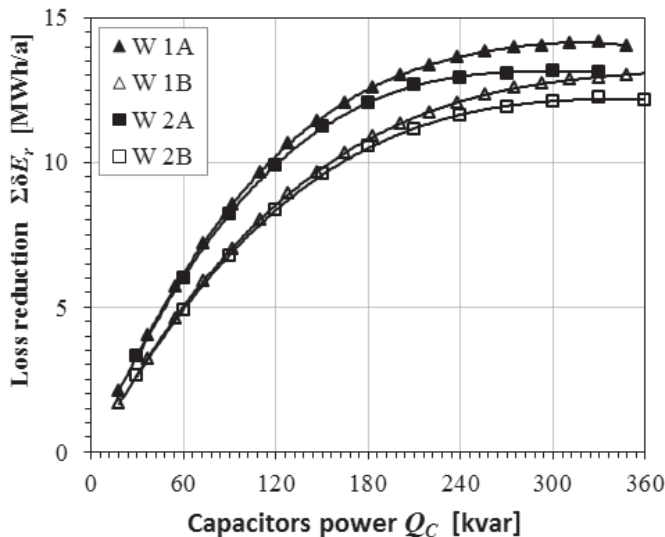


Fig. 5. Line load during a year

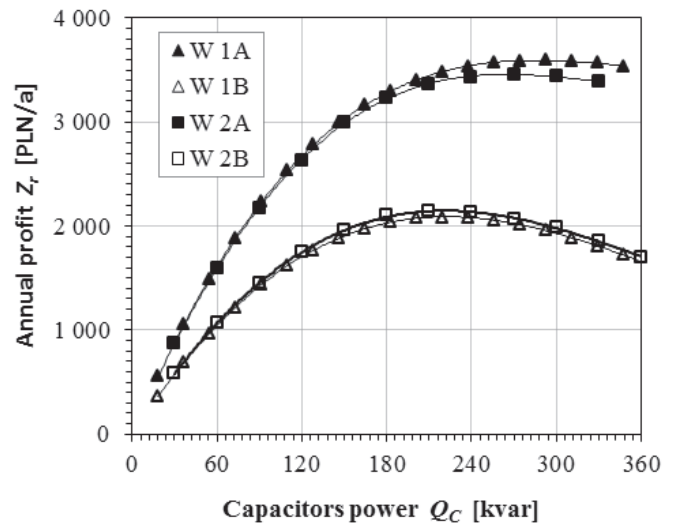


Fig. 8. Dependence of annual profit from loss reduction on connected capacitors power

another capacitor gets smaller (see Fig. 7), and the capital expenditures in the case of identical capacitors, grow linearly. In a similar way the increase in loss reduction EAC after connection of another capacitor can be explained, with the difference that in expression (16) the costs which are functions of capex are in the fraction's numerator, and the energy loss reduction in its denominator.

3. Summary

The paper discusses some negative aspects of reactive power transmission in power networks. The simple method for determining power and energy losses reduction presented here can be used for calculations related to the optimal location of reactive power additional sources in a distribution network with an open (tree-like) structure and one-way energy flow. In such a network it is also necessary to use programs for power and energy flow calculation.

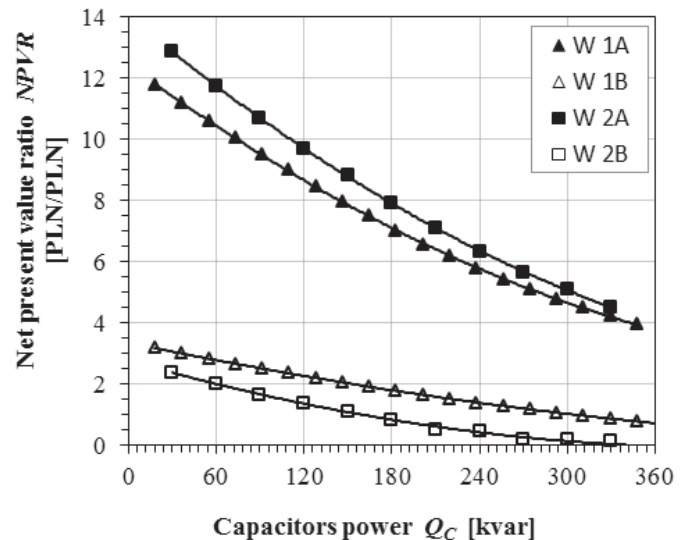


Fig. 9. Dependence of NPVR net present value ratio on connected capacitors power

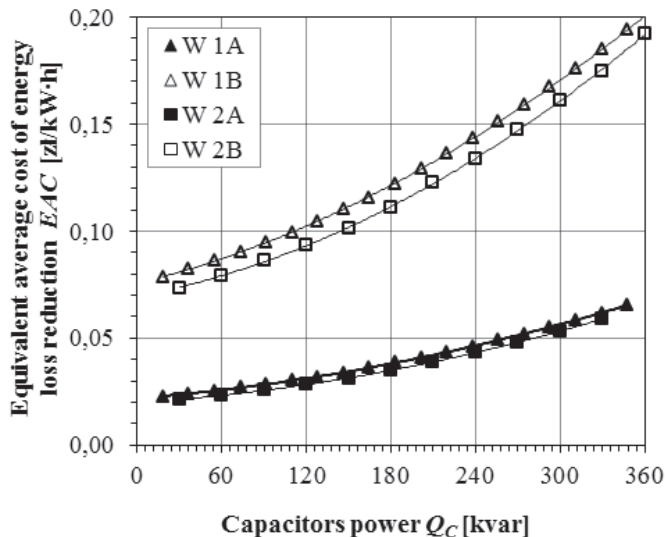


Fig. 10. Dependence of EAC equivalent average cost of energy loss reduction on connected capacitors power

The following conclusions can be drawn based on the results of the calculations made for a typical real 15 kV network circuit:

1. Installation of low-voltage capacitors in MV/LV transformer substations can provide effective and cost-efficient reactive power compensation in distribution networks.
2. The currently most popular method for reactive power compensation in domestic distribution networks, consisting in the installation in MV/LV substations of low-voltage capacitors for compensation of the reactive power of the idling transformers installed in these stations only, is not very cost-efficient. This is confirmed by the results of the calculations for variant W 0 and of tests carried out for a distribution system operator [8]. Out of the 10 analysed circuits with capacitors for idling reactive power compensation, in only 5 cases was the annual profit loss reduction more than zero. Only in two circuits was the profit large enough to return the capacitors installation capex in less than the capacitor's 10-year period declared by the vendor.
3. A more effective way of reactive power compensation in distribution networks is to install in a few selected MV/LV substations low-voltage capacitors with much higher power rating than the idling transformers' reactive power. This is confirmed by the results of the calculations for variants W 1A ÷ W 2B.
4. The total power of capacitors without contactors (variants W 1A and W 2A) in a network supplied from a 110 kV/MV substation should not exceed the minimum reactive power input into the substation from the 110 kV network.
5. In a network where reactive power periodically flows from the MV network to 110 kV network, much more expensive, and thus also less cost-efficient, capacitors with contactors may be installed. The contactors can be controlled by time relays, according to a preset schedule.

6. Before deciding to install capacitors in a network, technical and economic analysis should be carried out to select the most advantageous compensation variant.
7. The completed calculations indicate that the solution with the highest profit from power and energy losses reduction due to reactive power compensation is not the most cost-effective.
8. The most advisable economic efficiency measure is NPVR net present value ratio, which indicates the income that every monetary unit will bring within a presumed operation period.

REFERENCES

1. Szpyra W., Efektywność kompensacji mocy biernej stanu jałowego transformatorów SN/nn [Efficiency of idling MV/LV transformers reactive power compensation], *Przegląd Elektrotechniczny* 2011, Vol. 87, No. 2, pp. 144–147.
2. Szpyra W. et al., Efektywność kompensacji mocy biernej w sieciach dystrybucyjnych [Efficiency of reactive power compensation in distribution grids], XV. International Scientific Conference „Current Problems in Power Engineering”, APE '11, Gdańsk – Jurata, 8–10 June 2011, Vol. 4, Energetyka odnawialna i sieci elektroenergetyczne: elektrownie wiatrowe, urządzenia i sieci elektroenergetyczne [Renewable energy and power grids: wind power plants, equipment and power grids], pp. 107–115.
3. Szpyra W., Tylek W., Kot. A., Wyznaczenie strat mocy i energii w rozległej sieci elektroenergetycznej średniego napięcia [Determination of power and energy losses in a wide MV power grid], *Prace Naukowe Instytutu Energoelektryki Politechniki Wrocławskiej* No. 91, Series: Konferencje No. 34, IV Scientific and Technical Conference “Power grids in the industry and energy sectors”. Grids 2000”, Vol. II, pp. 403–410.
4. Mekhamer S.F. et al., New heuristic strategies for reactive power compensation of radial distribution feeders, *IEEE Transactions on Power Delivery* 2002, Vol. 17, June 4, pp. 1128–1135.
5. Eajal A.A., El-Hawary M.E., Optimal Capacitor Placement and Sizing in Unbalanced Distribution Systems With Harmonics Consideration Using Particle Swarm Optimization, *IEEE Transactions on Power Delivery*, July 2010, Vol. 25, June 3, pp. 1734–1741.
6. Paska J., *Ekonomika w elektroenergetyce [Economics in the power sector]*, Warsaw 2007.
7. Hanzelka Z. et al., Reactive power compensation, in *Electrical energy efficiency: technologies and applications*, edited by Sumper A. & Baggini A., John Wiley & Sons, Chichester 2012, pp. 371–398.
8. Szpyra W. et al., Analiza techniczno-ekonomiczna zabudowy kondensatorów nn do kompensacji mocy biernej w stacjach SN/nn do, [Technical and economic analysis of the installation of LV capacitors for reactive power compensation in MV/LV substations] Phase II, Research report No 5.5.120.968, AGH University of Science and Technology, Kraków, September 2010 [unpublished study].

Waldemar Szpyra

Stanisław Staszic AGH University of Science and Technology in Kraków

e-mail: wszpyra@agh.edu.pl

Graduated from the AGH University of Science and Technology in Kraków. Now an assistant professor at the Department of Electrical and Power Engineering of his alma mater. His research work focuses on modelling, operating condition estimation, and optimization of distribution networks, application of artificial intelligence methods in electric power engineering, and electric power economics.

Wojciech Bąchorek

Stanisław Staszic AGH University of Science and Technology in Kraków

e-mail: wojbach@agh.edu.pl

Graduated from the AGH University of Science and Technology in Kraków. Now an assistant professor at the Department of Electrical and Power Engineering of his alma mater. His professional interests pertain to modelling and analysis of operating states in power distribution networks, as well as application of artificial intelligence in their operating optimization.

Aleksander Kot

Stanisław Staszic AGH University of Science and Technology in Kraków

e-mail: akot@agh.edu.pl

Graduated from the AGH University of Science and Technology in Kraków. Now an assistant professor at the Department of Electrical and Power Engineering of his alma mater. His professional interests include analysis and estimation of distribution networks operating conditions, optimization for engineering and operation, artificial intelligence methods, forecasting and planning of network development, and information systems in the power sector and energy market.

Andrzej Makuch

Stanisław Staszic AGH University of Science and Technology in Kraków

e-mail: amakuch@agh.edu.pl

Graduated from the AGH University of Science and Technology in Kraków. Now a research assistant professor at the Department of Electrical and Power Engineering of his alma mater. His main interests include computer modelling of automatic controls.

This is a supporting translation of the original text published in this issue of "Acta Energetica" on pages 140–148. When referring to the article please refer to the original text.

PL

Kryteria optymalnej kompensacji mocy biernej w sieciach dystrybucyjnych

Autorzy

Waldemar L. Szpyra
Wojciech Bąchorek
Aleksander Kot
Andrzej Makuch

Słowa kluczowe

kompensacja mocy biernej, kryteria optymalizacji, elektroenergetyczne sieci rozdzielcze

Streszczenie

W artykule autorzy omówili skutki przesyłania mocy biernej, podano zależności pozwalające na obliczenie efektów i kosztów kompensacji oraz omówiono wybrane metody oceny efektywności ekonomicznej. Przedstawiono wyniki obliczeń skutków różnych wariantów kompensacji mocy biernej w rzeczywistym obwodzie sieci średniego napięcia. Otrzymane wyniki wskazują, że osiągnięcie maksymalnego zysku z ograniczenia strat, w wyniku kompensacji mocy biernej, nie musi wskazywać na rozwiązanie najbardziej efektywne z ekonomicznego punktu widzenia.

1. Wprowadzenie

1.1. Wpływ mocy biernej na pracę sieci i efekty jej kompensacji

Dla pracy urządzeń prądu przemiennego, takich jak transformatory i maszyny elektryczne, niezbędna jest moc bierna. Jednak jej wytwarzanie i przesyłanie jest niekorzystne dla pracy systemu elektroenergetycznego. Do najczęściej wymienianych negatywnych skutków przesyłania mocy biernej można zaliczyć: zwiększenie strat mocy i energii w elementach sieci, wzrost spadków napięcia, ograniczenie zdolności przesyłowej dla mocy czynnej, niepełne wykorzystanie mocy turbin napędzających generatory, pogorszenie warunków pracy aparatury łączeniowej. Lokalny deficyt mocy biernej może też być przyczyną dużych awarii systemowych. W celu pokrycia zapotrzebowania na moc bierną i umożliwienia jej przesłania konieczne jest stosowanie większych przekrojów przewodów transformatorów o większych mocach znamionowych oraz dodatkowych źródeł energii na pokrycie strat wywołanych jej przesyłaniem. W konsekwencji rosną koszty wytwarzania, przesyłania i dystrybucji energii elektrycznej [1].

Straty mocy czynnej w trójfazowym symetrycznie obciążonym elemencie sieci oblicza się z zależności:

$$\Delta P = \frac{P^2 + Q^2}{U^2} R = \frac{P^2}{U^2} R + \frac{Q^2}{U^2} R = \Delta P_a + \Delta P_r \quad (1)$$

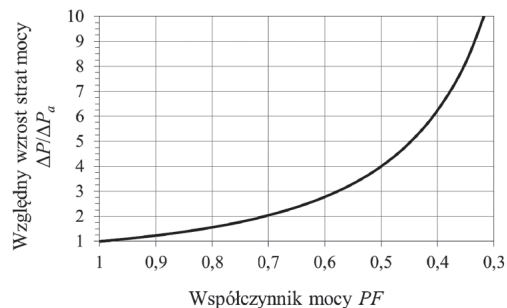
gdzie:

P i Q – odpowiednio moc czynna i bierna płynąca przez element sieci, R – rezystancja elementu, U – napięcie.

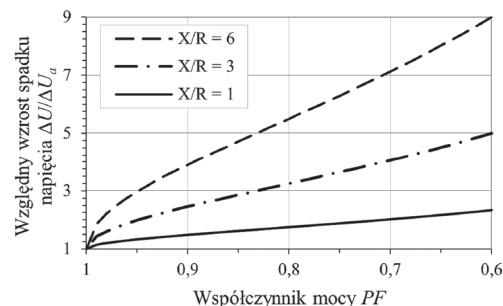
Z kolei spadek napięcia na elemencie sieci oblicza się z zależności:

$$\Delta U = \frac{PR + QX}{U} = \frac{PR}{U} + \frac{QX}{U} = \Delta U_a + \Delta U_r \quad (2)$$

gdzie: X – reaktancja elementu.



Rys. 1. Wpływ przesyłania mocy biernej na straty mocy czynnej



Rys. 2. Wpływ przesyłania mocy biernej na spadek napięcia

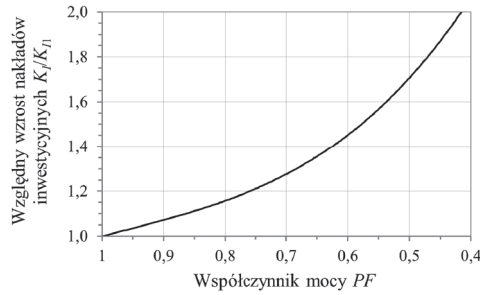
Również w tym przypadku można wyróżnić składnik pochodzący od mocy czynnej ΔU_a oraz od mocy biernej ΔU_r .

Na rys. 1 pokazano stosunek strat mocy czynnej spowodowanych przez moc bierną do strat mocy czynnej spowodowanych przez moc czynną, w zależności od współczynnika mocy.

Z powyższego rysunku wynika, że gdy przesyłana moc bierna jest taka sama jak przesyłana moc czynna (co odpowiada współczynnikowi mocy $PF = 0,7$), straty mocy czynnej będą dwukrotnie większe niż przy braku

przesyłania mocy biernej. Na rys. 2 pokazano zależność spadku napięcia od współczynnika mocy przy różnych wartościach stosunku reaktancji do rezystancji elementu sieci.

Z rysunku wynika, że wzrost spadku napięcia jest tym większy, im większy jest stosunek reaktancji do rezystancji elementu sieci. W napowietrznych sieciach średniego napięcia stosunek X/R jest bliski jedności, dlatego przesyłanie mocy biernej może mieć wpływ na pogorszenie warunków napięciowych w tych sieciach. Natomiast w sieciach kablowych średniego napięcia, ze względu



Rys. 3. Wpływ przesyłania mocy biernej na wzrost nakładów inwestycyjnych: gdzie K_{I1} – nakłady inwestycyjne przy $PF = 1$, K_I – nakłady inwestycyjne przy $PF < 1$

na większe przekroje żył i małą reaktancję kabli, stosunek X/R może być kilka razy mniejszy i można pominąć wpływ mocy biernej na spadek napięcia w tych sieciach. Wzrost nakładów inwestycyjnych w zależności od współczynnika mocy pokazano na rys. 3.

Z rys. 3 wynika, że przy współczynniku mocy $PF = 0,7$ nakłady inwestycyjne będą większe niż przy braku przesyłania mocy biernej o ok. 28%.

1.2. Efekty kompensacji mocy biernej

Jednym ze sposobów ograniczania zarówno strat mocy i energii, jak i spadków napięcia jest stosowanie kompensacji mocy biernej. Polega to na instalacji dodatkowego źródła mocy biernej za elementami sieci, w których chcemy ograniczyć straty mocy i spadki napięcia. Moc bierna płynąca przez elementy sieci, za którymi zainstalowano dodatkowe źródło mocy biernej, zmniejszy się o moc przyłączonego źródła. Straty mocy w elemencie sieci po zainstalowaniu za nim źródła mocy biernej będą równe [2]:

$$\Delta P_C = \frac{P^2 + (Q - Q_C)^2}{U^2} R \quad (3)$$

gdzie:

Q_C – moc przyłączonego źródła.

Wielkość ograniczenia strat mocy w wyniku kompensacji jest równa różnicy strat przed i po kompensacji:

$$\delta P = \Delta P - \Delta P_C = \frac{R(2Q_Q_C - Q_C^2)}{U^2} \quad (4)$$

Wielkość ograniczenia strat energii jest równa całce z chwilowych wartości ograniczenia strat mocy i wyraża się wzorem:

$$\delta E_a = \int_{t=0}^{T_w} \delta P(t) dt = R \int_{t=0}^{T_w} \frac{2Q_C Q(t) - Q_C^2 T_w}{U^2(t)} dt \quad (5)$$

gdzie:

$Q(t)$ – wartość chwilowa mocy biernej płynącej przez element sieci, T_w – czas, w którym źródło mocy biernej jest włączone.

Jeśli uwzględnimy, że całka: $\int_{t=0}^{T_w} Q(t) dt = E_r$

jest to ilość energii biernej, która w okresie T_w przepłynęła przez element sieci oraz założymy stałość napięcia w czasie, wówczas

wzór na ograniczenie strat energii przyjmie postać:

$$\delta E_a = \frac{R(2E_r Q_C - T_w Q_C^2)}{U^2} \quad (6)$$

Maksymalne ograniczenie strat mocy czynnej w elemencie sieci wystąpi wówczas, gdy moc dodatkowego źródła będzie równa mocy biernej płynącej przez ten element, tj. gdy spełniony jest warunek: $Q_C = Q$. Natomiast w celu określenia mocy kondensatora, przy której wystąpi maksymalne ograniczenie strat energii, należy zróżniczkować wyrażenie (8) względem Q_C i przyrównać różniczkę do zera. Po wykonaniu działań otrzyma się:

$$\frac{\partial \delta E_a}{\partial Q_C} = \frac{R(2E_r - 2T_w Q_C)}{U^2} = 0 \Rightarrow Q_C^{max} = \frac{E_r}{T_w} \quad (7)$$

Przedstawiony wyżej sposób obliczania wielkości ograniczenia strat mocy i energii nadaje się do stosowania w sieciach otwartych o jednym kierunku przepływu energii. W sieciach rozdzielczych średniego napięcia, zasilających wiele stacji transformatorowych, wykorzystanie podanych wyżej zależności do doboru mocy i wyboru lokalizacji dodatkowych źródeł mocy biernej wymaga znajomości zmienności obciążenia elementów sieci w czasie oraz wykorzystania narzędzi umożliwiających obliczenia przepływu mocy i energii. Ponadto w sieciach tych brakuje dostatecznej ilości informacji pomiarowych o obciążeniu sieci. Wobec tego konieczne jest stosowanie różnych założeń upraszczających, można np. wykorzystać założenia podane w [2, 3].

1.3. Kryteria optymalności rozmieszczenia źródeł mocy biernej w sieciach dystrybucyjnych

Instalacja dodatkowych źródeł mocy biernej wymaga poniesienia nakładów inwestycyjnych, na które składają się koszty analiz wykonanych w celu określenia lokalizacji i mocy oraz koszty zakupu i montażu tych źródeł. Obecnie najczęściej stosowanym źródłem mocy biernej są baterie kondensatorów. Nakłady inwestycyjne na instalację baterii kondensatorów można obliczyć z zależności:

$$K_I = K_A + K_{RS} + \sum_{k \in NBR} c_{Rk} n_{Rk} + \sum_{k \in NBS} c_{Sk} n_{Sk} \quad (8)$$

gdzie:

K_A – koszty analiz, K_{RS} – koszty urządzeń do zdalnej regulacji i sterowania, c_{Rk} – cena regulowanej baterii o k -tej mocy znamionowej, c_{Sk} – cena nieregulowanej baterii o k -tej mocy, n_{Rk} – liczba regulowanych baterii o k -tej mocy, n_{Sk} – liczba nieregulowanych baterii o k -tej mocy, NBR – zbiór mocy znamionowych baterii o regulowanej mocy, NBS – zbiór mocy znamionowych baterii o stałej mocy.

W konkretnych sytuacjach mogą występować tylko niektóre składowe nakładów inwestycyjnych. W literaturze można znaleźć przykłady, w których nakłady inwestycyjne na instalację kondensatorów oblicza się z zależności:

$$K_I = k_j Q_C \quad (9)$$

gdzie: k_j – jednostkowy koszt mocy kondensatora, Q_C – moc kondensatora.

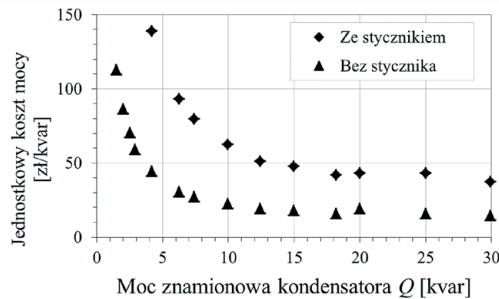
Takie założenie jest niewłaściwe ze względu na to, że w kosztach kondensatorów występuje stały, niezależny od mocy składnik o znacznej wartości. Dotyczy to zarówno

Moc znamionowa	Cena kondensatora	Cena stycznika
[kvar]	[zł/szt.]	[zł/szt.]
1,5	119	193
2,0	123	
2,5	124	
3,0	125	
4,2	133	
6,3	135	
7,5	150	
10	175	
12,5	190	
15	220	
18,3	240	275
20	320	
25	340	490
30	380	

Tab. 1. Ceny kondensatorów niskiego napięcia oraz ceny styczników do ich załączania

kondensatorów niskiego, jak i średniego napięcia. Ceny kondensatorów niskiego napięcia oraz ceny styczników przystosowanych do ich załączania zestawiono w tab. 1. Na rys. 4 pokazano zależność ceny 1 kvar mocy kondensatorów niskiego napięcia od mocy znamionowej kondensatora. Na rysunku pokazano dwie krzywe: dla kondensatorów przyłączanych na stałe oraz dla kondensatorów załączanych przez styczniki. Do ceny urządzeń dodano koszt montażu w wysokości $k_m = 50$ zł/szt. dla kondensatorów bez styczników oraz $k_m = 250$ zł/szt. dla kondensatorów ze stycznikami.

W obliczeniach często wykorzystywany jest rachunek kosztów rocznych. Na koszty roczne eksploatacji baterii kondensatorów składają się: koszty kapitałowe, koszty eksploatacyjne stałe (koszty ogólne, koszty obsługi i koszty remontów) oraz koszty



Rys. 4. Zależność jednostkowego kosztu mocy kondensatora od jego mocy znamionowej

eksploatacyjne zmienne. Roczne koszty kapitałowe zależą od zakładanego okresu eksploatacji kondensatorów i stopy dyskontowej, a roczne koszty eksploatacyjne stałe oblicza się jako pewien procent od wartości inwestycyjnej. Natomiast roczne koszty zmienne to koszty strat mocy i energii traconej w kondensatorach. Ostatecznie koszty roczne kompensacji można obliczyć z zależności:

$$K_r = K_{rr} + K_{es} + K_{ez} = K_I (r_{rr} + r_{es}) + \delta P_Q Q_C (k_P + T_w k_E) \quad (10)$$

przy czym:

$$r_{rr} = \frac{p(1+p)^{N_a}}{(1+p)^{N_a} - 1} \quad (11)$$

gdzie:

r_{rr} – rata rozszerzonej reprodukcji, N_a – zakładany okres eksploatacji, p – stopa dyskontowa (wyrażona w postaci ułamka dziesiętnego), r_{es} – współczynnik odpisu na koszty eksploatacyjne stałe, δP_Q – jednostkowe straty mocy czynnej w baterii kondensatorów, Q_C – moc baterii, k_P – jednostkowy koszt strat mocy, k_E – jednostkowy koszt strat energii, T_w – czas pracy baterii w ciągu roku.

Efektem działania dodatkowych źródeł mocy biernej są oszczędności wynikające z ograniczenia strat mocy i energii w elementach sieci oraz dodatkowe korzyści, jak np. oszczędności wynikające z uniknięcia lub odsunięcia w czasie realizacji inwestycji, koniecznych dla zapewnienia odpowiedniej jakości energii lub pokrycia wzrastającego zapotrzebowania na moc, w efekcie zwolnienia zdolności przesyłowych przez ograniczenie przesyłanej mocy biernej. Roczne przychody z kompensacji mocy biernej oblicza się z zależności:

$$O_r = \delta P_{max} k_P + \delta E_a k_E + OD \quad (12)$$

gdzie:

δP_{max} – wielkość ograniczenia strat mocy czynnej obliczona dla maksymalnego obciążenia mocą bierną, δE_a – roczne ograniczenie strat energii czynnej, OD – oszczędności dodatkowe wynikające z kompensacji.

W praktyce nie wszystkie składniki kosztów oraz przychodów z kompensacji są uwzględniane. Do najczęściej pomijanych składników kosztów należą wydatki poniesione

na analizy oraz koszty zmienne eksploatacji kondensatorów (ze względu na małą wartość jednostkowych strat mocy w kondensatorach wynoszącą ok. 1 W/kvar). Natomiast w przychodach najczęściej pomija się oszczędności dodatkowe oraz zyski wynikające z ograniczenia strat mocy, chociaż w literaturze można znaleźć metody, w których pod uwagę brane jest tylko ograniczenie strat mocy [4, 5].

Jako kryterium optymalizacji najczęściej przyjmuje się minimum kosztów rocznych lub maksimum zysku z ograniczenia strat w sieci. W pierwszym przypadku funkcja celu przyjmuje postać:

$$\min K_r = \min \{K_I (r_{rr} + r_{es}) + \Delta P k_P + \Delta E k_E\} \quad (13)$$

gdzie:

ΔP – maksymalne straty mocy w sieci powiększone o straty mocy w kondensatorach, ΔE – roczne straty energii w sieci powiększone o straty energii w kondensatorach.

W przypadku maksymalizacji zysku funkcja celu przyjmuje postać:

$$\max Z = \max \{O_r - K_r\} \quad (14)$$

gdzie:

K_r – koszty roczne kondensatorów obliczone z zależności (10), O_r – roczne oszczędności wynikające z pracy kondensatorów.

1.4. Ocena efektywności kompensacji mocy biernej

Można wykaazać, że obie wymienione w poprzednim punkcie funkcje celu są tożsame. Żadna z tych funkcji nie niesie jednak informacji o ekonomicznej efektywności kompensacji mocy biernej. Spośród wielu metod porównania i oceny przedsięwzięć inwestycyjnych pod względem efektywności ekonomicznej w praktyce najczęściej wykorzystuje się następujące metody [6]:

- prostego okresu zwrotu kosztów SPP (ang. *Simple Payback Period*)
- zdyskontowanego okresu zwrotu kosztów DPP (ang. *Discounted Payback Period*)
- równoważnych kosztów jednostkowych EAC (ang. *Equivalent Average Cost*)
- wartości zaktualizowanej netto NPV (ang. *Net Present Value*)
- wskaźnika wartości zaktualizowanej netto NPVR (ang. *Net Present Value Ratio*).

Metoda prostego okresu zwrotu kosztów polega na obliczeniu, po jakim czasie roczne zyski osiągnane w wyniku realizacji

inwestycji zrównają się z nakładami inwestycyjnymi poniesionymi na jej realizację. Jest to najprostsza, a zarazem najmniej dokładna z metod – podstawą obliczeń są koszty i zyski osiągalne w jednym roku, a więc nie uwzględnia się możliwych zmian tych wielkości w czasie.

Bardziej dokładna jest metoda zdyskontowanego okresu zwrotu kosztów. Zdyskontowany okres zwrotu kosztów oblicza się, rozwiązując równanie:

$$K_I - \sum_{n=1}^{n=DPP} (O_{rn} - K_{rn}) (1+p)^{-n} = 0 \quad (15)$$

gdzie:

O_{rn} – oszczędności osiągnięte w roku n w wyniku kompensacji, K_{rn} – koszty kompensacji w roku n .

Inwestycja jest opłacalna, gdy $DPP < N_a$.

Kolejną metodą wykorzystującą rachunek kosztów rocznych jest metoda równoważnych kosztów jednostkowych. Równoważny koszt jednostkowy jest to iloraz sumy zdyskontowanych kosztów rocznych przez sumę zdyskontowanych efektów rocznych. Zarówno koszty roczne, jak i efekty roczne dyskontuje się na rok poprzedzający rok rozpoczęcia eksploatacji przy wykorzystaniu tej samej stopy dyskontowej.

Zakładając, że nie występuje zamrożenie kapitału, a okres analizy jest równy lub dłuższy od okresu amortyzacji kondensatorów, równoważny koszt zaoszczędzenia jednostki energii można obliczyć z zależności:

$$EAC = \frac{K_I \left(1 + k_{es} \sum_{n=1}^N (1+p)^{-n} \right)}{\sum_{n=1}^N (\delta E_{an} - T_w \delta P_Q Q_C) (1+p)^{-n}} \quad (16)$$

gdzie:

E_{an} – ilość energii czynnej zaoszczędzonej w wyniku ograniczenia strat w elementach sieci w roku n .

Przedsięwzięcie jest opłacalne, jeśli obliczony w ten sposób jednostkowy koszt równoważny zaoszczędzenia jednostki energii jest mniejszy od kosztu zakupu energii na pokrycie strat.

W metodzie wartości zaktualizowanej netto nie uwzględnia się kosztów rozszerzonej reprodukcji. Wszystkie poniesione w analizowanym okresie koszty (w tym nakłady inwestycyjne) oraz uzyskane przychody dyskontuje się na rok rozpoczęcia inwestycji. Wartość zaktualizowaną netto oblicza się z zależności:

$$NPV = \sum_{n=0}^N (CI_n - CO_n) (1+p)^{-n} \quad (17)$$

gdzie:

CI_n – wpływy pieniężne uzyskane w roku n , CO_n – wydatki pieniężne poniesione w roku n , N – okres obliczeniowy (okres budowy + okres eksploatacji).

W przypadku kompensacji mocy biernej za wpływy pieniężne uzyskane w roku n podstawia się roczne oszczędności obliczone

z zależności, zaś za wydatki podstawia się poniesione w tym roku nakłady inwestycyjne i koszty eksploatacyjne (stałe i zmienne). Przedsięwzięcie jest opłacalne, jeśli wartość NPV za analizowany okres N lat jest dodatnia.

Jedną z najbardziej miarodajnych metod oceny efektywności inwestycji jest metoda wskaźnika wartości zaktualizowanej netto NPVR. W tej metodzie obliczoną ze wzoru wartość zaktualizowaną netto odnosi się do poniesionych nakładów inwestycyjnych. W efekcie otrzymuje się informację, ile dochodu w analizowanym czasie przynosi każda zainwestowana jednostka monetarna. Wartość wskaźnika NPVR oblicza się z zależności:

$$NPVR = \frac{NPV}{\sum_{n=0}^N K_{In} (1+p)^{-n}} \quad (18)$$

gdzie: K_{In} – nakłady inwestycyjne poniesione w roku n .

Jeśli pominięte straty energii w kondensatorach oraz założymy, że oszczędności z ograniczenia strat są takie same w kolejnych latach, a nakłady inwestycyjne są poniesione tylko w ciągu jednego roku, wówczas wartość NPVR można obliczyć z zależności [7]:

$$NPVR = \frac{O_a \cdot SD}{K_I} - (1 + k_{es} \cdot SD) \quad (19)$$

gdzie:
 SD – suma czynników dyskontujących:

$$SD = \sum_{n=1}^N (1+p)^{-n} \quad (20)$$

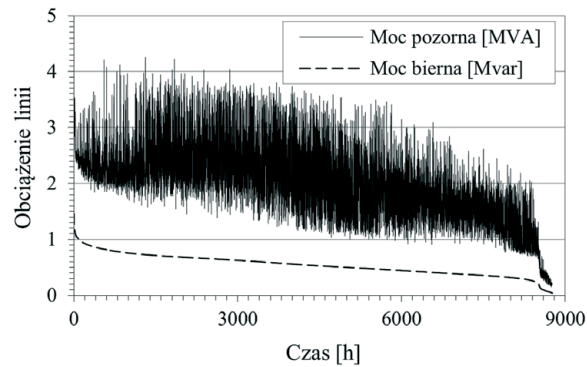
Wybór metody oceny efektywności kompensacji mocy biernej zależy od założonego celu kompensacji. Gdy celem kompensacji jest spełnienie określonych wymagań w zakresie poboru mocy biernej lub poprawa warunków napięciowych w sieci, wystarczy zastosować kryterium minimalizacji kosztów. W rachunku kosztów należy uwzględnić oszczędności wynikające z ograniczenia strat.

Jeśli celem kompensacji jest ograniczenie strat mocy i energii w sieci, kryteria minimalizacji kosztów lub maksymalizacji zysku z ograniczenia strat nie gwarantują otrzymania rozwiązania opłacalnego z ekonomicznego punktu widzenia, gdyż z perspektywy inwestora istotny jest dochód od poniesionych nakładów inwestycyjnych. W takim przypadku bardziej miarodajnym wskaźnikiem efektywności jest wartość wskaźnika NPVR.

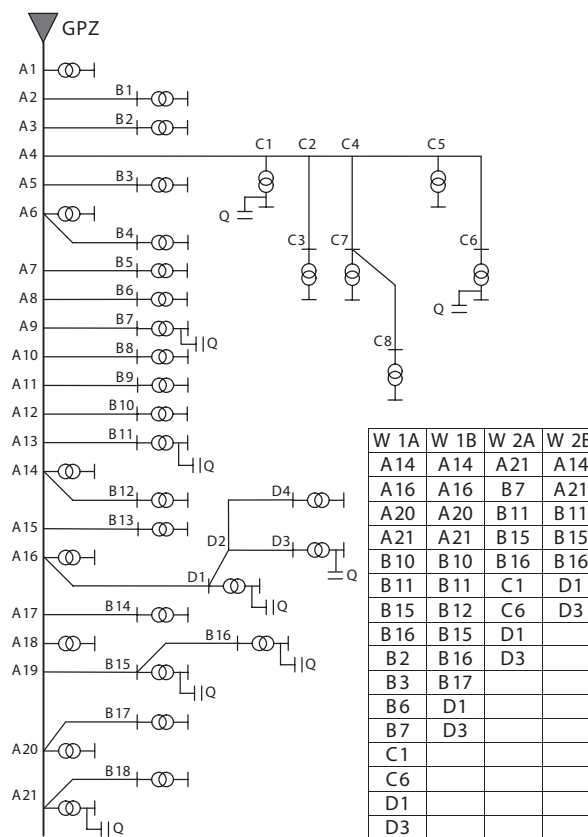
2. Przykład obliczeń

2.1. Charakterystyka analizowanej sieci

Dla zilustrowania powyższych rozważań wykonano obliczenia dla rzeczywistego obwodu sieci średniego napięcia. Analizowany obwód to linia 15 kV o łącznej długości $l = 22,86$ km (w tym długość magistrali $l_m = 7,76$ km), zasilająca 34 stacje transformatorowe o łącznej mocy zainstalowanych transformatorów $\Sigma S_n = 5791$ kVA. Moc wpływająca do linii w szczycie obciążenia równa jest $S = (3776 + j1460)$ kVA, natomiast ilość



Rys. 5. Roczny wykres obciążenia linii



Rys. 6. Uproszczony schemat linii 15 kV

energii biernej wpływającej do linii w ciągu roku z GPZ wynosi $E_r = 4765$ kvar.

Na rys. 5 pokazano roczny wykres obciążenia linii mocą pozorną i bierną, uporządkowany względem mocy biernej, a na rys. 6 uproszczony schemat analizowanej linii. W tabeli umieszczonej w polu rysunku podano oznaczenia węzłów, w których w poszczególnych wariantach dołączono kondensatory do kompensacji mocy biernej. Literą Q obok symbolu kondensatora oznaczono optymalne lokalizacje kondensatorów dla wariantu W 2A omówionego w punkcie 2.2 artykułu.

Dla linii z rys. 6 wykonano obliczenia efektów kompensacji mocy biernej, przyjmując następujące dane do obliczeń: koszt montażu baterii ze stycznikiem:

$k_m = 250$ zł/szt., bez stycznika: $k_m = 50$ zł/szt.; jednostkowy koszt mocy: $k_p = 100$ zł/kW/a; jednostkowy koszt energii na pokrycie strat: $k_E = 0,25$ zł/kW-h; stopa dyskontowa: $p = 0,08$ (8%), współczynnik odpisu na koszty eksploatacji baterii ze stycznikiem: $k_{es} = 0,025$ (2,5%), bez stycznika: $k_{es} = 0,005$ (0,5%) od wartości inwestycyjnej; okres analizy $N = 10$ lat (równy deklarowanej przez dostawcę żywotności kondensatorów). Ceny kondensatorów i styczników przyjęto wg cenników dostawców urządzeń, przy czym dla kondensatora o mocy 18,3 kvar bez stycznika cena wynosi 240 zł/szt., a ze stycznikiem 515 zł/szt., natomiast cena kondensatora o mocy 30 kvar bez stycznika wynosi 380 zł/szt., a ze stycznikiem 870 zł/szt.

Obliczenia wykonano przy następujących założeniach:

obciążenie poszczególnych stacji transformatorowych jest proporcjonalne do udziału mocy znamionowej transformatora zainstalowanego w danej stacji w sumie mocy znamionowych wszystkich transformatorów zasilanych z analizowanej linii przebieg obciążenia linii jest taki sam w kolejnych latach analizowanego okresu kondensatory zostaną przyłączone po stronie niskiego napięcia transformatorów.

2.2. Warianty obliczeń

Wykonano następujące warianty obliczeń:

- Wariant W 0 – instalacja we wszystkich stacjach przyłączonych na stałe kondensatorów do kompensacji mocy biernej biegu jałowego transformatorów ($T_w = 8760$ h/a)
- Wariant W 1A – instalacja w wybranych stacjach kondensatorów o mocy 18,3 kvar bez styczników, przyłączonych na stałe ($T_w = 8760$ h/a)
- Wariant W 1B – instalacja, w wybranych stacjach kondensatorów o mocy 18,3 kvar ze stycznnikami, załączonych 6 000 godzin w ciągu roku ($T_w = 6000$ h/a)
- Wariant W 2A – instalacja w wybranych stacjach kondensatorów o mocy 30 kvar bez styczników, przyłączonych na stałe ($T_w = 8760$ h/a)
- Wariant W 2B – instalacja w wybranych stacjach kondensatorów o mocy 30 kvar ze stycznnikami, załączonych 6 000 godzin w ciągu roku ($T_w = 6000$ h/a).

Ilość energii biernej wpływającej do linii z GPZ w okresie odpowiadającym czasowi załączenia kondensatorów w wariantach W 1B i W 2B wynosi $E_p = 3752$ Mvar · h.

Moce znamionowe kondensatorów, dla których wykonano obliczenia, zostały wybrane ze względu na minimalny jednostkowy koszt mocy biernej (por. rys. 4).

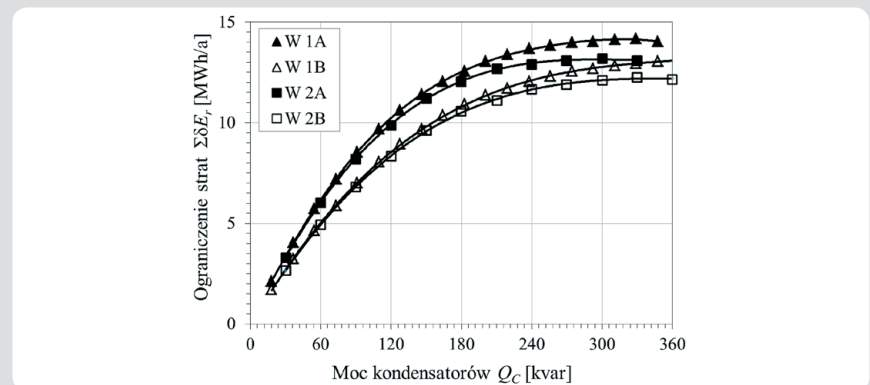
Lokalizacje kondensatorów w wariantach W 1A ÷ W 2B, zostały wybrane wg kryterium maksymalnego zysku z ograniczenia strat energii. Wyboru lokalizacji kondensatorów dokonano metodą heurystyczną według następującego algorytmu:

1. Zakłada się przyłączenie kondensatora kolejno do każdej możliwej lokalizacji i wyznacza wartość zysku z ograniczenia strat
2. Przyłącza się kondensator w tej lokalizacji, dla której zysk z ograniczenia strat jest największy i przechodzi do kroku 1° w celu ustalenia, w której lokalizacji należy dołączyć kolejny kondensator
3. Obliczenia według kroków 1° i 2° powtarza się do momentu, gdy przyłączenie kolejnego kondensatora powoduje zmniejszenie zysku z ograniczenia strat.

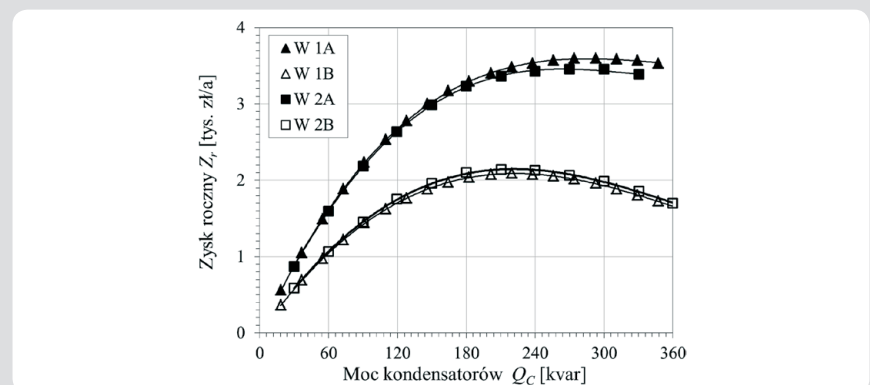
W obliczeniach dla sieci z rys. 6 po dołączeniu kolejnego kondensatora rejestrowano: łączną moc kondensatorów Q_C , nakłady inwestycyjne na ich instalację K_I , wartość zysku z ograniczenia strat w ciągu roku Z_r , wielkość ograniczenia strat energii w ciągu roku $\Sigma \Delta E_r$, wartość wskaźnika NPVR, jednostkowy równoważny koszt ograniczenia strat energii EAC oraz długość dyskontowanego okresu zwrotu nakładów inwestycyjnych DPP. Obliczenia kontynuowano do momentu, gdy wielkość ograniczenia strat energii zaczęła się zmniejszać.

Wielkość	Wariant	W 0	W 1A	W 1B	W 2A	W 2B
NC [szt.]	$\max\{Z_r\}$	34	16	12	9	7
	$\max\{\Delta E_r\}$		18	20	10	11
ΣQ_C [kvar]	$\max\{Z_r\}$	86,51	292,8	219,6	270	210
	$\max\{\Delta E_r\}$		329,4	366,0	300	330
K_I [zł]	$\max\{Z_r\}$	5 924	5 040	9 180	4 095	7 840
	$\max\{\Delta E_r\}$		5 670	15 300	4 550	12 320
$\Sigma \Delta E_r$ [MWh]	$\max\{Z_r\}$	6,02	14,03	11,71	13,08	11,12
	$\max\{\Delta E_r\}$		14,19	13,12	13,19	12,32
Z_r [zł]	$\max\{Z_r\}$	806	3 593	2 084	3 454	2 138
	$\max\{\Delta E_r\}$		3 573	1 627	3 448	1 862
NPVR [zł/zł]	$\max\{Z_r\}$	0,78	4,78	1,52	5,66	1,83
	$\max\{\Delta E_r\}$		4,23	0,71	5,08	1,01
EAC [zł/kWh]	$\max\{Z_r\}$	0,1713	0,0553	0,1364	0,0482	0,1227
	$\max\{\Delta E_r\}$		0,0616	0,2030	0,0532	0,1748
DPP [lat]	$\max\{Z_r\}$	11,5	1,55	5,64	1,29	4,51
	$\max\{\Delta E_r\}$		1,76	18,14	1,45	9,79

Tab. 2. Zestawienie wybranych wyników obliczeń



Rys. 7. Zależność rocznego ograniczenia strat energii od mocy przyłączonych kondensatorów



Rys. 8. Zależność rocznego zysku z ograniczenia strat od mocy przyłączonych kondensatorów

2.3. Wyniki obliczeń

Wyniki obliczeń zostały zestawione w tab. 2, a wybrane wielkości również w postaci wykresów na rys. 7–10.

Dla wariantów W 1A ÷ W 2B w tabeli podano wielkości obliczone dla dwóch przypadków:

- dla mocy przyłączonych kondensatorów,

przy której roczny zysk z ograniczenia strat mocy i energii osiągnął wartość maksymalną, wiersze oznaczone w tabeli $\max\{Z_r\}$

- dla mocy przyłączonych kondensatorów, przy której roczne ograniczenia strat energii osiągnęły wartość maksymalną, wiersze oznaczone $\max\{\Delta E_r\}$.

Z analizy danych zestawionych w tab. 2 wynika, że instalacja kondensatorów do kompensacji mocy biernej stanu jałowego transformatorów jest w tym obwodzie mało efektywna. W wariantach W 1A lub W 2A, ponosząc mniejsze nakłady inwestycyjne, można uzyskać ponaddwukrotnie większe ograniczenie strat energii oraz ponadczterokrotnie większy zysk z ograniczenia strat mocy i energii. Również wartość wskaźnika NPVR jest w tych wariantach kilkakrotnie większa niż wariantie W 0.

Należy również zwrócić uwagę na fakt, że zysk z ograniczenia strat w wariantach W 1A jest większy niż w wariantach W 2A, natomiast wartość NPVR jest większa w wariantach W 2A niż w wariantach W 1A (odpowiednie wartości w tab. 2 zostały pogrubione). Oznacza to, że w zakładanym okresie eksploatacji każda zainwestowana złotówka przyniesie większy dochód w wariantach W 2A niż w wariantach W 1A, czyli z punktu widzenia inwestora bardziej korzystny jest wariant W2A, mimo że zysk w wariantach W 1A jest większy.

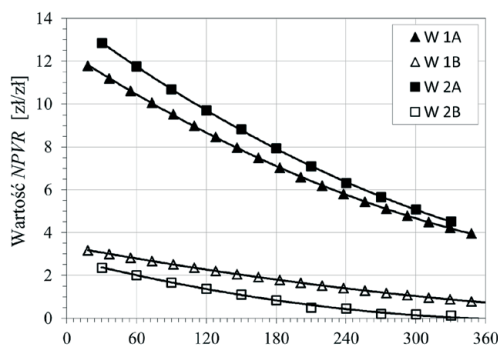
Również dla wariantów W1B i W2B uzyskano lepsze efekty niż w wariantach W 0, pomimo większych nakładów inwestycyjnych i krótszego czasu załączenia kondensatorów. Poszczególne punkty na osi poziomej na wykresach pokazanych na rys. 7–10, odpowiadają łącznej mocy kondensatorów po przyłączeniu kolejnego kondensatora.

Z analizy wykresów na rys. 7 i 8 oraz tab. 2 wynika, że łączna moc przyłączonych kondensatorów, przy której zysk z ograniczenia strat mocy i energii osiąga maksimum, jest mniejsza od mocy, przy której występuje maksymalne ograniczenie strat energii.

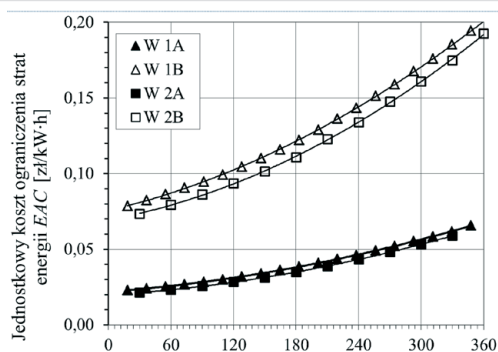
Należy również zauważyć, że zarówno różnica ograniczenia strat, jak i różnica zysku z ograniczenia strat pomiędzy wariantami różniącymi się mocą znamionową kondensatorów (W 1 i W 2) jest niezbyt duża. Natomiast pomiędzy wariantami bez styczników i ze stycznikami (warianty oznaczone literami A i B) różnice tych wielkości są znacznie większe. Jest to uzasadnione znacznie większymi nakładami inwestycyjnymi na instalację kondensatorów ze stycznikami oraz krótszym czasem załączenia kondensatorów w wariantach ze stycznikami (oznaczonych literą B).

Z wykresów na rys. 9 i 10 wynika, że dołączenie każdego kolejnego kondensatora powoduje zmniejszenie wskaźnika wartości zaktualizowanej netto (rys. 9) oraz wzrost jednostkowego równoważnego kosztu ograniczenia strat. Jest to uzasadnione tym, że funkcja wyrażona równaniem (6) jest odwróconą parabolą osiągającą maksimum, gdy moc przyłączonych kondensatorów jest równa ilorazowi energii biernej przez czas załączenia kondensatorów [wyrażenie (7)]. W takim przypadku przyrost ograniczenia strat po dodaniu kolejnego kondensatora jest coraz mniejszy (por. rys. 7), a nakłady inwestycyjne, w przypadku jednakowych kondensatorów, rosną liniowo.

W podobny sposób można wytłumaczyć wzrost jednostkowego równoważnego kosztu ograniczenia strat energii po dołączeniu kolejnego kondensatora, z tą różnicą, że w wyrażeniu (16) koszty będące funkcją nakładów inwestycyjnych są w liczniku ułamka, a wielkość ograniczenia strat energii w mianowniku.



Rys. 9. Zależność wskaźnika wartości zaktualizowanej netto od mocy przyłączonych kondensatorów



Rys. 10. Zależność jednostkowego równoważnego kosztu ograniczenia strat energii od mocy przyłączonych kondensatorów

3. Podsumowanie

W artykule omówiono wybrane, negatywne aspekty przesłania mocy biernej w sieciach elektroenergetycznych.

Przedstawiona w artykule prosta metoda określania wielkości ograniczenia strat mocy i energii może być wykorzystana do obliczeń związanych z optymalizacją rozmieszczenia dodatkowych źródeł mocy biernej w sieciach rozdzielczych o strukturze otwartej (typu drzewo), o jednym kierunku przepływu energii. W takich sieciach konieczne jest ponadto wykorzystanie programów do obliczeń przepływu mocy i energii.

Na podstawie wyników obliczeń wykonanych dla typowego, rzeczywistego obwodu sieci 15 kV, można sformułować następujące wnioski:

1. Instalacja kondensatorów niskiego napięcia w stacjach transformatorowych SN/nn może być skutecznym i efektywnym, z ekonomicznego punktu widzenia, sposobem kompensacji mocy biernej w sieciach rozdzielczych.
2. Najbardziej popularny obecnie sposób kompensacji mocy biernej w krajowych sieciach rozdzielczych, polegający na instalacji w stacjach SN/nn kondensatorów niskiego napięcia do kompensacji tylko mocy biernej biegu jałowego transformatorów zainstalowanych w tych stacjach jest mało efektywny z ekonomicznego punktu widzenia. Potwierdzają to wyniki obliczeń dla wariantu W 0 oraz wyniki badań wykonanych dla jednego z operatorów sieci dystrybucyjnych [8]. Na 10 poddanych analizie obwodów, w których zainstalowano kondensatory do kompensacji mocy biernej biegu jałowego, tylko w 5 przypadkach roczny zysk z ograniczenia strat był większy od zera. Jedynie dla dwóch obwodów zysk był na tyle duży, by zwrot nakładów na instalację kondensatorów nastąpił w czasie krótszym od 10-letniego okresu żywotności kondensatorów deklarowanego przez dostawcę.
3. Bardziej efektywnym sposobem kompensacji mocy biernej w sieciach rozdzielczych jest instalacja w nielicznych, wybranych stacjach SN/nn kondensatorów niskiego napięcia o znacznie większej mocy znamionowej niż moc bierna biegu jałowego transformatorów. Potwierdzają to wyniki obliczeń dla wariantów W 1A ÷ W 2B.
4. Łączna moc kondensatorów bez styczników (warianty W 1A i W 2A), w sieci zasilanej ze stacji 110 kV/SN, nie powinna być większa od minimalnej mocy biernej odbieranej w tych stacjach z sieci 110 kV.
5. W sieciach, w których występują okresowe przepływy mocy biernej z sieci SN do sieci 110 kV, można wykorzystać znacznie droższe, a przez to również mniej efektywne z ekonomicznego punktu widzenia kondensatory załączane stycznikami. Sterowanie tymi stycznikami mogą realizować przełączniki czasowe wg ustalonego harmonogramu.
6. Przed podjęciem decyzji o instalacji kondensatorów w danej sieci należy wykonać analizę techniczno-ekonomiczną w celu wyboru najbardziej korzystnego wariantu kompensacji.
7. Wykonane obliczenia wskazują, że rozwiązanie, które charakteryzuje się największą wartością zysku z ograniczenia

strat mocy i energii w wyniku kompensacji mocy biernej, nie jest jednocześnie rozwiązaniem najbardziej efektywnym z ekonomicznego punktu widzenia.

8. Jako miarę efektywności ekonomicznej należy wykorzystywać wskaźnik wartości zaktualizowanej netto, który informuje, jaki dochód w założonym okresie eksploatacji przyniesie każda zainwestowana jednostka monetarna.

Bibliografia

1. Szpyra W., Efektywność kompensacji mocy biernej stanu jałowego transformatorów SN/nn, *Przegląd Elektrotechniczny* 2011, r. 87, nr 2, s. 144–147.
2. Szpyra W. i in., Efektywność kompensacji mocy biernej w sieciach dystrybucyjnych, XV Międzynarodowa Konferencja Naukowa „Aktualne problemy w elektroenergetyce”, APE '11, Gdańsk – Jurata, 8–10 czerwca 2011, t. 4, Energetyka odnawialna i sieci elektroenergetyczne: elektrownie wiatrowe, urządzenia i sieci elektroenergetyczne, s. 107–115.
3. Szpyra W., Tylek W., Kot. A., Wyznaczanie strat mocy i energii w rozległej sieci elektroenergetycznej średniego napięcia, *Prace Naukowe Instytutu Energoelektryki Politechniki Wrocławskiej* nr 91, Seria: Konferencje nr 34, IV Konferencja Naukowo-Techniczna „Sieci elektroenergetyczne w przemyśle i energetyce. Sieci 2000”, tom II, s. 403–410.
4. Mekhamer S.F. i in., New heuristic strategies for reactive power compensation of radial distribution feeders, *IEEE Transactions on Power Delivery* 2002, Vol. 17, Issue 4, s. 1128–1135.
5. Eajal A.A., El-Hawary M.E., Optimal Capacitor Placement and Sizing in Unbalanced Distribution Systems With Harmonics Consideration Using Particle Swarm Optimization, *IEEE Transactions on Power Delivery*, July 2010, Vol. 25, Issue 3, s. 1734–1741.
6. Paska J., *Ekonomika w elektroenergetyce*, Warszawa 2007.
7. Hanzelka Z. i in., Reactive power compensation, in *Electrical energy efficiency: technologies and applications*, edited by Sumper A. & Baggini A., John Willey & Sons, Chichester 2012, s. 371–398.
8. Szpyra W. i in., Analiza techniczno-ekonomiczna zabudowy kondensatorów nn do kompensacji mocy biernej w stacjach SN/nn do, Etap II, Raport z pracy badawczej nr 5.5.120.968, AGH w Krakowie, Kraków, wrzesień 2010 [praca niepublikowana].

Waldemar L. Szpyra

dr inż.

AGH Akademia Górniczo-Hutnicza im. Stanisława Staszica w Krakowie

e-mail: wszpyra@agh.edu.pl

Absolwent Akademii Górniczo-Hutniczej w Krakowie. Obecnie adiunkt w Katedrze Elektrotechniki i Elektroenergetyki AGH. Zajmuje się modelowaniem, estymacją stanu pracy i optymalizacją sieci rozdzielczych, zastosowaniem metod sztucznej inteligencji w elektroenergetyce oraz gospodarką elektroenergetyczną.

Wojciech Bąchorek

dr inż.

AGH Akademia Górniczo-Hutnicza im. Stanisława Staszica w Krakowie

e-mail: wojbach@agh.edu.pl

Absolwent Akademii Górniczo-Hutniczej w Krakowie. Zatrudniony na stanowisku adiunkta w Katedrze Elektrotechniki i Elektroenergetyki AGH. Jego zainteresowania zawodowe dotyczą modelowania i analiz stanu pracy elektroenergetycznych sieci rozdzielczych oraz zastosowania metod sztucznej inteligencji w optymalizacji ich pracy.

Aleksander Kot

dr inż.

AGH Akademia Górniczo-Hutnicza im. Stanisława Staszica w Krakowie

e-mail: akot@agh.edu.pl

Absolwent Akademii Górniczo-Hutniczej w Krakowie. Zatrudniony na stanowisku adiunkta w Katedrze Elektrotechniki i Elektroenergetyki AGH. Jego zawodowe zainteresowania lokują się w obszarach: analizy i estymacji stanu pracy sieci rozdzielczych, zagadnień optymalizacji na potrzeby projektowania i eksploatacji, metod sztucznej inteligencji, prognozowania i planowania rozwoju sieci, systemów informatycznych w elektroenergetyce oraz rynku energii.

Andrzej Makuch

mgr inż.

AGH Akademia Górniczo-Hutnicza im. Stanisława Staszica w Krakowie

e-mail: amakuch@agh.edu.pl

Absolwent Akademii Górniczo-Hutniczej w Krakowie. Pracuje w Katedrze Elektrotechniki i Elektroenergetyki AGH. Jego główne zainteresowania dotyczą komputerowego modelowania automatyki zabezpieczeniowej.