

Tomasz PACZKOWSKI¹, Jerzy SAWICKI²

e-mail: tompacz@utp.edu.pl

¹ Instytut Techniki Wytwarzania, Wydział Inżynierii Mechanicznej, Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy, Bydgoszcz² Instytut Mechaniki i Konstrukcji Maszyn, Wydział Inżynierii Mechanicznej, Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy, Bydgoszcz

Modelowanie matematyczne procesu wspomagającego projektowanie narzędzi do obróbki elektrochemicznej

Wprowadzenie

W procesie obróbki elektrochemicznej (ECM) bardzo ważnym jest takie zaprojektowanie elektrody roboczej (ER), aby po obróbce ECM przedmiot obrabiany (PO) spełniał warunki dotyczące tolerancji jego wykonania. W praktyce przemysłowej bardzo często, aby wykonać elektrodę roboczą stosuje się metodę kolejnych korekcji. Istota tego typu korekcji polega na obróbce elektrochemicznej danej powierzchni elektrodą roboczą (ER) o kształcie przybliżonym do oczekiwanego kształtu przedmiotu obrabianego (PO). Następnie przeprowadza się pomiar geometrii tego przedmiotu aby określić odchyłki odżądanego kształtu przedmiotu obrabianego (PO). Znajomość odchyłek pozwala na przeprowadzenie korekcji elektrody roboczej (ER). Korekcja taka najczęściej polega na usunięciu z powierzchni elektrody nadmiaru lub naniesieniu na powierzchnię elektrody metalu w zależności od znaku i rozkładu odchyłek. Po wykonaniu korekcji elektrody roboczej (ER) ponownie przeprowadza się drażnienie elektrochemiczne. Opisany proces powtarza tak długo, aż przedmiot obrabiany (PO) będzie spełniał narzucone warunki dotyczące żadanego pola tolerancji. Łatwo zauważyć, że opisana metoda korekcji elektrody roboczej w obróbce ECM jest pracochłonna i kosztowna.

Symulacje komputerowe obróbki ECM, oparte na modelowaniu matematycznym procesu drażenia elektrochemicznego, pozwalają na projektowanie elektrody roboczej (ER) dzięki wykorzystaniu informacji o ewolucji kształtu przedmiotu obrabianego (PO).

W literaturze metodyka wyznaczenia geometrii elektrody roboczej nosi nazwę zagadnienia odwrotnego w procesie ECM [Dąbrowski, 1992; Domanowski i Kozak, 2001; Paczkowski i Sawicki, 2007; 2008].

Istota projektowania geometrii elektrody na drodze symulacji komputerowej jest analogiczna do opisanej powyżej korekcji elektrody roboczej uzyskanej w wyniku kolejnych prób doświadczalnych.

Zagadnienie odwrotne polega zatem na porównaniu wyników symulacji komputerowej ewolucji kształtu przedmiotu obrabianego PO po kolejnej iteracji lub po zakończeniu procesu obróbki tj. gdy zostanie osiągnięty stan ustalony (SU) z określonym ostatecznym kształtem przedmiotu obrabianego.

Oznacza to, że po przeprowadzeniu symulacji komputerowej obróbki przedmiotu obrabianego (PO) porównuje się jej geometrię po obliczeniach z geometrią żadanego przedmiotu po obróbce, określając odchyłki kształtu.

Symulacje komputerowe ECM, oparte na modelowaniu matematycznym procesu drażenia elektrochemicznego wymagają rozwiązania złożonych, zazwyczaj nieliniowych równań różniczkowych opisujących proces ECM.

W pracy przedstawiono metodę projektowania elektrody roboczej w obróbce elektrochemicznej dla powierzchni o tworzących krzywoliniowych oraz osiowosymetrycznej. Przedstawiona metoda polega na porównaniu wyników symulacji procesu obróbki elektrochemicznej w postaci kształtu elektrod i ich odpowiedniej korekcji.

Równania opisujące proces obróbki ECM

Modelowanie matematyczne procesu ECM polega na wyznaczeniu ewolucji kształtu powierzchni obrabianej w czasie, zmian grubości szczeliny międzyelektrodowej oraz rozkładów warunków fizykochemicznych panujących w obszarze obróbki takich jak: rozkład ciśnienia statycznego, prędkości przepływu elektrolitu, temperatury i koncentracji objętościowej fazy gazowej.

Modelowanie matematyczne może mieć charakter modelowania jednowymiarowego, dwuwymiarowego, bądź trójwymiarowego. Istnieje wiele prac, których autorzy zagadnienie przepływu elektrolitu opisują w ujęciu jednowymiarowym [Dąbrowski, 1992]. Jest to pewne uproszczenie problemu, który w istocie zazwyczaj ma charakter trójwymiarowy [Kozak, 1976; 1998].

W niniejszej pracy do analizy zjawisk występujących w szczelinie międzyelektrodowej zaproponowano model dwuwymiarowy zagadnienia roztwarzania elektrochemicznego.

Rozpatruje się dwufazowy bezpośredni pęcherzykowy przepływ elektrolitu w szczelinie międzyelektrodowej. Założenia szczegółowe oraz model matematyczny obróbki elektrochemicznej przedstawiono w pracach [Paczkowski, 2009; Paczkowski i Sawicki, 2004; 2008; Sawicki, 2008; 2009; 2010]. Proces ECM opisuje następujący układ równań:

– równanie ewolucji kształtu powierzchni obrabianej:

$$\frac{\partial F}{\partial t} + v_n |\nabla F| = 0 \quad (1)$$

gdzie:

$v_n = k_A j_A$ – prędkość roztwarzania anodowego,

$F_0(A, 0) = 0$ – równanie opisujące wyjściową powierzchnię przedmiotu obrabianego (PO), (anody),

$F(A, t) = 0$ – równanie opisujące powierzchnię przedmiotu obrabianego (PO), (anody) w chwili t ,

j_A – gęstość prądu w punkcie na powierzchni obrabianej,

A – zbiór współrzędnych punktów na przedmiocie obrabianym (anodzie).

Warunek początkowy dany jest równaniem:

$$F(X, Y, 0) = F_0 \quad (2)$$

Równania przepływu mieszaniny elektrolitu i wodoru:

$$\nabla(\rho_e \mathbf{V}) = 0 \quad (3)$$

$$\nabla(\rho_H \mathbf{V}) = j \eta_H k_H h^{-1} \quad (4)$$

$$[\nabla(\rho_e \mathbf{V})] \mathbf{V} = -\nabla p + \nabla(\mu_e \nabla \mathbf{V}) \quad (5)$$

$$\rho_e = (1 - \beta) \rho_e^0 \quad \rho_H = \beta \rho_H^0 \quad (6)$$

Równanie energii:

$$\rho_e c_p (\mathbf{V} \nabla) T = \nabla(\lambda \nabla T) + q_V \quad (7)$$

gdzie:

ρ_e – gęstość elektrolitu

\mathbf{V} – wektor prędkości przepływu elektrolitu,

p_e – ciśnienie elektrolitu,

μ_e – dynamiczny współczynnik lepkości elektrolitu,

β – koncentracja objętościowa fazy gazowej,

η_H, η_o – wydajność prądowa wydzielania wodoru,

k_H – równoważnik elektrochemiczny wodoru,

j – gęstość prądu.

c_p – ciepło właściwe przy stałym ciśnieniu,

T – temperatura,

q_V – ciepło wydzielane wewnątrz szczeliny międzyelektrodowej (ciepło Joule'a),

λ – przenikalność cieplna ośrodka.

Układ równań (1)–(7) rozwiązano częściowo analitycznie i numerycznie. Równania ruchu elektrolitu rozwiązano analitycznie formułując rozkłady prędkości i ciśnienia w szczelinie międzyelektrodowej.

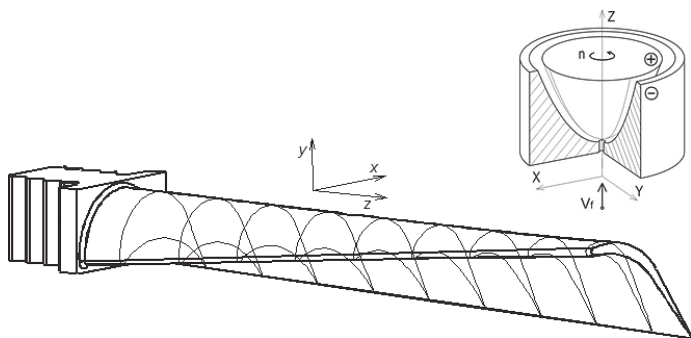
Równanie (7) rozwiązano numerycznie wykorzystując metodę różnic skończonych (MRS).

Równanie ewolucji kształtu przedmiotu obrabianego rozwiązano metodą kolejnych przybliżeń, dla wszystkich stosowanych schematów numerycznych, stosując jednocześnie metodę kroków czasowych. Współrzedną czasu t przedstawiono zbiorem punktów:

$$t_k = t_0 + k \Delta t \quad (8)$$

gdzie: $k = 0, 1, 2, \dots, K$

Proces projektowania elektrody roboczej przedstawiono na przykładzie kształtowania powierzchni łopatkki wirnikowej maszyny przepływowej i powierzchni obrotowej o zarysie kulistym (Rys. 1).



Rys. 1. Powierzchnie poddane obróbce ECM

Wyznaczenie kształtu profilu powierzchni obrabianej w czasie, opisuje równanie (1). Początkowy kształt powierzchni PO oraz ER zdefiniowany został w modelerze 3D w przypadku łopatkki wirnikowej maszyny przepływowej jako powierzchnie swobodne typu NURBS, w przypadku powierzchni obrotowej o zarysie kulistym w postaci charakterystyki tworzącej krzywoliniowej.

Dyskretyzacji powierzchni swobodnych typu NURBS opisujących powierzchnie łopatkki dokonano poprzez aproksymację powierzchni krzywymi. Otrzymano w ten sposób zbiór par krzywych ER, PO, które w dalszym kroku z zadaną dokładnością w globalnym układzie współrzędnych opisano punktami

$$x_i = \sum_{i=1}^i \Delta x_i \quad (9)$$

gdzie: $i = 0, 1, 2, \dots, I$

W obu przypadkach obszar przepływu ośrodka pokryto siatką linii, wykorzystując wyznaczone minimalne odległości między punktami anody (PO) i katody (ER) (Rys. 2).

W lokalnie ortogonalnym układzie współrzędnych x, y :

$$y_j = j \Delta y \quad (10)$$

gdzie $j = 0, 1, 2, \dots, J, \Delta y = \frac{h}{j}$

Po dokonaniu dyskretyzacji czasu i obszaru, ER i PO rozwiązanie problemu wymagało obliczenia dla danego kroku czasowego:

- pola prędkości przepływu w lokalnie ortogonalnym układzie współrzędnych,
- pola temperatury w lokalnie ortogonalnym układzie współrzędnych,
- pola gęstości prądu j_A .

Rozkłady temperatury obliczono metodą MRS przyjmując kryterium dokładności określone nierównością:

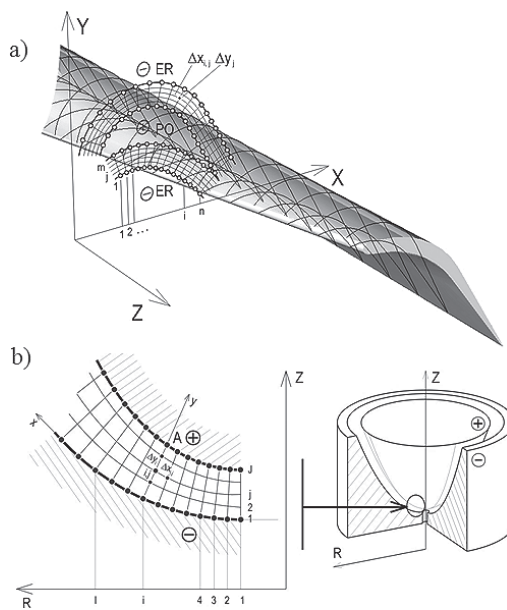
$$\text{sub} |T_{(i,j)k} - T_{(i,j)k-1}| < \epsilon T_j \quad (11)$$

gdzie: ϵT – założona dokładność obliczenia temperatury.

Do wyznaczenia pola prędkości, temperatury i gęstości prądu oraz grubości szczeliny międzyelektrodowej obliczono:

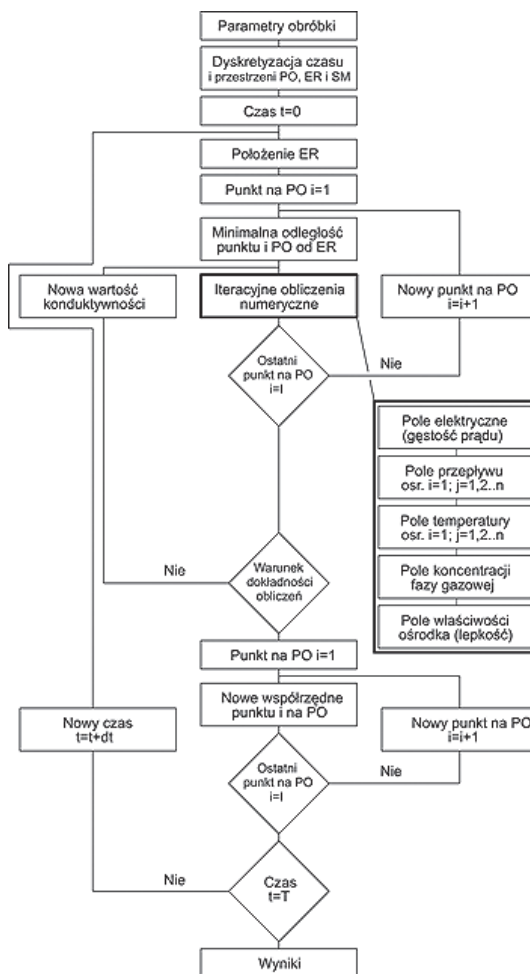
- konduktywność $\kappa(x)$ elektrolitu dla aktualnych wartości temperatury,
- koncentrację fazy gazowej $\beta(x)$,
- własności fizyczne ośrodka: lepkość $\mu(x)$ i gęstość $\rho(x)$,

Określono numerycznie nowe współrzędne punktów przedmiotu obrabianego (PO) w globalnym układzie współrzędnych prostokątnych, po czym zgodnie z algorytmem nastąpiło przejście do kolejnego kroku czasowego.



Rys. 2. Obszary przepływu elektrolitu pokryte siatką: a) dla łopatkki, b) dla powierzchni osiowosymetrycznej

Uproszczony algorytm rozwiązania modelu matematycznego przedstawiono na rys. 3.



Rys. 3. Algorytm rozwiązania modelu matematycznego

Projektowanie geometrii elektrody roboczej

Rozwiązanie przedstawionych powyżej równań umożliwia projektowanie kształtu elektrody roboczej przy zadanych kształtach począt-

kowych elektrody roboczej ERp i przedmiotu obrabianego POp oraz końcowego kształtu przedmiotu obrabianego PO.

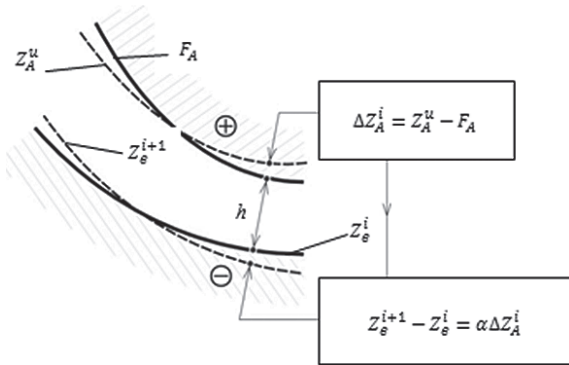
Porównanie wyników symulacji ewolucji kształtu przedmiotu obrabianego z i -tej iteracji POpI z kształtem końcowym PO pozwala na określenie końcowego kształtu elektrody roboczej (narzędzia) ER

Rozkład odchyłek kształtu (Rys. 4) można określić [Dąbrowski, 1992; Kozak, 1976; 1998] następująco:

$$\Delta Z_A^i = Z_A^u - F_A \quad (12)$$

Jeżeli: $\sup |\Delta Z_A^i| \leq \delta_E$ (13)

gdzie: δ_E – dopuszczalna odchyłka kształtu anody po symulacji komputerowej od kształtu zadanego anody.



Rys. 4. Schemat korekcji elektrody roboczej

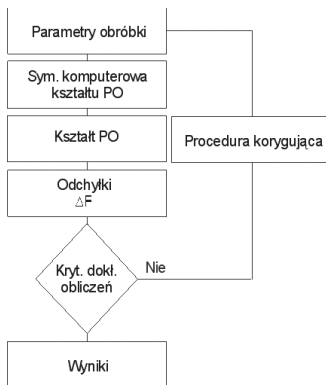
Jeżeli warunek (12) nie jest spełniony, przeprowadza się korekcję kształtu wykorzystując zależność korekcyjną [Dąbrowski, 1992], a mianowicie:

$$Z_e^{i+1} = Z_e^i + \alpha \Delta Z_A^i \quad (14)$$

gdzie: $0 < \alpha < 1$ – współczynnik korekcji wpływający na czas obliczeń, po którym osiągana jest zbieżność.

Wartość współczynnika wynika z eksperymentu numerycznego podczas testowania procedury korekcji.

Należy zaznaczyć, że procedura korekcji kończy obliczenia po spełnieniu warunku (13). Algorytm projektowania ER przedstawiono na rys. 5.



Rys. 5. Algorytm projektowania ER

Na rys. 6 przedstawiono przykładowe wyniki symulacji procesu projektowania elektrody roboczej (ER) dla powierzchni łopatkowej wirnikowej maszyny przepływowej i powierzchni obrotowej o zarysie kulistym. Symulacje przeprowadzono przyjmując parametry obróbki przedstawione w tab. 1.

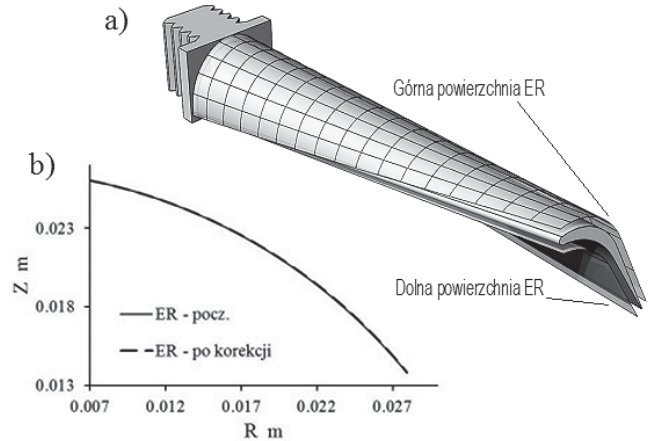
Tab. 1 Parametry obróbki ECM

Szczelina początkowa	0,2 mm
Prędkość ruchu posuwowego ER	0,0125 mm/s
Napięcie międzyelektrodowe	15 V
Materiał PO	WNL
Materiał ER	0H13N9

Podsumowanie

Z przedstawionych rysunków (tworzących elektrody roboczej ER podanych w globalnym układzie współrzędnych Z, R) wynika, że największe zmiany kształtu zauważalne są w przypadku projektowania elektrody roboczej o zakrzywionej powierzchni.

Dla elektrody w kształcie czaszy kulistej widoczny obszar korekcji powierzchni przypada na odcinek bliski wylotu cieczy ze szczeliny międzyelektrodowej (SM) (Rys. 6b).



Rys. 6. Wyniki symulacji: a) powierzchnie zaprojektowanych ER, b) tworzące elektrody roboczej ER w kształcie czaszy kulistej początkowe i po korekcji ($n = 800 \text{ obr} \cdot \text{min}^{-1}, f = 30 \text{ Hz}, A = 0,1 \text{ mm}$)

Należy stwierdzić, że wyznaczony kształt elektrody roboczej (ER) zależy zarówno od żądanej geometrii powierzchni obrabianej, jak i warunków obróbki, a więc technologii procesu ECM. Niedokładności w miejscach dużych krzywizn na powierzchni elektrody roboczej (ER) wynikają ze wzrostu błędów linearyzacji potencjału [Kozak, 1976; 1998].

LITERATURA

Dąbrowski L., 1992. *Podstawy komputerowej symulacji kształtowania elektrochemicznego*. Prace nauk., Mechanika nr 154. Wyd. Pol. Warszawskiej, Warszawa

Domanowski P., Kozak J., 2001. Inverse problems of shaping by electrochemical generating machining. *J. Mater. Proc. Tech.*, **109**, 347-353. DOI: 10.1016/S0924-0136(00)00826-8

Kozak J., 1976. *Kształtowanie powierzchni obróbką elektrochemiczną bezstykową (ECM)*. Prace nauk., Mechanika nr 41, Wyd. Pol. Warszawskiej, Warszawa

Kozak J., 1998. Mathematical models for computer simulation of electrochemical machining process. *J. Mater. Proc. Tech.*, **76**, 170-175. DOI: 1016/S0924-0136(97)00333-6

Paczkowski T., 2009. *Symulacja komputerowa obróbki ECM powierzchni kształtowych o zarysie krzywoliniowym*. Szkoła Naukowa Obróbek Erozyjnych (SNOE), nr 15, 77-88, Sekcja Podst. Tech., KBM, PAN, Warszawa

Paczkowski T., Sawicki J., 2004. Theoretical analysis of hydrodynamic machine blade electrochemical machining. *Adv. Manufact. Sci. Tech. – Postępy Technologii Maszyn*, **28**, nr 3, 57-71

Paczkowski T., Sawicki J., 2007. *Zagadnienie odwrotne w modelowaniu obróbki elektrochemicznej kształtowej* [w:] *Zagadnienia Mechaniki Stosowanej*, t. 1, Wyd. UTP, Bydgoszcz, 83-95

Paczkowski T., Sawicki J., 2008. Electrochemical machining of curvilinear surfaces. *Machining Sci. Tech.*, **12**, nr 1, 33-52. DOI: 10.1080/10910340701881433

Paczkowski T., Zdrojewski J., 2010. Electrode tool designing in the ECM machining for curvilinear surfaces. *J. Machine Eng. – Inżynieria Maszyn*, **10**, nr 1, 58-69

Sawicki J., 2008. *Obróbka ECM powierzchni kształtowych osiowo symetrycznych*. Szkoła Naukowa Obróbek Erozyjnych (SNOE), nr 14, 81-91, Sekcja Podst. Tech., KBM, PAN, Warszawa

Sawicki J., 2009. Modelowanie obróbki ECM powierzchni obrotowych. *J. Machine Eng. – Inżynieria Maszyn*, **14**, nr 2-3, 88-98

Sawicki J., 2010. Obróbka ECM krzywoliniowych powierzchni obrotowych. *Archive Mech. Tech. Autom. – Archiwum Technologii Maszyn i Automatyzacji*, **30**, nr 2, 39-50