

**Sławomir MICHALAK**  
POLITECHNIKA POZNAŃSKA

## Symulacja obwodu z kwantowaną przewodnością

Dr inż. Sławomir MICHALAK

Pracuje jako adiunkt w Katedrze Systemów Telekomunikacyjnych i Optoelektroniki na Wydziale Elektroniki i Telekomunikacji Politechniki Poznańskiej. W pracy naukowo-dydaktycznej zajmuje się zagadnieniami komputerowego wspomaganie projektowania i symulacji układów elektronicznych, tematyką pozyskiwania informacji z inteligentnych czujników pomiarowych oraz programowania komputerowych systemów pomiarowych w językach wyższego rzędu.



e-mail: [michalak@et.put.poznan.pl](mailto:michalak@et.put.poznan.pl)

### Streszczenie

W pracy przedstawiono model kwantowanej przewodności zrealizowany w środowisku symulacyjnym APLAC. Model kwantowanej przewodności oparty został na istniejących w programie modelach rezystora oraz przełącznika. Wykorzystano właściwości tych modeli odpowiednio modyfikując wartości ich parametrów tak, aby uzyskać efekt rozwierania styków i powstawania nanodrutów, oraz odwzorować zjawisko skokowej zmiany rezystancji (kwantowa zmiany przewodności). Przedstawiono wyniki symulacji komputerowej obwodu z zamodelowanym elementem zestyku o charakterze nanodrutu. Analizowano warunki zmiany charakteru układu pomiarowego z aperiodycznego w oscylacyjny.

**Słowa kluczowe:** kwantowanie przewodności, poziom kwantowy, nanodrut, modelowanie, symulacja, APLAC

## Simulation of circuit with quantized conductance

### Abstract

In this paper APLAC user model of quantized conductance was described. This model is based on resistor model and switch model included in APLAC. Proprieties of these models were modified to get an un-short contacts effect and simulate creating nanowire effect to show phenomenon quantum conductance. The simulation results of circuit with model of quantum conductance were described. Used model simulate quantum conductance effect, which can be observed between two metal wires during unclenching. Conditions of creating periodic and non-periodic character of circuit were studied.

**Keywords:** quantized conductance, quantum level, nanowire, modeling, simulation, APLAC

## 1. Wstęp

Efekt kwantowania przewodności możemy zarejestrować, np. na styku dwóch elektrod (drutów) - najlepiej złotych, gdyż nie zachodzi wtedy zjawisko utleniania powierzchni styku. Wprawiając taki układ elektrod w drgania mechaniczne, powodujemy, że kontakt między nimi będzie cyklicznie tworzony i niszczone, powstaną nanozłącza (nanodrutu). Przykładowo obserwowano zjawisko powstawania nanodrutów pomiędzy zestykami przekaźników lub przełączników mechanicznych [2].

Przewodność powstającego w czasie rozciągania nanodrutu zmienia się skokowo. Podczas rejestrowania procesu powstawania nanozłącza obserwuje się skokową zmianę konduktancji tworzonego (a raczej niszczonego) styku. Przewodność pojedynczego kanału jest równa tzw. kwantowi przewodności:

$$G_0 = \frac{2e^2}{h} \quad (1)$$

gdzie:

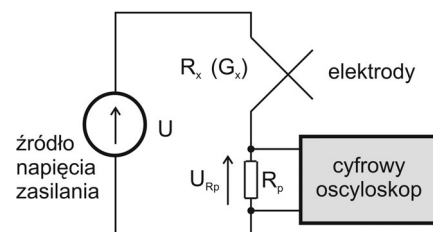
$e$  – ładunek elementarny ( $0,16021773 \cdot 10^{-18}$  C),  
 $h$  – stała Plancka ( $0,66260755 \cdot 10^{-33}$  Js).

Dla  $n$  otwartych kanałów wartość przewodności określona jest zależnością:

$$G_n = nG_0 = n \frac{2e^2}{h} \quad (2)$$

Odpowiadająca jej rezystancja:

$$R_n = \frac{1}{G_n} \quad (3)$$



Rys. 1. Układ pomiarowy  
Fig. 1. Measurement circuit

W układzie pomiarowym [8] przedstawionym na rysunku 1 rejestrowane jest napięcie na rezystorze pomiarowym  $R_p$ . Przewodność styku często przedstawia się w postaci wykresu czasowego przewodności  $G_x$  odniesionej do podstawowego kwantu przewodności  $G_0$ , przy czym zależność  $G_x/G_0$  wyznaczana jest jako:

$$\frac{G_x}{G_0} = \frac{1}{2R_p \left( \frac{U}{U_{Rp}} - 1 \right) \frac{e^2}{h}} \quad (4)$$

gdzie:

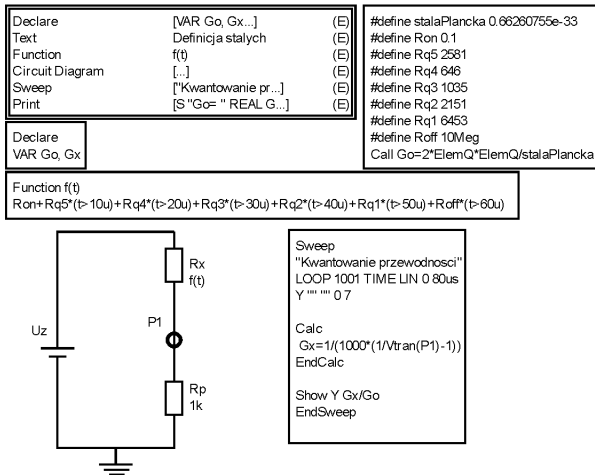
$G_x$  – przewodność zestyku,  
 $R_p$  – rezystor pomiarowy,  
 $U$  – napięcie zasilania,  
 $U_{Rp}$  – napięcie na rezystorze pomiarowym,  
 $e$  – ładunek elementarny ( $0,16021773 \cdot 10^{-18}$  C),  
 $h$  – stała Plancka ( $0,66260755 \cdot 10^{-33}$  Js).

## 2. Symulacja układu pomiarowego

Podczas rzeczywistych pomiarów wystąpienie i zarejestrowanie efektu powstania nanodrutu wymaga zazwyczaj wykonania kilku tysięcy prób. Symulacja efektu kwantowania przewodności w programie komputerowym umożliwia obserwację zjawiska z założonym przez użytkownika prawdopodobieństwem wystąpieniem efektu. Symulacje komputerowe przeprowadzono w środowisku APLAC [1]. Zastosowany model przewodności kwantowanej oparty został na istniejącym w programie modelu rezystora. Model kwantowanej przewodności można utworzyć również na bazie modelu przełącznika.

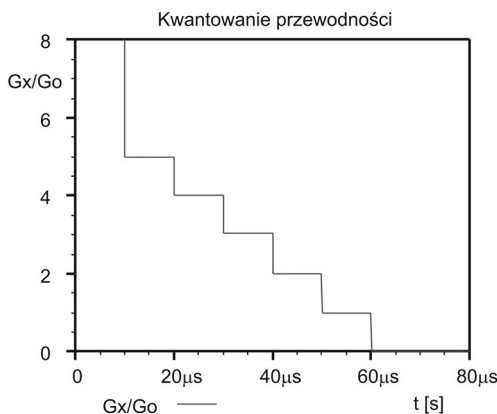
Model rezystora w programie APLAC (Rez) umożliwia wprowadzenie do symulacji elementu idealnego rezystora. Wartość parametru rezystora może zostać podana jako wartość rezystancji  $R$ , a także jako wartości przewodności  $G$ , lub admittancji  $Y$  oraz impedancji  $Z$  zapisanych w postaci liczby zespolonej. Model ten również posiada możliwość odwzorowania rzeczywistego re-

zystora, zawierającego dodatkowo pasywności: indukcyjność i pojemność. Parametry dodatkowe pozwalają na wprowadzenie wartości indukcyjności szeregowej  $L$  oraz równoległej pojemności  $C$ . Możliwe jest przypisanie początkowych wartości prądu  $I_0$  płynącego przez cewkę i napięcia  $U_C$  na kondensatorze [5]. Możliwość wprowadzenia wartości parametru bezpośrednio w postaci rezystancji  $R$  lub przewodności  $G$  została wykorzystana w utworzonym modelu przewodności kwantowej.



Rys. 2. Przykład programu symulacyjnego w środowisku APLAC  
 Fig. 2. An example of APLAC simulation program

Przykład programu symulacyjnego w środowisku APLAC przedstawiony został na rysunku 2. Element nanozłącza (rezystor  $R_x$ ) włączony jest w obwód pomiarowy zawierający źródło napięcia zasilania  $U_z$  (1 V) i rezystor pomiarowy  $R_p$  (1k $\Omega$ ). Podczas symulacji czasowej następuje skokowa zmiana rezystancji rezystora  $R_x$  (rozwarcie styków) i „mierzone” jest napięcie w punkcie pomiarowym P1 (spadek napięcia na rezystorze pomiarowym  $R_p$ ), a następnie wyznaczana jest wartość przewodności. Skokowa zmiana rezystancji wprowadzona została do modelu rezystora jako funkcja zmian wartości rezystancji w czasie [4]. Ponieważ model rezystora umożliwia wprowadzenie wartości konduktancji możliwe jest również przypisanie podobnej funkcji zmian konduktancji. Wykres na rysunku 3 pokazuje uzyskany efekt „pomiaru” skokowej zmiany przewodności przedstawiony jako zależność  $G_x/G_0$ .

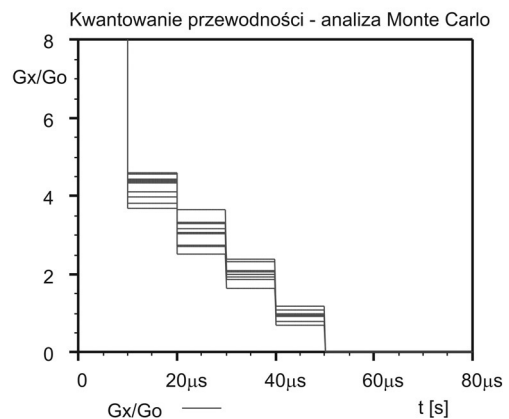


Rys. 3. Wynik symulacji  
 Fig. 3. Result of simulation

Efekt skokowej zmiany rezystancji (konduktancji) można również symulować wykorzystując model przełącznika - SCSwitch. Określenie odpowiedniej funkcji czasowej parametrów rezystancji zwarcia i rezystancji rozwarcia styku przełącznika umożliwia uzyskanie podobnego efektu skokowej zmiany rezystancji.

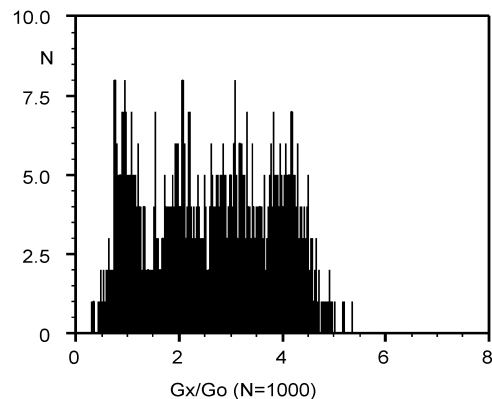
### 3. Prawdopodobieństwo wystąpienia poziomów kwantowych

Podczas rzeczywistych pomiarów wystąpienie i zarejestrowanie poszczególnych poziomów przewodności związane jest z funkcją prawdopodobieństwa. Histogram tworzony na podstawie rejestrowanych wyników pokazuje rozkład prawdopodobieństwa wystąpienia poszczególnych poziomów przewodności w tworzonych nanodrutach [6]. W przypadku symulacji komputerowej wprowadzenie do modelu parametru tolerancji wartości rezystancji lub przewodności umożliwia ilustrację prawdopodobieństwa wystąpienia określonego poziomu kwantowego z wykorzystaniem dostępnych analiz statystycznych. Podczas analizy Monte Carlo przeprowadzana jest symulacja z losowo wybranymi wartościami przewodności zadeklarowanego modelu. Rysunek 4 przedstawia wynik symulacji wystąpienia odpowiednich poziomów z uwzględnieniem zadanej wartości tolerancji dla odpowiedniej wartości przewodności.



Rys. 4. Wyniki analizy statystycznej dla 4 poziomów kwantowania  
 Fig. 4. Results of statistical analysis for 4 quantum levels

Rysunek 5 przedstawia histogram ilustrujący prawdopodobieństwo wystąpienia danego poziomu kwantowej przewodności. Wyniki symulacji przedstawiono dla 4 poziomów.

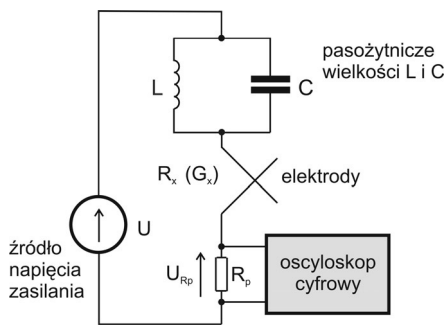


Rys. 5. Histogram dla 4 poziomów kwantowania  
 Fig. 5. Histogram for 4 quantum levels

### 4. Symulacja stanów przejściowych

Pojawienie się w układzie pomiarowym dodatkowych indukcyjności i pojemności powoduje powstanie przeładowań energii podczas skokowej zmiany przewodności. Obecność w układzie pomiarowym tych wielkości ma zazwyczaj charakter pasywny i związany z istnieniem dodatkowych indukcyjności i pojemności (np. pojemność połączeń montażowych, pojemność i indukcyjność dołączonej sondy pomiarowej) [9]. W przeprowadzonych symulacjach sprawdzono warunki, przy których wy-

stępuje obserwowana w pomiarach rzeczywistych zmiana charakteru obwodu z aperiodycznego na oscylacyjny (rys. 6).



Rys. 6. Układ pomiarowy uwzględniający wielkości L i C  
Fig. 6. Measurement circuit including L and C

W pracy [7] przeprowadzono analizę stanów nieustalonych w obwodzie i określono warunek powstania oscylacji:

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{1}{4C^2R^2}} > 0 \quad (5)$$

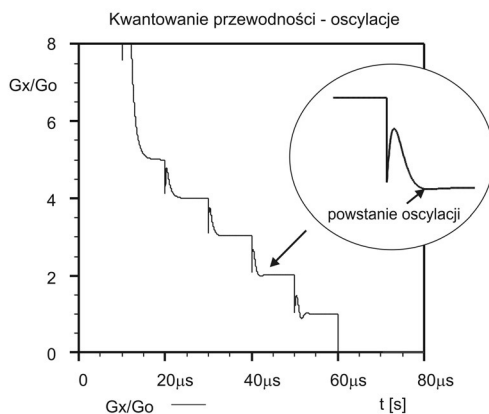
stąd:

$$R = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (6)$$

gdzie:

$R = R_x + R_p$  – rezystancja obwodu, suma rezystancji styku i rezystora pomiarowego,  
 $L, C$  – indukcyjność i pojemność obwodu.

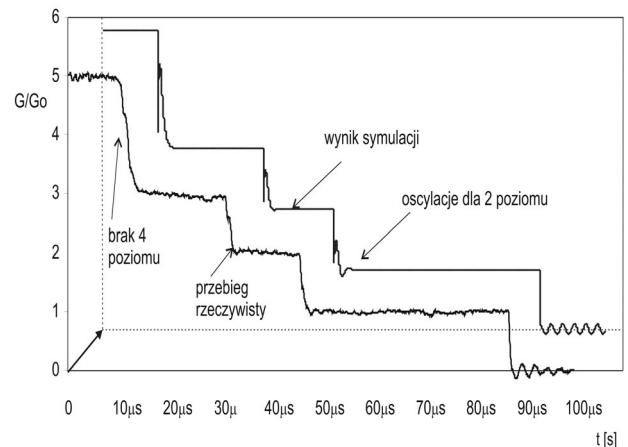
Parametry symulacji dobrano tak, aby zaobserwować powstanie 5 poziomów kwantowych. Dobierając wartości  $L$  i  $C$  można symulować wystąpienie oscylacji na zadanym poziomie kwantowym. Przykładowo, aby symulować powstanie oscylacji na drugim poziomie dobrano, zgodnie z warunkiem (6), wartości pojemności i indukcyjności. Przyjęto  $L = 4$  mH,  $C = 30$  pF. Wyznaczona wartość rezystancji, przy której wystąpią oscylacje wynosi  $R = 5774 \Omega$ . Zgodnie z zależnością (3) odpowiada to rezystancji obwodu między 2 i 3 poziomem. Wyniki symulacji potwierdzają zmianę charakteru obwodu z aperiodycznego na oscylacyjny na drugim poziomie kwantowym (rys. 7) [3].



Rys. 7. Efekt symulacji – powstanie oscylacji dla 2 poziomu kwantowego  
Fig. 7. Simulation results – oscillations for 2-nd quantum level

Wykres przykładowego przebiegu rzeczywistego zarejestrowanego podczas pomiarów przedstawiono na rysunku 8. Dla tego przypadku zaobserwowano brak (pominięcie) 4 poziomu kwantowego oraz wystąpienie oscylacji dla pierwszego i dla drugiego poziomu kwantowego. Stany kwantowe przyjmowane są w różnych chwilach czasowych. Na tym samym rysunku przedstawiono wynik symulacji komputerowej (dla lepszej ilustracji wykres

przesunięty został w osi x i y). Parametry modelu oraz warunki symulacji zostały dobrane tak, aby jak najlepiej odzwierciedlić rzeczywisty przebieg.



Rys. 8. Przebieg zarejestrowany podczas pomiarów i wynik symulacji  
Fig. 8. Chart registered during experiment and simulation result

## 5. Podsumowanie

Jedną z cech środowiska symulacyjnego APLAC jest możliwość modyfikowania parametrów wbudowanych modeli elementów, tworzenie nowych modeli w oparciu o istniejące oraz definiowanie funkcji i przypisywanie ich jako parametry. Właściwości te zostały wykorzystane w symulacjach zjawiska kwantowej zmiany przewodności. Zarówno model oparty na modelu rezystora, jaki i na modelu przełącznika umożliwia uzyskanie charakterystyk ilustrujących zjawisko kwantowej zmiany przewodności zachodzące w trakcie tworzenia się nanodrutów. Podczas skokowej zmiany przewodności zmienia się charakter obwodu pomiarowego z aperiodycznego na oscylacyjny. Przedstawione wyniki symulacji obwodu RLC z kwantowaną przewodnością pokazują, że w zależności od doboru parametrów, obwód taki może mieć charakter aperiodyczny lub oscylacyjny, również charakter obwodu może zmienić się w czasie kształtowania się złącza (rozwierania styku). Występująca w obwodzie kwantowana rezystancja jest wielkością stratną, energia zgromadzona w obwodzie LC wytraca się na tej rezystancji, co powoduje powstanie oscylacji. Warunkiem powstania oscylacji na danym poziomie kwantowym jest spełnienie warunku oscylacji i odpowiednio wartości rezystancji pomiarowej oraz indukcyjności i pojemności.

## 6. Literatura

- [1] APLAC 7.51 Reference Manual, Programming, Analysis and Optimization, vol.1, Aplac Solutions Corporation, Espoo, Finland, 2000.
- [2] Hansen K Quantized conductance in relays, Phys. Rev. B, vol. 56, 1997, s. 2208.
- [3] Michalak S., Pająkowski J., Symulacja stanów przejściowych w obwodach z kwantowaną przewodnością, Elektronika, nr 5, 2006, s. 12-14.
- [4] Michalak S., Model przewodności kwantowanej w programie APLAC, Elektronika, nr 5, 2006, s. 36-38.
- [5] Michalak S., Symulacja układów elektronicznych w środowisku APLAC, WPP, Poznań, 2005.
- [6] Nawrocki W., Wawrzyniak M., Zjawiska kwantowe w metrologii elektrycznej, WPP, Poznań, 2003.
- [7] Pająkowski J., Nawrocki W., Wawrzyniak M., Stany nieustalone w obwodach z kwantowaną rezystancją, Elektronizacja, nr 3, s. 19-21, 2002.
- [8] Wawrzyniak M., System pomiarowy do badania trwałości nanodrutów, Elektronizacja, nr 9, 2001, s. 8-10.
- [9] Wawrzyniak M., Pająkowski J., System pomiarowy do badania stanów nieustalonych w obwodach z QPC, Pomiar Automatyka Kontrola, nr 7/8, 2002, s.113-116.