

◆◆◆◆ ORIGINALNE PRACE ◆◆◆◆ I PRZYCZYNKI

Krzysztof KOŻUCHOWSKI

STOWARZYSZENIE KLIMATOLOGÓW POLSKICH

Joanna WIBIG

UNIWERSYTET ŁÓDZKI, WYDZIAŁ NAUK GEOGRAFICZNYCH

WYBRANE CHARAKTERYSTYKI STATYSTYCZNE ZMIENNOŚCI WSKAŹNIKA NAO WEDŁUG HURELLA (1864-2019)

SELECTED STATISTICAL CHARACTERISTICS OF NAO INDEX VARIATION ACCORDING TO HURELL (1864-2019)

Wstęp

Indeks NAO Hurrella, jako wskaźnik nasilenia pozytywnych i negatywnych faz Oscylacji Północnoatlantyckiej, charakteryzuje się naturalną zmiennością związaną z funkcjonowaniem Oscylacji. Wyróżnia się zwłaszcza zmienność wartości indeksu w następujących po sobie kolejnych sezonach zimowych (DJFM). W 156-letnim ciągu indeksów NAO z okresu 1864-2019 odnotowano jedynie dwa przypadki równych wartości w kolejnych latach (1906/1907 oraz 1918/1919). Minimum indeksu (-4,89) zaobserwowano w 1969 r.¹, w okresie rozwiniętej negatywnej fazy NAO z ujemnymi wartościami indeksu w latach 1968-1971. Maksimum (+5,08) wystąpiło w 1989 r. podczas pozytywnej fazy NAO z dodatnimi indeksami od 1988 do 1995 r. Można tu postawić pytanie o powtarzalność tego rodzaju zbieżności niskich i wysokich wartości indeksu, a w konsekwencji o ich bezwładność i formowanie się wieloletnich zmian indeksu, tzw. epok cyrkulacyjnych. Z drugiej strony można w zbiorze obserwowanych wartości indeksu wyróżnić aspekty mające charakter losowej, stochastycznej zmienności.

Niniejszy artykuł przedstawia wyniki kilku prób statystycznej charakterystyki krótkoterminowej (w skali rok do roku) oraz wieloletniej (>10-letniej) zmienności indeksu NAO Hurrella w okresie 1864-2019 i stanowi uzupełniającą kontynuację ich opisu przedstawionego w opracowaniu Kożuchowski i Wibig (2021).

Podobnie jak w tamtym opracowaniu, tak i tutaj wykorzystujemy szereg czasowy średnich sezonowych (DJFM) wartości indeksu NAO według Hurrella z okresu 1864-

¹ 1969 r. oznacza sezon zimowy D 1968, JFM 1969 – wartości niemianowane oznaczają liczbę „jednostek NAO” według definicji wskaźnika oscylacji Hurrella. Analogiczne zapisy w dalszej części artykułu.

2019. Dane pochodzą ze zbioru Hurrell Station Based DJFM NAO Index² (Lisbon-Stykkishólmur/Reykjavik-Iceland).

Analizowano przede wszystkim zmiany indeksu NAO następujące rok po roku. Wyróżniono zmiany $\Delta_{i-1} = \text{NAO}_i - \text{NAO}_{i-1}$ oraz zmiany $\Delta_{i+1} = \text{NAO}_{i+1} - \text{NAO}_i$ (i oznacza numer kolejny wartości zmiennych w szeregu czasowym). Badano w różny sposób wielkość oraz częstość występowania określonych wartości Δ_i . W szczególności analizowano związki między zmianami Δ_{i-1} oraz Δ_{i+1} i odpowiadającymi im aktualnymi (bieżącymi) wartościami indeksu NAO_i . Dokonano próby określenia następstwa wartości indeksu, tj. związków między NAO_{i+1} i NAO_i . Przedstawiono także zależność średnich wartości NAO_{i+1} oraz NAO_{i-1} od bieżącej wartości NAO_i .

Ze względu na znaki zmian Δ_{i-1} i Δ_{i+1} wyróżniono formy sekwencji tych znaków, a z uwagi na charakterystyczne i dominujące w szeregu czasowym sekwencje zmian różnokierunkowych (+/- i -/+) zastosowano wskaźnik nasilenia takich zmian $\text{ICD} = \frac{1}{2} (\Delta_{i+1} - \Delta_{i-1})$. W analizie frekwencji indeksu NAO i jego zmian Δ_i wykorzystano porównania z rozkładem normalnym i rozkładem dwumianowym. Podstawę większości wniosków stanowiły proste statystyki, których określenia przedstawiono w dalszej części artykułu.

Biorąc pod uwagę znaną z innych badań hipotezę o stochastycznym charakterze zmienności indeksu NAO (Stephenson i in. 2000; Visbeck i in. 2001; Ostermeier, Wallace 2003), w analizowanym szeregu czasowym NAO (1864-2019) poszukiwano m.in. statystycznych sygnałów, które mogą pozostawać w opozycji do tej hipotezy.

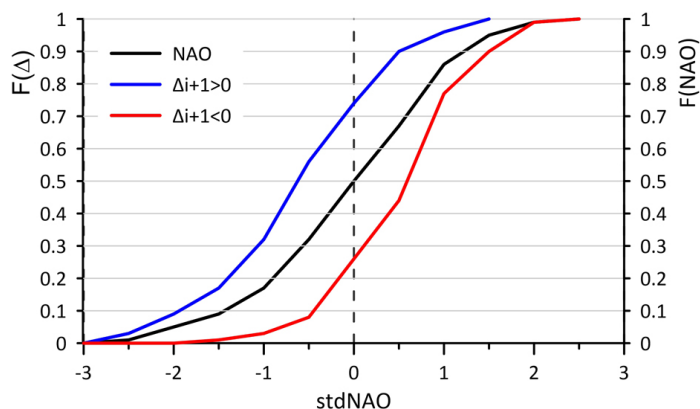
Ogólnym celem prezentowanego tu opracowania jest określenie mało na razie jeszcze znanych struktur (systemów) zmienności indeksu NAO, formujących się w zbiorze jego obserwowanych wartości z wielolecia 1864-2019.

Częstość, formy i asocjacja zmian

Zmiany indeksu NAO następujące w kolejnych sezonach zimowych (DJFM) są negatywnie i znacząco skorelowane; w szeregu czasowym po przyrostach wartości indeksu następują najczęściej jego spadki (i odwrotnie). W całej serii czasowej 1864-2019 obserwowana liczba przyrostów NAO równa jest liczbie spadków. Średnia częstość przyrostów, jak i częstość spadków wynosi więc 0,5. Jest to pewna charakterystyczna właściwość zmienności NAO. Średnia wartość bezwzględnej zmiany NAO równa jest 2,03. Blisko połowa (43%) obserwowanych zmian indeksu z roku na rok wiąże się z przekroczeniem poziomu średniej wieloletniej wartości indeksu (0,21 NAO). Tyle samo, w przybliżeniu, wynosi częstość zmian ujemnych wartości indeksu (fazy negatywne) na dodatnie (fazy pozytywne) i faz pozytywnych na fazy negatywne.

Rozkłady częstości przyrostów i spadków indeksu, podobnie jak i rozkład wartości indeksu NAO nie różnią się istotnie od rozkładu normalnego. Dystrybuanty tych rozkładów przedstawiono na rysunku 1.

² https://climatedataguide.uncar.edu/sites/default/files/nao_station_djfm.txt



Rys. 1. Dystrybuanty frekwencji przyrostów ($\Delta_{i+1} > 0$) i spadków ($\Delta_{i+1} < 0$) w zależności od NAO_i (według przedziałów $\frac{1}{2}$ std. NAO_i) oraz dystrybuanta frekwencji NAO_i .

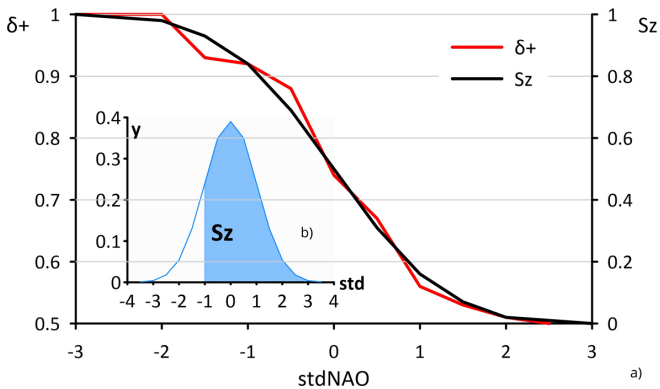
Fig. 1. Frequency distribution of increases ($\Delta_{i+1} > 0$) and decreases ($\Delta_{i+1} < 0$) depending on NAO_i (according to $\frac{1}{2}$ std. NAO_i) and frequency distribution function NAO_i .

Dystrybuanty liczebności przyrostów i spadków NAO znacznie się między sobą różnią: można ocenić, że połowa obserwowanych przyrostów mieści się w przedziale $NAO_i < -0,94$ NAO, połowa liczby spadków przypada na przedział $NAO_i > 1,44$ NAO. Na wartości NAO_i niższe od mediany ($NAO_i < 0,28$ NAO) przypada $\frac{3}{4}$ obserwowanych przyrostów i $\frac{1}{4}$ spadków indeksu NAO. Ujawnia się tu zależność frekwencji ujemnych i dodatnich zmian indeksu od aktualnej wartości indeksu (NAO_i). Po wysokich wartościach indeksu częściej następują spadki, a po niskich wartościach NAO częściej pojawiają się przyrosty. Ta prosta zależność ma swoje dalsze konsekwencje w postaci rozkładu częstości określonych zmian oraz asocjacji zmian pozytywnych i negatywnych.

Względna częstość pozytywnych zmian zmniejsza się znacząco wraz ze wzrostem NAO_i (oczywiście równoległe rośnie częstość spadków NAO) (rys. 2a). W zakresie $NAO_i < -2$ std NAO (tj. $\leq -3,6$ NAO) obserwuje się wyłącznie przyrosty indeksu w następnym roku ($\delta^+ = 1$), przy wyższych wartościach indeksu częstość przyrostów zmniejsza się do średniego poziomu (0,5) dla $NAO_i > 2,5$ std NAO (tj. $\geq 4,6$ NAO). Liczba przyrostów spada do zera już w zakresie $NAO_i \geq 1,5$ NAO.

Frekwencja zmian indeksu δ (tu: przyrostów δ^+) ściśle wiąże się z częścią powierzchni pod krzywą rozkładu normalnego (Sz), wyznaczoną przez położenie standaryzowanej wielkości NAO_i . Jako wyjaśnienie na rysunku 2b zaznaczono powierzchnię Sz odpowiadającą std. $NAO_i = -1$. (w tym przypadku zakreślona powierzchnia Sz wyznacza prawdopodobieństwo przyrostów indeksu $p^+ = 0,84$). Krzywe obrazujące obserwowaną frekwencję przyrostów NAO (δ^+) i wielkość powierzchni określającej „przestrzeń” prawdopodobnych przyrostów (Sz) najwyraźniej pokrywają się (zob. rys. 2a). Aproksymacją związku zmiennych Sz i δ^+ może być wyrażenie: $\delta^+ \approx 0,5 + Sz/2$.

Zbieżność frekwencji zmian i powierzchni Sz wskazuje, że z aktualną wartością NAO_i wiąże się określone prawdopodobieństwo wystąpienia przyrostów/spadków NAO w na-



Rys. 2. (a) Względna częstość przyrostów indeksu NAO (δ^+) – kumulowane częstości (f) przyrostów Δ_{i+1} w zależności od wartości std. NAO_i oraz powierzchnie pod krzywą rozkładu normalnego w zależności od odchylenia standardowego (Sz) $\delta^+ = f(\Delta_i > 0)/n_i$.

(b) Współrzędne y gęstości rozkładu normalnego $N(0,1)$ jako funkcja odchylenia standardowego Std. Zaznaczono pole odpowiadające Sz – prawdopodobieństwu wystąpienia wartości większych od -1 odchylenia standardowego w rozkładzie normalnym.

Fig. 2. (a) Relative frequency of increases of the NAO index (δ^+) – cumulative frequencies (f) of increases Δ_{i+1} depending on std NAO_i values and areas under the normal distribution curve depending on a standard deviation (Sz) $\delta^+ = f(\Delta_i > 0)/n_i$. (b) The y-coordinates of the density of normal distribution $N(0,1)$ as a function of standard deviation Std. The area corresponding to Sz – the probability of occurrence of values greater than -1 standard deviation in the normal distribution has been marked.

stępnym roku. Warto zauważyć, że wraz z każdym przyrostem NAO_i zmniejsza się prawdopodobieństwo przyrostu indeksu w kolejnym roku, zaś spadek indeksu pociąga za sobą wzrost tego prawdopodobieństwa. Wynika stąd tendencja, zgodnie z którą bardziej prawdopodobne są sekwencje zmian Δ_i i Δ_{i+1} o różnych znakach niż sekwencje powtarzania się po sobie dwóch przyrostów czy dwóch spadków indeksu. Działanie tej tendencji potwierdzają dane obserwacyjne – w szeregu czasowym indeksu NAO występuje asocjacja kolejnych, różnokierunkowych zmian $\Delta_{i-1} < 0$ i $\Delta_{i+1} > 0$ oraz $\Delta_{i-1} > 0$ i $\Delta_{i+1} < 0$.

Tabela 1 prezentuje rozkład frekwencji czterech form sekwencji zmian reprezentowanych przez pary kolejnych różnic $\Delta_{i-1}, \Delta_{i+1}$ w szeregu czasowym. Forma a oznacza wzrost indeksu następujący po wzroście, forma b – spadek po wzroście, forma c – wzrost po spadku, forma d – spadek po spadku (Δ_{i-1} oznacza różnicę $NAO_i - NAO_{i-1}$, Δ_{i+1} – różnicę $NAO_{i+1} - NAO_i$). Trzeba dodać, że określono w ten sposób różnice Δ_i względem wszystkich wartości NAO_i w całym szeregu czasowym, tzn. w kolejnych parach drugi składnik formy zmian (Δ_{i+1}) powtarza się jako pierwszy składnik (Δ_{i-1}) następnej pary.

Tablica zawiera także miary statystycznej asocjacji pozytywnych i negatywnych zmian Δ_{i-1} i Δ_{i+1} . Współczynniki asocjacji są ujemne i statystycznie istotne na poziomie $\alpha = 0,05$, co potwierdza charakterystyczną i dominującą zbieżność różnokierunkowych zmian indeksu NAO.

Tabela 1. Asocjacja frekwencji i natężenia zmian z roku na rok indeksu NAO. Częstości zgodnych (a,d) i niezgodnych (b,c) znaków zmian Δ_{i-1} i Δ_{i+1} oraz współczynniki asocjacji: Q – współczynnik zbieżności wg Yule i Kendall, Φ – współczynnik kontyngencji, K – względna różnica zmian $b+c$ i $a+d$, z – ocena istotności współczynników Q i Φ (dalsze objaśnienia w tekście).

Table 1. Association of frequency and intensity of changes from year to year of the NAO index. Frequencies of consistent (a,d) and nonconsistent (b,c) signs of changes Δ_{i-1} and Δ_{i+1} and coefficients of association: Q – convergence coefficient according to Yule and Kendall, Φ – contingency coefficient, K – relative difference of changes $b+c$ and $a+d$, z – assessment of significance of Q and Φ (further explanations in the text).

Znaki zmian Signs of changes		Frekwencja zmian NAO (f) Frequency of the NAO changes (f)		Natężenie zmian NAO (f') Intensity of the NAO changes (f')		Frekwencja losowa f_0 Random frequency f_0	
		Δ_{i+1}		Δ_{i+1}		Δ_{i+1}	
		<0	>0	<0	>0	<0	>0
Δ_{i-1}	>0	0,18 (a)	0,32 (b)	0,13 (a)	0,32 (b)	0,18 (a)	0,34 (b)
Δ_{i-1}	<0	0,33 (c)	0,17 (d)	0,38 (c)	0,17 (d)	0,32 (c)	0,17 (d)
Współczynniki asocjacji Asociacion coefficients							
Q		-0,55		-0,71		-0,57	
Φ		-0,29		-0,40		-0,31	
test z		-3,61		-5,01		-3,88	
K		0,30		0,41		0,31	

Dane w tabeli 1 wskazują, że po wzroście indeksu w kolejnym roku najczęściej następuje spadek jego wartości (32% przypadków), po spadku – przychodzi wzrost (33% przypadków). Zmiany różnokierunkowe stanowią zatem około 2/3 przypadków obserwowanych sekwencji, co z kolei odpowiada wspomnianej wyżej tendencji kształtowania się wzrastającego prawdopodobieństwa sekwencji zmian Δ_i i Δ_{i+1} o różnych znakach.

Warto też zauważyć, że sekwencje znaków zmian w ciągu liczb losowych, reprezentujących standaryzowane wartości rozkładu normalnego nie różnią się znacząco od stwierdzonych sekwencji zmian występujących w obserwowanym szeregu czasowym NAO. Należałoby więc uznać, że charakterystyczna zbieżność różnokierunkowych zmian indeksu jest stochastycznym aspektem zmienności NAO.

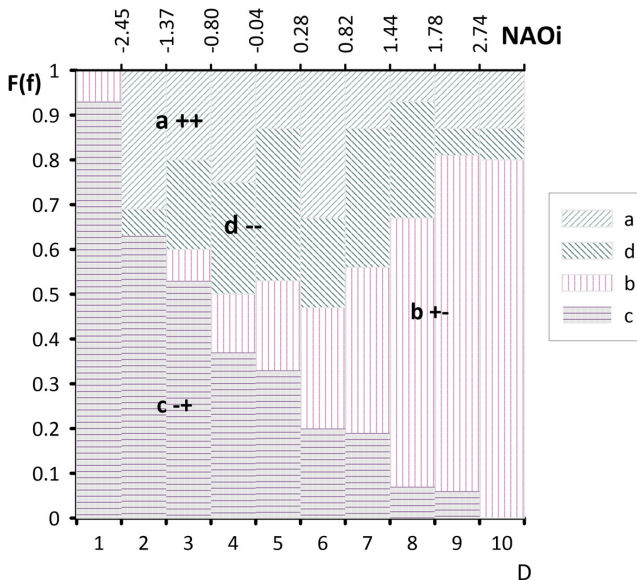
Negatywna asocjacja frekwencji zmian zaznacza się jeszcze silniej w odniesieniu do wielkości tych zmian. Obliczono sumy bezwzględnych zmian indeksu $|\Delta_i|$, odpowiadające każdej z czterech sekwencji a, b, c, d. Wyznaczono następnie „frekwencje” (f') zmian a, b, c i d, proporcjonalne do wielkości tych sum. Tak policzone „natężenie” zmian (f') okazuje się największe w przypadku zmian o przeciwnych znakach, w szczególności przyrostów indeksu następujących po jego spadkach (forma c: 38% przypadków, tab. 1). Można przypuszczać, że zwiększona frekwencja formy c, mierzona wielkością zmian tej formy stanowi sygnał pewnej osobliwości (zaburzenia?) w symetrycznym rozkładzie asocjacji zmian indeksu.

Indeks NAO i struktura sekwencji znaków jego zmian

Sprawdzono, jak układają się częstości następstwa znaków zmian Δ_{i-1} i Δ_{i+1} względem wartości indeksu NAO_i . Wyróżnione cztery sekwencje (formy) przyporządkowano wartości NAO_i reprezentującej określony decyl rozkładu indeksów i policzono częstości form a, b, c i d w zakresie przedziałów NAO_i wyznaczonych przez decyle.

Częstość występowania wyróżnionych form zmian indeksu prezentuje charakterystyczną strukturę związaną z poziomem indeksu NAO (rys. 3). Najniższym wartościom indeksu (decyl 1., $NAO_i < -2,45$) towarzyszą wyłącznie zmiany o przeciwnych znakach: głównie forma c, ale też, w niewielkim stopniu, forma b. Najwyższe wartości NAO_i (10. decyl, $NAO_i > 2,74$) są związane najczęściej ze zmianami formy b, ale też d i a, czyli z powtarzającymi się z roku na rok spadkami lub przyrostami indeksu.

Warto szczególną uwagę zwrócić na zmiany o przeciwnych znakach (formy b, c), które jak stwierdziliśmy wyżej stanowią dominujące formy krótkoterminowej zmienności indeksu. Największą frekwencję tych form obserwujemy zarówno przy wysokich, jak i niskich wartościach indeksu. Można jednak zauważyć pewną asymetrię rozkładu tej frekwencji. Ponadprzeciętna frekwencja zmian b+c (tj. $\Sigma f \Rightarrow 0,65$) pojawia się jedynie w zakresie 1. decyla NAO_i , ale zarazem obejmuje też szeroki zakres wartości $NAO_i > 1,44$ (8., 9. i 10. decyl). Skrajnie niskie indeksy NAO_i w ogromnej części przypadków skutkują przyrostem indeksu w kolejnym roku, podczas gdy skłonność do spadku in-



Rys. 3. Rozkłady częstości czterech form (sekwencji) zmian indeksu NAO w kolejnych latach (a ++, b + -, c - +, d - -) w zależności od decyli NAO_i .

Fig. 3. Frequency distributions of four forms (sequences) of changes in the NAO index in subsequent years (a ++, b + -, c - +, d - -) depending on NAO_i deciles.

Tabela 2. Średnie bezwzględne wartości zmian $|\Delta_{i-1} + \Delta_{i+1}|$, względne różnice między frekwencją różnokierunkowych i jednokierunkowych zmian indeksu (k), semiwariancja tych zmian (γ) oraz średnie iloczyny $\Delta_{i-1} \Delta_{i+1}$ według decyli NAO_i oraz w zakresie NAO_i > mediany (6.-10. decyl) i NAO_i < mediany (1.-5. decyl).

Table 2. Mean absolute values of changes $|\Delta_{i-1} + \Delta_{i+1}|$, relative differences between the frequency of multidirectional and unidirectional changes in the index (k), semivariance of these changes (γ) and average product by NAO_i deciles and within the range NAO_i > median (6th-10th decile) and NAO_i < median (1st-5th decile).

Decyle/Decile NAO _i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1-10
$ \Delta_{i-1} + \Delta_{i+1} $	3,20	2,69	1,89	1,50	1,41	1,71	1,70	1,64	1,70	2,88	2,03
	2,14					1,93					
k	1,00	0,25	0,20	0,00	0,07	-0,07	0,13	0,33	0,62	0,60	0,31
	0,30					0,32					
γ	26,96	12,62	5,85	3,34	3,67	3,66	7,03	4,78	9,48	19,96	9,69
	10,36					8,96					
$\Delta_{i-1} \Delta_{i+1}$	-12,61	-3,50	-0,92	0,42	-0,57	0,54	-1,79	-1,01	-4,30	-7,16	-3,09
	-3,44					-2,74					

deksu w przypadku jego wysokich wartości nie jest tak wielka. Inną osobliwością jest przypadek 6. decyla NAO_i, z którym związana jest przewaga ($\Sigma f = 0,53$) jednoimiennych kolejnych zmian z roku na rok (formy a i d). Frekwencja tych form sekwencji zmian ma także asymetryczny rozkład – osiąga ona ponadprzeciętny poziom w zakresie od 2. do 7. decyla NAO_i (rys. 3).

Nie można wykluczyć, że asymetrie, o których tu mowa, mogą być zdeterminowane działaniem odmiennych czynników kształtujących funkcjonowanie cyrkulacji atmosferycznej w warunkach wysokich i niskich indeksów Oscylacji Północnoatlantycznej. Skrajnie niskie indeksy oznaczają „załamanie” cyrkulacji strefowej i stanowią znaczącą anomalię jej „normalnego” układu, tj. funkcjonującej z mniejszym bądź większym nasileniem cyrkulacji strefowej. Ta jakościowa zmiana warunków cyrkulacyjnych znajduje swoje odzwierciedlenie w wybranych statystykach zmienności indeksu, ukazujących zarazem jej deterministyczne aspekty.

Przykładem mogą tu być wartości wskaźnika k, określającego różnicę między frekwencją zmian form a i d oraz frekwencją zmian form b i c w stosunku do całkowitej liczebności zmian (n):

$$k = [(b + c) - (a + d)]/n$$

W tabeli 2 zamieszczono wartości wskaźnika k jako funkcji indeksu NAO_i, reprezentowanego przez decyle tego indeksu. Podano ponadto średnie iloczyny zmian $\Delta_{i-1} \Delta_{i+1}$, które – poza oceną wielkości tych zmian – informują o ich znakach: jednakowym znakiem kolejnych zmian odpowiadają dodatnie wartości iloczynu, różnym znakom – wartości ujemne.

Podobnie jak w przypadku wskaźnika k , iloczyny $\Delta_{i-1}\Delta_{i+1}$ wskazują na względną równowagę różnych form zmienności indeksu, związaną z jego przeciętnymi wartościami, zwłaszcza w zakresie 4.-6. decyla. Występują tu zarówno ujemne wartości wskaźnika k , jak i dodatnie wartości iloczynów $\Delta_{i-1}\Delta_{i+1}$. Znacznymi ujemnymi wartościami iloczynów wyróżniają się natomiast skrajne decyle NAO, zwłaszcza decyl 1. Średnia wartość sumy bezwzględnych różnic Δ_{i-1} i Δ_{i+1} osiąga maksimum także w zakresie 1. decyla. Wskaźnik $k = 1$ dowodzi, że sekwencje zmian należą tu do form b lub c (tab. 2).

Semiwariancja zmian

Wielkość i zróżnicowanie następujących po sobie zmian Δ_i znajduje również odzwierciedlenie w statystyce określanej jako semiwariancja (γ) (Goovaerts 1997, za: Stach 2002):

$$\gamma = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n (\Delta_{i+1} - \Delta_{i-1})^2$$

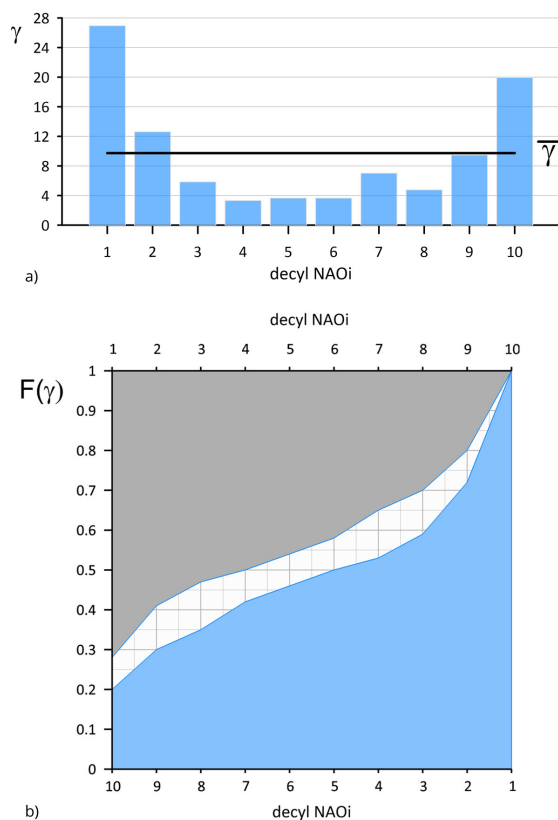
Warto tu podkreślić, że bezwzględna różnica między zmianami Δ_{i+1} i Δ_{i-1} powiększa się w przypadku różnych znaków Δ_{i+1} i Δ_{i-1} . Statystyka γ jest więc szczególnie czuła na obecność zmian formy b i c. Wartości semiwariancji, związane z kolejnymi decylami wartości indeksu NAO_i, przedstawiono w tabeli 2, a także na rysunku 4, gdzie zamieszczono również kumulowane wartości semiwariancji, ukazujące jej asymetryczny jej rozkład w odniesieniu do decyli NAO_i.

Rysunek 4 obrazuje nasilenie zmienności indeksu w zakresie jego najniższych i najwyższych wartości, ale także wyraźną asymetrię przebiegu statystyki γ w zależności od NAO_i. Asymetria ta ujawnia się m.in. w przebiegu kumulowanych wartości γ , liczonych kolejno od 1. do 10. decyla, a następnie od 10. do 1. decyla NAO_i (dolny panel na rysunku 4). Można uznać, że obie dystrybuanty różnią się znacząco.

Wyróżnia się wysoka zmienność indeksu związana z 1. decylem NAO_i, która decyduje o ponad ¼ całkowitej semiwariancji zmian. Z 10. decylem wiąże się 1/5 całkowitej semiwariancji. Zmiany w połowie zbioru, gromadzącej wartości NAO_i mniejsze od mediany (1.-5. decyl) określają 54% całkowitej semiwariancji. Jak widać, ponadprzeciętna zmienność wiąże się z indeksami niższymi od mediany, przy czym wynika ona głównie z wielkiej zmienności najniższych indeksów, NAO_i < -2,45 (1. decyl).

Indeks NAO a struktura wielkości zmian Δ_{i-1} i Δ_{i+1}

Strukturę analizowanych zmian obrazują m.in. wielkości przyrostów i spadków indeksu, poprzedzających NAO_i (zmiany Δ_{i-1}) i następujących po NAO_i (zmiany Δ_{i+1}). Rysunek 5 przedstawia strukturę bezwzględnych wielkości tych zmian, związanych z kolejnymi decylami NAO_i. Mimo szeregu drobnych zaburzeń struktura ta prezentuje



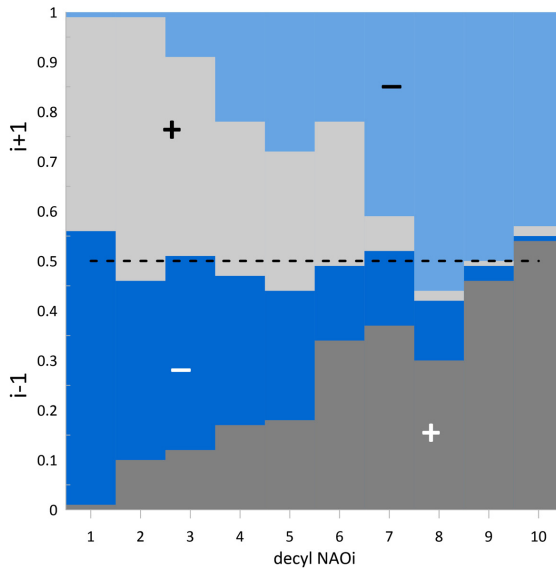
Rys. 4. (a) Semiwariancja (γ) zmian Δ_i w zależności od NAO_i (wg decyli NAO_i); (b) Wartości semiwariancji kumulowane w kolejności od 1. do 10. decyla ($\Sigma \gamma_{1-10}$) i od 10. do 1. decyla NAO_i ($\Sigma \gamma_{10-1}$) – jako części całkowitej semiwariancji zbioru γ .

Fig. 4. (a) Semivariance (γ) of changes Δ_i depending on NAO_i (by NAO_i decile); (b) Semivariance values cumulated in order from 1st to 10th decile ($\Sigma \gamma_{1-10}$) and from 10th to 1st decile of NAO_i ($\Sigma \gamma_{10-1}$) – as part of the total semivariance of the set.

wystarczająco jasny i dość prosty obraz rozkładu bezwzględnych wielkości i znaków zmian Δ_{i-1} i Δ_{i+1} w zależności od NAO_i.

Odpowiedzią na określone zmiany Δ_{i-1} są ułożone symetrycznie na osi NAO_i zmiany Δ_{i+1} o przeciwnym znaku. Sumy zmian Δ_{i-1} i Δ_{i+1} oczywiście równoważą się, natomiast sumaryczne wielkości przyrostów i spadków indeksu układają się w przybliżeniu symetrycznie i potwierdzają regułę, według której po przyroście indeksu z podobnym nasileniem pojawia jego spadek, a po spadku – przyrost (ta reguła jednak posiada szereg „zaburzeń”, które opiszemy dalej). W sumarycznym ujęciu relacje między wielkością zmian Δ_{i-1} i Δ_{i+1} pozostają mniej więcej stałe. Znaczna wielkość przyrostów Δ_{i-1} skutkuje odpowiednią wielkością spadków Δ_{i+1} .

Pewnym wyjątkiem jest tu przypadek 8. decyla NAO_i ($1,44 < NAO_i < 1,78$). Wystąpienie indeksu w tym przedziale w niewielkim stopniu poprzedzają przyrosty indeksu ($\Delta_{i-1} > 0$), natomiast zmiany Δ_{i+1} niemal wyłącznie oznaczają spadek indeksu. Warto przy tym zauważyć, że sumaryczna bezwzględna wielkość tych negatywnych zmian ($\Delta_{i+1} = 0,56$) przekracza łączną wielkość pozytywnych i negatywnych zmian ($\Sigma\Delta_{i-1} = 0,42$, rys. 5). Można uznać, że w pobliżu poziomu NAO_i odpowiadającego 8. decylowi, podobnie jak w zakresie 9. i 10. decyla, ujawniają się czynniki ograniczające dalszy wzrost indeksów NAO przy maksymalnym rozwoju cyrkulacji strefowej.



Rys. 5. Rozkłady bezwzględnych wielkości zmian Δ_{i-1} oraz Δ_{i+1} według decyli NAO .

Fig. 5. Distributions of absolute values of changes Δ_{i-1} and Δ_{i+1} according to NAO deciles.

Relacje między zmianami Δ_{i-1} i Δ_{i+1} w przedziałach kolejnych decyli NAO_i ujawniają się także w postaci średnich wartości tych zmian zastawionych w tabeli 3. Średnie Δ_{i-1} konsekwentnie wzrastają między 1. i 10. decylem NAO , średnie Δ_{i+1} zmniejszają się, przy czym amplitudy tych trendów nie są jednakowe (odpowiednio 6,54 w przypadku Δ_{i-1} i 5,23 NAO w przypadku Δ_{i+1} , tab. 3). O różnicy decydują tu średnie wartości Δ_i przyporządkowane skrajnym decylom NAO_i . Odpowiedzi Δ_{i+1} w obu przypadkach są znacznie słabsze od zmian Δ_{i-1} . W zakresie pozostałych decyli NAO (2., ..., 9.) relacje średnich Δ_{i-1} i Δ_{i+1} są chwiejne i układają się rozmaicie. Niemniej, znaczące są tu przypadki świadczące o kształtowaniu się ponadprzeciętnych odpowiedzi (Δ_{i+1}) w związku z występowaniem ponadprzeciętnych zmian Δ_{i-1} - duży spadek indeksu skutkuje powstaniem znacznego przyrostu i odwrotnie. Dotyczy to w szczególności zmian w zakresie 1.-3. decyla NAO , a także w zakresie 7. i 10. decyla (tab. 3, w której pogrubioną czcionką wyróżniono wartości większe od średniej bezwzględnej zmiany $|\Delta|$).

Tabela 3. Średnie wartości zmian Δ_{i-1} oraz Δ_{i+1} i forma zmian w zależności od wartości NAO_i (wg decyli NAO).Table 3. Mean values of Δ_{i-1} and Δ_{i+1} changes and a form of changes depending on the NAO_i value (according to NAO_i deciles).

Decyl NAO _i NAO _i decile	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Δ	i+1									
średnia/mean	2,81	2,75	1,13	0,30	-0,01	0,24	-1,16	-1,74	-1,69	-2,42
$\Delta_{i+1} > 0$	3,01	3,01	2,03	1,52	1,67	1,94	0,76	0,66	0,22	0,70
$\Delta_{i+1} < 0$	-0,02	-1,22	-1,76	-1,74	-1,49	-1,70	-2,03	-2,11	-2,11	-2,90
Δ	i-1									
średnia/mean	-3,49	-1,41	-1,09	-0,35	-0,24	0,71	0,73	0,59	1,50	3,05
$\Delta_{i-1} > 0$	0,74	1,72	1,72	1,39	1,51	2,02	2,50	1,47	1,95	3,35
$\Delta_{i-1} < 0$	-3,80	-2,83	-2,03	-1,55	-1,12	-1,27	-1,03	-1,16	-0,65	-1,12
forma zmian form of changes	c	c	c	c	d	a	b	b	b	b

Pogrubione $|\Delta| \geq 2,03$ Formy zmian: a(++), b(+), c(-), d(--).

Bold $|\Delta| \geq 2,03$ Forms of changes: a(++), b(+), c(-), d(--).

Ponadto, można dostrzec pewien porządek dotyczący relacji między znakami poszczególnych par średnich. Średnie Δ_{i-1} i Δ_{i+1} mają w większości przeciwne znaki (+/- lub -/+), jedynie w przypadku zmian związanych z 5. i 6. decylem znaki przy średnich są jednakowe. Opisanie tych relacji (sekwencji znaków) może być – wcześniej już omawiana – forma zmian indeksu (por. rys. 3). W świetle średnich wartości zmian Δ_{i-1} i Δ_{i+1} zmiany w zakresie 1.-4. decyla mają formę c, zmiany w zakresie 7.-10. decyla formę b, forma d wiąże się z 5. decylem, forma a – z 6. decylem. Potwierdza się zatem wniosek o kształtowaniu się dominujących form zmiany indeksu (b, c) w związku z pojawianiem się jego niskich bądź wysokich wartości. Przeciętne wartości NAO_i (5.-6. decyl) sprzyjają natomiast powtarzaniu się znaków zmian indeksu z roku na rok (formy a i d).

Analiza średnich wartości Δ_i – podobnie jak analiza semiwariancji – wykazuje, że międzyroczne wahania indeksu NAO rozwijają się z nieco większą intensywnością w całym przedziale indeksów niższych od mediany. Blisko 53% całkowitej sumy bezwzględnych zmian ($\sum |\Delta| = 314,57$ NAO) przypada na indeksy NAO niższe od mediany. Związki zmian Δ_i z wartościami indeksu NAO_i przekładają się na bezpośrednie relacje między zmianami Δ_{i-1} i Δ_{i+1} . Przebieg średnich wartości zmian Δ_{i+1} w zależności od zmian Δ_{i-1} pokazano w tabeli 4.

Średnie wartości zmian Δ_{i+1} znacząco maleją wraz ze wzrostem Δ_{i-1} . Największe pozytywne zmiany Δ_{i+1} pojawiają się po wystąpieniu dużych zmian negatywnych Δ_{i-1} , i odwrotnie. Bezwzględne wartości średnich przyrostów są jednakże znacznie większe od średnich spadków indeksu. „Odpowiedzi” na spadki indeksu – w ujęciu bezwzględnych wartości średnich – są zatem silniejsze od odpowiedzi na przyrosty indeksu.

Największe średnie przyrostów indeksu NAO ($\Delta_{i+1} = 2,92$ i $\Delta_{i+1} = 4,59$; tab. 4) powstają po wystąpieniu znacznych jego spadków (tj. gdy $\Delta_{i-1} < -4$). W poszczególnych przypad-

Tabela 4. Średnie zmiany indeksu NAO (Δ_{i+1}), następujące po zmianach Δ_{i-1} , odchylenia standardowe zmian Δ_{i+1} (std.) oraz 10 skrajnych wartości zmian Δ_{i+1} (ex).

Table 4. Mean changes of the NAO index (Δ_{i+1}), following changes in Δ_{i-1} , standard deviation of changes Δ_{i+1} (std.) and 10 extreme values of changes Δ_{i+1} (ex).

Δ_{i-1}	≤ -5	-5 < -4	-4 < -3	-3 < -2	-2 < -1	-1 < 0	0 < 1	1 < 2	2 < 3	3 < 4	4 < 5	≥ 5
	Δ_{i+1}											
średnia/ mean	4,59	2,92	2,25	0,78	0,40	-0,34	-0,15	-0,78	-0,98	-1,46	-1,15	-1,83
std	-	2,54	1,18	2,30	2,63	1,80	2,42	3,21	1,42	3,00	2,18	-
ex	5,09	7,67			5,30 -4,71			4,36 -4,70		4,74 -6,65	-5,74	

Tabela 5. Średnia wielkość zmian Δ_{i+1} w zależności od znaku zmian Δ_{i-1} i w zależności od NAO_i oraz odchylenia standardowe Δ_{i+1} (std).

Table 5. Average values of change Δ_{i+1} depending on the sign of change Δ_{i-1} and on NAO_i and standard deviation Δ_{i+1} (std).

Δ_{i-1} NAO _i	średnie/averages Δ_{i+1}			std Δ_{i+1}
	$\Delta_{i+1} > 0$	$\Delta_{i+1} < 0$	Δ_{i+1}	
$\Delta_{i-1} > 0$	1,56	-2,09	-0,80±0,27	2,37
$\Delta_{i-1} < 0$	2,32	-1,90	0,84±0,29	2,55
NAO _i > med	1,12	-2,22	-1,35±0,25	2,16
NAO _i < med	2,39	-1,44	1,39±0,25	2,21
śred./aver. Δ_{i+1}	2,06	-2,02	0,02±0,21	2,57

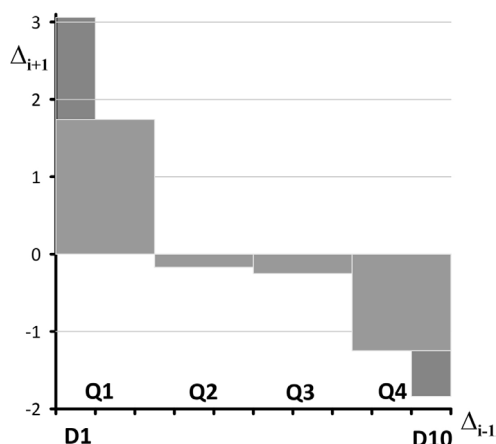
kach zdarzają się jednakże znaczne odstępstwa od tej prawidłowości. Do nich należą np. przyrosty $\Delta_{i+1} = 4,36$ i $\Delta_{i+1} = 4,74$, następujące po względnie dużych, pozytywnych zmianach Δ_{i-1} . Znajdują one odzwierciedlenie w postaci największej zmienności odpowiedzi Δ_{i+1} na pozytywne zmiany Δ_{i-1} (zob. odchylenia standardowe 3,21 i 3,00, tab. 4)

Syntetyczne ujęcie wielkości i znaków zmian Δ_{i+1} w zależności od zmian Δ_{i-1} oraz od wartości NAO_i prezentują średnie zamieszczone w tabeli 5. Umożliwiają one porównanie średnich wartości zmian Δ_{i+1} następujących po pozytywnych i po negatywnych zmianach Δ_{i-1} , jak też średnich Δ_{i+1} , które odpowiadają indeksom NAO_i większym i mniejszym od mediany NAO. Jak widać, po przyrostach indeksu ($\Delta_{i-1} > 0$) średnia zmiana Δ_{i+1} oznacza spadek indeksu ($\Delta_{i+1} = -0,80$), a pojawiające się przyrosty charakteryzują się mniejszą wartością bezwzględną (1,56) od spadków indeksu (2,59). Podobne relacje występują między średnimi Δ_{i+1} odpowiadającymi indeksom NAO_i większym i mniejszym do mediany. Zróżnicowanie tych średnich pozwala m.in. wnosić, że zmiany Δ_{i+1} pozostają w silniejszym związku z aktualnymi wartościami indeksu NAO_i niż z poprzedzającymi je zmianami Δ_{i-1} . W pierwszym przypadku różnica średnich wartości Δ_{i+1} przekracza 2,7 NAO, w drugim – tylko 1,6 NAO. Warto też zauważyć, że największe bezwzględne

wartości średnich Δ_{i+1} związane są z ich pozytywnymi wartościami, tj. z przyrostami indeksu (tab. 5).

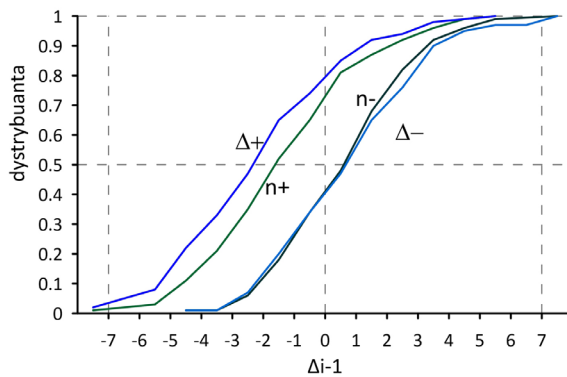
Ilustracją tej prawidłowości są średnie wartości zmian Δ_{i+1} , odpowiadające wybranym przedziałom wartości zmian Δ_{i-1} (rys. 6). Pozytywne, a przy tym największe średnie wartości zmian Δ_{i+1} odpowiadają najniższym wartościom zmian Δ_{i-1} (kwartył Q1, a szczególnie decyl D1). W pozostałej części zbioru Δ_{i-1} średnie są ujemne. Bezwzględne wartości przyrostów indeksu są wyraźnie, niemal dwukrotnie większe od spadków i powstają jako odpowiedź na znaczne spadki Δ_{i-1} . Potwierdza się wyżej przedstawiony wniosek o ponadprzeciętnej wysokości przyrostów indeksu, związanych z niskimi ujemnymi wartościami indeksu i następujących po silnych spadkach indeksu (1. decyl Δ_{i-1}). Rozkład średnich Δ_{i+1} obrazuje zarazem asymetrię ich związku ze zmianami Δ_{i-1} . W innym ujęciu asymetria ta ujawnia się w postaci różnic między dystrybuantami częstości i wielkości przyrostów i spadków indeksu (Δ_{i+1}) w zależności od poprzedzających je zmian Δ_{i-1} .

Na rysunku 7 przedstawiono dystrybuanty liczebności i wielkości pozytywnych i negatywnych zmian Δ_{i+1} . Dystrybuanta wielkości zmian $\Delta_{i+1} < 0$ w ogólnym zarysie pokrywa się z dystrybuantą częstości tych negatywnych zmian. Można więc uznać, że sumaryczne wielkości spadków są tu proporcjonalne do ich liczebności. Inaczej jest w przypadku przyrostów indeksu ($\Delta_{i+1} > 0$). Sumaryczna wielkość przyrostów Δ_{i+1} w zakresie występowania ujemnych zmian Δ_{i-1} znacznie „wyprzedza” ich kumulowaną liczebność. Po negatywnych zmianach Δ_{i-1} obserwuje się 65% liczby wszystkich przypadków wzrostu indeksu i zarazem aż 74% sumy wielkości wszystkich wzrostów. W przypadku spadków indeksu ($\Delta_{i+1} < 0$) ich liczebność oraz sumaryczna wielkość, związana ze zmianami $\Delta_{i-1} < 0$, kształtują się na wyrównanym poziomie równym 34% (podane tu wartości procentowe odpowiadają wartościom „natężenia zmian NAO” z tab. 1).



Rys. 6. Średnie wielkości zmian Δ_{i+1} w zależności od zmiany Δ_{i-1} według kwartyli Δ_{i-1} (Q1, Q2, Q3, Q4) oraz 1. i 10. decyla Δ_{i-1} (D1, D10).

Fig. 6. Average values of changes Δ_{i+1} depending on the change in Δ_{i-1} by quartiles Δ_{i-1} (Q1, Q2, Q3, Q4) and 1st and 10th decile of Δ_{i-1} (D1, D10).



Rys. 7. Dystrybuanty częstości (n) i wielkości (Δ) pozytywnych (przyrosty) i negatywnych (spadki) zmian Δ_{i+1} w zależności od zmiany Δ_{i-1} .

Fig. 7. Frequency distribution (n) and values (Δ) of positive (increases) and negative (decreases) changes Δ_{i+1} depending on change in Δ_{i-1} .

Dystrybuanty liczebności i wielkości przyrostów – wg testu Kołmogorowa – różnią się znacząco. Świadczy to jeszcze raz o ponadprzeciętnej wysokości przyrostów indeksu, formujących się w odpowiedzi na znaczący spadek Δ_{i-1} .

System zmian Δ_i

O specyficznych cechach zmienności indeksu formujących się po znaczących spadkach jego wartości świadczą także statystyki opisujące następstwo zmian Δ_i – po zmianie Δ_{i-1} zaliczającej się do 1. kwartyli ($\Delta_{i-1} < -1,55$) z częstością ponad 56% występuje znaczący przyrost indeksu o wielkości zaliczającej go do 4. kwartyli ($\Delta_{i+1} > 1,78$). Wybierając największe częstości zmian wielkości Δ_{i+1} (według podziału na kwartyli), można skonstruować następujący schemat tych zmian: $Q3 \rightarrow 0,36$ $Q2 \rightarrow 0,34$ $Q1 \leftrightarrow 0,39$ $Q4$.

Wzajemne związki między 1. i 4. kwartyliem Δ_i okazują się najintensywniejsze. Duże spadki indeksu ($Q1$) najczęściej (56%) poprzedzają jego znaczny przyrost ($Q1 \rightarrow Q4$), przy czym częstość zmian w przeciwnym kierunku (tj. $Q4 \rightarrow Q1$) nie jest już tak wysoka (39%). Najmniejszą frekwencją (< 25%) wyróżniają się zmiany o wartości Δ_i w zakresie tego samego kwartyli.

Asocjacja częstości zmian Δ_{i+1} w układzie kwartyli Δ_i , którą prezentuje powyższy schemat jest znacząca; standaryzowany współczynnik asocjacji Cramera $v_c = 0,26$ oznacza istotne zróżnicowanie frekwencji. Można uznać, że sekwencje wielkości Δ_{i-1} i Δ_{i+1} mają do pewnego stopnia zdeterminowany charakter. Można też wyróżnić wśród nich następujące po sobie duże zmiany (między $Q1 \leftrightarrow Q4$) oraz pozostałe zmiany o niewielkich rozmiarach ($Q3 \rightarrow Q2$ i $Q2 \rightarrow Q1$).

Następstwa wartości indeksu

W kolejnym kroku analizy zmienności indeksu NAO sprawdzono asocjację sąsiadujących ze sobą w szeregu czasowym wartości indeksu. Podzielono na decyle wartości $NAO_i (D_i)$ oraz wartości $NAO_{i+1} (D_{i+1})$ i zbadano, z jaką częstością wartości D_{i+1} następują po wartościach D_i . Wyniki zestawiono schematycznie w tabeli 6. Przedstawione tam „trafienia” z decyla D_i w decyle D_{i+1} zdają się być chaotycznie rozmieszczone. Wyróżnia się tylko względnie duża powtarzalność następstwa 2. decyla po pierwszym, ale i tu zdarzyło się tylko pięć przypadków takiego następstwa spośród piętnastu przypadków NAO_i w 1. decylu.

Rozkład dwumianowy pozwala określić prawdopodobieństwo wystąpienia określonej liczby x zdarzeń ($P(x)$) w próbie N -elementowej, gdy ogólne prawdopodobieństwo wystąpienia zdarzenia wynosi p (tu: liczebność w decylach $N = 15$, prawdopodobieństwo określonego decyla $p = 0,10$). Wartości $P(x)$ zamieszczono w tabeli 7.

Tabela 6. Frekwencja wartości NAO_{i+1} w zależności od NAO_i wg decyli D_i i D_{i+1} (NAO). Liczba kropek oznacza frekwencję - liczebność zdarzeń; wyróżniono istotne maksima frekwencji.

Table 6. Frequency of the NAO_{i+1} values depending on NAO_i according to D_i and D_{i+1} deciles (NAO). The number of dots means the number of events; significant maxima of frequency were distinguished.

D_i		D_{i+1}									
		10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
i	10	•• •	••	•• •	••		•	•		••	•
	9	•	••	••	•• •	•• •	•	•	•	•	•
	8	•	•		•	•• •	•	••	•• ••	•	•
	7	•	•	••	•• •		•• •	•	••	•	••
	6	••	•• ••	••			••	•	•	•	••
	5		•• •	•• •	•		••	•	•	••	••
	4	•	•	••		•• •	••	•• •		••	••
	3	•	••		••	•• •	•	•• •	••	•	•
	2	•• ••	•	•	••	••	•	••	••		•
	1	•			••	•	•	•	••	•• ••	••

Okazuje się, że liczby zdarzeń $0 \leq x \leq 3$ reprezentują zbiór losowych częstości następstw D_{i+1} po D_i o dość wysokim prawdopodobieństwie ($P(x) > 0,13$). W tabeli 6 zaznaczono zatem cztery przypadki, odpowiadające istotnej koncentracji następstw przy założeniu poziomu istotności $\alpha = 0,05$. Wspomniany przypadek następstwa D_2 po decylnu D_1 można określić jako istotny na poziomie $\alpha = 0,01$. Zważywszy jednak, że w rozpatrywanym zbiorze x mamy sto składników (10×10), to wystąpienie wśród nich jednego przypadku $x = 5$ odpowiada dokładnie oczekiwanej frekwencji 0,01. Podobny wniosek można sformułować w odniesieniu do przypadków $x = 4$.

W konkluzji wypada stwierdzić, że rozkład frekwencji zdarzeń x przedstawiony w tabeli 6 odpowiada rozkładowi następstw $D_{i+1}(D_i)$ określonych przez rozkład dwumianowy – frekwencje następstw mają więc stochastyczny charakter.

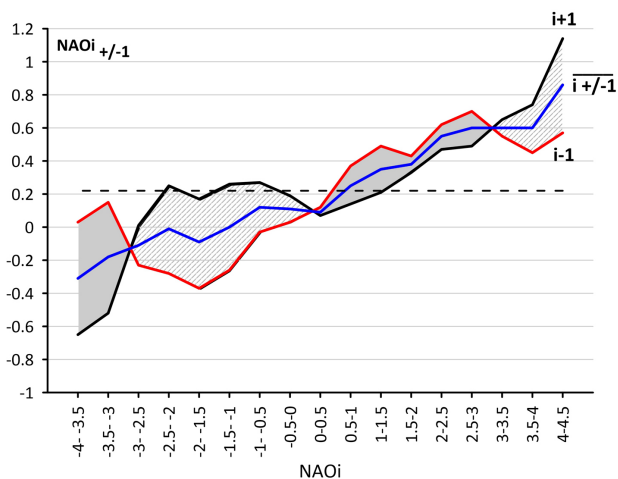
Być może jednak kolejne wartości indeksu NAO w szeregu czasowym pojawiają się nie w pełni losowo. W szeregu NAO można znaleźć ślady słabej bezwładności ujawniającej się po uśrednieniu wartości indeksu NAO_{i-1} i NAO_{i+1} .

Obliczono średnie indeksów NAO_{i-1} i oraz średnie NAO_{i+1} odpowiadające wartościom indeksu NAO_i , zgrupowanym w przedziałach $-3,5 > NAO$, $-3,5 < NAO < -3$, $-3 < NAO < -2,5$, ... itd. (rys. 8). Są to więc średnie indeksów poprzedzających i następujących po określonej wartości indeksu NAO_i z danego przedziału w szeregu czasowym.

Otrzymano interesujący obraz relacji między średnimi NAO_{i-1} i średnimi NAO_{i+1} , układającymi się w przybliżeniu symetrycznie względem poziomu średniej $NAO_i = 0,21$. Powyżej poziomu średniej indeksy przejawiają tendencję malejącą ($NAO_{i+1} < NAO_{i-1}$), ale w zakresie najwyższych indeksów ($NAO_i > 3$) następuje zmiana tej relacji – można uznać, że jest to dziedzina wzrostów indeksu. W odwróconym porządku i przy większym zróżnicowaniu wartości średnie NAO_{i-1} oraz NAO_{i+1} układają się wokół indeksów $NAO_i < 0,21$.

Przed wszystkim warto tu jednak zauważyć, że wraz ze wzrostem NAO_i obliczone średnie NAO_{i-1} i NAO_{i+1} także wykazują tendencję rosnącą. Dość regularny przyrost dotyczy uśrednionych wartości NAO_{i-1} oraz NAO_{i+1} (tzn. średnich $NAO_{i+/-1}$); indeksy powiązane z niskimi wartościami NAO_i są względnie niskie, a indeksy powiązane z wysokimi indeksami też są względnie wysokie. Zakres tych zmian przekracza wartość 1 NAO (od około $-0,30$ do około $0,80$ NAO) i można je aproksymować funkcją liniową $NAO_{i+/-1} = 0,12 NAO_i + 0,21$. Zależność ta nawiązuje do wyszczególnionego na wstępie tego artykułu przypadku ekstremalnych indeksów NAO, w którym przed i po ekstremach następują zbliżone do nich niskie bądź wysokie indeksy. Przypadek ten, a szczególnie zmiany średnich $NAO_{i+/-1}$ w zależności od NAO_i , według której uśrednione wartości NAO_{i-1} i NAO_{i+1} maleją bądź wzrastają w tempie proporcjonalnym do 0,12 zmiany NAO_i , świadczyć mogą o bezwładności charakteryzującej szereg czasowy indeksu NAO. Zależność ta pozostaje w opozycji do eksponowanej już tu tendencji do występowania znacznych przyrostów indeksu po jego dużych spadkach, choć obie mogą realnie współistnieć.

Pokazany na rysunku 8 obraz średnich odzwierciedla być może jedynie losowe fluktuacje indeksu, ujawniające się wskutek uśrednienia realnie obserwowanych wartości, charakteryzujących się znaczną dyspersją i sprawiającej, że poszczególne średnie nie różnią się znacząco; błąd standardowy średnich przekracza z reguły wartość 0,5 NAO.



Rys. 8. Średnie NAO_{i-1} i NAO_{i+1} oraz średnie tych dwu średnich w zależności od NAO_i .

Fig. 8. The averages of NAO_{i-1} and NAO_{i+1} and the means of these two averages depending on the NAO_i .

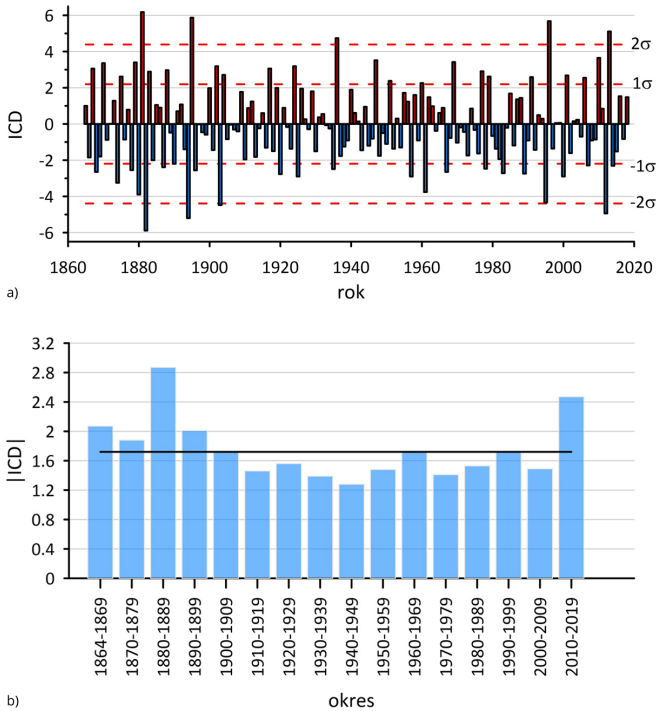
Wieloletnie zmiany

Krótkoterminowa zmienność indeksu NAO – jego wahania z roku na rok – w perspektywie długoletniej (od 1864 do 2019 r.) podlegała charakterystycznym przemianom; w szczególności zmieniała się wielkość amplitudy oraz forma zmian indeksu z roku na rok. Przemiany te zobrazowano, tworząc szereg czasowy wartości $(\Delta_{i+1} - \Delta_{i-1})/2$ wykorzystywanych w analizie semiwariancji (γ) i nawiązujących do opisanych wyżej form zmienności indeksu (a, b, c, d) w kolejnych latach.

Wskaźnik $ICD = (\Delta_{i+1} - \Delta_{i-1})/2$ przyjmuje znaczne dodatnie wartości, gdy $\Delta_{i+1} > 0$ a $\Delta_{i-1} < 0$, czyli w przypadku form c oznaczających spadek, a następnie wzrost indeksu. Znaczne ujemne wartości wskaźnika powstają w przypadkach formy b, gdy po wzroście indeksu następuje jego spadek.

Duże bezwzględne wartości wskaźnika ICD sygnalizują występowanie w szeregu czasowym znaczących, charakterystycznych dla zmienności indeksu sekwencji zmian – spadek/wzrost (forma c) i wzrost/spadek (forma b); można go zatem nazwać wskaźnikiem wielkości bieżących zmian (ICD – ang. indicator of current differences).

Przebieg wskaźnika ICD w ciągu analizowanego okresu 1864-2019 przedstawiono na rysunku 9a. Skrajne wartości ICD zamykają się w granicach od $-5,89$ do $6,18$ NAO, odchylenie standardowe wynosi $2,09$ a średnia bezwzględnych wartości $ICD = 1,72$ (zwykła średnia jest bliska 0). Na rysunku 9a łatwo dostrzec tendencję do grupowania się znacznych bezwzględnych wartości wskaźnika w dwu okresach – przed 1900 r. i po 1990 roku, w których parokrotnie wartości ICD przekraczają poziom ± 4 NAO, czyli



Rys. 9. (a) Przebieg wskaźnika ICD w okresie 1864-2019; (b) Średnie wartości wskaźnika ICD w okresie 1864-1869 i w kolejnych 10-letniach 1870-2019; (ICD – indicator of current differences; $\text{ICD} = (\Delta_{i+1} - \Delta_{i-1})/2$).

Fig. 9. (a) Course of the ICD index in the period 1864-2019; (b) The average values of the ICD index in the period 1864-1869 and in subsequent decades 1870-2019; (ICD – indicator of current differences) $\text{ICD} = (\Delta_{i+1} - \Delta_{i-1})/2$.

dwukrotną wartość odchylenia standardowego, a maksimum (6,18 NAO) reprezentuje trzy odchylenia standardowe.

W tabeli 7 zgromadzono przykłady największych zmian indeksu, określonych przez wskaźnik ICD. Wiążą się one z występowaniem zmian reprezentujących formy b i c. Charakterystyczną cechą tych największych zmian jest bezpośrednie sąsiedztwo w czasie, tj. powtarzanie się dużych spadków/wzrostów indeksu w kolejnych latach. Warto też zauważyć, że w przypadku form c (tj. spadek/wzrost indeksu) te ekstremalne zmiany mają nieco większe rozmiary w porównaniu ze zmianami form b (wzrost spadek).

Wskazane w tabeli 7 fazy nasilenia krótkoterminowej zmienności indeksu dzieli blisko 100-letni okres umiarkowanych bądź względnie słabych wahań w przeważającej części XX wieku. Natomiast lata 1880-1896 oraz 1994-2014 można uznać za okresy największej krótkoterminowej zmienności indeksu NAO w analizowanym wieloleciu. Można zatem mówić o wiekowej skali „zmian zmienności” indeksu NAO.

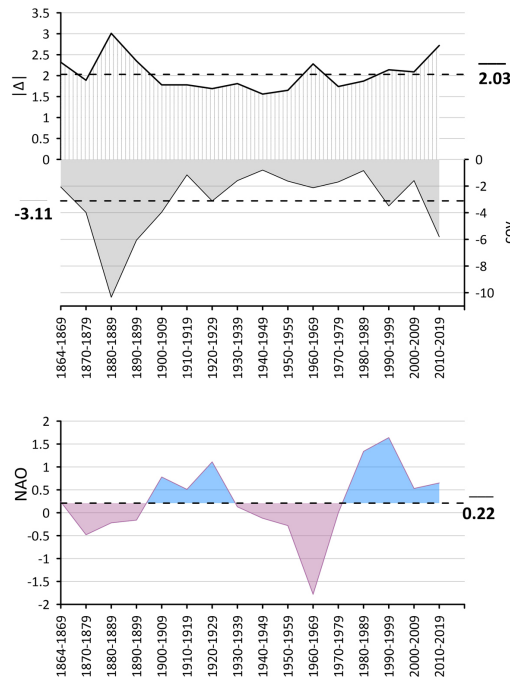
Tabela 7. Przykłady ekstremalnych zmian indeksu NAO w sekwencjach 2-letnich: wartości wskaźnika NAO, wskaźnik ICD oraz forma zmian.

Table 7. Examples of extreme changes in the NAO index in 2-year sequences: values of the NAO index, index ICD and the form of changes.

Rok/year	NAO	(ICD)	Forma zmian Form of changes
1880	0,89		
1881	-3,80	6,18	c
1882	3,87	-5,89	b
1883	-0,23		
1893	-1,07		
1894	2,68	-5,20	b
1895	-3,97	5,87	c
1896	1,12		
1994	3,03		
1995	3,96	-4,34	b
1996	-3,78	5,68	c
1997	-0,17		
2011	-1,57		
2012	3,17	-4,94	b
2013	-1,97	5,11	c
2014	3,10		

Wniosek taki znajduje potwierdzenie w wieloletnim przebiegu wybranych wskaźników zmienności, których średnie wartości 10-letnie przedstawia rysunek 10. Dla porównania na grafice zamieszczono także przebieg 10-letnich średnich wartości indeksu NAO. Jak widać, koniec XIX wieku oraz ostatnia dekada XX wieku wraz z początkowymi latami XXI w. wyróżniają się przede wszystkim ze względu na znak i wielkość autokowariancji zmian Δ_i , odzwierciedlającej znaczne różnokierunkowe zmiany indeksu z roku na rok. Bezwzględne wartości tych zmian ($|\Delta_i|$) (jak też wskaźnik ICD) są w tych latach także wysokie. Trudno natomiast dostrzec związki tych wskaźników z wiekowym przebiegiem indeksu NAO. Większa bądź mniejsza zmienność indeksu z roku na rok pojawia się zarówno w dłuższych okresach („epokach”) panowania pozytywnych, jak i negatywnych faz NAO. Można przypuszczać, że krótkoterminowa zmienność i wieloletnie fluktuacje indeksu rozwijają się w odmiennym porządku, w pewnym stopniu niezależnie.

Rozmieszczenie wartości indeksu NAO (pogrupowanych według decyli NAO) na przestrzeni wielolecia posiada cechy, świadczące o występowaniu w tym wieloleciu okresów ze znacząco dużą frekwencją wysokich bądź niskich indeksów. Analizowane wielolecie 1864-2019 podzielono na dziesięć 15- 16-letnich podokresów, w których okre-



Rys. 10. Autokowariancja zmian Δ_i , (cov Δ_i, Δ_{i+1}), średnie bezwzględne wartości zmian $|\Delta|$ oraz średnie wartości indeksu NAO w okresie 1864-1869 i w kolejnych 10-letniach 1870-2019.

Fig. 10. Autocovariance of changes Δ_i , (cov Δ_i, Δ_{i+1}), average absolute values of changes $|\Delta|$ and the average values of the NAO index in the period 1864-1869 and in the subsequent decades 1870-2019.

ślono liczebność wystąpienia poszczególnych decyli NAO. Liczebności te porównano z prawdopodobieństwem ich pojawiania się w próbach 15/16-elementowych, określonym przez rozkład dwumianowy. Otrzymano w ten sposób tablicę przedstawiającą długookresowe zmiany częstości indeksu (tab. 8), którą można bezpośrednio porównać z tablicą obrazującą krótkoterminowe zmiany rok po roku (tab. 6).

Zróznicowanie frekwencji określonych indeksów NAO w kolejnych podokresach (tab. 8) jest dość wyraźne, w przeciwieństwie do frekwencji indeksów w kolejnych latach (tab. 6). W ośmiu spośród dziesięciu podokresów pojawiają się istotnie wysokie frekwencje. Wyróżnia się tu okres 1988-2003, w którym frekwencja wysokich, reprezentujących 10. decyl indeksów (6 przypadków w 16-letniu) jest znacząco wysoka ($\alpha < 0,003$). Biorąc pod uwagę serie 10-letnie indeksu NAO, znaleziono dekadę (1986-1995), w której frekwencja wysokich indeksów NAO (10. decyl) odznacza się istotnością na poziomie $\alpha < 0,002$ (tab. 9). Za znacząco wysoką można też uznać frekwencję indeksów reprezentujących 9. decyl w okresie 1910-1925.

Tabela 8. Frekwencja indeksów NAO_t w kolejnych 15-leciach, wg decyli D_i (NAO) (kropka oznacza jeden przypadek, wyróżniono istotne maksima frekwencji).

Table 8. Frequencies of indices NAO_t in subsequent 15-year periods, according to D_i (NAO) (dot means one case, significant frequency peaks were distinguished).

Okres/Period t	Dt									
	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
1864-1878	•	•	••		•	••	••	••	•	•
1879-1894	•	•	••	•	•	•	•	••	••	••
1895-1909	•	••		••		••			••	••
1910-1925	•	••	••		•	•	••	••		•
1926-1940		•	•	••	••	••	••	•		••
1941-1955		•	••	••	•	••	•	•	•	••
1956-1971		•	•	•			•	••	••	••
1972-1987	•	••	••	••	••	•	••		••	
1988-2003	•••	•	•	•	••	•	•		•	•
2004-2018	••	•	•	•	•	•	••	•	••	•

Tabela 9. Skrajne dekady wg decyli NAO: częstości (x) decyli NAO w dekadach 1962-1971 i 1986-1995 i prawdopodobieństwo ich losowego wystąpienia (p). Wyróżniono istotnie wysokie częstości dla $p < 0,05$ (pogrubione).

Table 9. Extreme decades by NAO deciles: frequencies (x) of the NAO deciles in decades 1962-1971 and 1986-1995 and probability of their random occurrence (p). Significantly high frequencies were distinguished for $p < 0,05$ (bolded).

Decyl/Decile NAO	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
	1962-1971									
x	0	0	0	1	0	0	0	2	3	4
p	0,3481	0,3481	0,3481	0,3874	0,3481	0,3481	0,3481	0,1977	0,0574	0,0112
	1986-1995									
x	5	1	0	1	2	0	1	0	0	0
p	0,0015	0,3874	0,3481	0,3874	0,1937	0,3481	0,3874	0,3481	0,3481	0,3481

W okresie 1956-1971 znacząco wysoka okazuje się natomiast frekwencja niskich indeksów NAO; dotyczy ona indeksów z zakresu 2. decyla (poziom istotności $\alpha < 0,01$) oraz 1. decyla ($\alpha < 0,04$). W dekadzie 1962-1971 frekwencja 1. decyla NAO wyróżnia się istotnością na poziomie $\alpha \approx 0,01$ (tab. 9). Znacząco wysokie są też liczebności względnie niskich, ujemnych indeksów (3. decyl) w końcu XIX wieku.

Warto zauważyć, że wymienione okresy występowania znacząco niskich (1.-3. decyl) i znacząco wysokich (10. decyl) wartości indeksu NAO dobrze nawiązują do znanych już wieloletnich fluktuacji Oscylacji Północnoatlantyckiej – epok cyrkulacji południkowej w końcu XIX w. i w latach 1960. oraz epok cyrkulacji strefowej w 2. i 3. dekadzie XX w. oraz w okresie po 1989 roku (Marsz 1999; Degirmendżić i in. 2000; Sidorenkov, Orlov 2008; Degirmendżić, Kożuchowski 2018).

W analizowanym wieloleciu mieszczą się zatem mniej więcej dwa cykle grupujące lata znaczącego nasilenia cyrkulacji strefowej i dwa cykle z przypadkami znacząco zaburzonej cyrkulacji strefowej, czyli zapewne rozwiniętych form cyrkulacji południkowej. Analiza zmienności indeksu, bazująca na wartościach zmian Δ , sugeruje natomiast istnienie wiekowej skali fluktuacji tych wartości – z maksimami w końcu XIX wieku oraz na przełomie XX i XXI wieku (rys. 9 i tab. 7) i oznaczającymi wybitną „chwijność” Oscylacji.

Podsumowanie

Rozkłady indeksu NAO oraz zmian indeksu z roku na rok nie różnią się znacząco od rozkładu normalnego. Wykorzystując rozkład normalny, można opisać najważniejsze cechy kształtowania się zmienności indeksu, a przede wszystkim określić prawdopodobieństwo wystąpienia indeksów wyższych bądź niższych od określonej („bieżącej”) wartości indeksu NAO. Obserwowana frekwencja przyrostów bądź spadków indeksu względem tej wartości wykazuje dobrą zbieżność z tym prawdopodobieństwem (zob. rys. 2).

Przyrosty indeksu skutkują wzrostem prawdopodobieństwa jego spadku w kolejnym roku (i odwrotnie, po spadku wartości indeksu rośnie prawdopodobieństwo przyrostu). W efekcie pojawia się tendencja preferująca sekwencje indeksu zmian: spadek/wzrost i wzrost/spadek. W szeregu czasowym NAO obserwuje się ponadprzeciętną asocjacje zmian o przeciwnych znakach, które stanowią ponad 2/3 ogólnej liczby wszystkich zmian i kształtują ujemną, istotną autokorelację zmiennej Δ ($r_1 = -0,47$). Tego rodzaju asocjacje różnokierunkowych zmian rozwijają się najsilniej w zakresie najniższych i najwyższych wartości indeksu, tj. w przypadkach największych różnic prawdopodobieństwa wzrostu i prawdopodobieństwa spadku indeksu. Potwierdza je znacząca ujemna autokowariancja zmian. Zmienność tych najwyższych i najniższych wartości indeksu – bezwzględne wielkości zmian i zróżnicowanie znaków zmian – są także większe od zmienności indeksów o wartościach zbliżonych do średniej. Średnie wartości indeksu sprzyjają też występowaniu w kolejnych latach tych samych znaków zmian – przyrostów po przyrostach i spadków po spadkach. Łącznie, formy zmian indeksu z roku na

rok, podobnie jak rozkłady wielkości zmian tworzą deklarowany na wstępie „system” („strukturę”) krótkoterminowej zmienności NAO, który zobrazowano na rys. 3 i 5.

Symetria rozkładu normalnego skutkuje także tym, że liczebności przyrostów i spadków indeksu z roku na rok w całym zbiorze indeksu są sobie równe. Badając następstwo kolejnych indeksów NAO w szeregu czasowym, stwierdzono w zasadzie losowy charakter asocjacji indeksów NAO_i i NAO_{i+1} . Rozkłady frekwencji wartości NAO_{i+1} w zależności od NAO_i mają losowy charakter – nie różnią się znacząco od rozkładu dwumianowego.

W statystykach opisujących zmienność indeksów NAO znaleziono jednakże sygnały, świadczące o zdeterminowaniu tej zmienności i zaburzające symetryczny rozkład obserwowanych zmian indeksu. Do przykładów takich zaburzeń należą m.in. powtarzające się w szeregu czasowym przypadki różnicy między spadkami i przyrostami indeksu – po znacznych spadkach wartości indeksu charakterystyczne i ponadprzeciętnie częste są jego znaczące przyrosty, ale po dużych przyrostach spadki nie są już tak wielkie i częste (rys. 6, 7 i rozdział System zmian Δ).

Szczególnością stanowi forma zmienności c, oznaczająca wzrost indeksu następujący po jego spadku i wiążąca się z niemal wszystkimi przypadkami indeksu w zakresie 1. decyla wartości NAO (rys. 3). Zmienność indeksów najniższych (szczególnie z zakresu 1. decyla NAO) osiąga znacznie większe rozmiary od zmienności wyższych wartości indeksów reprezentujących pozytywne fazy NAO. Komentując ten fakt w tekście artykułu wskazano, że przyczyną formowania się takiej asymetrii zmienności są odmienne warunki cyrkulacyjne, odpowiadające skrajnie niskim oraz umiarkowanie wysokim i wysokim indeksom NAO, tj. panowanie cyrkulacji południkowej bądź cyrkulacji strefowej.

Jako pewne zakłócenie stochastycznego charakteru zmienności NAO można także uznać przejawy bezwładności w serii czasowej indeksu. Już wcześniej sygnalizowano słabą inercję indeksów NAO (Visbeck i in. 2001; Hurrell i in. 2003; Kożuchowski, Wibig 2021). W niniejszym opracowaniu wskazano na zbieżność zmian średnich wartości indeksów sąsiadujących z sobą w szeregu czasowym (rys. 8).

Najbardziej znaczące oznaki odstępstwa od stochastycznego charakteru zmienności NAO ujawniają się w wieloletnim przebiegu indeksu. Obserwowana koncentracja skrajnie niskich, jak i skrajnie wysokich indeksów NAO w niektórych dekadach wielolecia (tab. 9) odznacza się znikomym prawdopodobieństwem wystąpienia w serii losowej.

Amplituda wahań indeksu w wieloleciu, w szczególności wielkość charakterystycznych zmian b i c oraz wskaźnik ICD, podlegają fluktuacjom, które mogą sugerować istnienie wiekowego cyklu zmienności NAO (zob. rys. 9 i 10).

W szeregu czasowym indeksu występują także okresy występowania zmian z roku na rok o tym samym znaku i okresy utrzymywania się wartości indeksów na określonym, niskim lub wysokim poziomie (np. trwanie faz dodatnich NAO w latach 1903-2914 i od 1986 do 1995 r.). Tego rodzaju, niezbyt liczne przypadki powodują, że kształtuje się słaba pozytywna autokorelacja indeksu NAO ($r_1 = 0,14$).

Powiązania między indeksami w kolejnych sezonach DJFM dowodzą zarazem, że warunki cyrkulacyjne danego sezonu rzutują na stan cyrkulacji w sezonie kolejnym. Można uznać, że tego rodzaju oddziaływanie wynikają bezpośrednio z systemu funkcjonowania Oscylacji Północnoatlantyckiej.

Czytelnik, który z trudem prześledził treść tego artykułu wraz z jej licznymi szczegółowymi informacjami mógłby oczekiwać jaśniejszej deklaracji rozstrzygającej czy opisane w artykule badania zmienności indeksu NAO dowodzą jej w pełni stochastycznego charakteru. Otóż, aczkolwiek stochastyczny charakter zmienności jest wyraźnie widoczny, to jednak znalezione dość liczne osobliwości („zakłócenia”) stochastycznego przebiegu zmian indeksu można traktować jako sygnały oddziaływań pewnych czynników deterministycznych. Problem identyfikacji tych uwarunkowań wykracza już poza zakres treści niniejszego artykułu; prezentujemy w nim jedynie wybrane statystyki, charakteryzujące historię zmian indeksu NAO w ponad 150-letnim okresie.

L i t e r a t u r a

- Degirmendzić J., Kożuchowski K., 2018, Circulation epochs based on the Vangenheim-Girs large scale patterns (1891-2010), *Acta Universitatis Lodzensis. Folia Geographica Physica*, 17, 7-13, DOI: 10.18778/1427-9711.17.01.
- Degirmendzić J., Kożuchowski K., Wibig J., 2000, Epoki cyrkulacyjne w XX wieku i zmienność typów cyrkulacji w Polsce, *Przegląd Geofizyczny*, 45 (3-4), 221-239.
- Goovaerts P., 1997, *Geostatistics for Natural Resources Evaluation*, Applied Geostatistics Series, 561, Oxford University Press, 483 s.
- Hurrell J.W., Kushnir Y., Ottersen G., Visbeck M., 2003, An overview of the North Atlantic Oscillation, [in:] *The North Atlantic Oscillation: Climatic significance and Environmental Impact*, Geophysical Monograph, 134, American Geophysical Union, 1-35, DOI: 10.1029/134GM01.
- Kożuchowski K., Wibig J., 2021, Variation of the North Atlantic Oscillation according to Hurrell's NAO_{DJFM} index (1864-2019), *Przegląd Geofizyczny*, 66, 3-4, 137-160, DOI: 10.32045/PG-2021-022.
- Marsz A.A., 1999, Oscylacja Północnoatlantycka a reżim termiczny zim na obszarze północno-zachodniej Polski i na polskim wybrzeżu Bałtyku, *Przegląd Geograficzny*, 71 (3), 225-245.
- Ostermeier G.M., Wallace J.M., 2003, Trends in the North Atlantic Oscillation – Northern Hemisphere annular mode during the 20th century, *Journal of Climate*, 16 (2), 336-341, DOI: 10.1175/1520-0442(2003)016<0336:TITNAO>2.0.CO;2.
- Sidorenkov N.S., Orlov I.A., 2008, Atmospheric circulation epochs and climate changes, *Russian Meteorology and Hydrology*, 33 (9), 553-559, DOI: 10.3103/S1068373908090021.
- Stach A., 2002, Struktura czasowa wybranych serii pomiarowych Zintegrowanego Monitoringu Środowiska Przyrodniczego, *Regionalny Monitoring Środowiska Przyrodniczego*, Kieleckie Towarzystwo Naukowe, 3, 61-68.
- Stephenson D.B., Pavan V., Bojariu R., 2000, Is the North Atlantic Oscillation a random walk? *International Journal of Climatology*, 20 (1), 1-18, DOI: 10.1002/(SICI)1097-0088(200001)20:1<1::AID-JOC456>3.0.CO;2-P.

Visbeck M.H., Hurrell J.W., Polvani L., Cullen H.M., 2001, The North Atlantic Oscillation: past, present, and future, *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 98 (23), 12876-12877, DOI: 10.1073/pnas.231391598.

S t r e s z c z e n i e

Niniejszy artykuł przedstawia wyniki kilku prób statystycznej charakterystyki krótkoterminowej (w skali rok do roku) oraz wieloletniej (> 10-letniej) zmienności indeksu NAO Hurrella w okresie 1864-2019 i stanowi uzupełniającą kontynuację ich opisu przedstawionego w opracowaniu Kożuchowski, Wibig (2021). W opracowaniu wykorzystano szereg czasowy średnich sezonowych (DJFM) wartości indeksu NAO według Hurrella z okresu 1864-2019. Pokazano, że rozkłady indeksu NAO oraz zmian indeksu z roku na rok nie różnią się znacząco od rozkładu normalnego i obserwowana frekwencja przyrostów bądź spadków indeksu względem tej wartości wykazuje dobrą zbieżność z tym prawdopodobieństwem (rys. 2). Symetria rozkładu normalnego powoduje, że liczebności przyrostów i spadków indeksu z roku na rok w całym zbiorze indeksu są sobie równe. W szeregu czasowym NAO pokazano ponadprzeciętną asocjację zmian o przeciwnych znakach, które stanowią ponad 2/3 ogólnej liczby wszystkich zmian i kształtują ujemną, istotną autokorelację zmiennej Δ ($r_1 = -0,47$). W efekcie pojawia się tendencja preferująca sekwencje indeksu zmian: spadek/wzrost i wzrost/spadek. Tego rodzaju asocjacje różnokierunkowych zmian rozwijają się najsilniej w zakresie najniższych i najwyższych wartości indeksu, potwierdza je znacząca ujemna autokowariancja zmian. Badając następstwo kolejnych indeksów NAO w szeregu czasowym stwierdzono w zasadzie losowy charakter asocjacji indeksów NAO_i i NAO_{i+1} . Rozkłady frekwencji wartości NAO_{i+1} w zależności od NAO_i mają losowy charakter – nie różnią się znacząco od rozkładu dwumianowego. W statystykach opisujących zmienność indeksów NAO znaleziono jednakże sygnały zaburzające symetryczny rozkład obserwowanych zmian indeksu. Należą do nich m.in. powtarzające się w szeregu czasowym przypadki różnicy między spadkami i przyrostami indeksu. Po znacznych spadkach wartości indeksu charakterystyczne i ponadprzeciętnie częste są jego znaczące przyrosty, ale po dużych przyrostach spadki nie są już tak wielkie i częste (rys. 6 i 7). Szczególną osobliwość stanowi forma zmienności c, oznaczająca wzrost indeksu, następujący po jego spadku i wiążąca się z niemal wszystkimi przypadkami indeksu w zakresie 1. decyla wartości NAO (rys. 3). Zmienność indeksów najniższych (szczególnie z zakresu 1. decyla NAO) osiąga znacznie większe rozmiary od zmienności wyższych wartości indeksów, reprezentujących pozytywne fazy NAO. Przyczyną formowania się takiej asymetrii zmienności są odmiennie warunki cyrkulacyjne, odpowiadające skrajnie niskim oraz umiarkowanie wysokim i wysokim indeksom NAO, tj. panowanie cyrkulacji południkowej bądź cyrkulacji strefowej. Najbardziej znaczące oznaki odstępstwa od stochastycznego charakteru zmienności NAO ujawniają się w wieloletnim przebiegu indeksu. Obserwowana koncentracja skrajnie niskich, jak i skrajnie wysokich indeksów NAO w niektórych dekadach wielolecia (tab. 9) odznacza się znikomym prawdopodobieństwem wystąpienia w serii losowej.

Słowa kluczowe: indeks NAO, zmienność wieloletnia, warunki cyrkulacyjne.

A b s t r a c t

This article presents the results of several attempts to statistically characterize the short-term (year-to-year) and long-term (>10-year) variability of the NAO Hurrell index in the period 1864-2019 and is a complementary continuation of their description presented in the study by Kozuchowski and Wibig (2021). The study used a time series of seasonal averages (DJFM) of the NAO index values according to Hurrell from the period 1864-2019. It was shown that the distribution of the NAO index and changes in the index from year to year do not differ significantly from the normal distribution and the observed frequency of increases or decreases of the index in relation to this value shows good convergence with adequate normal distribution probability (Fig. 2). The symmetry of the normal distribution means that the numbers of year-to-year increases and decreases in the index are equal in the entire index set. The NAO time series shows an above-average association of changes with opposite signs, which constitute more than 2/3 of the total number of all changes and form a negative, significant autocorrelation of the Δ variable ($r_1 = -0.47$). As a result, there is a tendency to prefer the change index sequences: decrease/increase and increase/decrease. Such associations of multi-directional changes develop most strongly in the range of the lowest and highest index values, which is confirmed by the significant negative autocovariance of changes. When examining the sequence of successive NAO indices in the time series, the association of the NAO_i and NAO_{i+1} indices was found to be basically random. Frequency distributions of NAO_{i+1} values depending on NAO_i are random – they do not differ significantly from the binomial distribution. However, in the statistics describing the volatility of NAO indices, signals were found that disturbed the symmetrical distribution of the observed changes in the index. They include e.g., repeated in the time series cases of difference between decreases and increases in the index – after significant decreases in the value of the index, its significant increases are characteristic and above average, but after large increases – decreases are not so great and frequent (Fig. 6 and 7). A special peculiarity is the form of volatility c , which means an increase in the index following its decrease and is associated with almost all cases of the index in the range of the 1st decile of the NAO value (Fig. 3). The volatility of the lowest indices (especially in the range of the 1st decile NAO) is much larger than the volatility of higher indices representing the positive NAO phases, the reason for the formation of such volatility asymmetry are different circulation conditions, corresponding to extremely low and moderately high and high NAO indices, i.e., the domination of meridional circulation or zonal circulation. The most significant signs of deviation from the stochastic nature of NAO volatility are revealed in the long-term course of the index. The observed concentration of extremely low and extremely high NAO indices in some decades of the multiannual period (Table 9) is characterized by a negligible probability of occurrence in a random series.

Key words: NAO index, temporal variability, circulation conditions.