

Dorota STACHOWIAK\*

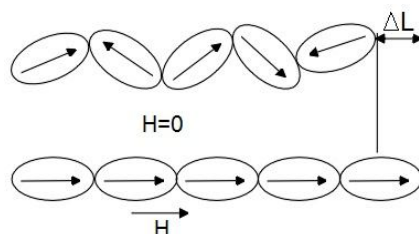
## MODELOWANIE PRZEMIESZCZENIA RDZENIA W PRZETWORNIKU MAGNETOSTRYKCYJNYM O SYMETRII OSIOWEJ

W artykule przedstawiono sposób wyznaczania przemieszczenia rdzenia w przetworniku magnetostrykcyjnym. Rozpatrzono przetwornik magnetostrykcyjny z rdzeniem wykonanym z materiału o gigantycznej magnetostrykcji. W obliczeniach uwzględniono sprzężenie wzajemne pomiędzy polem magnetycznym i mechanicznym. Do wyznaczania rozkładu pola magnetycznego i mechanicznego zastosowano metodę elementów skończonych. Przedstawiono wyniki obliczeń rozkładu odkształceń i naprężeń wywołanych siłami magnetostrykcyjnymi. Wyznaczono charakterystykę przemieszczenia rdzenia w funkcji prądu zasilającego.

SŁOWA KLUCZOWE: modelowanie, magnetostrykcja, odkształcenie, przemieszczenie, przetwornik magnetostrykcyjny

### 1. WPROWADZENIE

Podczas magnesowania materiału ferromagnetycznego zachodzą zmiany jego wymiarów. W materiałach ferromagnetycznych występuje magnetostrykcja spontaniczna - samoistna bez udziału zewnętrznego pola magnetycznego. Natomiast po przyłożeniu zewnętrznego pola pojawia się magnetostrykcja właściwa. Następuje uporządkowanie kierunku magnesowania domen – rys. 1 [4]. Zmiana następuje przede wszystkim w kierunku działania wektora pola i jest nazywana magnetostrycją liniową tzw. magnetostrycją Joule'a.



Rys. 1. Wpływ zewnętrznego pola magnetycznego na materiał magnetostrykcyjny

\*Politechnika Poznańska.

Zmianie wymiarów w kierunku działania wektora pola towarzyszy również zmiana wymiarów ciała w kierunku prostopadłym do wektora pola. Ten efekt nazywany magnetostrycją poprzeczną ma przeciwny znak do magnetostrykcji Joule'a.

Zmianę wymiarów liniowych materiału określa się w mikronach na metr ( $\mu\text{m/m}$ ) lub w jednostce umownej ppm (ang. ppm – *parts per milion*,  $10^{-6}$ ). Wartość magnetostrykcji liniowej, zwaną stałą magnetostrykcyjną (lub też współczynnikiem magnetostrykcji)  $\lambda$ , opisuje się następująco,

$$\lambda = \frac{\Delta l}{l} \quad (1)$$

gdzie:  $\Delta l$  - zmiana długości próbki,  $l$  - początkowa długość próbki .

Współczynniki magnetostrykcji stopów żelazo-nikiel uzyskują maksymalny współczynnik magnetostrykcji  $24 \cdot 10^{-6}$  przy zawartości od 20% do 40% niklu. Natomiast współczynniki magnetostrykcji współczesnych materiałów sięgają rzędu  $2000 \cdot 10^{-6}$  [6, 11].

Obecnie w przetwornikach magnetostrykcyjnych stosuje się głównie materiały takie jak Terfenol-D i Galfenol. Terfenol-D ( $\text{Tb}_x\text{Dy}_{1-x}\text{Fe}_2$ ,  $x \sim 0,3$ ) jest międzymetalicznym stopem pierwiastków ziem rzadkich, terbu i dysprozu oraz żelaza [7]. Natomiast Galfenol ( $\text{Fe}_{100-x}\text{Ga}_x$ ,  $\sim 12 < x < 30$ ) jest stopem żelaza i galu [5].

W niniejszej pracy rozpatrzono przetwornik magnetostrykcyjny, którego rdzeń wykonany jest z materiału o tzw. gigantycznej magnetostrykcji – Terfenolu-D.

## 2. RÓWNANIA MAGNETOMECHANICZNE

W materiałach magnetostrykcyjnych odkształcenie  $\boldsymbol{\varepsilon}$  i indukcja magnetyczna  $\mathbf{B}$  są funkcjami naprężenia  $\boldsymbol{\sigma}$  i natężenia pola magnetycznego  $\mathbf{H}$ ;

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{H}), \quad (2)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{H}). \quad (3)$$

Całkowite odkształcenie materiału magnetostrykcyjnego  $\boldsymbol{\varepsilon}$  jest sumą odkształcenia mechanicznego  $\boldsymbol{\varepsilon}_{\text{mech}}$  i magnetycznego  $\boldsymbol{\varepsilon}_{\text{mag}}$ ,

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{mech}} + \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{mag}}. \quad (4)$$

Odkształcenie mechaniczne  $\boldsymbol{\varepsilon}_{\text{mech}}$  określa się zgodnie z prawem Hooke'a jako:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\text{mech}} = \frac{\boldsymbol{\sigma}}{\mathbf{E}}, \quad (5)$$

gdzie  $\mathbf{E}$  jest macierzą sprężystości materiału.

Odkształcenie magnetyczne  $\boldsymbol{\varepsilon}_{\text{mag}}$  powstaje na skutek działania siły pochodzenia magnetostrykcyjnego [2]. Odkształcenie  $\boldsymbol{\varepsilon}_{\text{mag}}$  odpowiada względnemu wydłużeniu magnetostrykcyjnemu  $\lambda$ , które można opisać następującą zależnością [3, 4],

$$\lambda = \frac{3}{2} \lambda_S \left( \frac{\mathbf{M}}{M_S} \right)^2 \quad (6)$$

w której  $\mathbf{M}$  jest magnetyzacją materiału a  $M_S$  i  $\lambda_S$  są odpowiednio magnetyzacją nasycenia i magnetostrycją nasycenia. Magnetyzacja nasycenia  $M_S$  dla Terfenolu-D przyjmuje wartości z przedziału od  $3 \cdot 10^5$  [A/m] do  $8 \cdot 10^5$  [A/m] [10].

Magnetostrycję nasycenia  $\lambda_S$  dla materiału polikrystalicznego można wyznaczyć na podstawie wartości magnetostrykcji nasycenia w kierunku krystalograficznym  $\langle 100 \rangle$   $\lambda_{100}$  i  $\langle 111 \rangle$   $\lambda_{111}$  [4,6],

$$\lambda_S = \frac{2}{5} \lambda_{100} + \frac{3}{5} \lambda_{111} \quad (7)$$

Typowe wartości wydłużeń względnych dla żelaza to odpowiednio:  $\lambda_{100} = 21 \cdot 10^{-6}$  i  $\lambda_{111} = -21 \cdot 10^{-6}$ , dla niklu:  $\lambda_{100} = -46 \cdot 10^{-6}$  i  $\lambda_{111} = -24 \cdot 10^{-6}$  natomiast dla Terfenolu-D:  $\lambda_{100} = 90 \cdot 10^{-6}$  i  $\lambda_{111} = 1600 \cdot 10^{-6}$  [4, 6].

Magnetostrycję nasycenia można wyznaczyć także empirycznie na podstawie różnicy między magnetostrycją nasycenia mierzoną równolegle  $\lambda_{S||}$  a magnetostrycją nasycenia mierzoną prostopadle  $\lambda_{S\perp}$  do przyłożonego pola magnetycznego [4],

$$\lambda_S = \frac{2}{3} (\lambda_{S||} - \lambda_{S\perp}) \quad (8)$$

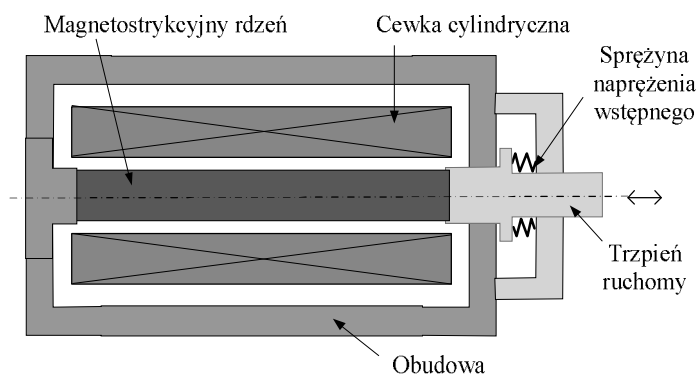
Podstawiając zależności (4) i (6) do (5) otrzymujemy wyrażenie opisujące naprężenie w postaci:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{E} \left( \boldsymbol{\varepsilon} - \frac{3}{2} \lambda_S \left( \frac{\mathbf{M}}{M_S} \right)^2 \right). \quad (9)$$

### 3. MODEL MAGNETOSTRYKCYJNEGO PRZETWORNIKA

Widok konstrukcji magnetostrykcyjnego przetwornika przedstawiono na rys. 2. Elementem wykonawczym w rozpatrywanym przetworniku jest magnetostrykcyjny rdzeń wykonany z Terfenolu-D.

Wokół rdzenia nawinięte jest uzwojenie wzbudzające pole magnetyczne. Cewkę umieszczono wewnątrz ferromagnetycznej obudowy umożliwiając ukierunkowanie wektora pola magnetycznego. Natomiast sprężyna pozwala wygenerować wstępne naprężenie mechaniczne w rdzeniu. Wpływ naprężenia wstępnego rdzenia z Terfenolu-D na magnetostrykcyjne charakterystyki przetwornika był wcześniej omówiony przez autorkę w pracy [9].



Rys. 2. Widok przedstawiający konstrukcję magnetostrykcyjnego przetwornika

Do opisu zjawisk elektromagnetycznych w przetwornikach o symetrii osiowej dogodnie jest wykorzystać cylindryczny układ współrzędnych  $r, z, \vartheta$ . Wówczas równanie pola elektromagnetycznego można zapisać w postaci [8]

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{\mu} \frac{1}{l_o} \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{\mu} \frac{1}{l_o} \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) = -J_{\vartheta} \quad (10)$$

gdzie:  $l_o = 2\pi r$ ;  $\varphi = l_o A_{\vartheta}$ ,  $A_{\vartheta}$  – składowa obwodowa wektorowego potencjału magnetycznego,  $\mu$  – przenikalność magnetyczna,  $J_{\vartheta}$  – składowa obwodowa wektora gęstości prądu w obszarze uzwojenia wzbudzającego.

Dla osiowosymetrycznych elementów konstrukcyjnych posługujemy się składowymi tensora naprężenia  $\sigma$  i odkształcenia  $\varepsilon$  w postaci wektora [1],

$$\sigma = [\sigma_r \quad \sigma_z \quad \sigma_{\vartheta} \quad \sigma_{rz}]^T; \quad \varepsilon = [\varepsilon_r \quad \varepsilon_z \quad \varepsilon_{\vartheta} \quad \tau_{rz}]^T \quad (11)$$

Związek pomiędzy odkształceniem  $\varepsilon$  a przemieszczeniem  $\mathbf{u}$  określa zależność,

$$\varepsilon = \mathbf{D} \mathbf{u}, \quad (12)$$

$$\text{w której: } \mathbf{D} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial r} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{1}{r} & 0 \\ \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial r} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_r \\ u_z \end{bmatrix}$$

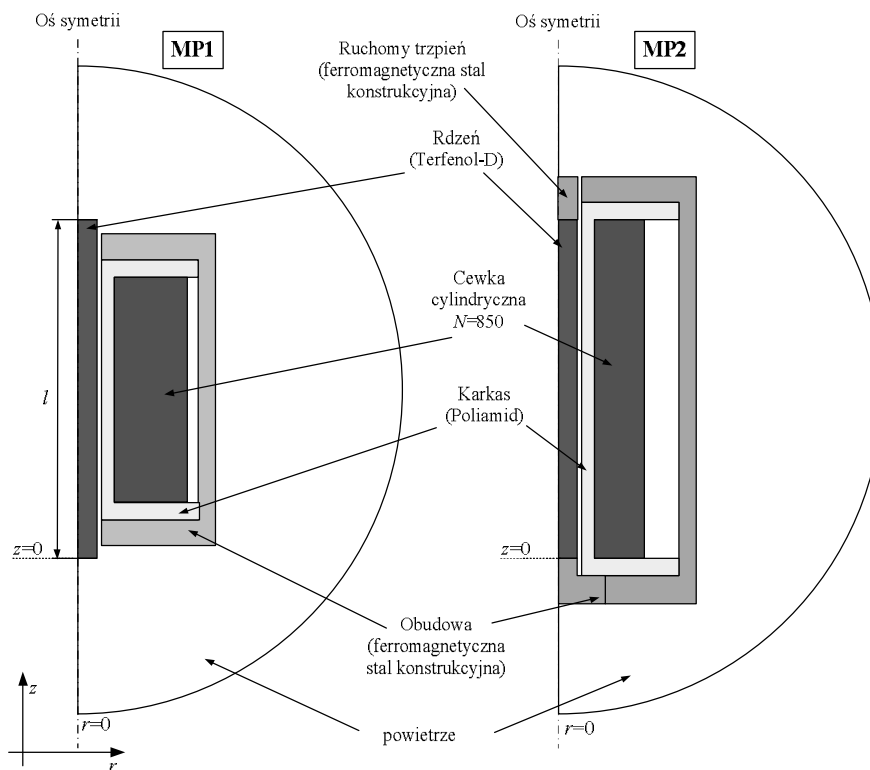
$u_r$  i  $u_z$  – przemieszczenia odpowiednio w kierunkach  $r$  i  $z$ .

Macierz sprężystości  $\mathbf{E}$  wyrażona jest zatem następująco:

$$\mathbf{E} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,5(1-2\nu) \end{bmatrix} \quad (13)$$

gdzie:  $E$  oznacza współczynnik sztywności (moduł Younga) a  $\nu$  - współczynnik Poissona.

W pracy rozpatrzono dwa przetworniki magnetostrykcyjne (MP1 i MP2) o obwodach elektromagnetycznych różniących się strukturami uzwojenia wzbudającego - rys. 3. Przy stałej liczbie zwojów ( $N = 850$ ) analizowane przetworniki różnią się smukłością cewki. Współczynnik smukłości cewki  $\delta$  zdefiniowano jako długość uzwojenia  $l_u$  do jego średnicy zewnętrznej  $d_u$  ( $\delta = l_u/d_u$ ). Przetwornik MP1 charakteryzuje się smukłością cewki  $\delta = 1,65$  natomiast MP2  $\delta = 2,27$  - rys. 3. W obydwu przetwornikach zastosowano rdzeń wykonany z Terfenolu-D w postaci pręta o długości  $l = 100$  mm i promieniu  $r = 5$  mm. W obliczeniach analizowano przypadek w którym cewkę zasilano ze źródła prądu stałego.

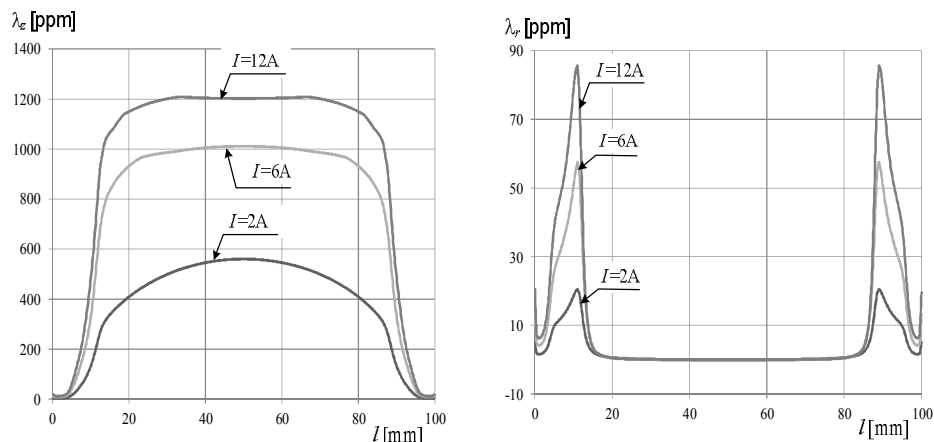


Rys. 3. Struktury MP1 i MP2 analizowanych przetworników magnetostrykcyjnych

#### 4. WYBRANE WYNIKI BADAŃ

W dostępnych środowiskach obliczeniowych brakuje modeli w pełni odwzorowujących sprzężenie magnetomechaniczne w materiałach magnetostrykcyjnych. Autorka niniejszej pracy postanowiła rozszerzyć stosowane przez siebie oprogramowanie o procedury umożliwiające sprzężenie pola magnetycznego i mechanicznego. W komercyjnym środowisku obliczeniowym zaimplementowano opracowaną metodę odwzorowania przemieszczenia rdzenia wykonanego z materiału o gigantycznej magnetostrykcji. W analizie pola uwzględniono nieliniowe charakterystyki magnesowania zastosowanych materiałów. W obliczeniach wykorzystano charakterystykę magnesowania Terfenolu-D otrzymaną przy naprężeniu wstępnym  $\sigma_0 = 8$  MPa [9]. W programie obliczeniowym odkształcenie magnetyczne  $\epsilon_{mag}$  wywołane siłami pochodzenia magnetostrykcyjnego odwzorowano wykorzystując zależność (6).

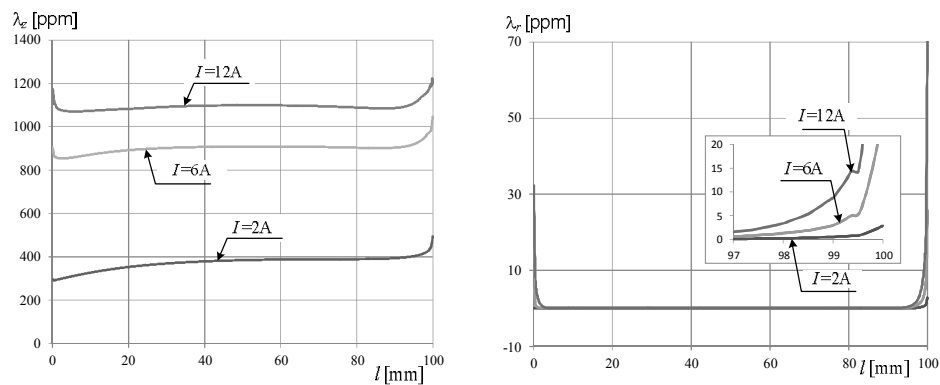
Wyniki obliczeń składowych  $\lambda_z$  i  $\lambda_r$  współczynnika magnetostrykcyjnego wzdłuż wysokości rdzenia ( $r = 5$  mm, rys. 3) przedstawiono na rys. 4 dla przetwornika MP1 a na rys. 5 dla przetwornika MP2. Przy czym  $\lambda_r$  i  $\lambda_z$  są to względne wydłużenia odpowiednio w kierunkach  $r$  i  $z$ .



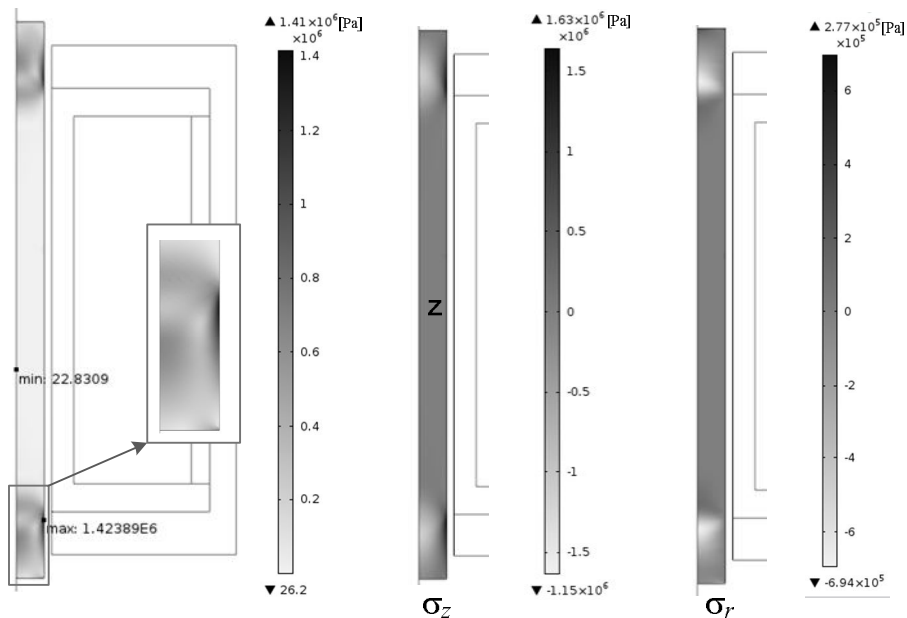
Rys. 4. Rozkład składowych  $\lambda_z$  i  $\lambda_r$ , współczynnika magnetostrykcyjnego wzdłuż wysokości rdzenia ( $r = 5$  mm) dla przetwornika MP1

Na rys. 6 i rys. 7 zaprezentowano rozkłady naprężeń w rdzeniu z Terfenolu-D odpowiednio dla przetworników MP1 i MP2 przy zasilaniu prądem  $I = 12$  A. W obliczeniach przyjęto, że rdzeń z jednej strony jest zablokowany mechanicznie ( $z = 0$ , rys. 3) a z drugiej może się swobodnie przemieszczać.

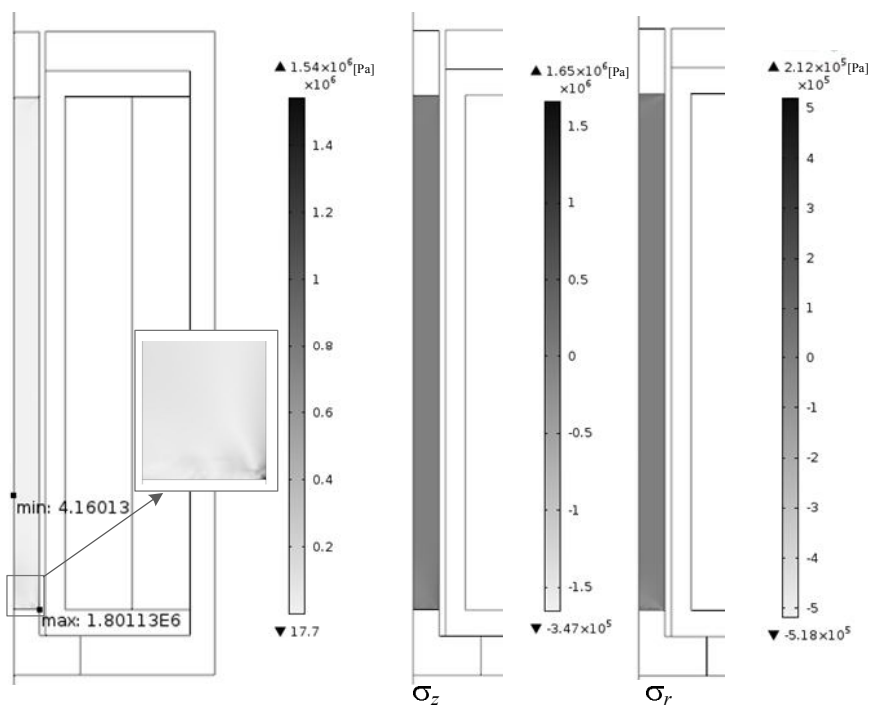
Przemieszczenie rdzenia przy zasilaniu prądem o wartości  $I = 12$  A przedstawiono na rys. 8. Dodatkowo zilustrowano zmiany wymiaru średnicy ruchomego końca rdzenia wywołane niejednorodnym rozkładem pola magnetycznego i naprężeń w tym obszarze.



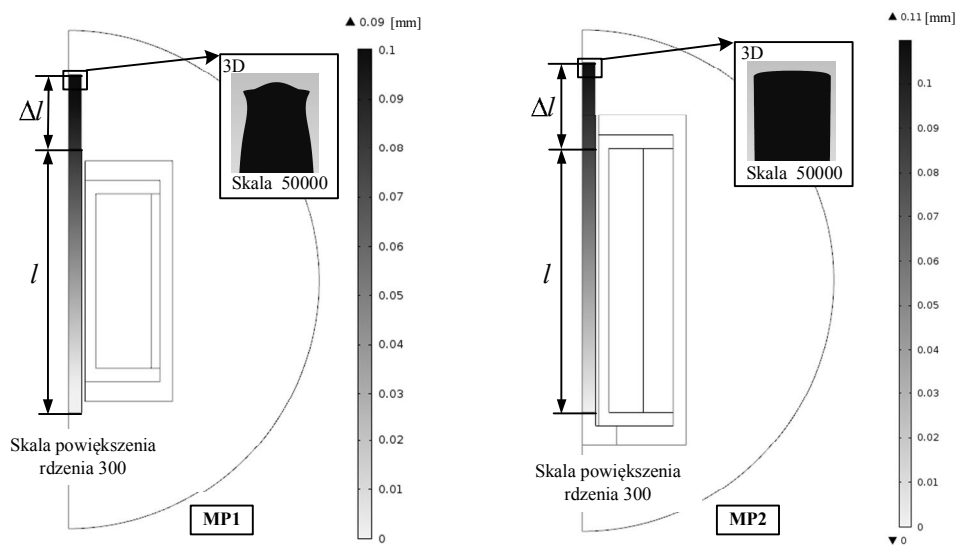
Rys. 5. Rozkład składowych  $\lambda_z$  i  $\lambda_r$ , współczynnika magnetostrykcyjnego wzdłuż wysokości rdzenia ( $r = 5$  mm) dla przetwornika MP2



Rys. 6. Rozkład naprężeń w rdzeniu z Terfenolu-D oraz składowych  $\sigma_z$  i  $\sigma_r$ , wektora naprężeń dla przetwornika MP1



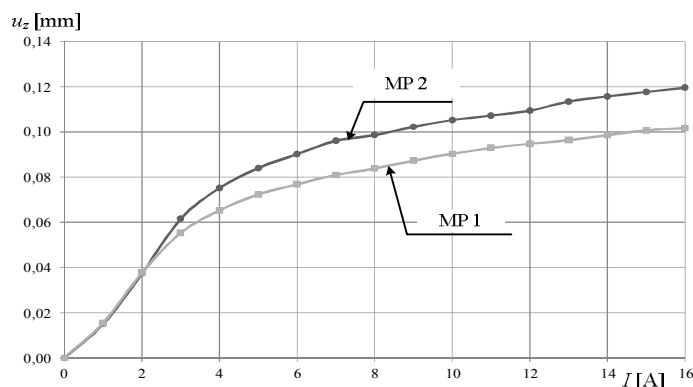
Rys. 7. Rozkład naprężeń w rdzeniu z Terfenolu-D oraz składowych  $\sigma_z$  i  $\sigma_r$  wektora naprężeń dla przetwornika MP2



Rys. 8. Przesunięcie rdzenia z Terfenolu-D przy zasilaniu prądem o wartości  $I = 12$  A



Na rys. 9 przedstawiono porównanie charakterystyk przemieszczenia rdzenia w kierunku osi  $z$  (składowa wektora przemieszczenia  $u_z$ ) w funkcji prądu zasilającego dla analizowanych przetworników. Przetwornik MP2 o większej smukłości cewki wzbudzającej pole magnetyczne ulega większemu wydłużeniu w kierunku osi  $z$  niż przetworniki MP1.



Rys. 9. Charakterystyki przemieszczenie rdzenia w funkcji prądu zasilającego

## 5. PODSUMOWANIE

W niniejszym artykule przedstawiono wyniki badań związanych z odwzorowaniem przemieszczenia rdzenia w przetworniku magnetostrykcyjnym o symetrii osiowej. Dodatkowo zaprezentowano rozkłady odkształceń i naprężeń powstałych na skutek działania sił magnetostrykcyjnych.

Przeprowadzono obliczenia zmiany długości rdzenia w przetwornikach o różnej smukłości cewki zasilającej. Wyznaczono charakterystyki przemieszczenia rdzenia w analizowanych przetwornikach w zależności od wartości prądu zasilającego. Wyniki obliczeń wykazały, że dla przetwornika z cewką o większej smukłości występuje większa zmiana długości i mniejsze zmiany wymiaru średnicy rdzenia.

Zaproponowaną metodę wyznaczania przemieszczenia rdzenia można skutecznie zastosować w procesie projektowania przetworników magnetostrykcyjnych.

## LITERATURA

- [1] Bednarski T., Mechanika plastycznego płynięcia w zarysie, PWN, Warszawa 1995.
- [2] Belahcen A., Magnetoelasticity, magnetic forces and magnetostriction in electrical machines, 2004, Helsinki University of Technology (PhD research).

- [3] Calkins F.T., Smith R.C., Flatau A.B., An Energy-Based Hysteresis Model for Magnetostrictive Transducers. IEEE Trans. on Magnetic, Vol. 36. No. 2, 2000, pp. 429-439.
- [4] Chikazumi S., Physics of ferromagnetism, Oxford University Press, New York 1997.
- [5] Datta S., Flatau A., Magnetomechanical coupling factor and energy density of single crystal iron-gallium alloys. San Diego, Proceedings of SPIE, 2008.
- [6] Engdahl G., Handbook of giant magnetostrictive materials. San Diego, USA: Academic Press; 2000.
- [7] ETREMA Products Inc., Terfenol-D Magnetostrictive Actuator Information, Specifications, Public domain information, [www.etrema.com](http://www.etrema.com).
- [8] Nowak L.: Modele polowe przetworników elektromechanicznych w stanach nieustalonych, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań 1999.
- [9] Stachowiak D, The influence of magnetic bias and prestress on magnetostriction characteristics of a giant magnetostrictive actuator, Przegląd Elektrotechniczny, R. 89 Nr 4/2013, s. 233-236.
- [10] Zheng J., Cao S., Wang H., Modeling of magnetomechanical effect behaviors in a giant magnetostrictive device under compressive stress, Sensors and Actuators A, 2008, nr 143, ss. 204–214.
- [11] Żurek Z. H., Sprężystość mechaniczna w obwodach magnetycznych – część wstępna Zeszyty Problemowe - Maszyny Elektryczne nr 82, 2009, wyd. BOBRME Komel, s. 39-43.

#### **MODELING OF CORE DISPLACEMENT IN AXIAL SYMETRY MAGNETOSTRICTIVE TRANSDUCER**

The paper presents a method to determine the displacement of the core in magnetostrictive transducer. Magnetostrictive transducer were considered with a core made of giant magnetostrictive material. The calculation takes into account the coupling of magnetic and mechanical field. To determine the distribution of the magnetic and the mechanical field finite element method was used. The results of calculations of the distribution of stress and strain caused by magnetostrictive forces have been presented. Displacement characteristics of the core as a function of supply current were calculated.