

**Anna Justyna WERNER-JUSZCZUK,  
Piotr RYNKOWSKI**

Politechnika Białostocka, WbiIŚ  
ul. Wiejska 45E, 15-351 Białystok  
E-mail: a.juszczuk@pb.edu.pl, p.rynkowski@pb.edu.pl

## **Ocena ryzyka wystąpienia kondensacji pary wodnej na powierzchni ściany klatki schodowej przy wykorzystaniu MEB**

### 1 Wstęp

Problem kondensacji pary wodnej zawartej w powietrzu na powierzchniach wewnętrznych przegród budowlanych jest istotny ze względu na skutki zdrowotne oraz komfort użytkownika lokali mieszkalnych. Kondensacja powierzchniowa pary wodnej prowadzi do rozwoju grzybów i pleśni, co może skutkować występowaniem alergii oraz przewlekłych chorób układu oddechowego [1].

Obszarem o zwiększonym ryzyku powstawania powierzchniowej kondensacji są mostki cieplne, które występują między innymi w miejscach połączeń dwóch i trzech przegród budowlanych. W zasięgu oddziaływania mostków cieplnych obserwuje się obniżoną temperaturę powierzchni. Jeżeli temperatura ta będzie niższa od tzw. punktu rosy przy danej wilgotności względnej powietrza, nastąpi wykroplenie się pary wodnej. W celu określenia ryzyka kondensacji powierzchniowej oraz rozwoju zagrzybienia wyznacza się dwa parametry: minimalną temperaturę powierzchni przegrody  $\theta_{min}$  oraz współczynnik temperaturowy  $f_{Rsi}$  [2]. Dodatkowo na ryzyko wystąpienia kondensacji powierzchniowej ma wpływ opór cieplny przegrody, który jest określany przez współczynnik przenikania ciepła  $U$ .

W pracy podjęto próbę określenia ryzyka wystąpienia kondensacji pary wodnej na powierzchni ścian wewnętrznych pomiędzy klatką schodową a lokalem mieszkalnym w budynku wielorodzinnym. Potrzeba wykonania symulacji rozkładu temperatury w tej przegrodzie wynika z niejednoznacznych zapisów w rozporządzeniu [2], dotyczących maksymalnej wartości współczynnika przenika ciepła  $U$ .

Rozporządzenie [2] określa maksymalną wartość współczynnika przenikania ciepła ( $U_{max}=1\text{W/m}^2\text{K}$ ) dla ścian wewnętrznych oddzielających pomieszczenia ogrzewane od pomieszczeń nieogrzewanych, np. nieogrzewanych klatek schodowych.

W przypadku klatek ogrzewanych kwestią sporną pozostaje interpretacja zapisu *ściany wewnętrzne pomiędzy pomieszczeniami ogrzewanymi a nieogrzewanymi, klatkami schodowymi lub korytarzami*. Część projektantów podważa zasadność przyjmowania przecinka pomiędzy słowami *nieogrzewanymi* a *klatkami* i nie przewiduje izolacji ścian ogrzewanych klatek schodowych.

W celu określenia zasadności izolacji ścian pomiędzy klatką schodową a lokalem mieszkalnym przeprowadzono symulację rozkładu temperatury w ścianie wewnętrznej

klatki schodowej w wariancie z izolacją i bez izolacji dla różnych wartości temperatury oraz wilgotności względnej powietrza wewnętrznego. Ryzyko wystąpienia kondensacji pary wodnej jest największe w miejscu połączenia ściany ze stropem, w związku z czym, w celu wyznaczenia minimalnej temperatury powierzchni przegrody  $\theta_{min}$  oraz współczynnika temperaturowego  $f_{Rst}$ , należy wykonać obliczenia numeryczne modeli dwuwymiarowych. Obliczenia przeprowadzono przy wykorzystaniu programu komputerowego opartego na algorytmie rozwiązania ustalonego procesu przewodzenia ciepła w obszarach wielospójnych metodą elementów brzegowych, opracowanego w Katedrze Ciepłownictwa Politechniki Białostockiej. Symulację przeprowadzono dla nowo wybudowanego budynku wielorodzinnego w Białymstoku.

## 2 Metoda obliczeniowa

Rozwiązanie zagadnienia ustalonego przewodzenia ciepła w obszarach wielospójnych można sprowadzić do rozwiązania równania Laplace'a:

$$\nabla^2 T(\mathbf{p}) = 0 \quad (1)$$

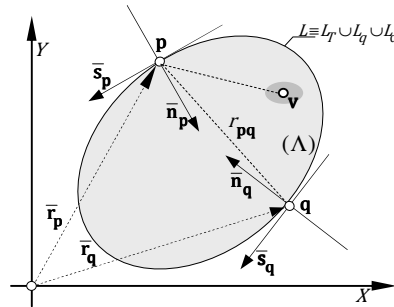
z warunkami brzegowymi Dirichleta (1a), Neumanna (1b) i Robina (1c)

$$T(\mathbf{m})|_{\mathbf{m}=\mathbf{p}} = T_L(\mathbf{p}) \quad ; \quad (\mathbf{p}) \in (L_T), \quad (1a)$$

$$-\lambda \frac{\partial T(\mathbf{m})}{\partial n_{\mathbf{p}}}|_{\mathbf{m}=\mathbf{p}} = q_L(\mathbf{p}) \quad ; \quad (\mathbf{p}) \in (L_q), \quad (1b)$$

$$-\lambda \frac{\partial T(\mathbf{m})}{\partial n_{\mathbf{p}}}|_{\mathbf{m}=\mathbf{p}} = q_L(\mathbf{p}) = \alpha(T(\mathbf{p}) - T_a) \quad ; \quad (\mathbf{p}) \in (L_\alpha) \quad (1c)$$

w płaskim obszarze ograniczonym przez  $L = L_T \cup L_q \cup L_\alpha$  (rys. 1).



Rys. 1. Obszar z warunkami brzegowymi

Fig. 1. Domain with boundary conditions

Rozwiązanie równania różniczkowego (1) z warunkami brzegowymi (1a), (1b) i (1c) ma postać równania całkowego:

$$\begin{aligned} T(\mathbf{p}) + \int_{(L_T)} q(\mathbf{q})G(\mathbf{p}, \mathbf{q}) dL_T + \int_{(L_q)} q_L(\mathbf{q})G(\mathbf{p}, \mathbf{q}) dL_q + \int_{(L_\alpha)} [\alpha(T(\mathbf{q}) - T_a)]G(\mathbf{p}, \mathbf{q}) dL_\alpha = \\ = \int_{(L_T)} T_L(\mathbf{q})H(\mathbf{p}, \mathbf{q})dL_T + \int_{(L_q)} T(\mathbf{q})H(\mathbf{p}, \mathbf{q})dL_q + \int_{(L_\alpha)} T(\mathbf{q})H(\mathbf{p}, \mathbf{q})dL_\alpha \end{aligned} \quad (2)$$

$$\mathbf{p}, \mathbf{q} \in (L); (L \equiv L_T \cup L_q \cup L_\alpha).$$

Rozwiązania podstawowe  $G(\mathbf{p}, \mathbf{q})$  i  $H(\mathbf{p}, \mathbf{q})$  są odpowiednio równe dla  $\mathbf{p} \neq \mathbf{q}$ :

$$G(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = \frac{1}{2\pi\lambda} \ln\left(\frac{1}{r_{\mathbf{p}\mathbf{q}}}\right); \quad r_{\mathbf{p}\mathbf{q}} = |\mathbf{p} - \mathbf{q}|, \quad (2a)$$

$$H(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = \frac{\partial G(\mathbf{p}, \mathbf{q})}{\partial \mathbf{n}_{\mathbf{p}}} = \frac{1}{2\pi} \frac{(x_{\mathbf{q}} - x_{\mathbf{p}})n^x + (y_{\mathbf{q}} - y_{\mathbf{p}})n^y}{r_{\mathbf{p}\mathbf{q}}^2}, \quad (2b)$$

$$\mathbf{n} = [n^x, n^y] = [\Delta y_{\mathbf{q}}/L_{\mathbf{q}}, \Delta x_{\mathbf{q}}/L_{\mathbf{q}}].$$

Następnie równanie całkowe (2) jest rozwiązywane numerycznie. W tym celu dokonuje się przybliżenia linii brzegowej rozpatrywanego obszaru skończoną liczbą liniowych elementów brzegowych.

Wartość temperatury wewnątrz rozpatrywanego obszaru jest wyznaczana na podstawie wartości temperatury i strumienia ciepła na brzegach obszaru, będących rozwiązaniem równania (2):

$$T(\mathbf{v}) = \int_{(L_q)} T(\mathbf{q})H(\mathbf{v}, \mathbf{q})dL_q - \int_{(L_q)} q(\mathbf{q})G(\mathbf{v}, \mathbf{q}) dL_q, \quad (3)$$

gdzie:

$$G(\mathbf{v}, \mathbf{q}) = \frac{1}{2\pi\lambda} \ln\left(\frac{1}{r_{\mathbf{v}\mathbf{q}}}\right); \quad r_{\mathbf{v}\mathbf{q}} = |\mathbf{v} - \mathbf{q}|, \quad (3a)$$

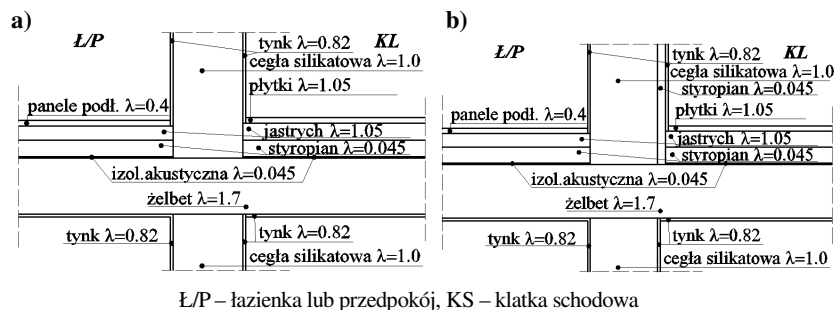
$$H(\mathbf{v}, \mathbf{q}) = \frac{\partial G(\mathbf{v}, \mathbf{q})}{\partial \mathbf{n}_{\mathbf{v}}} = \frac{1}{2\pi} \frac{(x_{\mathbf{q}} - x_{\mathbf{v}})n^x + (y_{\mathbf{q}} - y_{\mathbf{v}})n^y}{r_{\mathbf{v}\mathbf{q}}^2}, \quad \mathbf{v} \in \Omega; \quad \mathbf{q} \in L. \quad (3b)$$

Rozwiązując zagadnienie przewodzenia ciepła w obszarach wielospójnych, określa się dodatkowe warunki brzegowe na liniach styku pomiędzy poszczególnymi podobszarami. W prezentowanym algorytmie MEB założono idealny kontakt, co oznacza równość temperatury oraz ciągłość strumienia cieplnego na wewnętrznych liniach brzegowych podobszarów.

### 3 Budowa modelu fizycznego przegrody budowlanej

Obliczenia wykonano dla rzeczywistych rozwiązań konstrukcyjnych w budynku wielorodzinnym zlokalizowanym w Białymstoku. Budynek jest siedmioklatkowy, sześciokondygnacyjny, z garażem podziemnym. Klatki schodowe są z wiatrołapami.

Do obliczeń przyjęto dwie konstrukcje ściany wewnętrznej klatki schodowej: bez izolacji ( $U=1,923 \text{ W/m}^2\text{K}$ ) (rys. 2a) i z izolacją o grubości 3 cm ( $U=0,843 \text{ W/m}^2\text{K}$ ) (rys. 2b). Dobrano minimalną grubość styropianu, przy której współczynnik przenikania ciepła  $U$  spełnia wymagania określone w [2].



Rys. 2. Budowa modelu: a) ściana bez izolacji, b) ściana z izolacją

Fig. 2. Scheme of model: a) wall without insulation, b) wall with insulation

### 4 Warunki brzegowe

W miejscach przekroju przez przegrody budowlane przyjęto warunek Neumanna w postaci zerowej wartości strumienia ciepła  $q=0 \text{ W/m}^2$ .

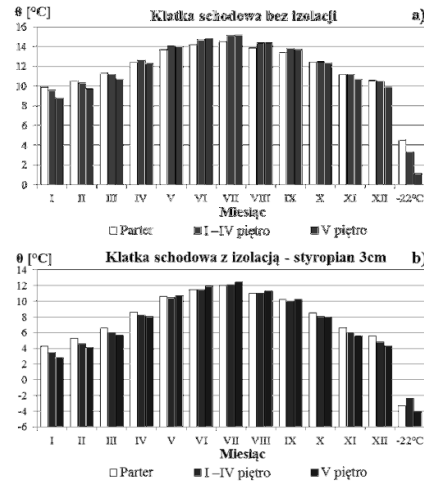
Na powierzchni przegród budowlanych przyjęto warunek Robina, określony przez temperaturę i opór przejmowania ciepła na powierzchni przegrody.

Opór przejmowania ciepła  $R_{si}$  na powierzchniach szklanych i ramach wynosi  $0,13 \text{ m}^2 \cdot \text{K/W}$ , a na pozostałych powierzchniach  $0,25 \text{ m}^2 \cdot \text{K/W}$  [3].

W budynkach zamieszkania zbiorowego obliczeniowa temperatura ogrzewanej klatki schodowej jest równa  $8^\circ\text{C}$ , przedpokoju  $20^\circ\text{C}$ , a łazienki  $24^\circ\text{C}$  [4, 5].

Temperaturę nieogrzewanej klatki schodowej (rys. 3) wyznaczono w oparciu o wartości współczynników przenikania ciepła przegród budowlanych  $U$ , ograniczających klatkę schodową w wariantach z izolacją i bez izolacji, przy założeniu obliczeniowej temperatury zewnętrznej dla Białegostoku (IV strefa klimatyczna  $\theta_e=-22^\circ\text{C}$  [4]) oraz średniej miesięcznej temperatury powietrza zewnętrznego [6].

*Ocena ryzyka wystąpienia kondensacji pary wodnej  
na powierzchni ściany klatki schodowej przy wykorzystaniu MEB*



Rys. 3. Temperatura nieogrzewanej klatki schodowej: a) ściana bez izolacji, b) ściana z izolacją  
Fig. 3. Temperature of unheated staircase: a) wall without insulation, b) wall with insulation

Uwzględniając maksymalne i minimalne wartości temperatur nieogrzewanych klatek schodowych, do dalszych obliczeń przyjęto temperaturę od  $-4^{\circ}\text{C}$  do  $16^{\circ}\text{C}$ .

### 5 Graniczne wartości $\theta_{si\min}$ oraz $f_{Rsi}$

W celu określenia ryzyka wystąpienia powierzchniowej kondensacji pary wodnej wyznaczono wartość minimalnej temperatury powierzchni  $\theta_{si\min}$  (4) oraz minimalnego współczynnika temperaturowego  $f_{Rsi}$  (5) w stanie ustalonych warunków wymiany ciepła dla wszystkich miesięcy w roku [3]:

$$\theta_{si\min} = \frac{237,3 \log_e \left( \frac{p_{sat}}{610,5} \right)}{17,269 - \log_e \left( \frac{p_{sat}}{610,5} \right)}, \quad (4)$$

gdzie:  $p_{sat}$  – ciśnienie cząstkowe pary wodnej nasyconej przy temperaturze  $\theta$ , bar:

$$f_{Rsi} = \frac{\theta_{si\min} - \theta_e}{\theta_i - \theta_e}, \quad (5)$$

gdzie:  $\theta_e$  – temperatura powietrza zewnętrznego,  $^{\circ}\text{C}$ ,  
 $\theta_i$  – temperatura powietrza wewnętrznego,  $^{\circ}\text{C}$ .

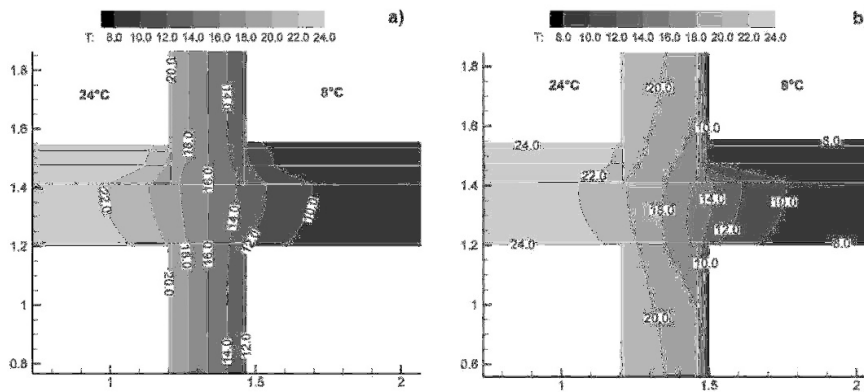
Obliczenia przeprowadzono w dwóch wariantach. W pierwszym przyjęto zmienną wilgotność względną powietrza w obu pomieszczeniach, którą wyliczono na podstawie wilgotności względnej powietrza zewnętrznego [3], określonej dla średniej miesięcznej temperatury zgodnie z wytycznymi normy [6]. W drugim wariantcie przyjęto stałą

wilgotność na poziomie 55% w łazience i w przedpokoju zgodnie z wymaganiami WT2008 [2]. Dodatkowo dla łazienki wykonano obliczenia dla stałej wilgotności 65%.

W celu ochrony przed zagrzybieniem najniższa temperatura w obrębie analizowanego węzła konstrukcyjnego  $\theta_{min}$  powinna być wyższa od wartości krytycznej  $\theta_{simin}$ . Jednocześnie współczynnik temperaturowy powinien mieć wartość wyższą od minimalnego współczynnika temperaturowego dla miesiąca krytycznego (miesiąc o największej wartości współczynnika temperaturowego  $f_{Rsi}$  [3]).

## 6 Wyniki obliczeń

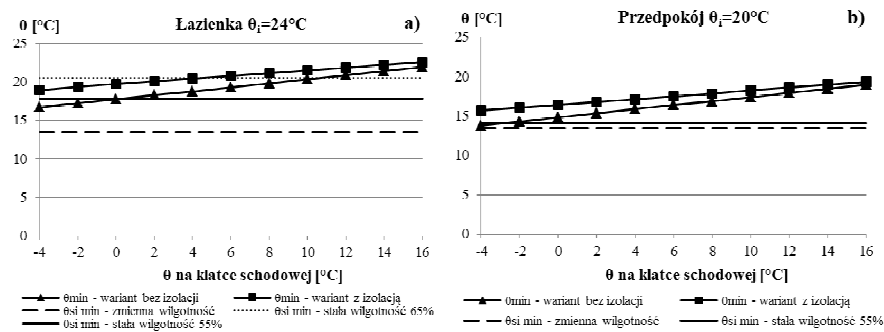
W wyniku obliczeń numerycznych MEB otrzymano rozkład temperatury w badanych strukturach budowlanych (rys. 4).



Rys. 4. Pole temperatury: a) ściana bez izolacji, b) ściana z izolacją

Fig. 4. Temperature field: a) wall without insulation, b) wall with insulation

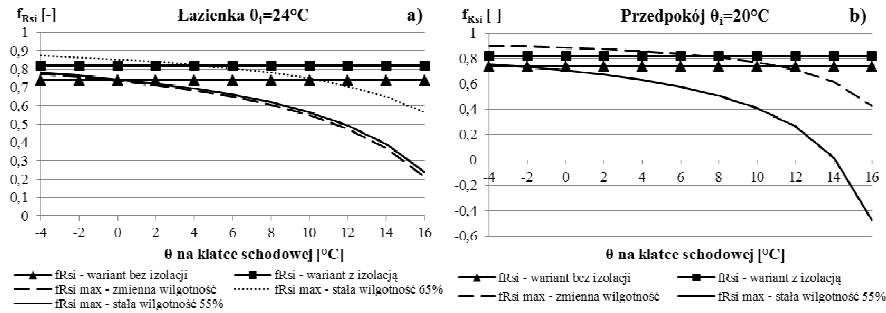
Numerycznie wyznaczone minimalne wartości temperatury na powierzchni wewnętrznej przegrody w łazience i w przedpokoju  $\theta_{min}$  porównano z najniższą dopuszczalną temperaturą, która zapewnia ochronę przed kondensacją powierzchniową  $\theta_{simin}$  (rys. 5).



Rys. 5. Porównanie  $\theta_{min}$  z  $\theta_{simin}$ : a) łazienka, b) przedpokój

Fig. 5. Comparison between  $\theta_{min}$  and  $\theta_{simin}$ : a) bathroom, b) anteroom

Porównano także wartości współczynnika temperaturowego  $f_{Rsi}$  z wartością graniczną  $f_{Rsi\ max}$  dla łazienki i przedpokoju (rys. 6).



Rys. 6. Porównanie  $f_{Rsi}$  z  $f_{Rsi\ max}$ : a) łazienka, b) przedpokój

Fig. 6. Comparison between  $f_{Rsi}$  and  $f_{Rsi\ max}$ : a) bathroom, b) anteroom

## 7 Wnioski

Na podstawie wyników obliczeń numerycznych można stwierdzić, że przy zmiennej w ciągu roku wilgotności powietrza wewnętrznego: 1) warunek  $\theta_{min} > \theta_{smin}$  jest spełniony dla ściany klatki schodowej z izolacją i bez izolacji dla łazienki i przedpokoju; 2) warunek  $f_{Rsi} > f_{Rsimax}$  jest spełniony dla ściany z izolacją dla łazienki, gdy temperatura na klatce schodowej wynosi od  $-4^{\circ}\text{C}$  do  $16^{\circ}\text{C}$ , oraz dla przedpokoju, gdy  $\theta_{kl} \geq 8^{\circ}\text{C}$ ; 3) warunek  $f_{Rsi} > f_{Rsimax}$  jest spełniony dla ściany bez izolacji dla łazienki, gdy  $\theta_{kl} \geq 2^{\circ}\text{C}$  oraz dla przedpokoju, gdy  $\theta_{kl} \geq 12^{\circ}\text{C}$ .

Przy stałej wilgotności względnej powietrza wewnętrznego 55%: 1) warunek  $\theta_{min} > \theta_{smin}$  jest spełniony dla zaizolowanej ściany klatki schodowej sąsiadującej z łazienką i przedpokojem; 2) warunek  $\theta_{min} > \theta_{smin}$  jest spełniony dla ściany bez izolacji dla łazienki, gdy temperatura na klatce schodowej  $\theta_{kl} \geq 2^{\circ}\text{C}$  oraz dla przedpokoju, gdy  $\theta_{kl} \geq -2^{\circ}\text{C}$ ; 3)  $f_{Rsi} > f_{Rsimax}$  zachodzi dla zaizolowanej ściany klatki schodowej dla łazienki i przedpokoju; 4) warunek  $f_{Rsi} > f_{Rsimax}$  jest spełniony dla ściany bez izolacji dla łazienki, gdy temperatura na klatce schodowej  $\theta_{kl} \geq 2^{\circ}\text{C}$  oraz dla przedpokoju, gdy  $\theta_{kl} \geq 0^{\circ}\text{C}$ .

Przy stałej wilgotności względnej powietrza wewnętrznego 65% w łazience: 1) warunek  $\theta_{min} > \theta_{smin}$  jest spełniony dla ściany klatki schodowej z izolacją, gdy temperatura na klatce schodowej  $\theta_{kl} \geq 6^{\circ}\text{C}$  oraz dla ściany bez izolacji, gdy  $\theta_{kl} \geq 14^{\circ}\text{C}$ ; 2) warunek  $f_{Rsi} > f_{Rsimax}$  jest spełniony dla ściany z izolacją, gdy temperatura na klatce schodowej  $\theta_{kl} \geq 6^{\circ}\text{C}$  oraz dla ściany bez izolacji, gdy  $\theta_{kl} \geq 12^{\circ}\text{C}$ .

Jeżeli klatka schodowa jest ogrzewana, a ściana klatki schodowej jest izolowana ( $U < 1\text{W/m}^2\text{K}$ ), nie ma ryzyka wystąpienia kondensacji powierzchniowej oraz zagrzybienia. Jeżeli ściana klatki schodowej jest nieizolowana, istnieje ryzyko wystąpienia kondensacji powierzchniowej, gdy temperatura na klatce schodowej wynosi  $12^{\circ}\text{C}$ , czyli jest większa od temperatury obliczeniowej o  $4^{\circ}\text{C}$ . Przy zwiększonej wilgotności w łazience (65%) ryzyko zagrzybienia występuje, gdy temperatura na klatce jest wyższa od  $14^{\circ}\text{C}$ . Oznacza to, że na powierzchni nieizolowanych ścian wewnętrznych ogrzewanych klatek schodowych o  $U \geq 1\text{W/m}^2\text{K}$  istnieje ryzyko wystąpienia zagrzybienia. Projektowanie izolowanych ścian klatek schodowych

o wartości  $U < 1 \text{ W/m}^2\text{K}$  jest w pełni uzasadnione w przypadku nieogrzewanych klatek schodowych.

#### Literatura

1. Ickiewicz I., Sarosiek W., Ickiewicz J.: *Fizyka budowli: wybrane zagadnienia*. Politechnika Białostocka, 2000
2. Rozporządzenie w sprawie warunków technicznych, jakim powinny odpowiadać budynki i ich usytuowanie z dnia 6 listopada 2008r. Dz.U. nr 201, poz.1238.
3. PN-EN ISO 13788:2013 Ciepłno-wilgotnościowe właściwości komponentów budowlanych i elementów budynku – Temperatura powierzchni wewnętrznej konieczna do uniknięcia krytycznej wilgotności powierzchni i kondensacja międzywarstwowa – Metody obliczania
4. Norma PN-EN 12831:2006 Instalacje ogrzewcze w budynkach – Metoda obliczania projektowego obciążenia cieplnego
5. Rozporządzenie Ministra Infrastruktury z dnia 12.04.2002 r. w sprawie warunków technicznych, jakim powinny odpowiadać budynki i ich usytuowanie. Dz. U. nr 75, poz. 690
6. Strona internetowa: [www.transport.gov.pl](http://www.transport.gov.pl) z dnia 13 kwietnia 2013 r.

#### Streszczenie

W pracy przeprowadzono symulację rozkładu temperatury w miejscu połączenia ściany klatki schodowej ze stropem w wariantach z izolacją i bez izolacji w celu określenia ryzyka wystąpienia powierzchniowej kondensacji pary wodnej i określenia zasadności izolacji ścian pomiędzy klatką schodową a lokalem mieszkalnym. Przyjęto różne wartości temperatury oraz wilgotności względnej powietrza wewnętrznego. Obliczenia wykonano za pomocą autorskiego programu komputerowego wykorzystującego algorytm MEB do rozwiązania ustalonego procesu przewodzenia ciepła w obszarach wielospójnych.

**Słowa kluczowe:** MEB, kondensacja powierzchniowa, izolacja cieplna



## **Estimation of risk of surface condensation at staircase wall with BEM**

### **Summary**

In the paper, the temperature distribution in staircase wall – floor junction is determined in order to estimate the risk of surface condensation both with the necessity of insulation of staircase wall. The results were achieved for wall with and without insulation and for various conditions of inner temperature and relative humidity. The simulation was performed with the use of authoring program, assigned for solving the steady heat transfer problems in multi-regions.

**Keywords:** BEM, surface condensation, thermal insulation

Opracowanie zrealizowano w ramach pracy nr S/WBiŚ/4/2014.