

## MODEL OF DESIGNATING THE CRITICAL DAMAGES Part 2: The probabilistic model of shaping Machine's Priority Number

## MODEL WYZNACZANIA USZKODZEŃ KRYTYCZNYCH Część 2: Probabilistyczny model kształtowania Liczby Priorytetowej Urządzenia

Bożena Zwolińska<sup>1)</sup>, Łukasz Kubica<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> AGH University of Science and Technology

<sup>1)</sup>AGH w Krakowie, Wydział Inżynierii Mechanicznej i Robotyki

<sup>2)</sup>Jagiellonian University in Kraków

<sup>2)</sup>Uniwersytet Jagielloński w Krakowie, Wydział Matematyki i Informatyki

**Abstract:** *The article consists of two parts which make for an integral body. This article depicts the method of designating the critical damages in accordance with lean maintenance method. Author considered exemplary production system (serial-parallel) in which in time  $\Delta t$  appeared a damage on three different objects. Article depicts the mathematical model which enables determination of an indicator called "prioritized digit of the device". In the developed model there were considered some parameters: production abilities of devices, existence of potential vicarious devices, position of damage in the production stream based on the capacity of operational buffers, time needed to remove the damages and influence of damages to the finalization of customers' orders – CEF indicator.*

**Keywords:** *critical damages, prioritized digit of the device*

**Streszczenie:** *Artykuł składa się z dwóch integralnych części. W drugiej części artykułu przedstawiona została metoda wyznaczania uszkodzeń krytycznych, zgodnie z metodyką lean maintenance. Rozważaniom został poddany przykładowy układ produkcyjny, w którym w chwili  $\Delta t$  wystąpiło uszkodzenia na kilku różnych obiektach. W artykule został zaprezentowany model kształtowania Liczby Priorytetowej Urządzenia (LPU), który uwzględnia następujące parametry systemu produkcyjnego: zdolność produkcyjną poszczególnych maszyn, występowanie ewentualnych urządzeń zastępczych, pozycję w potoku produkcyjnym oraz pojemność i czas zapełniania (opróżniania) buforów międzyoperacyjnych. Wyznaczona Liczba Priorytetowa Urządzenia uwzględnia również wpływ występujących uszkodzeń obiektów analizowanego systemu produkcyjnego na realizację zamówień klienta w oparciu o wskaźnik Customer Effect Factor (CEF).*

**Słowa kluczowe:** *uszkodzenia krytyczne, liczba priorytetowa urządzenia,*

## **MODEL OF DESIGNATING THE CRITICAL DAMAGES**

### **Part 2: The probabilistic model of shaping Machine's Priority Number**

#### **1. Introduction**

The article presents a DPN model for determining the DPN - Device Priority Number indicator for a complex production system. In the discussed example weight values have been established for devices which being reliable indicators influence the production system within three categories: production capabilities utilization, placement within the value stream and impact on order execution. The article consists of two parts which make for an integral body. Part one depicts the characteristic of a realistic object, it also contains productions capabilities analysis of certain areas within the production structure. Analysis of bottleneck positions within the discussed value stream may also be found here. Part two depicts the probabilistic model of shaping maximal time loss basing on emptying and filling interoperational buffers. Part two contains stream continuity analysis in relation to the CEF (Customer Effect Factor) indicator.

Lean Maintenance means to apply the lean philosophy to maintain movement. Two main elements may be distinguished in the lean strategy: 1- determining the added value from the perspective of the customer; 2- defining the main losses occurring during processing [1]. Optimizing these two aspects is necessary in order to achieve an advantage over the competition, i.e.: the value of the manufactured product (service) and the total costs of manufacturing. This optimization is multidimensional and multicriterial in complex integrated manufacturing systems. To identify the essence and degree of losses caused by lack of time for the purposes of this article, a goal was set to establish a model of determining the MPN – Machine Priority Number [2, 3] for a given production system.

The subject of this research was a realistic productions facility, specializing in manufacturing refrigerating devices designed to store blood preparations, plasma and cryoprecipitate. Such devices are subject to extremely strict quality requirements, in accordance to ISO 13485 (Quality Assurance Systems for Medical Equipment) and badge CE0434 (for devices in compliance with 39/42/EEC directive).

Due to a high EPEX (Every Product Every Interval)rate and customization options, manufacturing refrigerating devices is characterized by dynamically changing system properties [4]. By applying the established model assuming the dependencies of changing variables we are able to determine the maximum wasted time for a particular machine without impacting the entire productions system.

The discussed model assumes scenarios assuming the production capabilities of singular machines and in groups, performing the same tasks, the positioning of a machine in the flow stream as well as the completion of production being influenced by the CEF (Customer Effect Factor) indicator.

A major attribute of the model is that it accommodates for the dependencies of random variables in the structure of executing consecutive processes realizing singular tasks in the so-called singular production.

## 2. Modelling maximum time waste

A more detailed examination has been dedicated to the case, where the stream takes in the sequence depicted in picture 3 in part 1. Stream analysis have shown that for each stream (manufacturing frames) there exists a co-called critical path, from the time perspective this is the longest passage path. Furthermore machine 305 utilizing 96% of its manufacturing capabilities is the only one possessing the attributes allowing to execute all the processes for partial elements for all the frames manufactured within the facility. Each (even the shortest) stoppage in the flow stream of half products being components of the frame prolongs the execution time of the order. This is why it is crucial to precisely calculate the possible stoppage times accounting for the dependencies between neighboring machines (processes). Formulas 1-4 indicate the maximum possible time for a specific device's malfunction without influencing the productions system. These formulas account for buffer filling and delay times neighboring the process suffering the malfunction and are dependable on takt time of neighboring processes.

The maximum time lost not having a negative impact in the production system for laser cutting (machine 101) – is as follows:

$$t_{\max}^{WL} = \min \left\{ t_{B_1}^o | V_{B_1} \wedge C/T^{WM} ; t_{B_2}^o | V_{B_2} \wedge C/T^K \right\} \quad (1)$$

The maximum time lost not having a negative impact in the production system for hammer cutting (machine 201) – is as follows:

$$t_{\max}^{WM} = \min \left\{ t_{B_1}^w | V_{B_1} \wedge C/T^{WM} ; t_{B_2}^o | V_{B_2} \wedge C/T^K \right\} \quad (2)$$

The maximum time lost not having a negative impact in the production system for bending process – is as follows:

$$t_{\max}^K = \min \left\{ t_{B_2}^w | V_{B_2} \wedge C/T^{WM} ; t_{B_3}^o | V_{B_3} \wedge C/T^Z \right\} \quad (3)$$

The maximum time lost not having a negative impact in the production system for machine 602 – is as follows:

$$t_{\max}^Z = \min \left\{ t_{B_1}^o | V_{B_1} \wedge C/T^{WM} ; t_{B_2}^o | V_{B_2} \wedge C/T^K \right\} \quad (4)$$

where:

$t_{B_i}^o$  - buffer delay times behind the malfunctioning machine,

$t_{B_i}^w$  - buffer filling time in front of the malfunctioning machine,

$V_{B_i}$  - discussed buffer capacity,

$C/T^i$  -  $i$  takt time-this process.

Accordingly for formulas: (2) – (4) times:  $t_{\max}^L$  and  $t_{\max}^I$  have been established for coating and isolating processes respectively for devices 701 and 907.

Due to the choke point for machines: 305 and 306 detailed calculations will be made for the edging process on machine 305 taking into account the critical flow stream – frame production. Time value calculations  $t_{\max}^i$  for the remaining devices are identical.

$t_{\max}^{K305}$  – the maximum time of not being able to perform task  $K$  on machine 305, which does not influence the forced stoppage of neighboring machines is equal to the minimal value  $t_{B_2}^w$  and  $t_{B_3}^o$ ; where:  $t_{B_2}^w$  – filling time of the buffer  $B_2$  to the maximum value, and  $t_{B_3}^o$  – emptying time of buffer  $B_3$ . Furthermore:  $t_{B_2}^w$  is dependent on its time on the hammer cutter and the „free” capacity of buffer  $B_2$  at the moment of edging press 305 malfunctioning. Respectively the voiding time  $t_{B_3}^o$  depends on the number of half-products within buffer  $B_3$  malfunctioning and the takt time of pressure welding.

$$t_{\max}^{K305} = \min \left\{ t_{B_2}^w | V_{B_2} \wedge C/T^{WM} ; t_{B_3}^o | V_{B_3} \wedge C/T^Z \right\} \quad (5)$$

The filling function  $f_{B_2}^w(x)$  is established for buffer  $B_2$  from the moment of the edging press 305 malfunctioning.

$$f_{B_2}^w(x) = \begin{cases} C_{U_{305}} & , \quad t \in [0, C/T^{WM}) \\ C_{U_{305}} + 1 & , \quad t \in [C/T^{WM}, 2 \cdot C/T^{WM}) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ V_{B_2}^{\max} & , \quad t \in \left[ \left( V_{B_2}^{\max} - C_{U_{305}} \right) \cdot C/T^{WM}, C_{N_{305}} \right) \end{cases} \quad (6)$$

where:

$C_{U_{305}}$  - is the number of half-products within buffer  $B_2$  at the moment of machine 305 malfunctioning,

$C/T^{WM}$  - takt time of completing a task on a hammer cutter  
 $C/T^{WM} \sim \text{Exp}(\lambda^{WM})$ .

During the next stage the  $t_{B_2}^w$  buffer filling time will be established for buffer  $B_2$  from the moment machine 305 malfunctioned.

$$t_{B_2}^w = C/T_{C_{U_{305}+1}}^{WM} + C/T_{C_{U_{305}+2}}^{WM} + \dots + C/T_{V_{B_2}^{\max}}^{WM} \quad (7)$$

where:

$C/T_{C_{U_{305}+1}}^{WM}; C/T_{C_{U_{305}+2}}^{WM}; \dots; C/T_{V_{B_2}^{\max}}^{WM}$  - are independent from each other

furthermore:

$$C/T_{C_{U_{305}+1}}^{WM}, C/T_{C_{U_{305}+2}}^{WM}, \dots, C/T_{V_{B_2}^{\max}}^{WM} \sim \text{Exp}(\lambda^{WM}) \quad (8)$$

By applying the exponential distribution theorem we conclude:

if:

$$C/T_i \sim \text{Exp}(\lambda^{WM}) \quad \forall \quad i = C_{U_{305}}^{B_2} + 1, C_{U_{305}}^{B_2} + 2, \dots, V_{B_2}^{\max}$$

then:

$$t_{B_2}^w = C/T_{C_{U_{305}+1}}^{WM} + \dots + C/T_{V_{B_2}^{\max}}^{WM} \sim \text{Erlang}(V_{B_2}^{\max} - C_{U_{305}}^{B_2}, \lambda^{WM}) \quad (9)$$

Next we establish function  $f_{B_3}^o(x)$  of depleting buffer  $B_3$  from the moment of machine 305 malfunctioning.

$$f_{B_3}^o(x) = \begin{cases} D, & t \in [0, C/T^Z) \\ D-1, & t \in [C/T^Z, 2 \cdot C/T^Z) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 0, & t > [D \cdot C/T^Z, C_{N305}) \end{cases} \quad (10)$$

where:

$D$  - is the number of half-products within buffer  $B_3$  at the moment of machine 305 malfunctioning.

Time of depleting buffer  $B_3$  will be calculated from formula (11):

$$t_{B_3}^o = C/T_{D-1}^Z + C/T_{D-2}^Z + \dots + C/T_0^Z \quad (11)$$

where:

$C/T_{D-1}^Z; \dots; C/T_0^Z$  - are independent from each other

furthermore:

$$C/T_{D-1}^Z, \dots, C/T_0^Z \sim \text{Exp}(\lambda^Z) \quad (12)$$

By utilizing the exponential distribution theorem we conclude:

if:

$$C/T_i \sim \text{Exp}(\lambda^Z) \quad \forall \quad i = D, D-1, \dots, 0,$$

then:

$$t_{B_3}^o = C/T_{D-1}^Z \dots + C/T_0^Z \sim \text{Erlang}(D, \lambda^Z) \quad (13)$$

In order to calculate the minimal value of two independent random variables  $t_{B_2}^w$  and  $t_{B_3}^o$  we determine probability distribution function  $z$  [5, 6], where  $z = \min\{t_{B_2}^w, t_{B_3}^o\}$ .

$$F_Z(t) = 1 - P\left(\min\{t_{B_2}^w, t_{B_3}^o\} > t\right) \quad (14)$$

$$\begin{aligned} P\left(\min\{t_{B_2}^w, t_{B_3}^o\} > t\right) &= P\left(t_{B_2}^w > t \wedge t_{B_3}^o > t\right) = P\left(t_{B_2}^w > t\right) \cdot P\left(t_{B_3}^o > t\right) \\ &= \left[1 - \left(1 - \sum_{n=0}^{V_{B_2}^{\max} - C_{U305} - 1} \frac{1}{n!} \cdot e^{-\lambda^{WM} \cdot t} \left(\lambda^{WM} \cdot t\right)^n\right)\right] \cdot \left[1 - \left(1 - \sum_{n=0}^{D-1} \frac{1}{n!} \cdot e^{-\lambda^Z \cdot t} \left(\lambda^Z \cdot t\right)^n\right)\right] = \\ &= \left(\sum_{n=0}^{V_{B_2}^{\max} - C_{U305} - 1} \frac{1}{n!} \cdot e^{-\lambda^{WM} \cdot t} \left(\lambda^{WM} \cdot t\right)^n\right) \cdot \left(\sum_{n=0}^{D-1} \frac{1}{n!} \cdot e^{-\lambda^Z \cdot t} \left(\lambda^Z \cdot t\right)^n\right) \end{aligned} \quad (15)$$

Therefore:

$$F_Z(t) = 1 - \left(\sum_{n=0}^{V_{B_2}^{\max} - C_{U305} - 1} \frac{1}{n!} \cdot e^{-\lambda^{WM} \cdot t} \left(\lambda^{WM} \cdot t\right)^n\right) \cdot \left(\sum_{n=0}^{D-1} \frac{1}{n!} \cdot e^{-\lambda^Z \cdot t} \left(\lambda^Z \cdot t\right)^n\right) \quad (16)$$

Labeled by  $t_U^{305}$  – the time of malfunction on machine 305, furthermore we are aware that  $t_U^{305} \sim \text{Exp}\left(\lambda_U^{305}\right)$ . In which case:

$$P\left(t_U^{305} \leq z\right) = 1 - P\left(t_U^{305} > z\right) = 1 - P\left(z - t_U^{305} < 0\right) = 1 - P\left(z + \left(-t_U^{305}\right) < 0\right) \quad (17)$$

$$P\left(t_U^{305} \leq z\right) = 1 - P\left(\min\{t_{B_2}^w, t_{B_3}^o\} + \left(-t_U^{305}\right) < 0\right) \quad (18)$$

Using the fact that  $t_U^{305} \sim \text{Exp}\left(\lambda_U^{305}\right)$  we may conclude:  $-t_U^{305} \sim \text{Exp}\left(-\lambda_U^{305}\right)$

Through  $g_{305}(t)$  we establish the density function

$$g_{305}(t) = \min\left\{t_{B_2}^w, t_{B_3}^o\right\} + \left(-t_U^{305}\right)$$

then:

$$P\left(t_U^{305} \leq z\right) = 1 - P\left(\min\left\{t_{B_2}^w, t_{B_3}^o\right\} + \left(-t_U^{305}\right) < 0\right) = 1 - \int_{-\infty}^0 g_{305}(t) dt \quad (19)$$

After which we calculate the random variable density  $z = \min\left\{t_{B_2}^w, t_{B_3}^o\right\}$

$$f_z(t) = F'_z(t) = \left[1 - \left(\sum_{n=0}^{V_{B_2}^{\max} - C_{U305} - 1} \frac{1}{n!} \cdot e^{-\lambda^{WM} \cdot t} \left(\lambda^{WM} \cdot t\right)^n\right) \cdot \left(\sum_{n=0}^{D-1} \frac{1}{n!} \cdot e^{-\lambda^Z \cdot t} \left(\lambda^Z \cdot t\right)^n\right)\right]' \quad (20)$$

By calculating the derivative product of two functions we conclude:

$$f_z(t) = -\left(\sum_{n=0}^{V_{B_2}^{\max} - C_{U305} - 1} \frac{1}{n!} \cdot e^{-\lambda^{WM} \cdot t} \left(\lambda^{WM} \cdot t\right)^n\right)' \cdot \left(\sum_{n=0}^{D-1} \frac{1}{n!} \cdot e^{-\lambda^Z \cdot t} \left(\lambda^Z \cdot t\right)^n\right) - \left(\sum_{n=0}^{D-1} \frac{1}{n!} \cdot e^{-\lambda^Z \cdot t} \left(\lambda^Z \cdot t\right)^n\right)' \cdot \left(\sum_{n=0}^{V_{B_2}^{\max} - C_{U305} - 1} \frac{1}{n!} \cdot e^{-\lambda^{WM} \cdot t} \left(\lambda^{WM} \cdot t\right)^n\right) \quad (21)$$

In further conversions we conclude:

$$f_z(t) = \left(1 - \sum_{n=0}^{V_{B_2}^{\max} - C_{U305} - 1} \frac{1}{n!} \cdot e^{-\lambda^{WM} \cdot t} \left(\lambda^{WM} \cdot t\right)^n\right)' \cdot \left(\sum_{n=0}^{D-1} \frac{1}{n!} \cdot e^{-\lambda^Z \cdot t} \left(\lambda^Z \cdot t\right)^n\right) + \left(1 - \sum_{n=0}^{D-1} \frac{1}{n!} \cdot e^{-\lambda^Z \cdot t} \left(\lambda^Z \cdot t\right)^n\right)' \cdot \left(\sum_{n=0}^{V_{B_2}^{\max} - C_{U305} - 1} \frac{1}{n!} \cdot e^{-\lambda^{WM} \cdot t} \left(\lambda^{WM} \cdot t\right)^n\right) \quad (22)$$

And finally:

$$f_z(t) = f_{t_w}\left(t, V_{B_2}^{\max} - C_{U305}, \lambda^{WM}\right) \cdot \left(1 - F_{t_o}\left(t, D, \lambda^Z\right)\right) + f_{t_o}\left(t, D, \lambda^Z\right) \cdot \left(1 - F_{t_w}\left(t, V_{B_2}^{\max} - C_{U305}, \lambda^{WM}\right)\right) \quad (23)$$



In the next stage we calculate the density  $g_{305}(t)$  by applying the density plexus [7]  $f_z(t)$  and density  $f_{-t_U}^{305}(t)$ .

$$g_{305}(t) = (f_z * f_u)(t) = \int_0^{\infty} f_z(t-y) \cdot f_u(y) dy \quad (24)$$

$f_z(t)$  is the random variable density with Erlangs distribution and medium  $\langle 0, +\infty \rangle$  and  $f_{-t_U}^{305}(t)$  is the random variable density with exponential distribution and also medium  $\langle 0, +\infty \rangle$  then  $t-y \geq 0 \wedge y \geq 0 \rightarrow t \geq y \wedge y \geq 0$ , therefore the integration limit  $g_{305}(t)$  is the range  $\langle 0, t \rangle$

$$g_{305}(t) = \int_0^t \left[ f_{t_w} \left( t-y, V_{B_2}^{\max} - C_{U305}, \lambda^{WM} \right) \cdot \left( 1 - F_{t_o} \left( t-y, D, \lambda^Z \right) \right) + \right. \\ \left. + f_{t_o} \left( t-y, D, \lambda^Z \right) \cdot \left( 1 - F_{t_w} \left( t-y, V_{B_2}^{\max} - C_{U305}, \lambda^{WM} \right) \right) \right] \cdot \left( -\lambda_u \cdot e^{-\lambda_u \cdot y} \right) dy \quad (25)$$

$$g_{305}(t) = \int_0^t \left[ \frac{(\lambda_1)^{V_{B_2}^{\max} - C_{U305}} \cdot (t-y)^{V_{B_2}^{\max} - C_{U305} - 1} \cdot e^{-\lambda^{WM}(t-y)}}{(V_{B_2}^{\max} - C_{U305} - 1)!} \cdot \left( \sum_{n=0}^{D-1} \frac{1}{n!} \cdot e^{-\lambda^Z(t-y)} \cdot (\lambda^Z \cdot (t-y))^n \right) + \right. \\ \left. + \frac{(\lambda^Z)^D \cdot (t-y)^{D-1} \cdot e^{-\lambda^Z(t-y)}}{(D-1)!} \cdot \left( \sum_{n=0}^{V_{B_2}^{\max} - C_{U305} - 1} \frac{1}{n!} \cdot e^{-\lambda^{WM}(t-y)} \cdot (\lambda^{WM} \cdot (t-y))^n \right) \right] \cdot \left( -\lambda_u \cdot e^{-\lambda_u \cdot y} \right) dy \quad (26)$$

Formula (30) determines the density function  $g_{305}(t) = \min \left\{ t_{B_2}^w, t_{B_3}^o \right\} + \left( -t_U^{305} \right)$ .

The density functions for remaining machines have been determined the same way. Table 1 shows combination  $g(t)$  for the examined flow stream – i.e.: production of all subcomponents of half-product „Korpus 550” utilizing machines.

Table 1. A combination of density and time functions for malfunction instances.

Product	101	201	301	303	305	306	307	309	602	701	907
<b>Korpus 550</b>	$g_{101}$	$g_{201}$	X	$g_{303}$	$g_{305}$	$g_{306}$	X	$g_{309}$	$g_{602}$	$g_{701}$	$g_{907}$

In the next stage same calculations have been made for the remaining products - „Korpus 450” and „Korpus 750”. Next a minimum value has been set for each separate machine from the density function for three streams. Utilizing density

probability importance for individual flow streams („Korpus 450”, „Korpus 550” and „Korpus 750”) a mixed density has been established for each machine separately. Taking into account the dependencies of loss influence (quantitative influence and time influence –pic.4 in part 1) a deterministic value importance of the machine`s position indicator within the value stream has been determined – table 2.

*Table 2. The machine`s position indicator within the value stream.*

Lp.	101	201	301	303	305	306	307	309	602	701	907
<b>Loss of quantity</b>	T	T	T	T	T	T	T	T	N	N	N
<b>Loss of time</b>	N	N	T	T	T	T	T	T	T	T	T
<b>Share in losses</b>	<10%	~30%	~50%	~50%	>90%	~50%	~50%	~50%	>90%	<70%	<60%
<b>Importance</b>	<b>0,1</b>	<b>0,3</b>	<b>0,4</b>	<b>0,4</b>	<b>1</b>	<b>0,4</b>	<b>0,4</b>	<b>0,4</b>	<b>1</b>	<b>0,6</b>	<b>0,5</b>

The position indicator within the value stream determines the level of negative impact a malfunctioning machine (or unplanned stoppage) has on securing shipments [8]. The farther a machine is from the shipping stage, the more time to eliminate the problem. This is why machines closer to the shipping stage are of greater importance. A similar dependence exists in regards to the choke point – while in these relations the loss of volume is key.

### 3. Shaping the Customer Effect Factor indicator

The Customer Effect Factor –CEF determines the degree to which the recipient`s production is influenced. It is determined basing on economic factors, the risk levels of production being stopped and potential costs of the order not being fulfilled. For the purposes of this article the CEF value has been assumed as a set value established with the above factors in mind.

*Table 3. Average CEF for groups of products.*

Product	Process of laser cutting	Process of hammer cutting	Process of bending						Process of welding	Process of lacquering	Process of isolating
	101	201	301	303	305	306	307	309	602	701	907
<b>Korpus 450</b>	4,9		4,9			4,9	4,9		4,9	4,9	4,9
<b>Korpus 550</b>	8,7	8,7		8,7	8,7	8,7		8,7	8,7	8,7	8,7
<b>Korpus 750</b>	7,2				7,2		7,2		7,2	7,2	7,2
<b>CEF<sub>max</sub></b>	8,7	8,7	4,9	8,7	<b>10</b>	8,7	7,2	8,7	8,7	8,7	8,7

Table 3 contains CEF values assigned to individual machines while distinguishing their part in the production process within the examined product groups. However as the production structure is being examined with the concept of the general complex system theory for LPU calculations, values for all manufactured products have been assumed. This is why the maximum CEFmax value for edging press 305 equals 10. It is the highest CEF value that may be assigned. This stems from the fact that this machine is the only one in the examined structure not to have any efficiency reserves due to its attributes. The press is the only one capable of producing half-products 4,5m in length.

Each final product contains 4 to 6 elements with required length only suitable for press 305, which is why this machine has the highest priority in the consumer impact classification.

Respectively to the assumed CEF factor, each machine is assigned a customer impact value. Table 4 contains the values of the examined machines

Table 4. Establishing machine`s malfunction impact on the customer.

Lp.	101	201	301	303	305	306	307	309	602	701	907
Importance	0,9	0,9	0,4	0,9	1	0,9	0,8	0,9	0,9	0,9	0,9

The importance of 0,1 is assigned when CEF indicator is lower or equal to 2. The importance of one is assigned to machines with a customer impact level higher than 9.

#### 4. Machine`s Priority Number – MPN

Determining the Machine`s Priority Number is based on assigning an importance value from 0 to 1 accordingly for three categories:

- 1) the malfunction`s impact on the production system,
- 2) the machines position within the value stream,
- 3) CEF value indicator.

In the first category (impact on the production system) the a value of 0,1 to 0,4 is assigned to a machine which has efficiency reserves and when a supply of machines with identical attributes is available. An importance above 0,8 is assigned to machines not having any reserves and when their production capabilities are utilized above 95% of their potential.

In the second category the value from 0,8 to 1 is assigned when a machine`s maximum malfunction time is lower than 10% the longest acceptable malfunction time of all examined machines within a single value stream.

In the third category the value of 0,1 is assigned when CEF equals 90%.

The product of assigned importance in the three categories shapes the Machine`s Priority Number. The higher the MPN, the higher the priority is for a particular machine.

### Determining MPN – an example

Based on the data within tables: 3, 6 and 8 – being respectively the importance in categories: impact on the production system, the machine`s position within the value system and CEF indicator – the LPU has been determined for the examined machines within the production system. Table 5 contains the value of the Machine`s Priority Number.

Table 5. MPN of the examined production system.

Lp	Process of laser cutting	Process of ha- -mmer cutting	Process of bending						Process of welding	Process of lacquering	Process of isolating
			101	201	301	303	305	306			
Importance I	0,1	0,5	0,6	0,6	1	0,6	0,6	0,6	0,1	0,5	0,9
Importance II	0,1	0,3	0,4	0,4	1	0,4	0,4	0,4	1	0,6	0,5
Importance III	0,9	0,9	0,4	0,9	1	0,9	0,8	0,9	0,9	0,9	0,9
<b>MPN</b>	<b>0,009</b>	<b>0,135</b>	<b>0,096</b>	<b>0,216</b>	<b>1</b>	<b>0,216</b>	<b>0,192</b>	<b>0,216</b>	<b>0,09</b>	<b>0,27</b>	<b>0,405</b>

The Priority Number for press 305 has been assigned the highest (possible) value. Each malfunction or unplanned stoppage of this machine negatively impacts on the production systems structure and securing timely shipments. A malfunction longer than the established  $t_{\max}^{K305}$  - formula (9) on machine 305, is considered critical damage to the examined system.

### 5. Summary

Machine`s Priority Number for a complex production system. The discussed example designates importance values to machines, which being reliable indicators have an impact on the production system in three categories: utilizing production capabilities, position within the value stream and order execution impact. As a result of analyses the highest MPN value (equal to 1) was assigned to machine 305, which by malfunctioning or stopping for even the shortest time has a significant negative impact on the entire production system in the terms of wasting orders and their execution time. Whereas machine 305 malfunctioning longer than the determined  $t_{\max}^{K305}$ , is considered critical damage for the examined system.

All the above mentioned parameters impact the highly dynamic changes in the production system. In the examined example, production should follow the MTO principle – *make-to-order*. In order to minimize loss types of „*muda*” and „*muri*”, a multi-criteria optimization of production tasks. This optimization should include maximizing efficiency while simultaneously maximizing available time, which directly impacts minimizing time loss due to stoppages stemming from: necessary refitting, malfunctions or the half-product stream flow lacking in continuity.

## 6. References

- [1] Nyhuis P., Windhal H.P., Fundamentals of Production Logistics. Theory, Tools and Applications. Springer – Verlag, Berlin Heidelberg 2009.
- [2] Wiegand B. Langmaack R. Baumgarten T.: Lean Maintenance System Zero Maintenance Time – Full Added Value Workbook, Lean Institute, Portsmouth U.S.A., 2005.
- [3] Palmer D. R.: Maintenance Planning and Scheduling Handbook, Mc Graw–Hill Education, New York, 2012.
- [4] Zwolińska B. Kubica Ł.: Forming of the dynamics of the changes in convergent production system depending on size of production party, LogForum Vol. 13 nr 3, pp. 301 – 311, 2017.
- [5] Devore L. J.: Probability and Statistics for Engineering and the Sciences, Books/Cole, Boston, 2012
- [6] Durrett R.: Probability: Theory and Examples Cambridge Series in Statistical and Probabilistic Mathematics, Cambridge University Press, New York 2010
- [7] Lange K.: Applied Probability, Springer Texts in Statistics, USA 2010.
- [8] Nowakowski T.: Niezawodność systemów logistycznych, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław, 2011

## **MODEL WYZNACZANIA USZKODZEŃ KRYTYCZNYCH**

### **Część 2: Probabilistyczny model kształtowania Liczby Priorytetowej Urządzenia**

#### **1. Wstęp**

W artykule został przedstawiony model wyznaczania wskaźnika LPU – Liczby Priorytetowej Urządzenia dla złożonego systemu wytwórczego. W rozważanym przykładzie zostały wyznaczone wartości wag urządzeniom, które jako miarodajne wskaźniki mają wpływu na system produkcyjny w trzech kategoriach: wykorzystania zdolności produkcyjnych, pozycji w strumieniu wartości i wpływu na realizację zamówienia. Artykuł składa się z dwóch części stanowiących jedną integralną całość. W pierwszej części została przedstawiona charakterystyka obiektu rzeczywistego oraz zawarte są analizy zdolności produkcyjnych poszczególnych obszarów struktury wytwórczej. W pierwszej części artykułu zawarte są również analizy pozycji wąskiego gardła w rozpatrywanym strumieniu wartości. Druga część przedstawia probabilistyczny model kształtowania maksymalnych strat czasu bazujących na opróżnianiu i wypełnianiu buforów międzyoperacyjnych. W części drugiej artykułu zawarte są analizy ciągłości przepływu względem wskaźnika CEF – Customer Effect Factor.

Lean Maintenance jest to wykorzystanie filozofii lean w utrzymaniu ruchu. W strategii lean zalicza się dwa kluczowe elementy: 1 – określenie wartości dodanej z punktu widzenia klienta; 2 – definiowanie głównych strat występujących w procesach przetwarzania. Sukces przewagi rynkowej przedsiębiorstwa nad konkurentami to efektywna optymalizacja w tych dwóch aspektach, tj.: wartości wytwarzanego produktu (usługi) i całkowitych kosztów poniesionych na jego produkcję [1]. Optymalizacja ta jest wielowymiarowa i wielokryterialna w zintegrowanych złożonych systemach produkcyjnych.

Chcąc dostrzec istotę i rangę strat wynikających z braku czasu, w ramach artykułu, celem było opracowanie modelu wyznaczania LPU – Liczby Priorytetowej Urządzenia [2, 3] dla konwergentnego systemu produkcyjnego. Rozważaniom został poddany rzeczywisty obiekt wytwórczy, specjalizujący się w produkcji urządzeń chłodniczych przeznaczonych do przechowywania preparatów krwiopochodnych oraz osocza i krioprecypitatu. Urządzenia te posiadają bardzo restrykcyjne wymogi jakościowe, zgodne z ISO 13485 (Systemy Zarządzania Jakością dla Wyrobów Medycznych) oraz znakiem CE0434 (dla urządzeń spełniających warunki Dyrektywy 93/42/EEC). Produkcja urządzeń chłodniczych ze względu na customizację oraz duży wskaźnik EPEX (ang. Every Product Every Interval) charakteryzuje się bardzo dużą dynamiką zmian stanów systemu [4].

Na podstawie opracowanego modelu uwzględniającego zależności zmiennych losowych, jesteśmy w stanie określić maksymalną stratę czasu na poszczególnym urządzeniu bez wpływu na system produkcyjny.

Model uwzględnia rozważania w kategoriach wykorzystania zdolności produkcyjnych pojedynczych urządzeń oraz ich grup realizujących te same zadania, pozycji urządzenia w strumieniu przepływu, jak również wpływu na realizację zamówień klienta w oparciu o wskaźnik CEF (ang. Customer Effect Factor). Ważnym atrybutem modelu jest fakt, iż uwzględnia on zależności występujących zmiennych losowych w strukturze wykonywania następujących po sobie poszczególnych procesów, realizujących jedynie zlecenia w tzw.: produkcji jednostkowej.

## 2. Modelowanie maksymalnych strat czasów

Szczególnym analizom poddany jest przypadek, w którym następuje przepływ w kolejności jak na rysunku 3 w części 1. Analizy przepływów wykazały, że dla tego strumienia (wytwarzanie korpusów) występuje tzw. ścieżka krytyczna, czyli w ujęciu czasowym jest to najdłuższa ścieżka przejścia. Ponadto urządzenie 305 wykorzystujące zdolności produkcyjne na poziomie 96% jako jedyne posiada atrybuty możliwe do wykonania procesów dla elementów składowych wszystkich wytwarzanych w przedsiębiorstwie korpusów. Każdy (nawet najkrótszy) przestój w strumieniu przepływu półproduktów składowych korpusu wpływa na wydłużenie czasu realizacji zamówienia. Dlatego niezbędne jest przeprowadzenie dokładnych obliczeń czasów możliwych przestoju z uwzględnieniem zależności sąsiadujących urządzeń (procesów). Wzory 1 – 4 określają maksymalny możliwy czas wystąpienia usterki na poszczególnym urządzeniu bez wpływu na system produkcyjny. Wzory te uwzględniają czasy wypełnienia i opróżnienia buforów sąsiadujących proces na którym wystąpiła usterka i są zależne od czasów taktu sąsiednich procesów.

Maksymalny możliwy do utraty czas bez wpływu na system wytwórczy, dla procesu wykrawania laserowego (urządzenie 101) – ma postać:

$$t_{\max}^{WL} = \min \left\{ t_{B_1}^o \mid V_{B_1} \wedge C/T^{WM} ; t_{B_2}^o \mid V_{B_2} \wedge C/T^K \right\} \quad (1)$$

Maksymalny możliwy czas przerwy bez wpływu na system wytwórczy dla procesu wykrawania młoteczkowego (urządzenie 201) – ma postać:

$$t_{\max}^{WM} = \min \left\{ t_{B_1}^w \mid V_{B_1} \wedge C/T^{WM} ; t_{B_2}^o \mid V_{B_2} \wedge C/T^K \right\} \quad (2)$$

Maksymalny możliwy czas przerwy bez wpływu na system wytwórczy dla procesów krawędziowania – ma postać:

$$t_{\max}^K = \min \left\{ t_{B_2}^w | V_{B_2} \wedge C/T^{WM} ; t_{B_3}^o | V_{B_3} \wedge C/T^Z \right\} \quad (3)$$

Maksymalny czas przerwy bez wpływu na system wytwórczy dla urządzenia 602 – ma postać:

$$t_{\max}^Z = \min \left\{ t_{B_1}^o | V_{B_1} \wedge C/T^{WM} ; t_{B_2}^o | V_{B_2} \wedge C/T^K \right\} \quad (4)$$

gdzie:

$t_{B_i}^o$  - czasy opróżnienia bufora za urządzeniem, na którym wystąpiła usterka,

$t_{B_i}^w$  - czas wypełnienia bufora przed urządzeniem, na którym wystąpiła usterka,

$V_{B_i}$  - pojemność rozpatrywanego bufora,

$C/T^i$  - czas taktu  $i$ -tego procesu.

Adekwatnie do wzorów: (2) – (4) zostały wyznaczone czasy:  $t_{\max}^L$  i  $t_{\max}^I$  dla procesów lakierowania i izolowania odpowiednio dla urządzeń 701 i 907.

Ze względu na „wąskie gardło” dla urządzeń: 301, 303, 305 i 306 szczegółowe obliczenia zostaną wykonane dla procesu krawędziowania na urządzeniu 305 z uwzględnieniem krytycznego strumienia przepływu – produkcja korpusów. Obliczenia wartości czasów  $t_{\max}^i$  dla pozostałych urządzeń mają identyczną postać.

$t_{\max}^{K305}$  – maksymalny czas niezdatności do wykonania zadania  $K$  na urządzeniu nr 305, który nie wpływa na postój wymuszony urządzeń sąsiednich jest równy minimalnej wartości z  $t_{B_2}^w$  i  $t_{B_3}^o$  ; gdzie:  $t_{B_2}^w$  – czas wypełnienia bufora  $B_2$  do

wartości maksymalnej, a  $t_{B_3}^o$  - czas opróżnienia bufora  $B_3$ . Ponadto:  $t_{B_2}^w$  jest zależny od czasu taktu procesu na wykrawarce młoteczkowej oraz „wolnej” pojemności bufora  $B_2$  w chwili wystąpienia usterki na prasie krawędziowej 305.

Adekwatnie czas opróżnienia  $t_{B_3}^o$  zależy jest od liczby sztuk półproduktów znajdujących się w buforze  $B_3$  w chwili wystąpienia usterki na urządzeniu 305 i czasu taktu procesu zgrzewania.

$$t_{\max}^{K305} = \min \left\{ t_{B_2}^w | V_{B_2} \wedge C/T^{WM} ; t_{B_3}^o | V_{B_3} \wedge C/T^Z \right\} \quad (5)$$



Zostaje określona funkcja  $f_{B_2}^w(x)$  wypełnienia bufora  $B_2$  od chwili wystąpienia usterki prasy krawędziowej nr 305.

$$f_{B_2}^w(x) = \begin{cases} C_{U305} & , \quad t \in \left[ 0, C/T^{WM} \right) \\ C_{U305} + 1 & , \quad t \in \left[ C/T^{WM}, 2 \cdot C/T^{WM} \right) \\ \cdot & \\ \cdot & \\ \cdot & \\ V_{B_2}^{\max} & , \quad t \in \left[ \left( V_{B_2}^{\max} - C_{U305} \right) \cdot C/T^{WM}, C_{N305} \right) \end{cases} \quad (6)$$

gdzie:

$C_{U305}$  - jest liczbą sztuk półproduktów znajdująca się w buforze  $B_2$  w chwili wystąpienia usterki na urządzeniu 305,

$C/T^{WM}$  - czas taktu wykonania operacji na wykrawarce młoteczkowej,  
 $C/T^{WM} \sim \text{Exp}\left(\lambda^{WM}\right)$ .

W kolejnym etapie zostanie wyznaczony czas  $t_{B_2}^w$  wypełnienie bufora  $B_2$  od chwili wystąpienia usterki na urządzeniu 305.

$$t_{B_2}^w = C/T_{C_{U305}+1}^{WM} + C/T_{C_{U305}+2}^{WM} + \dots + C/T_{V_{B_2}^{\max}}^{WM} \quad (7)$$

gdzie:

$C/T_{C_{U305}+1}^{WM}$  ;  $C/T_{C_{U305}+2}^{WM}$  ; ... ;  $C/T_{V_{B_2}^{\max}}^{WM}$  – są względem siebie niezależne

ponadto:

$$C/T_{C_{U305}+1}^{WM}, C/T_{C_{U305}+2}^{WM}, \dots, C/T_{V_{B_2}^{\max}}^{WM} \sim \text{Exp}\left(\lambda^{WM}\right) \quad (8)$$

Korzystając z twierdzenia o dodawaniu rozkładów wykładniczych otrzymujemy:

jeżeli:

$$C/T_i \sim \text{Exp}\left(\lambda^{WM}\right) \quad \forall \quad i = C_{U305}^{B_2} + 1, C_{U305}^{B_2} + 2, \dots, V_{B_2}^{\max}$$

wówczas:

$$t_{B_2}^w = C/T_{C_{U305}+1}^{WM} + \dots + C/T_{V_{B_2}^{\max}}^{WM} \sim \text{Erlang}\left(V_{B_2}^{\max} - C_{U305}, \lambda^{WM}\right) \quad (9)$$

Następnie zostanie określona funkcja  $f_{B_3}^o(x)$  opróżnienia bufora  $B_3$  od chwili wystąpienia usterki na urządzeniu 305.

$$f_{B_3}^o(x) = \begin{cases} D, & t \in [0, C/T^Z) \\ D-1, & t \in [C/T^Z, 2 \cdot C/T^Z) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 0, & t > [D \cdot C/T^Z, C_{N305}) \end{cases} \quad (10)$$

gdzie:

$D$  - jest to liczba sztuk półproduktów znajdujących się w buforze  $B_3$  w chwili wystąpienia usterki na 305.

Czas opróżnienia bufora  $B_3$  obliczony zostanie ze wzoru (11):

$$t_{B_3}^o = C/T_{D-1}^Z + C/T_{D-2}^Z + \dots + C/T_0^Z \quad (11)$$

gdzie:

$C/T_{D-1}^Z; \dots; C/T_0^Z$  – są względem siebie niezależne

ponadto:

$$C/T_{D-1}^Z, \dots, C/T_0^Z \sim \text{Exp}(\lambda^Z) \quad (12)$$

Korzystając z twierdzenia o dodawaniu rozkładów wykładniczych otrzymujemy:

jeżeli:  $C/T_i \sim \text{Exp}(\lambda^Z) \quad \forall \quad i = D, D-1, \dots, 0$ , wówczas:

$$t_{B_3}^o = C/T_{D-1}^Z \dots + C/T_0^Z \sim \text{Erlang}(D, \lambda^Z) \quad (13)$$

W celu obliczenia minimalnej wartości dwóch niezależnych zmiennych losowych

$t_{B_2}^w$  i  $t_{B_3}^o$  wyznaczamy dystrybuantę zmiennej  $Z$  [5, 6], gdzie  $Z = \min\{t_{B_2}^w, t_{B_3}^o\}$

$$F_Z(t) = 1 - P\left(\min\{t_{B_2}^w, t_{B_3}^o\} > t\right) \quad (14)$$

$$\begin{aligned} P\left(\min\{t_{B_2}^w, t_{B_3}^o\} > t\right) &= P\left(t_{B_2}^w > t \wedge t_{B_3}^o > t\right) = P\left(t_{B_2}^w > t\right) \cdot P\left(t_{B_3}^o > t\right) \\ &= \left[1 - \left(1 - \sum_{n=0}^{V_{B_2}^{\max} - C_{U305} - 1} \frac{1}{n!} \cdot e^{-\lambda^{WM} \cdot t} \left(\lambda^{WM} \cdot t\right)^n\right)\right] \cdot \left[1 - \left(1 - \sum_{n=0}^{D-1} \frac{1}{n!} \cdot e^{-\lambda^Z \cdot t} \left(\lambda^Z \cdot t\right)^n\right)\right] = \quad (15) \\ &= \left(\sum_{n=0}^{V_{B_2}^{\max} - C_{U305} - 1} \frac{1}{n!} \cdot e^{-\lambda^{WM} \cdot t} \left(\lambda^{WM} \cdot t\right)^n\right) \cdot \left(\sum_{n=0}^{D-1} \frac{1}{n!} \cdot e^{-\lambda^Z \cdot t} \left(\lambda^Z \cdot t\right)^n\right) \end{aligned}$$

Więc:

$$F_Z(t) = 1 - \left(\sum_{n=0}^{V_{B_2}^{\max} - C_{U305} - 1} \frac{1}{n!} \cdot e^{-\lambda^{WM} \cdot t} \left(\lambda^{WM} \cdot t\right)^n\right) \cdot \left(\sum_{n=0}^{D-1} \frac{1}{n!} \cdot e^{-\lambda^Z \cdot t} \left(\lambda^Z \cdot t\right)^n\right) \quad (16)$$

Oznaczamy przez  $t_U^{305}$  – czas trwania usterki na urządzeniu 305, ponadto wiemy, że  $t_U^{305} \sim \text{Exp}\left(\lambda_U^{305}\right)$ .

Wówczas:

$$P\left(t_U^{305} \leq z\right) = 1 - P\left(t_U^{305} > z\right) = 1 - P\left(z - t_U^{305} < 0\right) = 1 - P\left(z + \left(-t_U^{305}\right) < 0\right) \quad (17)$$

$$P\left(t_U^{305} \leq z\right) = 1 - P\left(\min\{t_{B_2}^w, t_{B_3}^o\} + \left(-t_U^{305}\right) < 0\right) \quad (18)$$

Korzystając z faktu, że  $t_U^{305} \sim \text{Exp}\left(\lambda_U^{305}\right)$  otrzymujemy:  $-t_U^{305} \sim \text{Exp}\left(-\lambda_U^{305}\right)$

Przez  $g_{305}(t)$  oznaczamy funkcję gęstości  $g_{305}(t) = \min\{t_{B_2}^w, t_{B_3}^o\} + \left(-t_U^{305}\right)$

wówczas:

$$P\left(t_U^{305} \leq z\right) = 1 - P\left(\min\{t_{B_2}^w, t_{B_3}^o\} + \left(-t_U^{305}\right) < 0\right) = 1 - \int_{-\infty}^0 g_{305}(t) dt \quad (19)$$

W następnej kolejności obliczamy gęstość zmiennej losowej  $z = \min\{t_{B_2}^w, t_{B_3}^o\}$

$$f_z(t) = F_z'(t) = \left[ 1 - \left( \sum_{n=0}^{V_{B_2}^{\max} - C_{U305} - 1} \frac{1}{n!} \cdot e^{-\lambda^{WM} \cdot t} \left( \lambda^{WM} \cdot t \right)^n \right) \cdot \left( \sum_{n=0}^{D-1} \frac{1}{n!} \cdot e^{-\lambda^Z \cdot t} \left( \lambda^Z \cdot t \right)^n \right) \right]' \quad (20)$$

Obliczając pochodną iloczynu dwóch funkcji otrzymujemy:

$$f_z(t) = - \left( \sum_{n=0}^{V_{B_2}^{\max} - C_{U305} - 1} \frac{1}{n!} \cdot e^{-\lambda^{WM} \cdot t} \left( \lambda^{WM} \cdot t \right)^n \right)' \cdot \left( \sum_{n=0}^{D-1} \frac{1}{n!} \cdot e^{-\lambda^Z \cdot t} \left( \lambda^Z \cdot t \right)^n \right) - \left( \sum_{n=0}^{D-1} \frac{1}{n!} \cdot e^{-\lambda^Z \cdot t} \left( \lambda^Z \cdot t \right)^n \right)' \cdot \left( \sum_{n=0}^{V_{B_2}^{\max} - C_{U305} - 1} \frac{1}{n!} \cdot e^{-\lambda^{WM} \cdot t} \left( \lambda^{WM} \cdot t \right)^n \right) \quad (21)$$

W kolejnych przekształceniach otrzymujemy:

$$f_z(t) = \left( 1 - \sum_{n=0}^{V_{B_2}^{\max} - C_{U305} - 1} \frac{1}{n!} \cdot e^{-\lambda^{WM} \cdot t} \left( \lambda^{WM} \cdot t \right)^n \right)' \cdot \left( \sum_{n=0}^{D-1} \frac{1}{n!} \cdot e^{-\lambda^Z \cdot t} \left( \lambda^Z \cdot t \right)^n \right) + \left( 1 - \sum_{n=0}^{D-1} \frac{1}{n!} \cdot e^{-\lambda^Z \cdot t} \left( \lambda^Z \cdot t \right)^n \right)' \cdot \left( \sum_{n=0}^{V_{B_2}^{\max} - C_{U305} - 1} \frac{1}{n!} \cdot e^{-\lambda^{WM} \cdot t} \left( \lambda^{WM} \cdot t \right)^n \right) \quad (22)$$

Ostatecznie:

$$f_z(t) = f_{t_w} \left( t, V_{B_2}^{\max} - C_{U305}, \lambda^{WM} \right) \cdot \left( 1 - F_{t_o} \left( t, D, \lambda^Z \right) \right) + f_{t_o} \left( t, D, \lambda^Z \right) \cdot \left( 1 - F_{t_w} \left( t, V_{B_2}^{\max} - C_{U305}, \lambda^{WM} \right) \right) \quad (23)$$

W kolejnym etapie obliczamy gęstość  $g_{305}(t)$  wykorzystując splot [7] gęstości  $f_z(t)$  oraz gęstości  $f_{-t_U}^{305}(t)$ .

$$g_{305}(t) = (f_z * f_u)(t) = \int_0^{\infty} f_z(t-y) \cdot f_u(y) dy \quad (24)$$

$f_z(t)$  jest gęstością zmiennej losowej o rozkładzie Erlanga i nośniku  $\langle 0, +\infty \rangle$  oraz  $f_{-t_U^{305}}(t)$  jest gęstością zmiennej losowej o rozkładzie wykładniczym i nośniku również  $\langle 0, +\infty \rangle$  wówczas  $t - y \geq 0 \wedge y \geq 0 \rightarrow t \geq y \wedge y \geq 0$ , więc granicą całkowania  $g_{305}(t)$  jest przedział  $\langle 0, t \rangle$

$$g_{305}(t) = \int_0^t \left[ f_{t_w} \left( t - y, V_{B_2}^{\max} - C_{U305}, \lambda^{WM} \right) \cdot \left( 1 - F_{t_o} \left( t - y, D, \lambda^Z \right) \right) + f_{t_o} \left( t - y, D, \lambda^Z \right) \cdot \left( 1 - F_{t_w} \left( t - y, V_{B_2}^{\max} - C_{U305}, \lambda^{WM} \right) \right) \right] \cdot \left( -\lambda_u \cdot e^{-\lambda_u \cdot y} \right) dy \quad (25)$$

$$g_{305}(t) = \int_0^t \left[ \frac{\left( \lambda_1 \right)^{V_{B_2}^{\max} - C_{U305}} \cdot \left( t - y \right)^{V_{B_2}^{\max} - C_{U305} - 1} \cdot e^{-\lambda^{WM} \cdot (t-y)}}{\left( V_{B_2}^{\max} - C_{U305} - 1 \right)!} \cdot \left( \sum_{n=0}^{D-1} \frac{1}{n!} \cdot e^{-\lambda^Z \cdot (t-y)} \cdot \left( \lambda^Z \cdot (t-y) \right)^n \right) + \frac{\left( \lambda^Z \right)^D \cdot \left( t - y \right)^{D-1} \cdot e^{-\lambda^Z \cdot (t-y)}}{\left( D - 1 \right)!} \cdot \left( \sum_{n=0}^{V_{B_2}^{\max} - C_{U305} - 1} \frac{1}{n!} \cdot e^{-\lambda^{WM} \cdot (t-y)} \cdot \left( \lambda^{WM} \cdot (t-y) \right)^n \right) \right] \cdot \left( -\lambda_u \cdot e^{-\lambda_u \cdot y} \right) dy \quad (26)$$

Wzór (30) określa funkcję gęstości  $g_{305}(t) = \min \left\{ t_{B_2}^w, t_{B_3}^o \right\} + \left( -t_U^{305} \right)$ . W ten sam sposób zostały wyznaczone funkcje gęstości dla pozostałych urządzeń. Tabela 1 przedstawia zestawienie  $g(t)$  dla analizowanego strumienia przepływu - tj.: produkcja wszystkich elementów składowych dla półproduktu „Korpus 550” z wykorzystaniem urządzeń: 101, 201, 303, 305, 305 309, 602, 701 i 907.

Tabela 1. Zestawienie funkcji gęstości czasów wystąpienia usterek.

Produkt	101	201	301	303	305	306	307	309	602	701	907
<b>Korpus 550</b>	$g_{101}$	$g_{201}$	X	$g_{303}$	$g_{305}$	$g_{306}$	X	$g_{309}$	$g_{602}$	$g_{701}$	$g_{907}$

W kolejnym etapie dokonano takich samych obliczeń dla pozostałych produktów – „Korpus 450” oraz „Korpus 750”. Następnie wyznaczono minimalną wartość dla każdego urządzenia osobno z funkcji gęstości dla trzech różnych strumieni. Wykorzystując wagi gęstości prawdopodobieństwa dla poszczególnych strumieni przepływu („Korpus 450”, „Korpus 550” i „Korpus 750”) wyznaczono gęstość mieszaną dla każdego z urządzeń osobno. Z uwzględnieniem zależności wpływu strat (zależność ilościowa i zależność czasowa – rys.4 w części 1) określono deterministyczną wagę wskaźnika pozycji urządzenia w strumieniu wartości – tab. 2.

*Tabela 2. Wskaźnik pozycji urządzenia w strumieniu wartości.*

Lp.	101	201	301	303	305	306	307	309	602	701	907
<b>Strata ilości</b>	T	T	T	T	T	T	T	T	N	N	N
<b>Strata czasu</b>	N	N	T	T	T	T	T	T	T	T	T
<b>Udział w stratach</b>	<10%	~30%	~50%	~50%	>90%	~50%	~50%	~50%	>90%	<70%	<60%
<b>Waga</b>	<b>0,1</b>	<b>0,3</b>	<b>0,4</b>	<b>0,4</b>	<b>1</b>	<b>0,4</b>	<b>0,4</b>	<b>0,4</b>	<b>1</b>	<b>0,6</b>	<b>0,5</b>

Wskaźnik pozycji w strumieniu wartości określa poziom negatywnego wpływu występującej usterki (bądź nieplanowanego przestoju) danego urządzenia na zabezpieczenie wysyłek [8]. Im urządzenie znajduje się dalej od etapu wysyłki tym więcej jest czasu, aby usunąć występujący problem. Dlatego urządzenia bliżej etapu wysyłki posiadają wyższą wagę. Podobna zależność występuje względem „wąskiego gardła” – przy czym w tych relacjach kluczowa jest strata ilości.

### **3. Kształtowanie wskaźnika Customer Effect Factor**

Wskaźnik ciągłości przepływu względem klienta – CEF (ang. Customer Effect Factor) określa poziom wpływu na proces produkcji u odbiorcy. Wyznaczany jest na podstawie współczynników ekonomicznych, wskaźników ryzyka zatrzymania linii oraz ewentualnych kosztów poniesionych w wyniku braku realizacji zamówienia. W ramach artykułu wskaźnik CEF został przyjęty jako stała zdeterminowana wartość wyznaczona z uwzględnieniem wyżej wymienionych współczynników.

Tabela 3. Średni CEF dla grup produktów.

Produkt	Wykrawanie laserowe	Wykrawanie młoteczkowe	Krawędziowanie						Zgrzewanie	Lakierowanie	Izolowanie
			101	201	301	303	305	306			
<b>Korpus 450</b>	4,9		4,9			4,9	4,9		4,9	4,9	4,9
<b>Korpus 550</b>	8,7	8,7		8,7	8,7	8,7		8,7	8,7	8,7	8,7
<b>Korpus 750</b>	7,2				7,2		7,2		7,2	7,2	7,2
<b>CEF<sub>max</sub></b>	8,7	8,7	4,9	8,7	<b>10</b>	8,7	7,2	8,7	8,7	8,7	8,7

Tabela 3 zawiera wartości wskaźnika CEF przypisane poszczególnym urządzeniom z rozróżnieniem udziału w procesie wytwórczym dla rozpatrywanych grup produktów. Jednak ze względu na rozpatrywanie struktury produkcyjnej w ujęciu ogólnej teorii systemów złożonych do obliczeń LPU dla poszczególnego urządzenia zostały przyjęte wartości dla wszystkich wytwarzanych produktów.

Dlatego dla urządzenia – prasy krawędziowej 305, wskaźnik CEF<sub>max</sub> wynosi 10. Jest to najwyższa możliwa do przypisania wartość wskaźnika CEF. Wynika to z faktu, iż prasa ta jako jedyna w całej analizowanej strukturze wytwórczej nie posiada rezerw w wydajności ze względu na posiadane atrybuty. Prasa jako jedyna umożliwia wykonywanie półproduktów o długości do 4,5 m. Każdy wyrób finalny zawiera od 4 do 6 elementów składowych o długości kwalifikującej wykonie jedynie na prasie 305, dlatego urządzenie to w klasyfikacji wpływu na klienta posiada najwyższy priorytet.

Kolejno dla wyznaczonego wskaźnika CEF indywidualnie dla każdego urządzenia przypisuje się wagę wpływu na klienta. W tabeli 4 zestawiono wagi rozpatrywanych urządzeń.

Tabela 4. Wskaźnik wpływu usterki urządzenia na klienta.

Lp.	101	201	301	303	305	306	307	309	602	701	907
<b>Waga</b>	<b>0,9</b>	<b>0,9</b>	<b>0,4</b>	<b>0,9</b>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,9</b>	<b>0,9</b>	<b>0,9</b>	<b>0,9</b>

Wagę o wartości 0,1 przypisuje się wówczas gdy wskaźnik CEF urządzenia jest mniejszy bądź równy 2. Wagę jeden otrzymują urządzenia, których wpływ na klienta jest większy od 9.

#### 4. Liczba Priorytetowa Urządzenia – LPU

Wyznaczenie Liczby Priorytetowej Urządzenia odbywa się na podstawie przypisania wagi od 0 do 1 odpowiednio dla trzech kategorii: 1) wpływu usterki na system produkcyjny, 2) pozycji urządzenia w strumieniu wartości, 3) wartości wskaźnika CEF. W kategorii pierwszej (wpływ na system produkcyjny) wagę od 0,1 do 0,4 nadaje się urządzeniu, które posiada rezerwy w zakresie zdolności produkcyjnej oraz występują zasoby urządzeń o identycznych atrybutach. Wagę powyżej 0,8 nadaje się urządzeniom nie posiadającym rezerw, oraz których zdolności produkcyjne wykorzystywane są powyżej 95%. W kategorii drugiej wartości od 0,8 do 1 nadawane są urządzeniom gdy dopuszczalny czas ich usterki jest mniejszy niż 10% najdłuższego dopuszczalnego czasu wszystkich rozpatrywanych urządzeń dla pojedynczego strumienia wartości. W kategorii trzeciej wagę 0,1 nadaje się wówczas gdy CEF danej rodziny produktów jest mniejszy bądź równy 20%. Wagę 1 gdy CEF wynosi ponad 90%. Iloczyn przyznanych wag w trzech kategoriach kształtuje Liczbę Priorytetową Urządzenia. Im większe LPU, tym większy priorytet danego urządzenia.

#### Wyznaczenie LPU – przykład

Na podstawie danych zawartych w tabelach: 3, 6 i 8 - będących odpowiednio wagą w kategoriach: wpływu na system produkcyjny, pozycji urządzenia w strumieniu wartości i wskaźnika CEF - określona została LPU rozpatrywanych urządzeń w analizowanym układzie produkcyjnym. Tabela 5 zawiera wartość Liczby Priorytetowej Urządzenia.

Tabela 5. LPU analizowanego systemu produkcyjnego.

Produkt	Wykrwanie laserowe	Wykrwanie mloteczkowe	Krawędziowanie						Zgrzewanie	Lakierowanie	Izolowanie
			301	303	305	306	307	309			
	101	201	301	303	305	306	307	309	602	701	907
Waga I	0,1	0,5	0,6	0,6	1	0,6	0,6	0,6	0,1	0,5	0,9
Waga II	0,1	0,3	0,4	0,4	1	0,4	0,4	0,4	1	0,6	0,5
Waga III	0,9	0,9	0,4	0,9	1	0,9	0,8	0,9	0,9	0,9	0,9
<b>LPU</b>	<b>0,009</b>	<b>0,135</b>	<b>0,096</b>	<b>0,216</b>	<b>1</b>	<b>0,216</b>	<b>0,192</b>	<b>0,216</b>	<b>0,09</b>	<b>0,27</b>	<b>0,405</b>

Liczba Priorytetowa prasy krawędziowej 305 otrzymała najwyższą (z możliwych) wartości. Każda występująca na tym urządzeniu usterka bądź nieplanowany postój, ma negatywny wpływ na strukturę systemu produkcyjnego i zabezpieczenie wysyłek. Czas trwania usterki na urządzeniu 305, dłuższy od wyznaczonego  $t_{\max}^{K305}$  - wzór (9), jest uszkodzeniem krytycznym dla rozpatrywanego układu.



## 5. Podsumowanie

W artykule został przedstawiony model wyznaczania wskaźnika LPU – Liczby Priorytetowej Urządzenia dla złożonego systemu wytwórczego. W rozważanym przykładzie zostały wyznaczone wartości wag urządzeniom, które jako miarodajne wskaźniki mają wpływ na system produkcyjny w trzech kategoriach: wykorzystania zdolności produkcyjnych, pozycji w strumieniu wartości i wpływu na realizację zamówienia. W wyniku analiz największą wartość wskaźnika LPU (równą 1) otrzymało urządzenie 305, na którym pojawiające się nawet najkrótsze przestoje mają znaczący wpływ na cały system wytwórczy w aspekcie straty ilości i czasu realizacji zamówienia. Natomiast czas trwania usterki na urządzeniu 305, dłuższy od wyznaczonego  $t_{\max}^{K305}$ , jest uszkodzeniem krytycznym dla rozpatrywanego układu.

Wszystkie wyżej wymienione parametry mają wpływ na dużą dynamikę zmian stanów systemu produkcyjnego. W przykładzie, który został poddany analizie produkcja powinna odbywać się według zasady MTO – *make-to-order*. W celu minimalizacji strat typu „*muda*” oraz „*muri*”, konieczna jest wielokryterialna optymalizacja zadań produkcyjnych. Optymalizacja ta powinna odbywać się w zakresie maksymalizacji wydajności przy jednoczesnej maksymalizacji czasu dostępnego, co bezpośrednio ma wpływ na minimalizację strat czasu na przestoje wynikające: z wymaganych przebrojeń, z występujących usterek lub z braku ciągłości przepływów przetwarzanych strumieni półproduktów.

## 6. Literatura

- [1] Nyhuis P., Windhal H.P., Fundamentals of Production Logistics. Theory, Tools and Applications. Springer – Verlag, Berlin Heidelberg 2009.
- [2] Wiegand B. Langmaack R. Baumgarten T.: Lean Maintenance System Zero Maintenance Time – Full Added Value Workbook, Lean Institute, Portsmouth U.S.A., 2005.
- [3] Palmer D. R.,: Maintenance Planning and Scheduling Handbook, Mc Graw–Hill Education, New York, 2012.
- [4] Zwolińska B. Kubica Ł.: Forming of the dynamics of the changes in convergent production system depending on size of production party, LogForum Vol. 13 nr 3, pp. 301 – 311, 2017.
- [5] Devore L. J.: Probability and Statistics for Engineering and the Sciences, Books/Cole, Boston, 2012
- [6] Durrett R.: Probability: Theory and Examples Cambridge Series in Statistical and Probabilistic Mathematics, Cambridge University Press, New York 2010

- [7] Lange K.: Applied Probability, Springer Texts in Statistics, USA 2010.  
[8] Nowakowski T.: Niezawodność systemów logistycznych, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław, 2011



**Dr inż. Bożena Zwolińska** w roku 2005 ukończyła studia na Wydziale Inżynierii Mechanicznej i Robotyki Akademii Górniczo – Hutniczej im. St. Staszica w Krakowie. Stopień doktora uzyskała w tej samej jednostce w 2009 roku. Obecnie pracuje na stanowisku adiunkta w Katedrze Systemów Wytwarzania w AGH w Krakowie. Specjalność – logistyka przemysłowa (Udział 50%).



**Mgr Łukasz Kubica** w roku 2015 ukończył studia na Wydziale Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Jagiellońskiego uzyskując tytuł magistra. Obecnie jest studentem studiów doktoranckich na Wydziale Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Jagiellońskiego. Zajmuje się zastosowaniami rachunku prawdopodobieństwa i statystyki w praktyce oraz układami dynamicznymi (Udział 50%).