

Wybrane aspekty obliczania naprężeń w rozciągającym zbrojeniu podłużnym w zginanych belkach zespolonych stalowo-betonowych

Dr inż. Marcin Niedośniał, Politechnika Warszawska

1. Wprowadzenie

Obliczając konstrukcję, projektant ma za zadanie sprawdzić zarówno Stan Graniczny Nośności (ULS), jak i Stan Graniczny Użytkowości (SLS). W przypadku konstrukcji zespolonych, gdy płyta żelbetonowa znajduje się w strefie rozciąganej i przekroczona została wytrzymałość betonu na rozciąganie, jednym z warunków do sprawdzenia jest zarysowanie. Projektant korzystając z normy do projektowania konstrukcji zespolonych stalowo-betonowych [8] w zakresie sprawdzenia szerokości rys, jest odsyłany bezpośrednio do zaleceń zawartych w normie projektowania konstrukcji żelbetonowych [6] z modyfikacją polegającą na uwzględnieniu przy obliczaniu naprężeń w zbrojeniu wpływu usztywnienia przez beton (zjawisko „tension stiffening”). W uproszczony sposób wpływ ten można uwzględnić poprzez dodanie do naprężeń w zbrojeniu spowodowanych siłami wewnętrznymi działającymi na przekrój zespolony składnika $\Delta\sigma_s$ wynoszącego:

$$\Delta\sigma_s = \frac{0,4f_{ctm}}{\alpha_{st}\rho_s} \quad (1)$$

w którym:

$$\alpha_{st} = \frac{AJ}{A_a J_a} \quad (2)$$

gdzie: A , J – przekrój i moment bezwładności efektywnego przekroju zespolonego z pominięciem betonu rozciąganego i profilowanej blachy (jeśli występuje), A_a , J_a – przekrój i moment bezwładności przekroju stali konstrukcyjnej, ρ_s – stopień zbrojenia równy A_s/A_{ct} , A_{ct} – efektywny przekrój betonowej półki rozciąganej, A_s – jest polem powierzchni prętów zbrojenio- wych zlokalizowanych w polu A_{ct}

2. Obliczanie naprężeń w zbrojeniu

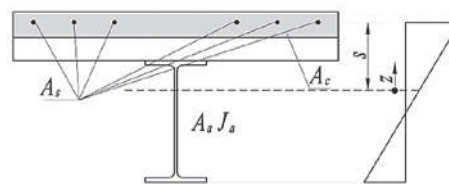
Analizując naprężenia w zbrojeniu należy rozważyć obszary poza bezpośrednim otoczeniem węzła, w których zasada płaskich przekrojów obowiązuje i wówczas można je obliczać, korzystając z klasycznej teorii (z modyfikacjami związanymi z uwzględnieniem zjawiska „tension stiffening”) oraz obszary w bezpośrednim otoczeniu węzła, w których zasada płaskich przekrojów nie obowiązuje. Dlatego do dalszych rozważań wprowadzono rozróżnienie na obszary typu B (B od Bernoulli) oraz D (D od słowa „discontinuity”). W bezpośrednim otoczeniu węzła zlokalizowane są obszary typu D, a w pewnym oddaleniu od niego obszary typu B.

2.1. Obszary typu B

Naprężenia w zbrojeniu można obliczyć, korzystając z klasycznej teorii przy założeniu, że beton nie przenosi rozciągania. Rozróżnić tutaj należy następujące przypadki:

- przypadek I – $\sigma_s \leq \sigma_{sr}$, gdy przekrój jest zarysowany pod całym obciążeniem charakterystycznym, a obciążenia długotrwałe są mniejsze od obciążeń rysujących,
- przypadek II – $\sigma_s > \sigma_{sr}$.

Przekrój wraz z oznaczeniami pokazano na rysunku 1.



Rys. 1. Element zespolony stalowo-betonowy – oznaczenia

W przypadku I ($\sigma_s \leq \sigma_{sr}$, przypadek nie ujęty w [8]) naprężenia w zbrojeniu wyrazić można wzorem:

$$\sigma_s = \frac{Ms}{J_E(1-k_t)} \quad (3)$$

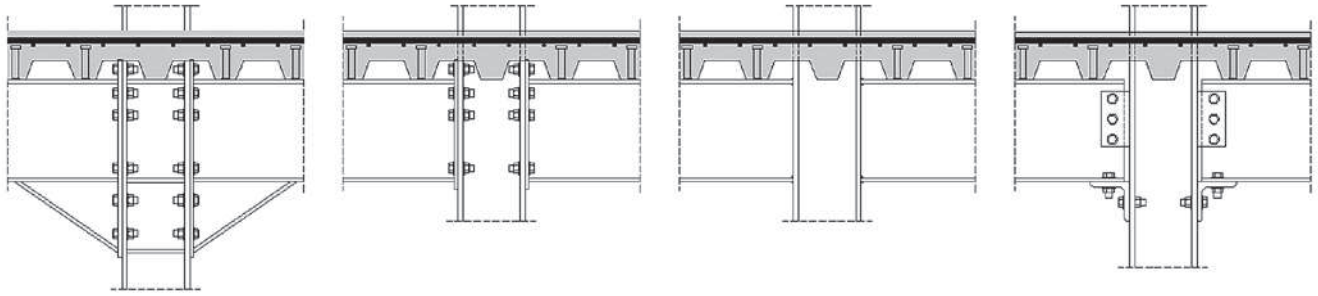
gdzie: M – moment zginający działający na przekrój, s – odległość od środka ciężkości przekroju złożonego z kształtownika (A_a , J_a) i zbrojenia A_s (przekrój sprowadzony), J_E – moment bezwładności przekroju sprowadzonego, k_t – współczynnik zależny od czasu trwania obciążenia (zgodnie z normą [6]). W przypadku II ($\sigma_s > \sigma_{sr}$) naprężenia oblicza się, stosując wzór podany w normie [8] z uwzględnieniem zjawiska „tension stiffening”:

$$\sigma_s = \sigma_{s,0} + \Delta\sigma_s \quad (4)$$

$$\sigma_{s,0} = \frac{Ms}{J} \quad (5)$$

$$\Delta\sigma_s = \frac{0,4f_{ctm}}{\alpha_{st}\rho_s} \quad (6)$$

W przypadku elementów o niewielkim stopniu zbrojenia składnik $\Delta\sigma_s$ osiąga znaczne wartości w porównaniu ze składnikiem $\sigma_{s,0}$, szczególnie w przypadku zastosowania betonu o wysokiej



Rys. 2. Przykładowe węzły stosowane w konstrukcjach zespolonych stalowo-betonowych

wytrzymałości (np. dla $f_{ct} = 2,9$ MPa i średniego odkształcenia $\varepsilon = 1\text{‰}$ przyrost ten wynosi 180 MPa). Wyprowadzenie powyższych wzorów można znaleźć w pracy [2]. Są one słuszne, jeśli zostanie pominięty poślizg pomiędzy płytą a belką, który w przypadku elementów o pełnym zespoleniu ma niewielką wartość.

2.2. Obszary typu D

Tego typu obszary występować będą w bezpośrednim otoczeniu węzła. Przykładowe węzły stosowane w konstrukcjach zespolonych stalowo-betonowych pokazano na rysunku 2.

Jak można zauważyć, w bezpośrednim otoczeniu węzła na skutek nieciągłości odkształceń zasada płaskich przekrojów nie obowiązuje. W tych obszarach naprężenia w zbrojeniu można obliczać, rozpatrując równowagę węzła, korzystając z metody składnikowej opisanej w normie [7] czy [1] z wykorzystaniem uzupełnień zamieszczonych w normie [8].

Poszczególne elementy węzła np.: ściskany środek słupa, rozciągane śruby, rozciągane zbrojenie zastępowane są poprzez sprężyny o współczynnikach sztywności k_i , które sumuje się zgodnie ze wzorami podanymi w [7]. Na skutek oddziaływania zewnętrznego węzeł obraca się o kąt Φ , a poszczególne sprężyny ulegają odkształceniom. Wpływ poślizgu pomiędzy belką a płytą można uwzględnić w sposób uproszczony poprzez przemnożenie współczynnika sztywności zbrojenia przez współczynnik k_{slip} zdefiniowany wzorem:

$$k_{slip} = \frac{1}{1 + \frac{E_s k_{s,r}}{K_{sc}}} \tag{7}$$

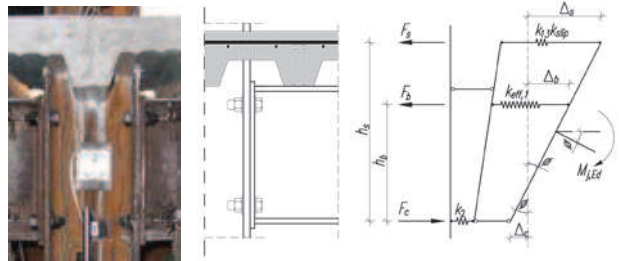
w którym:

$$K_{sc} = \frac{Nk_{sc}}{v - \left(\frac{v-l}{l+\xi}\right) \frac{h_s}{d_s}} \tag{8}$$

$$v = \sqrt{\frac{(1+\xi)Nk_{sc}ld_s^2}{E_a I_a}} \tag{9}$$

$$\xi = \frac{E_a I_a}{d_s^2 E_s A_s} \tag{10}$$

gdzie: $k_{s,r}$ – współczynnik sztywności określony wzorami zamieszczonymi w tabelicy A.1 normy [8] zależny od rodzaju węzła, E_s, A_s – moduł sprężystości i pole przekroju zbrojenia, N – liczba łączników ścinanych rozmieszczonych na długości l , h_s – odległość pomiędzy prętami podłużnego zbrojenia



Rys. 3. Przykładowy węzeł z blachą zlicowaną i model sprężynowy na podstawie [7, 8]

rozciąganego a środkiem ściskania, d_s – odległość pomiędzy prętami podłużnego zbrojenia rozciąganego a środkiem przekroju stalowej belki, l – długość belki w strefie momentu ujemnego sąsiadującej z węzłem, która w ramie stężonej może być przyjęta jako 15% długości przęsła, E_a, I_a – moduł sprężystości i moment bezwładności przekroju stalowej belki.

W obliczeniu współczynnika redukcyjnego k_{slip} istotny wpływ ma wartość sztywności pojedynczego łącznika, którą można określić ze wzoru:

$$k_{sc} = \frac{0,7P_{Rk}}{s} \tag{11}$$

gdzie: s – poślizg określony z badań zgodnie z załącznikiem B normy [8] przy obciążeniu równym $0,7P_{Rk}$, P_{Rk} – charakterystyczna nośność łącznika ścinanego.

Na rysunku 3 pokazano przykładowy węzeł z blachą zlicowaną z górną powierzchnią belki i dwoma rzędami śrub w połączeniu doczołowym wraz z modelem sprężynowym opracowanym na podstawie norm [7, 8].

Równanie równowagi sił w stanie sprężystym (bez uwzględnienia poślizgu pomiędzy płytą a belką) można zapisać:

$$F_s + F_b - F_c = 0 \tag{12}$$

a przemieszczenia można zapisać następująco:

$$\frac{\Delta_s + \Delta_c}{h_s} = \frac{\Delta_b + \Delta_c}{h_b} = \phi \tag{13}$$

Z prawa Hooke'a wynika, że:

$$\begin{aligned} F_s &= k_{13}\Delta_s E = K_s \Delta_s, \\ F_c &= k_2 \Delta_c E = K_c \Delta_c, \\ F_b &= k_{eff,1} \Delta_b E = K_b \Delta_b. \end{aligned} \tag{14}$$

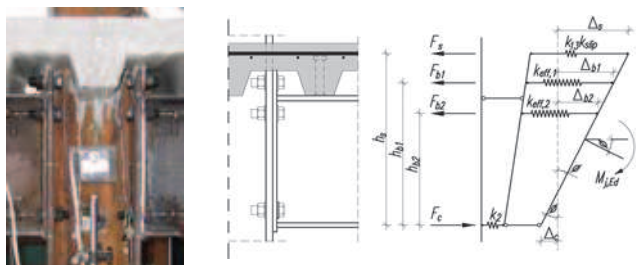
Uwzględniając powyższe zależności i wpływ poślizgu pomiędzy płytą a belką w sposób zgodny z zaleceniami zamieszczonymi

w [8] siłę w zbrojeniu (w zakresie sprężystej pracy układu) można wyrazić wzorem:

$$F_s = \frac{k_{13}k_{slip}(k_{eff,1}h_s + k_2h_s - k_{eff,1}h_b)}{k_{eff,1} + k_2 + k_{13}k_{slip}}\phi E \quad (15)$$

Na rysunku 4 zamieszczono przykładowy węzeł z blachą wystającą ponad górną powierzchnię belki i z trzema rzędami śrub w połączeniu doczołowym wraz z modelem sprężynowym opracowanym na podstawie norm [7, 8].

Korzystając z analogicznych zależności jak w przypadku węzła z blachą zlicowaną (rozbudowanych o dodatkowy rząd śrub) siłę w zbrojeniu można wyrazić wzorem:



Rys. 4. Przykładowy węzeł z blachą wystającą i model sprężynowy na podstawie [7, 8]

$$F_s = \left[k_{13}k_{slip}h_s - \frac{(k_{13}k_{slip})^2 h_s + k_{13}k_{slip}k_{eff,1}h_{b1} + k_{13}k_{slip}k_{eff,2}h_{b2}}{k_2 + k_{13}k_{slip} + k_{eff,1} + k_{eff,2}} \right] \phi E \quad (16)$$

Uwzględniając, że:

$$S_{j,ini} = \frac{M_j}{\phi} \quad (17)$$

$$\sigma_s = \frac{F_s}{A} \quad (18)$$

naprężenia w zbrojeniu rozciągającym, w zakresie sprężystej pracy węzła, można wyrazić wzorem:

$$\sigma_s = C_s \frac{M_j E}{A_s S_{j,ini}} \quad (19)$$

w którym:

dla węzła z blachą zlicowaną (rys. 3)

$$C_s = \frac{k_{13}k_{slip}(k_{eff,1}h_s + k_2h_s - k_{eff,1}h_b)}{k_{eff,1} + k_2 + k_{13}k_{slip}} \quad (20)$$

dla węzła z blachą wystającą (rys. 4)

$$C_s = k_{13}k_{slip}h_s - \frac{(k_{13}k_{slip})^2 h_s + k_{13}k_{slip}k_{eff,1}h_{b1} + k_{13}k_{slip}k_{eff,2}h_{b2}}{k_2 + k_{13}k_{slip} + k_{eff,1} + k_{eff,2}} \quad (21)$$

Pełne wyprowadzenia powyższych wzorów znaleźć można w [4, 5]. W myśl postanowień [8] do powyższych wzorów należy dodać składnik $\Delta\sigma_s$ uwzględniający wpływ zjawiska „tension stiffening”. Sztywności k_i poszczególnych sprężyn opisane są wyrażeniami podanymi w [7, 8]. Pewien problem może stanowić poprawne wyznaczenie współczynnika k_{slip} (w szczególności w przypadku stropów na blachach fałdowych), do wyliczenia którego potrzebna jest znajomość sztywności pojedynczego sworzni. W [8] w p. A.3. (4) znajduje się zapis, że dla

plyty pełnej lub plyty zespolonej, dla której współczynnik redukcji k_i jest równy 1,0, przy zastosowaniu sworzni główekowych o średnicy 19 mm sztywność pojedynczego sworzni można przyjąć równą 100 kN/mm.

Uwzględniając ograniczenie dotyczące maksymalnych wartości współczynnika k_i (tablica 6.2 w [8]) zapis ten w stropach na blachach fałdowych odnosi się tylko do przypadków, w których liczba sworzni przypadających na jedno żebro jest nie większa niż 1, grubość blachy jest powyżej 1 mm, a sworznie spawane są przez blachę stalową (wyklucza to profilowaną blachę z otworami oraz blachy o grubości 1,0 mm i mniejszej). W artykule [3] zamieszczono wyniki obliczenia sztywności z zależności siła – poślizg dla wybranych badań dostępnych w literaturze. W przytoczonych tam badaniach dla sworzni o średnicy 19 mm wynosiła od 90 kN/mm do 245 kN/mm przy zastosowaniu betonu o normalnej wytrzymałości, do nawet 345 kN/mm w przypadku betonu o wysokiej wytrzymałości. Dla stropów na blasze fałdowej było to od ok. 45 kN/mm do 220 kN/mm. Wyniki tam zawarte mogą służyć jako wskazówka dla projektantów konstrukcji przy oszacowaniu sztywności sworzni.

3. Podsumowanie

W artykule przedstawione zostały wybrane aspekty dotyczące obliczania naprężeń w zbrojeniu w konstrukcjach zespolonych stalowo-betonowych. Zwrócono uwagę, że w przypadku połączenia śrubowego w węzle zasada płaskich przekrojów nie obowiązuje i należy rozpatrzyć równowagę sił i zgodność przemieszczeń w węzle. Przedstawiono wzory do obliczania naprężeń w zbrojeniu w przypadku połączenia śrubowego z blachą zlicowaną i z dwoma rzędami śrub oraz z blachą wystającą i trzema rzędami śrub. Ponadto zasygnalizowano, że w przypadku obliczania współczynnika uwzględniającego wpływ poślizgu zastosowanie przedstawionej w normie sztywności pojedynczego sworzni może być ograniczone do bardzo wąskiego asortymentu blach.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Barcewicz, W., Giżejowski M., Component method for determining joint properties – steel and composite joints subjected to hogging and sagging bending. Proceedings of the 7th European Conference on steel and composite structures EUROSTEEL 2014, edytorzy: R. Randalfo, F.M. Mazzolani, ECCS
- [2] Knauff, M., Niedośpiat M., Uwagi o obliczaniu szerokości rys w węzłach stropów zespolonych stalowo-betonowych. Budownictwo i Architektura tom 13 (3)/2014
- [3] Niedośpiat, M., Sztywność łączników sworzniowych w elementach zespolonych stalowo-betonowych – zalecenia normy a wyniki badań. Czasopismo Inżynierii Ładowej, Środowiska i Architektury, JCEEA, t. XXXIV, z. 64(1/17):395-406, doi:10.7862/rb2017.36
- [4] Niedośpiat, M., Nośność i odkształcalność węzłów stalowo-betonowych stropów zespolonych – rola żelbetu, rozprawa doktorska, Politechnika Warszawska, Warszawa, 2013
- [5] Niedośpiat M., Obliczanie naprężeń w rozciągającym zbrojeniu podłużnym węzła stropu zespolonego stalowo-betonowego, Inżynieria i Budownictwo, tom R. 73 (1): 29–31/2017
- [6] PN-EN 1992-1-1:2008. Eurokod 2: Projektowanie konstrukcji z betonu. Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków
- [7] PN-EN 1993-1-8:2006. Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych, Część 1-8: Projektowanie węzłów
- [8] PN-EN 1994-1-1:2008. Eurokod 4: Projektowanie zespolonych konstrukcji stalowo-betonowych, Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków

Artykuł był prezentowany na konferencji „Konstrukcje zespolone 2017” w Zielonej Górze