

Tomasz SZCZEGIELNIAK\*

## WPLYW ZJAWISKA NASKÓRKOWOŚCI NA TEMPERATURĘ PRZEWODU RUROWEGO

Projektowanie torów wielkopiędowych na coraz większe prądy i napięcia wymaga dokonania precyzyjnego opisu zjawisk elektrodynamicznych oraz termicznych. Znajomość relacji ilościowych pomiędzy parametrami elektrodynamicznymi i termicznymi jest niezbędna w procesie optymalizacji konstrukcji. W artykule przedstawiono analizę rozkładu temperatury w przewodzie rurowym. Opisano metodę wyznaczania wpływu zjawiska naskórkowości na wartość temperatury przewodu rurowego.

SŁOWA KLUCZOWE: tory wielkopiędowe, gęstość prądu, rozkład temperatury

### 1. WSTĘP

Do przesyłu energii elektrycznej o dużych prądach stosuje się m.in. nieosłonięte tory wielkopiędowe. W urządzeniach tego typu przepływ prądu wywołuje efekty natury elektromagnetycznej, termicznej oraz dynamicznej. Poprawne wyznaczenie parametrów elektrodynamicznych ma duże znaczenie praktyczne. Znajomość relacji ilościowych pomiędzy parametrami elektrodynamicznymi takimi jak straty mocy, naprężenia elektryczne, temperatura, a parametrami konstrukcyjnymi jest niezbędna w procesie optymalizacji konstrukcji torów wielkopiędowych [1–10]. Wyznaczenie gęstości prądów pozwala na wyznaczenie strat mocy w torach a także temperatury pracy, która jest jednym z podstawowych parametrów konstrukcyjnych. Ponadto w urządzeniach pracujących przy napięciach średnich i wysokich konieczne jest określenie wytrzymałości elektrycznej izolacji. Wyznaczenie warunków pracy izolacji wymaga znajomości rozkładu natężenia pola elektrycznego w układzie [1–10].

Nieosłonięte trójfazowe tory wielkopiędowe o przewodach rurowych instalowane są m.in. w rozdzielniach NN i WN. W obiektach takich występuje zazwyczaj ograniczona przestrzeń dla zainstalowania torów prądowych. Dlatego też projektanci mają niejednokrotnie problemy z określeniem sposobu zainstalowania torów prądowych w tego typu obiektach. Najczęściej stosowanym w rozdzielniach rozwiązaniem konstrukcyjnym nieosłoniętych torów wielkopiędowych jest konfiguracja przedstawiona na rysunku 1 [1–10].

---

\* Politechnika Częstochowska.



Rys. 1. Rozdzielnica NN [11]

Analiza zjawisk elektrodynamicznych i termicznych zachodzących w torach wielkopiędowych wymaga uwzględnienia kształtów przewodów fazowych oraz osłon. Ponadto konieczne jest uwzględnianie wszystkich wzajemnych sprzężeń pomiędzy poszczególnymi przewodami a także między przewodami i osłonami. Należy zatem uwzględnić zjawiska naskórkowości i zbliżenia oraz sprzężenia pola elektromagnetycznego z polem temperatury.

W artykule przedstawiono analizę rozkładu temperatury w najprostszym możliwym przypadku toru wielkopiędowego, a mianowicie w przewodzie rurowym. Pojedynczy przewód rurowy w rzeczywistości nigdy nie występuje, ale przypadek ten można odnieść do trójfazowego toru wielkopiędowego w którym przewody fazowe są na tyle oddalone, że zjawisko zbliżenia może być pominięte w obliczeniach elektromagnetycznych.

## 2. POLE TEMPERATURY

Rozważono równanie pola temperatury w pojedynczym przewodzie rurowym o promieniu wewnętrznym  $R_1$  i zewnętrznym  $R_2$ , o konduktywności  $\gamma$  z prądem sinusoidalnym o skutecznej wartości zespolonej  $\underline{I}_1$ , przedstawionym na rysunku 2.

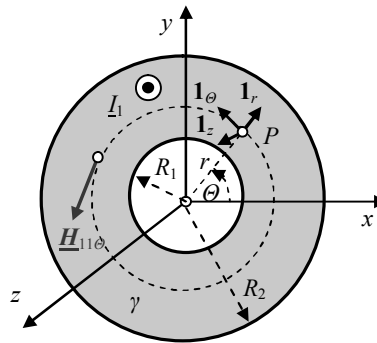
Zakładając, że długość przewodu rurowego jest wielokrotnie większa od jego rozmiarów poprzecznych, można przyjąć, że nie ma przepływu energii cieplnej w kierunku osiowym, natomiast cała energia cieplna wydzielana w przewodzie rozchodzi się promieniowo. W stanie ustalonym temperatura w przewodzie rurowym spełnia równanie:

$$\frac{d^2T}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT}{dr} = - \frac{|\underline{J}_{11}(r)|^2}{\lambda\gamma} \quad (1)$$

gdzie  $\lambda$  oznacza współczynnik przewodności cieplnej, zaś całkowita gęstość prądu w przewodzie rurowym  $\underline{J}_{11}(r) = \mathbf{1}_z \underline{J}_{11}(r)$  ma tylko jedną składową zależną od zmiennej  $r$  walcowego układu współrzędnych. Składową tę wyrażamy za pomocą wzoru [2]

$$\underline{J}_{11}(r) = \frac{\underline{\Gamma} \underline{I}_1}{2\pi R_2} \frac{K_1(\underline{\Gamma} R_1) I_0(\underline{\Gamma} r) + I_1(\underline{\Gamma} R_1) K_0(\underline{\Gamma} r)}{I_1(\underline{\Gamma} R_2) K_1(\underline{\Gamma} R_1) - I_1(\underline{\Gamma} R_1) K_1(\underline{\Gamma} R_2)} \quad (2)$$

przy czym funkcje  $I_0(\underline{\Gamma} r)$ ,  $K_0(\underline{\Gamma} r)$ ,  $I_1(\underline{\Gamma} R_1)$ ,  $K_1(\underline{\Gamma} R_1)$  oraz  $I_1(\underline{\Gamma} R_2)$ ,  $K_1(\underline{\Gamma} R_2)$  są zmodyfikowanymi funkcjami Bessela odpowiednio pierwszego i drugiego rodzaju, zerowego oraz pierwszego rzędu [12], natomiast  $\underline{\Gamma} = \sqrt{j\omega\mu_0\gamma}$  oznacza zespoloną stałą propagacji,  $\omega$  jest pulsacją,  $\gamma$  oznacza konduktywność przewodu, a  $\mu_0$  przenikalność magnetyczną próżni.



Rys. 2. Przewód rurowy z prądem  $\underline{I}_1$

Analityczne rozwiązanie równania (1) nie istnieje ze względu na brak analitycznych rozwiązań całek:

$$\int I_0(\underline{\Gamma} r) I_0(\underline{\Gamma}^* r) dr, \quad \int K_0(\underline{\Gamma} r) K_0(\underline{\Gamma}^* r) dr,$$

$$\int K_0(\underline{\Gamma} r) I_0(\underline{\Gamma}^* r) dr, \quad \int K_0(\underline{\Gamma}^* r) I_0(\underline{\Gamma} r) dr.$$

Aby określić temperaturę przewodu rurowego, konieczne jest zastosowanie dowolnej metody numerycznej (np. metody różnic lub elementów skończonych) oraz warunków brzegowych:

$$\left(\frac{dT}{dr}\right)_{r=R_1} = 0 \quad (3)$$

oraz

$$\lambda \left(\frac{dT}{dr}\right)_{r=R_2} = -\alpha(T - T_o) \quad (4)$$

w których  $\alpha$  oznacza współczynnik przejmowania ciepła, natomiast  $T_o$  jest temperaturą otoczenia.

Stosując metodę różnic skończonych równanie (1) można zdyskretyzować następująco:

$$\frac{T_{i+1} - 2T_i + T_{i-1}}{h^2} + \frac{1}{r_i} \frac{T_i - T_{i-1}}{h} = -\frac{|\underline{J}_{11}(r_i)|^2}{\lambda\gamma} \quad (5)$$

natomiast warunki brzegowe (3) i (4) można zastąpić odpowiednio różnicami

$$\frac{T_{i+1} - T_i}{h} = 0 \quad (6)$$

oraz

$$\lambda \frac{T_i - T_{i-1}}{h} = -\alpha(T_i - T_o) \quad (7)$$

przy czym  $h = \frac{R_2 - R_1}{n}$  oznacza krok siatki,  $n$  zaś jest liczbą węzłów.

W celu weryfikacji poprawności obliczeń temperatury należy wykonać obliczenia kilkoma metodami. Istotne również jest odniesienie otrzymanej z obliczeń wartości temperatury do temperatury, jaka wydzielałaby się w przewodzie rurowym gdyby przez ten przewód płynął prąd stały.

Jeśli przez przewód rurowy płynie prąd stały, wówczas gęstość prądu  $\underline{J}_{11}(r) = \text{const}$ , a zatem równanie (1) przyjmuje postać:

$$\frac{d^2T}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT}{dr} = -\frac{q_v^2}{\lambda} \quad (8)$$

w którym  $q_v$  oznacza gęstość wewnętrznych źródeł ciepła i wynosi  $\frac{J^2}{\gamma}$ .

Rozwiązaniem równania (8) jest

$$T(r) = -\frac{q_v}{4\lambda} r^2 + C \ln r + D \quad (9)$$

Korzystając z warunków brzegowych (3) i (4) można wyznaczyć stałe

$$C = \frac{q_v}{2\lambda} R_1^2 \quad (10)$$

oraz

$$D = \frac{q_V}{4\lambda} R_2^2 + \frac{q_V(R_2 - R_1)}{2\alpha} - \frac{q_V R_2^2}{2\lambda} \ln R_2 + T_0 \quad (11)$$

Równanie opisujące rozkład temperatury w przewodzie rurowym przez który płynie prąd stały, ma zatem postać:

$$T(r) = -\frac{q_V}{4\lambda} r^2 + \frac{q_V R_1^2}{2\lambda} \ln \frac{r}{R_2} + \frac{q_V}{4\lambda} R_2^2 + \frac{q_V R_2}{2\alpha} - \frac{q_V R_1^2}{2\alpha R_2} + T_0 \quad (12)$$

Jeśli przyjmiemy  $r = R_2$  wówczas możemy obliczyć wartość temperatury na powierzchni rury:

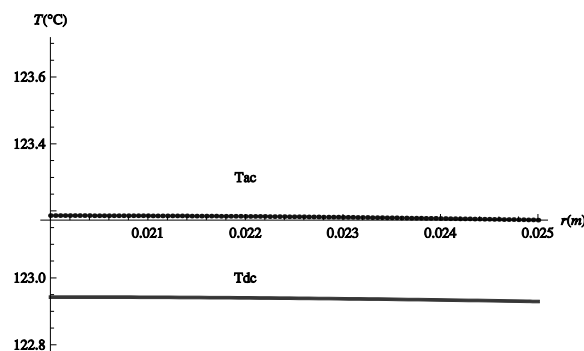
$$T(r = R_2) = \frac{q_V R_2}{2\alpha} - \frac{q_V R_1^2}{2\alpha R_2} + T_0 \quad (13)$$

### 3. PRZYKŁAD OBLICZENIOWY

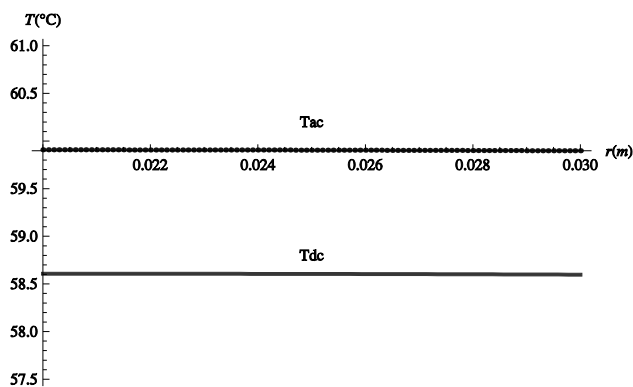
W celu wykazania wpływu zjawiska naskórkowości na temperaturę osiąganą przez przewód rurowy wykonano przykładowe obliczenia. W obliczeniach przyjęto:  $R_1 = 0,02$  m,  $\gamma = 35$  MS·m<sup>-1</sup>,  $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \frac{H}{m}$ ,  $\lambda = 200 \frac{W}{mK}$ ,  $\alpha = 10 \frac{W}{m^2 K}$ ,  $T_0 = 293^\circ K$ ,  $I_1 = 2000$  A,  $f = 50$  Hz. Obliczenia powtarzano zmieniając średnicę przewodu (grubość ścianki rury) przyjmując odpowiednio:

- $R_2 = 0,025$  m (rys. 3),
- $R_2 = 0,03$  m (rys. 4),
- $R_2 = 0,035$  m (rys. 5).

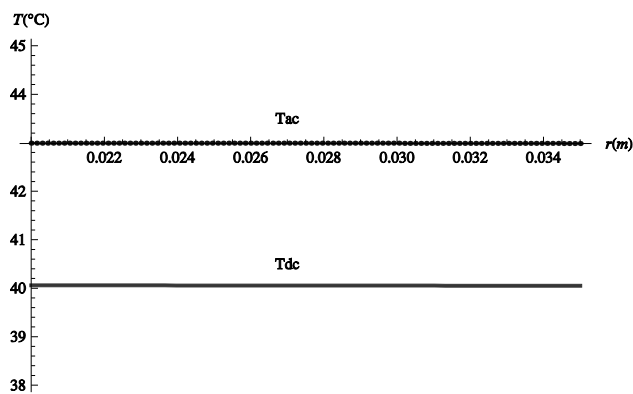
Dla każdego przypadku wykonano również obliczenia temperatury jaka wydzielałaby się w przewodzie rurowym gdyby płynął przez niego prąd stały. Obliczenia temperatury przewodu dla przypadku prądu sinusoidalnie zmiennego wykonano metodą różnic skończonych, natomiast dla prądu stałego korzystając ze wzoru (12).



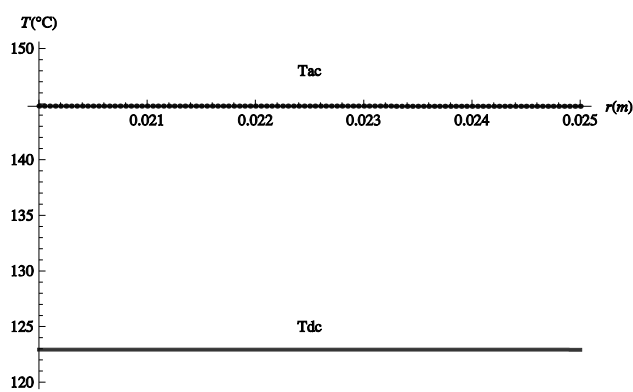
Rys. 3. Rozkład temperatury w przewodzie rurowym dla:  $R_2 = 0,025$  m i  $R_1 = 0,02$  m



Rys. 4. Rozkład temperatury w przewodzie rurowym dla:  $R_2 = 0,03$  m i  $R_1 = 0,02$  m

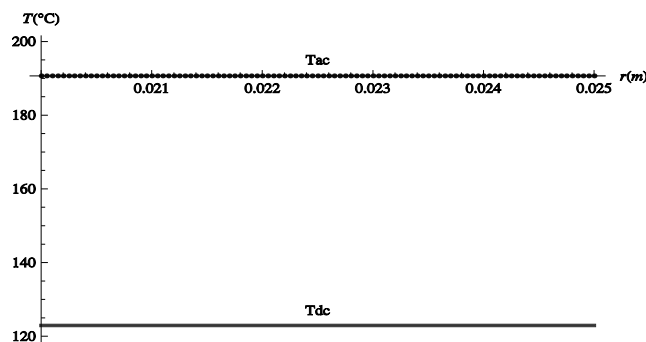


Rys. 5. Rozkład temperatury w przewodzie rurowym dla:  $R_2 = 0,035$  m i  $R_1 = 0,02$  m



Rys. 6. Rozkład temperatury w przewodzie rurowym dla  $f = 500$  Hz

Obliczenia temperatury przewodu rurowego powtórzono również dla parametrów:  $R_1 = 0,02$  m,  $R_2 = 0,025$  m,  $\gamma = 35$  MS·m<sup>-1</sup>,  $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$  H/m,  $\lambda = 200$  W/mK,  $\alpha = 10$  W/m<sup>2</sup>K,  $T_0 = 293$ °K,  $I_1 = 2000$  A, zmieniając wartość częstotliwości na  $f = 500$  Hz oraz  $f = 1000$  Hz (rys. 6 i 7).



Rys. 7. Rozkład temperatury w przewodzie rurowym dla  $f = 1000$  Hz

#### 4. WNIOSKI

Z rysunków 3, 4 i 5 wynika, że dla częstotliwości przemysłowej zjawisko naskórkowości powoduje niemal niezauważalny wzrost temperatury przewodu rurowego w stosunku do przypadku, gdy przez przewód płynie prąd stały. Wraz ze wzrostem przekroju przewodu zdecydowanie zmniejsza się jego temperatura, ale mimo to wpływ zjawiska naskórkowości na rozkład temperatury jest prawie niezauważalny.

Zjawisko naskórkowości zdecydowanie uwidacznia się wraz ze wzrostem częstotliwości co pokazują rysunki 6 i 7. W przypadku, gdy częstotliwość wynosi 1000 Hz, temperatura przewodu jest o połowę wyższa aniżeli w przypadku, gdy przez przewód płynie prąd stały. Obliczenia temperatury wykonane dla wyższych częstotliwości aniżeli przemysłowa mogą być cenną wskazówką dla osób zajmujących się projektowaniem układów do grzejnictwa indukcyjnego.

Wszystkie zaprezentowane w artykule obliczenia pokazują, że rozkład temperatury w stanie ustalonym wzdłuż promienia przewodu rurowego jest niemal stały.

#### LITERATURA

- [1] Nawrowski R.: Tory wielkoprądowe izolowane powietrzem lub SF<sub>6</sub>. Wyd. Pol. Poznańskiej, Poznań 1998.
- [2] Piątek Z.: Impedances of high-current busducts. Wyd. Pol. Częst., Częstochowa 2008.

- [3] Szczegielniak T.: Straty mocy w nieekranowanych i ekranowanych rurowych torach wieloprądowych, Praca Doktorska, Gliwice, 2011.
- [4] Bednarek K., Nawrowski R.: Wpływ wybranych parametrów eksploatacyjnych trójfazowych torów wieloprądowych na wyniki optymalizacji elementów ich konstrukcji. III Konf. Nauk.-Techn. ZKwE, Poznań/Kiekrz 1998, str. 151–154.
- [5] Bednarek K., Nawrowski R., Tomczewski A.: Analiza rozkładu pola elektrycznego w optymalizacji trójfazowych torów wieloprądowych pracujących w układzie płaskim. Przegląd Elektrotechniczny, ISSN 0033–2097, R. 82, Nr 12, 2006, ss. 49–52.
- [6] Kusiak D., Piątek Z., Szczegielniak T.: The Asymmetry of the Magnetic Field Distribution in a Flat Unshielded 3–Phase High Current Busduct, Acta Technica Jaurinensis Vol.6 nr 1, s.49–55, 2013.
- [7] Kulas S.: Tory prądowe i układy zestykowe, Oficyna Politechniki Warszawskiej, Warszawa, 2008.
- [8] Piątek Z.: Pole temperatury w ekranie rurowym wywołane prądami wirowymi indukowanymi przez prąd w przewodzie równoległym. XVIII SPETO'95, Gliwice-Ustroń 1995, ss. 247–254.
- [9] Piątek Z.: Rozkład pola temperatury w przewodach rurowych jednofazowego toru prądowego dużej częstotliwości. Zesz. Nauk. Pol. Śl. 1996, Elektryka, z. 152, ss. 115–127.
- [10] Piątek Z., Szczegielniak T.: Application de la méthode aux difference finies au calcul de la temperature dans les conducteurs creux d'une ligne monophasée de moyenne fréquence. International World Energy System Conference. Iasi (Romania), June 30–July 2, 2008.
- [11] ABB SP. z o. o. [http://new.abb.com/high-voltage/pl/rozdzielnice-izolowane-powietrzem-\(ais\)](http://new.abb.com/high-voltage/pl/rozdzielnice-izolowane-powietrzem-(ais))
- [12] Mc Lachlan N.W.: Funkcje Bessela dla inżynierów. PWN, Warszawa 1964.

#### **INFLUENCE OF THE SKIN EFFECT ON THE TEMPERATURE OF THE TUBULAR CONDUCTOR**

Design of the high-current busducts on high currents and voltages causes necessity precise describing of electromagnetic and thermal effects. Knowledge of the relations between electrodynamics and constructional parameters is necessary in the optimization construction process of the high current busducts. Information about distribution electromagnetic field and power losses is a base into analysis of electrodynamics and thermal effects in the high-current busducts. This paper presents an analysis of the temperature in the tubular conductor. Author shows the influence of the skin effect on the temperature of the tubular conductor.

*(Received: 03. 02. 2017, revised: 15. 02. 2017)*