

## **Anna Jodejko-Pietruczuk, Sylwia Werbińska-Wojciechowska**

Wydział Mechaniczny, Katedra Eksploatacji Systemów Logistycznych, Systemów Transportowych i Układów Hydraulicznych  
Politechnika Wroclawska  
Wybrzeże Wyspiańskiego 27, 50-370, Wrocław, Polska  
e-mail: [anna.jodejko@pwr.edu.pl](mailto:anna.jodejko@pwr.edu.pl), [sylwia.werbinska@pwr.edu.pl](mailto:sylwia.werbinska@pwr.edu.pl)

### **Opracowanie i analiza wrażliwości modelu kontroli stanu obiektu technicznego z wykorzystaniem koncepcji opóźnień czasowych.**

**Słowa Kluczowe:** *opóźnienie czasowe, obsługi blokowe, diagnozowanie stanu obiektu*

**Abstrakt:** W artykule autorzy skupili się na opracowaniu matematycznego modelu utrzymania obiektów technicznych podlegających kosztownym uszkodzeniom z uwzględnieniem koncepcji opóźnień czasowych. Uszkodzenie w danym przypadku oznacza awarię lub zdarzenie katastrofalne, po którym obiekt jest niezdatny do użytku do momentu wymiany. Wykorzystano politykę blokowej kontroli stanu obiektu, która zakłada, że operacje diagnozy jego stanu są przeprowadzane w regularnych odstępach co  $T$  jednostek czasu. Rozpatrzono model kosztowy oraz model gotowości dla przypadku perfekcyjnej diagnozy stanu obiektu. Pozwoliło to na przeprowadzenie analitycznej optymalizacji okresu  $T$  między kolejnymi diagnozami stanu obiektu dla nieskończonego horyzontu czasowego. Następnie, zbadano zgodność opracowanego modelu analitycznego z wynikami uzyskanymi w drodze symulacji. Głównym celem było zbadanie wpływu podstawowych parametrów czasowych opracowanego modelu na poziom współczynnika gotowości oraz oczekiwanych kosztów utrzymania badanego obiektu. Analiza została przeprowadzona w dwóch etapach. Pierwszy obejmuje analizę oczekiwanej liczby zdarzeń (uszkodzeń, wymian profilaktycznych oraz operacji kontroli stanu obiektu) dla wybranych zakresów parametrów czasowych:  $T$  i opóźnienia czasowego  $h$ . W kolejnym kroku zbadano zależność wskaźnika gotowości i oczekiwanych kosztów utrzymania obiektu od wybranych parametrów czasowych modelu. Pracę kończy wskazanie kierunków dalszych prac badawczych.

## **1. Wprowadzenie**

Większość systemów/obiektów technicznych jest narażona na występowanie negatywnych konsekwencji związanych z pojawieniem się niespodziewanego uszkodzenia wynikającego np. z procesów degradacji, uwarunkowań środowiskowych, czy działań operatora (np. [2, 3, 21, 31, 42]). Przykładowo, procesy zużycia są jedną z podstawowych przyczyn uszkodzeń (około 70-80% wszystkich uszkodzeń) urządzeń mechanicznych [22, 41]. Dlatego też, w celu zapobiegania poważnym skutkom występujących uszkodzeń wprowadza się działania profilaktyczne związane z utrzymaniem w stanie zdatności systemów i obiektów technicznych.

Właściwy dobór strategii utrzymania systemu/obiektu oraz optymalizacja jej parametrów są zadaniem trudnym ze względu na konieczność uwzględnienia wielu uwarunkowań obejmujących losowość procesów, ograniczone zasoby wspierające procesy eksploatacji, oraz kompleksowość badanych systemów technicznych [28, 33]. Dlatego też na

przestrzeni ostatnich 40 lat można zauważyć wzmożone zainteresowanie problemami modelowania procesów utrzymania systemów i obiektów technicznych, obejmującymi m.in. zagadnienia harmonogramowania planowych wymian obiektu/elementów/systemu, operacji kontroli stanu obiektu/elementów/systemu, czy realizacji napraw bieżących [32, 34]. W szczególności pionierskie prace z badanego obszaru modelowania dotyczyły procesów utrzymania obiektów technicznych (np. prace [17, 30, 35]). Podstawowym problemem analizowanym w tym obszarze było zagadnienie optymalizacji okresu między kolejnymi operacjami kontroli stanu obiektu/obsługi profilaktycznej obiektu (np. [18]), co jest również przedmiotem zainteresowania autorów niniejszej pracy.

Autorzy skupili się na modelowaniu polityki kontroli stanu systemu/obiektu technicznego przy uwzględnieniu koncepcji opóźnień czasowych DT (*delay-time concept*). Koncepcja ta została opracowana przez zespół prof. Christera (np. prace [9, 10, 12, 13]). Podobnie jak strategia RCM (*Reliability Centered Maintenance*) [20], koncepcja opóźnień czasowych DT bazuje na podziale procesu degradacji obiektu na dwie podstawowe fazy: fazę normalnej pracy (obiekt w pełni zdalny) oraz fazę pracy, w której można zaobserwować symptomy jego potencjalnego uszkodzenia (obiekt częściowo zdalny). Okres fazy drugiej zwany jest opóźnieniem czasowym ( $h$ ) [7]. Modele bazujące na tej koncepcji głównie są wykorzystywane przy optymalizacji okresów między diagnozami stanu systemu/obiektu w celu wykrycia symptomów potencjalnego uszkodzenia obiektu. W przypadku identyfikacji takich symptomów, obiekt jest profilaktycznie naprawiany lub podlega wymianie, co pozwala na poprawę charakterystyk niezawodnościowych obiektu oraz, przy założeniu, że koszt wymiany po uszkodzeniu obiektu jest wyższy od sumy kosztu wymiany prewencyjnej i zysku z użytkowania obiektu aż do uszkodzenia, pozwala na obniżenie całkowitych kosztów utrzymania obiektu [36]. Prace poświęcone przeglądowi literatury, w których modele opóźnień czasowych są analizowane wraz z klasycznymi modelami obsługi profilaktycznej to m.in. [16, 23, 26, 30]. Przegląd literatury dotyczący modeli utrzymania systemów i obiektów technicznych bazujących na zastosowaniu koncepcji opóźnień czasowych przedstawiono np. w pracach [7, 8, 36, 37].

Jedną z pierwszych prac poświęconych tematyce modelowania procesów utrzymania obiektów technicznych według koncepcji DT jest [13]. Autorzy w swojej pracy poddali analizie problem modelowania utrzymania obiektu technicznego bazując na przeprowadzonych badaniach ankietowych wśród managerów odpowiedzialnych za procesy utrzymania obiektów technicznych. Badaniu poddano pracowników 19-tu różnych organizacji, a celem była ocena, które kryteria mają największy wpływ na decyzje podejmowane w zakresie wymiany elementów na nowe.

W kolejnej pracy [4], autorzy przeanalizowali proces utrzymania maszyny naprawialnej, która podlega różnym procesom kontroli jej stanu, w celu wykrycia ujawniających się symptomów potencjalnego uszkodzenia. Autorzy w pracy pokazali jak dane historyczne można zastosować do estymacji parametrów modelu utrzymania obiektu technicznego z wykorzystaniem metody największej wiarygodności oraz metody Akaike (*Akaike Information Criterion*). W pracy rozpatrzono modele uwzględniające przeprowadzanie perfekcyjnej oraz nieperfekcyjnej operacji kontroli stanu obiektu.

Z kolei w pracy [5] opracowano model utrzymania obiektu technicznego z wykorzystaniem dwufazowej polityki kontroli jego stanu (*two-phase inspection policy*) dla

elementu pracującego w trybie *on-demand* (np. w przypadku sytuacji kryzysowej). Modelowana polityka kontroli stanu elementu systemu polega na wprowadzeniu dwóch częstotliwości przeprowadzanych operacji inspekcji – w początkowej fazie eksploatacji wymagana jest wysoka częstość przeprowadzanych inspekcji, w fazie końcowej użytkowania, inspekcje przeprowadzane są rzadko, aż do fazy jego wymiany profilaktycznej. Optymalizacja parametrów polityki utrzymania przeprowadzona jest dla dwóch kryteriów – gotowości oraz oczekiwanych kosztów utrzymania w cyklu pracy.

Interesujący model utrzymania obiektu technicznego z wykorzystaniem koncepcji DT zaproponowano w pracy [20]. Autor rozpatruje problem optymalizacji okresu między kolejnymi operacjami kontroli stanu obiektu w oparciu o kryterium miary czasu – określającego oczekiwany czas pomiędzy chwilą ostatniej przeprowadzonej operacji inspekcji oraz chwilą uszkodzenia obiektu. Optymalizację modelu oparto na zastosowaniu symulacji Monte Carlo.

Ponadto, w literaturze opracowano także modele utrzymania obiektów technicznych z uwzględnieniem dodatkowego założenia – tzw. wymiany profilaktycznej opóźnionej (*postponed replacement*). Przykładem może być praca [33], gdzie autorzy zaproponowali model optymalizacji polityki utrzymania obiektu technicznego, w którym element z wykrytym symptomem potencjalnego uszkodzenia (defektem) podczas operacji kontroli jego stanu, może pracować jeszcze przez określony przedział czasu. Pozwala to na efektywne planowanie harmonogramu utrzymania obiektu, lepsze wykorzystanie zasobów wspierających oraz lepsze wykorzystanie okresu trwałości takiego elementu. Model przeanalizowano dla przypadków, gdy okres opóźnienia czasowego jest zmienną deterministyczną oraz zmienną losową.

Modele utrzymania obiektów technicznych z uwzględnieniem kryterium nieuszkodzalności zostały opracowane w [1, 6, 11, 19, 43]. W pracy [11], autor analizuje model utrzymania obiektu, w którym podczas operacji kontroli stanu elementu możliwe jest wykrycie tylko jednego typu defektu prowadzącego do jego późniejszego uszkodzenia. Przyjęto założenie, że operacje kontroli stanu obiektu są perfekcyjne. Skupiono się na analizie wpływu długości okresu między operacjami kontroli stanu obiektu na jego charakterystyki niezawodnościowe. Następnie model uogólniono, wprowadzając możliwość pojawienia się w obiekcie różnych typów defektów (występujących niezależnie). Dany problem był następnie analizowany w pracy [6], gdzie autor wprowadził założenia upraszczające model oraz wyniki badań modelu przeprowadzonych numerycznie. Ponadto, model zaproponowany w pracy [11] został następnie przedstawiony w pracy [1] dla przypadku wykładniczych rozkładów prawdopodobieństwa czasu do uszkodzenia obiektu oraz opóźnienia czasowego. Z kolei w pracy [19], autorzy rozwinęli analizowany model utrzymania z okresową kontrolą stanu obiektu, wyznaczając jego gotowość w zależności od długości okresu między operacjami kontroli stanu obiektu. Autorzy ponadto rozpatrują trzy warianty modelu: przypadek, w którym nie można wykryć opóźnienia czasowego (brak możliwości technicznych), przypadek, w którym opóźnienie czasowe jest pomijalnie małe, więc wykrywane są jedynie uszkodzenia obiektu, oraz przypadek, w którym obiekt podlega okresowej wymianie bez kontroli jego stanu. Z kolei w ostatniej pracy [43], autorzy rozpatrują model utrzymania obiektu dla przypadku występowania wielu typów defektu. W pracy autorzy rozpatrzyli również przypadek, gdy okresy między operacjami kontroli stanu obiektu nie są stałe.

Modele utrzymania obiektów technicznych z wykorzystaniem koncepcji DT oraz strategii utrzymania według stanu CBM (*Condition-based Maintenance*) są analizowane m.in. w pracach [14, 24, 25]. W pracy [14] autorzy analizują problem utrzymania maszyn produkcyjnych z wykorzystaniem strategii utrzymania według stanu. Operacji kontroli stanu obiektu podlega proces zużycia maszyny, przy czym stan zużycia jest zapisywany sygnałem: (0,1), w zależności czy został przekroczony stan krytyczny zużycia wskazujący na zbliżające się uszkodzenie. Następnie w pracach [24, 25] autorzy rozwijają metodę szacowania chwil przeprowadzania operacji kontroli stanu obiektu, podlegającego procesom degradacji (okresowa inspekcja). Koncepcja DT jest tu wykorzystana do opisu procesu zmiany stanu obiektu. Ponadto, uwzględniono nieperfekcyjną diagnostykę stanu obiektu, wprowadzając dwa typy prawdopodobieństwa wykrycia defektu – typ I (*a failed-dangerous probability of type I error*), oraz typ II (*a failed-safe probability of type II error*).

Ponadto, w obszarze modelowania utrzymania obiektów technicznych można znaleźć prace poświęcone zagadnieniu analizy ryzyka (np. praca [38]), implementacji procesów semi-Markowa (np. praca [15]), czy zagadnieniu bezpieczeństwa (np. praca [39]). Przykład modelu utrzymania obiektu technicznego został przedstawiony w pracy [40], gdzie autorzy proponują metodę optymalizacji okresu między operacjami kontroli stanu dla windy.

Przedstawiane dotychczas w literaturze modele analityczne kosztów utrzymania obiektu oraz jego gotowości bazujące na koncepcji DT ograniczały się głównie do analizy okresu trwającego od chwili uruchomienia nowego obiektu („tak dobrego jak nowy”) do chwili przeprowadzenia pierwszej kontroli stanu. W praktyce oznaczałoby to określenie chwili pierwszej diagnozy stanu obiektu i brak wytycznych, co do dalszego postępowania w przypadku nie wykrycia symptomów potencjalnego uszkodzenia (np. modele DT przedstawione w pracy [27]). Zastosowanie koncepcji diagnoz blokowych w rzeczywistych systemach eksploatacyjnych polega jednak najczęściej na diagnozowaniu stanu obiektu w stałych punktach czasowych (co stały okres). Powoduje to, że niezbędne jest wyznaczenie okresu między diagnozami najlepszego z punktu widzenia minimalizacji kosztów utrzymania obiektu w długim horyzoncie czasowym.

W związku z tym, w artykule skupiono się na opracowaniu matematycznego modelu utrzymania obiektu technicznego, który rozwija podejście stosowane dotychczas i pozwala analizować sytuację w nieskończenie długim horyzoncie czasowym eksploatacji obiektu technicznego z zależnością czasową. Model umożliwi znalezienie stałego okresu między operacjami kontroli stanu obiektu, optymalnego ze względu na kryterium minimalizacji kosztów utrzymania obiektu lub maksymalizacji jego gotowości. W zależności od wyników diagnozy podejmowane są niezbędne działania (obsługa i/lub dalsze użytkowanie), zaś kolejna diagnoza przeprowadzana jest po kolejnym okresie  $T$  niezależnie od wyniku wcześniejszej diagnozy. W znaczący sposób upraszcza to zarządzanie procesem obsługiwanego obiektu technicznego.

Ponadto przedstawiono analizę wrażliwości opracowanego modelu na wybrane jego parametry, co pozwoliło wskazać pewne zależności, które mogą ułatwić poszukiwanie optymalnego okresu między operacjami kontroli stanu obiektu ze względu na obydwa rozpatrywane kryteria.

W związku z tym, w kolejnym punkcie opracowania przedstawiono problem modelowy analizowany przez autorów pracy oraz założenia dotyczące opracowywanego modelu.

Pozwoliło to na omówienie modelu matematycznego utrzymania obiektu technicznego, bazującego na wykorzystaniu Polityki Przeglądów Blokowych BIP (*Block Inspection Policy*). W modelu kryteria optymalizacji obejmują oczekiwane koszty utrzymania obiektu oraz wskaźnik gotowości obiektu. W kolejnym kroku zbadana została zgodność opracowanego modelu analitycznego z modelem o charakterze symulacyjnym a następnie przeprowadzono analizę wrażliwości modelu oraz przeanalizowano możliwości wykorzystania przedstawionego modelu do optymalizacji okresu między diagnozami obiektu. Pracę kończy podsumowanie.

## **2. Opis badanego problemu oraz podstawowe założenia**

### **2.1. Opis badanego problemu**

W niniejszym opracowaniu analizie poddano obiekt techniczny z zależnością czasową, podlegający okresowej kontroli stanu. Przedstawione badanie obejmuje obiekty nienaprawialne lub obiekty naprawialne, dla których przeprowadzanie napraw jest nieopłacalne z punktu widzenia ponoszonych kosztów. Jednocześnie założono, że w obiekcie technicznym dopuszcza się pojawienie jednego typu uszkodzenia, którego symptomy są możliwe do zidentyfikowania podczas diagnozy jego stanu.

W oparciu o literaturę badanego zagadnienia, przyjęto że obiekt techniczny jest utrzymywany zgodnie z założeniami Polityki Przeglądów Blokowych BIP. Przyjęta polityka obsługi BIP zakłada, że operacje diagnozy stanu obiektu (o stałym czasie ich trwania) przeprowadzane są w regularnych odstępach co  $T$  jednostek czasu. Celem przeprowadzanych operacji kontroli stanu obiektu jest ocena, czy może on nadal pełnić swoje funkcje. Ze względu na swoją prostotę tego typu polityka utrzymania obiektów technicznych jest nadal często zalecana przez ich producentów. Przykładem może być przeprowadzanie okresowych kontroli ciśnienia hydraulicznego np. w hamulcach ładowarek kołowych. Kontrole tego typu przeprowadzane są co 1000 przepracowanych godzin.

Ponadto przyjęto, iż operacje diagnozy stanu obiektu są perfekcyjne, co oznacza że symptomy o potencjalnym uszkodzeniu, które wystąpią w obiekcie, zostaną w pełni zidentyfikowane podczas kontroli stanu obiektu. Jednocześnie założono, że jeżeli symptomy te zostaną zdiagnozowane, obiekt będzie podlegał wymianie na nowy. Ponadto przyjęto, że uszkodzenie obiektu w czasie użytkowania jest natychmiast wykrywane przez personel obsługujący i obiekt jest wymieniany na nowy przy określonych kosztach użytkownika i w założonym czasie. Główną zmienną decyzyjną w modelu jest okres między operacjami kontroli stanu obiektu  $T$ , nazywany dalej w pracy cyklem obsługi. Celem modelu jest określenie i oszacowanie wskaźnika gotowości obiektu oraz oczekiwanych kosztów jego utrzymania dla przypadku losowego charakteru procesu eksploatacji (losowych chwil pojawiania się defektów i uszkodzeń). Dla celów modelowania matematycznego, poniżej przedstawiono dodatkowe założenia.

## 2.2. Założenia

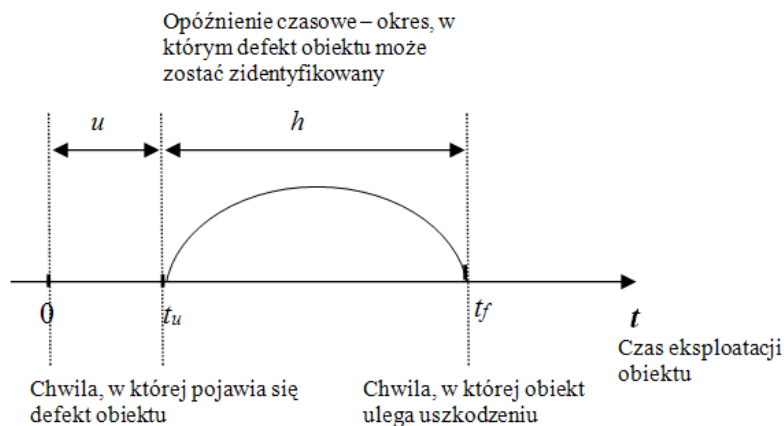
W niniejszej pracy w modelowaniu procesu eksploatacji nienaprawialnego obiektu technicznego przyjęto następujące założenia:

- 1) wymieniany obiekt jest trzystanowy, tj. może znajdować się:
  - w stanie zdatności funkcjonalnej i zadaniowej (w dalszej części opracowania nazywanej pełną zdatnością),
  - w stanie częściowej zdatności (oznaczającej istnienie defektu w systemie, definiowanego jako wystąpienie symptomów potencjalnego uszkodzenia obiektu – w dalszej części opracowania nazywanej niepełną lub częściową zdatnością), lub
  - w stanie niezdatności (po wystąpieniu uszkodzenia obiektu, definiowanego jako utrata zdolności obiektu do wypełniania wymaganych funkcji);
- 2) obiekt jest odnawiany (wymieniany na kolejny o identycznej charakterystyce niezawodnościowej) w jednej z dwóch sytuacji – gdy wystąpi uszkodzenie (odnowa wymuszona) lub gdy zostanie zidentyfikowany stan częściowej zdatności podczas diagnozy stanu obiektu (odnowa prewencyjna);
- 3) uszkodzenie obiektu jest identyfikowane natychmiast;
- 4) operacja wymiany jest podejmowana natychmiast i trwa przez stały okres. Czas niezbędny na wykonanie operacji wymiany został określony przez zmienne  $d_f$  i  $d_r$  w podpunkcie 3.1.;
- 5) operacja diagnozy stanu obiektu trwa przez stały okres (określony przez zmienną  $d_{in}$  w podpunkcie 3.1.) i rozpoczyna nowy cykl obsługiwanego obiektu  $T$  (przedstawiony schematycznie na rys. 2).

## 3. Model utrzymania obiektu technicznego z wykorzystaniem koncepcji opóźnień czasowych

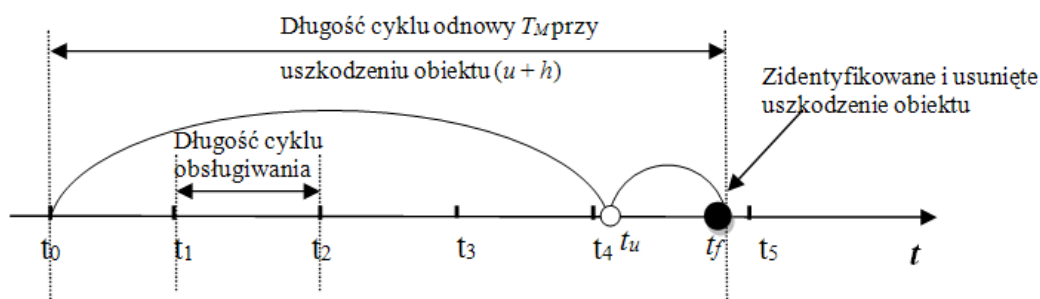
Analizie poddano obiekt techniczny utrzymywany zgodnie z zasadami blokowej kontroli stanu systemu. W związku z tym, obiekt może znajdować się w jednej z trzech operacji obsługiwanego: naprawa po wystąpieniu uszkodzenia obiektu, planowa kontrola stanu obiektu z wymianą, jeżeli wykazuje on symptomy przyszłego uszkodzenia lub operacja diagnozy stanu obiektu bez jego wymiany na nowy (pełna zdatność obiektu). W związku z tym założono, że w przypadku przeprowadzania planowej operacji kontroli stanu obiektu, będzie on podlegał wymianie, jeśli zdiagnozowano symptomy jego przyszłego uszkodzenia.

Dla potrzeb danego opracowania, okres od chwili rozpoczęcia pracy przez nowy obiekt do chwili jego wymiany określono jako „cykl odnowy”, podczas gdy czas pomiędzy dwoma kolejnymi operacjami kontroli stanu obiektu (lub operacją kontroli stanu i uszkodzeniem obiektu) nazwano „cyklem obsługiwanego”. Na rysunku 1 przedstawiono graficznie definicję podstawowych parametrów modelu opóźnień czasowych, natomiast rysunki 2 i 3 przedstawiają cykl odnowy dla sytuacji, kiedy pojawiło się uszkodzenie lub symptomy o przyszłym uszkodzeniu obiektu.

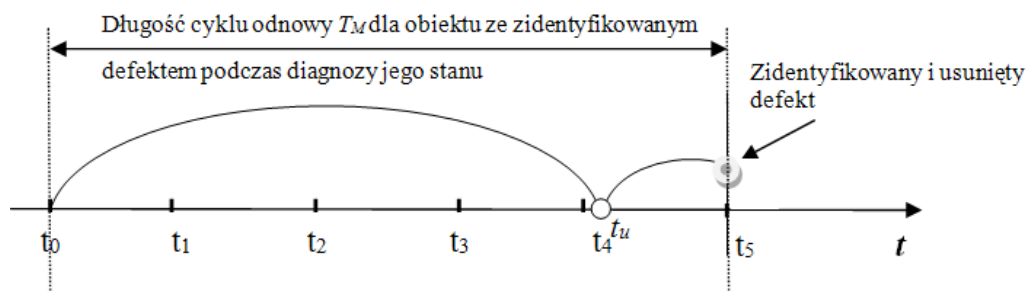


Rys. 1. Chwile czasu pojawienia się uszkodzenia oraz pierwszych symptomów o przyszłym uszkodzeniu w obiekcie

Źródło: Opracowanie własne na podstawie [8]



Rys. 2. Długość cyklu odnowy, gdy pojawiło się uszkodzenie badanego obiektu technicznego



Rys. 3. Długość cyklu odnowy, gdy podczas operacji kontroli stanu obiektu zidentyfikowano symptom potencjalnego jego uszkodzenia (defekt)

Dla przyjętych założeń modelowych, możliwa jest estymacja wskaźnika gotowości oraz oczekiwanych kosztów eksploatacji w jednym cyklu odnowy (złożonym z cykli obsługiwanego o długości czasu  $T$ ) w zależności od długości okresu między-obsługowego  $T$ . W celu wyznaczenia tych charakterystyk, w pracy modelowaniu poddany zostanie jeden cykl odnowy obiektu technicznego. W praktyce przyjęte podejście umożliwia szacowanie kosztów i gotowości obiektu w nieskończenie długim okresie eksploatacji, gdyż wyznaczone wartości prawdopodobieństw jak i wartości oczekiwanych będą identyczne dla kolejnych cykli odnow, ze względu na fakt, że po zakończeniu analizowanego/modelowanego cyklu odnowy, obiekt wymieniony zostanie (profilaktycznie lub korekcyjnie) na nowy o identycznej charakterystyce niezawodnościowej.

Wyznaczenie tych charakterystyk wymaga oszacowania prawdopodobieństw przebywania obiektu w poszczególnych możliwych stanach w czasie trwania modelowanego (pojedynczego) okresu odnowy obiektu: w stanie zdatności funkcjonalnej i zadaniowej, w stanie częściowej zdatności (pojawiły się symptomy o przyszłym uszkodzeniu) oraz prawdopodobieństwa przejścia do stanu niezdatności (uszkodzenia) w długim horyzoncie czasowym (gdy  $t \rightarrow \infty$ ). Wyznaczenie tych prawdopodobieństw, uwzględniających fakt diagnozowania stanu obiektu, pozwoli w kolejnym kroku wyznaczyć oczekiwane wartości kosztów obsługi obiektu oraz jego charakterystyki niezawodnościowe.

### 3.1. Oznaczenia

W celu opracowania modelu analitycznego wykorzystano następujące oznaczenia:

$h$	opóźnienie czasowe, oznaczające okres między pojawieniem się pierwszych symptomów o potencjalnym uszkodzeniu a wystąpieniem uszkodzenia obiektu
$u$	czas do pojawienia się pierwszych symptomów możliwego uszkodzenia obiektu
$t_u$	chwila pojawienia się defektu w obiekcie
$t_f$	losowa chwila pojawienia się uszkodzenia obiektu
$t_i$	chwila $i$ -tej kontroli stanu obiektu, gdzie $i = 1, 2, 3, \dots, \infty$
$t_i \rightarrow \infty$	chwila $i$ -tej kontroli stanu obiektu dla $i \rightarrow \infty$ (nieskończenie długi horyzont czasowy)
$T_i$	okres $i$ -tego cyklu diagnostycznego (między operacjami kontroli stanu obiektu)
$F(t)$	dystrybuanta czasu $t$ do uszkodzenia obiektu technicznego
$f_h(h)$	gęstość prawdopodobieństwa czasu opóźnienia $h$
$F_h(h)$	dystrybuanta czasu opóźnienia $h$
$g(u)$	gęstość prawdopodobieństwa czasu $u$ , jaki upływa od chwili rozpoczęcia pracy przez obiekt „tak dobry jak nowy” do chwili pojawienia się pierwszych symptomów o uszkodzeniu
$G(u)$	dystrybuanta czasu $u$ , jaki upływa od chwili rozpoczęcia pracy przez obiekt do chwili pojawienia się pierwszych symptomów potencjalnego uszkodzenia
$R(t)$	niezawodność obiektu technicznego użytkowanego przez czas $t$
$P_f(t_i)$	prawdopodobieństwo, że podczas $i$ -tej diagnozy stanu obiektu, będzie on ciągle w stanie pełnej zdatności
$L_f(t_i \rightarrow \infty)$	oczekiwana liczba kontroli stanu w jednym cyklu odnowy obiektu, podczas których będzie on w stanie pełnej zdatności
$P_R(t_i \rightarrow \infty)$	prawdopodobieństwo profilaktycznej wymiany obiektu w jednym cyklu odnowy
$P_F(t_i \rightarrow \infty)$	prawdopodobieństwo wymiany prewencyjnej obiektu w jednym cyklu odnowy
$L_R(t_i \rightarrow \infty)$	oczekiwana liczba wymian profilaktycznych obiektu w jednym cyklu odnowy
$L_F(t_i \rightarrow \infty)$	oczekiwana liczba uszkodzeń obiektu w jednym cyklu odnowy
$T_M(t_1)$	oczekiwany czas zdatności (pełnej i częściowej) obiektu w pierwszym cyklu obsługiwanym
$T_M(t_i \rightarrow \infty)$	oczekiwany czas zdatności (pełnej i częściowej) obiektu od chwili rozpoczęcia jego pracy do chwili wymiany (długość cyklu odnowy zgodnie z rys. 2 i 3)
$R_h(t_1, t_2)$	prawdopodobieństwo, że w okresie między chwilami $t_1, t_2$ w obiekcie pojawią się symptomy uszkodzenia, jednak obiekt nie ulegnie uszkodzeniu aż do chwili $t_2$



$T_I(t_i \rightarrow \infty)$	oczekiwany łączny czas diagnozowania stanu obiektu w jednym cyklu odnowy
$d_{in}$	czas przeprowadzania pojedynczej kontroli stanu obiektu
$T_R(t_i \rightarrow \infty)$	oczekiwany czas wymian profilaktycznych obiektu w jednym cyklu odnowy
$d_r$	czas realizacji pojedynczej wymiany profilaktycznej obiektu
$T_F(t_i \rightarrow \infty)$	oczekiwany czas wymiany obiektu w jednym cyklu odnowy
$d_f$	czas realizacji pojedynczej wymiany korekcyjnej obiektu (po uszkodzeniu)
$A(t_i \rightarrow \infty)$	wskaźnik gotowości obiektu w jednym cyklu odnowy
$C_I(t_i \rightarrow \infty)$	oczekiwany koszt kontroli stanu obiektu w jednym cyklu odnowy
$c_{in}$	koszt kontroli stanu obiektu
$C_R(t_i \rightarrow \infty)$	oczekiwany koszt wymian profilaktycznych w jednym cyklu odnowy
$c_r$	koszt wymiany profilaktycznej obiektu
$C_F(t_i \rightarrow \infty)$	oczekiwany koszt uszkodzenia obiektu w jednym cyklu odnowy
$c_f$	jednostkowy koszt wynikający z uszkodzenia obiektu
$C(t_i \rightarrow \infty)$	oczekiwane koszty eksploatacji w przeliczeniu na jednostkę czasu pracy obiektu

### 3.2. Prawdopodobieństwo stanu zdatności, zdatności częściowej i niezdatności w pojedynczym cyklu odnowy

Przy założeniu, że uszkodzenie obiektu jest zawsze poprzedzone wykrywalnymi symptomami, dystrybuantę rozkładu prawdopodobieństwa czasu do uszkodzenia obiektu  $F(t)$  można opisać jako splot zmiennych  $u$  i  $h$ , zgodnie z  $u + h \leq t$  [27]:

$$F(t) = \int_{u=0}^t g(u)F_h(t-u)du \quad (1)$$

Natomiast funkcję niezawodności jako:  $R(x) = 1 - F(x)$ .

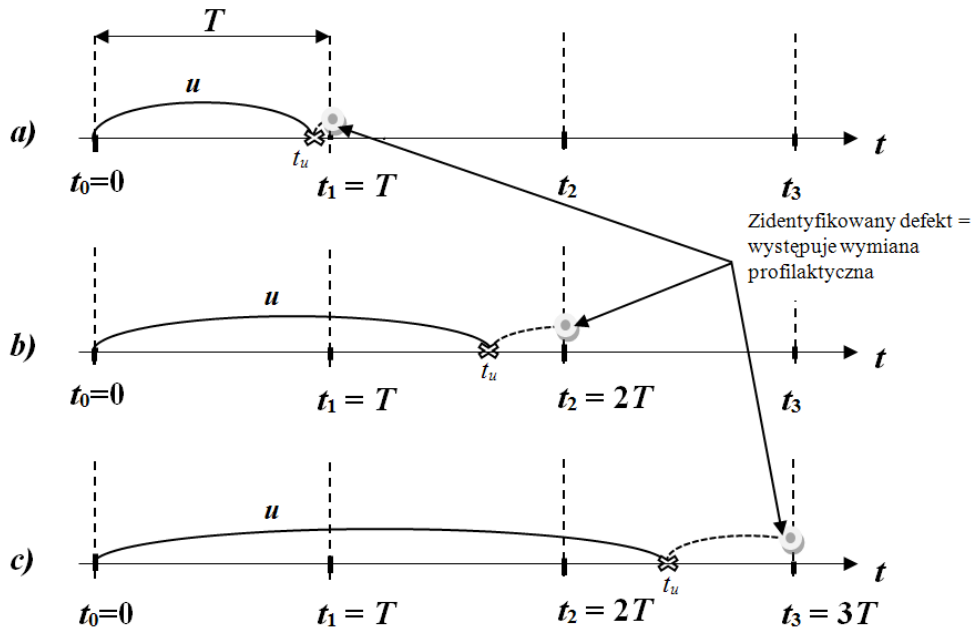
Prawdopodobieństwo  $P_I(t_i)$ , że podczas  $i$ -tej diagnozy stanu obiektu (włączonego do pracy w chwili  $t = 0$ ) będzie on ciągle w stanie zdatności określić można jako:

$$P_I(t_i) = (1 - G(t_i)) = 1 - \int_0^{t_i} g(u)du, \quad \text{gdzie: } t_i = T, 2T, 3T, \dots, iT \quad (2)$$

Na tej podstawie możliwe jest wyznaczenie oczekiwanej liczby operacji kontroli stanu w całkowitym cyklu odnowy obiektu, podczas których będzie on w stanie zdatności  $L_I(t_i \rightarrow \infty)$ :

$$L_I(t_i \rightarrow \infty) = \sum_{i=1}^{\infty} (P_I(t_i)) = \sum_{i=1}^{\infty} (1 - G(t_i)) = \sum_{i=1}^{\infty} \left[ 1 - \int_0^{t_i} g(u)du \right] \quad (3)$$

Druga z możliwych sytuacji, jaka może mieć miejsce w czasie kontroli stanu obiektu, to konieczność jego wymiany spowodowana istniejącymi sygnałami o potencjalnym uszkodzeniu. W celu zobrazowania możliwości wystąpienia wymiany profilaktycznej obiektu w czasie modelowanego (pojedynczego) cyklu odnowy, na rysunku 4 przedstawiono alternatywne możliwości pojawienia się sekwencji zdarzeń powodujących wymianę profilaktyczną obiektu w czasie trzech pierwszych cykli obsługiwanego, realizowanych w ramach jednego cyklu odnowy.



Rys. 4. Schemat długości cyklu odnowy, gdy podczas operacji kontroli stanu obiektu zidentyfikowano symptom potencjalnego jego uszkodzenia (defekt) w pierwszym (a), drugim (b) i trzecim (c) cyklu obsługiwanym

Rysunek 4 przedstawia przykładowe warianty czasów trwania losowych okresów: do pojawiania się symptomów uszkodzenia ( $u$ ) oraz czasu opóźnienia czasowego ( $h$ ), które w rezultacie spowodowałyby wymianę profilaktyczną obiektu w chwili  $T$  (rys. 4a), w chwili  $2T$  (rys. 4b) lub w chwili  $3T$  (rys. 4c). Prawdopodobieństwo wystąpienia każdego z wariantów (a, b, c) można wyznaczyć dla jednego cyklu obsługiwanego. Przykładowo dla drugiego cyklu obsługiwanego (rys. 4b), prawdopodobieństwo, że symptomy pojawią się w czasie jego trwania i nastąpi wymiana profilaktyczna obiektu w chwili  $2T$  można opisać jako:

$$P_R(t_i = 2T) = \int_{t_1}^{t_2} g(u)(1 - F_h(t_2 - u))du \quad (4)$$

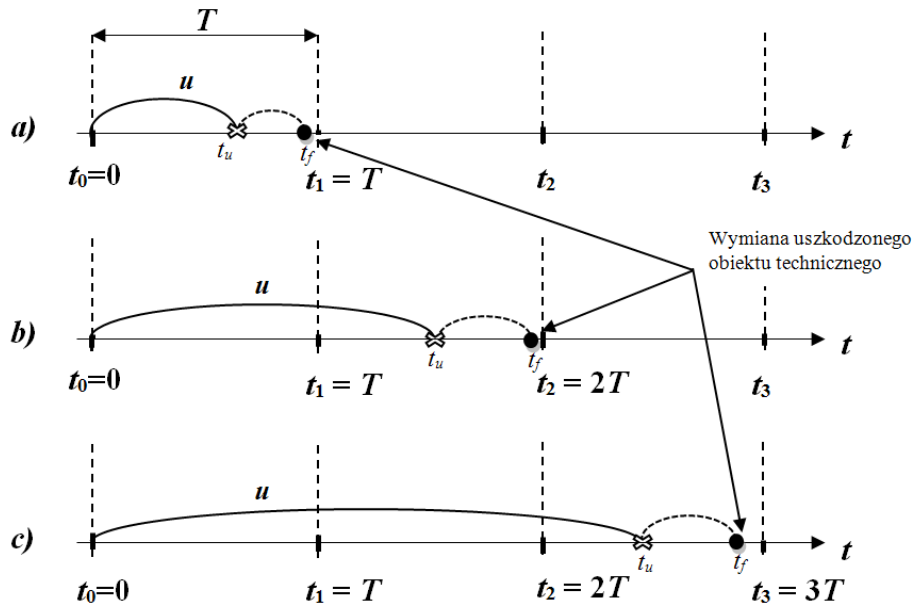
Na tej podstawie możliwe jest oszacowanie prawdopodobieństwa wymiany profilaktycznej obiektu w czasie nieskończenie długiego cyklu jego odnowy. Prawdopodobieństwo  $P_R(t_i \rightarrow \infty)$ , że obiekt należy wymienić profilaktycznie opisać można jako sumę prawdopodobieństw, że podczas kolejnych diagnoz zauważone zostaną w nim symptomy przyszłego uszkodzenia:

$$P_R(t_i \rightarrow \infty) = \sum_{i=1}^{\infty} (R_h(t_{i-1}, t_i)) = \sum_{i=1}^{\infty} \left[ \int_{t_{i-1}}^{t_i} g(u)(1 - F_h(t_i - u))du \right] \quad (5)$$

Ze względu na fakt, że wymiana profilaktyczna jest jednoznaczna z zakończeniem analizowanego cyklu odnowy, szereg dany równaniem (5) jest zbieżny do wartości asymptotycznej opisującej prawdopodobieństwo wymiany profilaktycznej w czasie jednego cyklu obsługiwanego.

Szacowanie kosztów i charakterystyk niezawodnościowych analizowanego obiektu wymaga również określenia prawdopodobieństwa jego uszkodzenia. Prawdopodobieństwo, że

obiekt zostanie uszkodzony w okresie między kontrolami jego stanu zależy od tego, czy w okresie tym pojawią się symptomy przyszłego uszkodzenia oraz następujące po nich uszkodzenie – przed kolejną kontrolą. Podobnie jak w przypadku wymiany profilaktycznej, prawdopodobieństwo uszkodzenia obiektu liczone jest dla kolejnych okresów obsługowych, realizowanych w ramach jednego cyklu odnowy, który to cykl kończyłby się wymianą korekcyjną. Przykładowe, alternatywne możliwości wystąpienia uszkodzenia w okresie  $t = (0, t_3)$  przedstawiono na rys. 5.



Rys. 5. Schemat długości cyklu odnowy, gdy pojawiło się uszkodzenie badanego obiektu technicznego w pierwszym (a), drugim (b) i trzecim (c) cyklu obsługiwanym

Prawdopodobieństwo uszkodzenia obiektu można zatem wyrazić jako:

$$P_F(t_i \rightarrow \infty) = \sum_{i=1}^{\infty} \left[ \int_{t_{i-1}}^{t_i} g(u) (F_h(t_i - u)) du \right] \quad (6)$$

Zmienne  $P_R(t_i \rightarrow \infty)$  i  $P_F(t_i \rightarrow \infty)$  wyrażają prawdopodobieństwa wymiany profilaktycznej oraz korekcyjnej, jak również określają oczekiwaną liczbę wymian danego typu w pojedynczym cyklu odnowy, gdyż zgodnie z przyjętymi założeniami, w czasie całego cyklu odnowy możliwa jest tylko jednokrotna wymiana obiektu, gdyż determinuje ona chwilę zakończenia cyklu:

$$L_R(t_i \rightarrow \infty) = 1 * P_R(t_i \rightarrow \infty) \quad (7)$$

$$L_F(t_i \rightarrow \infty) = 1 * P_F(t_i \rightarrow \infty) \quad (8)$$

### 3.3. Gotowość systemu z opóźnieniem czasowym

Oczekiwaną długość czasu zdatności obiektu technicznego w pierwszym cyklu obsługiwanym można opisać funkcją:

$$T_M(t_1) = \int_0^{t_1} x \int_0^x g(u) f_h(x - u) du dx + t_1 \cdot \int_{u=0}^{t_1} g(u) (1 - F_h(t_1 - u)) du \quad (9)$$

Pierwszy komponent sumy wyrażonej równaniem (9) definiuje możliwości wystąpienia uszkodzenia obiektu w okresie między kontrolami jego stanu, natomiast drugi komponent definiuje prawdopodobieństwo wykrycia defektu podczas pierwszej operacji diagnozy stanu obiektu i wynikającą stąd konieczność wymiany profilaktycznej obiektu.

Całkowita oczekiwana długość czasu zdatności obiektu w pojedynczym cyklu odnowy może być oszacowana jako suma oczekiwanych czasów zdatności obiektu w poszczególnych cyklach obsługowych, gdy  $t_i \rightarrow \infty$ :

$$T_M(t_i \rightarrow \infty) = \sum_{i=1}^{\infty} \left[ \int_{t_{i-1}}^{t_i} x \int_{t_{i-1}}^x g(u) f_h(x-u) du dx + t_i \cdot \left[ \int_{t_{i-1}}^{t_i} g(u) (1 - F_h(t_i - u)) du \right] \right] \quad (10)$$

W celu oszacowania oczekiwanej długości okresu odnowy obiektu należy wyznaczyć także oczekiwany czas wszystkich operacji obsługiwanego w pojedynczym cyklu odnowy.

Kolejna operacja kontroli stanu obiektu ( $i$ -ta) może być przeprowadzona pod warunkiem, że wcześniejsza diagnoza nie ujawniła defektu obiektu i na koniec ( $i-1$ ) okresu między operacjami kontroli stanu obiekt jest nadal zdatny. Dlatego też, oczekiwany sumaryczny czas diagnozowania obiektu w czasie jednego cyklu odnowy będzie uwzględniał wszystkie operacje diagnozy jego stanu, kiedy nie wykryto sygnałów świadczących o przyszłym uszkodzeniu, jak i diagnozę zakończoną wymianą profilaktyczną, a co za tym idzie - prawdopodobieństwa  $P_R(t_i \rightarrow \infty)$  oraz  $P_F(t_i \rightarrow \infty)$ . Zatem oczekiwany sumaryczny czas przeznaczony na kontrolę stanu obiektu w czasie jednego cyklu odnowy może być oszacowany z wykorzystaniem formuły (11):

$$T_I(t_i \rightarrow \infty) = d_{in} \cdot (L_I(t_i \rightarrow \infty) + L_R(t_i \rightarrow \infty)) \quad (11)$$

Określenie oczekiwanego czasu wymiany profilaktycznej obiektu w pojedynczym cyklu odnowy bazuje na prawdopodobieństwie pojawienia się defektu na koniec cyklu oraz braku tego typu zdarzeń podczas wcześniejszych diagnoz stanu obiektu:

$$T_R(t_i \rightarrow \infty) = d_r \cdot L_R(t_i \rightarrow \infty) \quad (12)$$

Ponadto, należy jeszcze oszacować oczekiwany czas napraw korekcyjnych obiektu. Czas ten zależy od prawdopodobieństwa pojawienia się uszkodzenia w danym cyklu obsługiwanego obiektu, przy założeniu że podczas wcześniejszej operacji diagnozy jego stanu nie został zidentyfikowany defekt obiektu:

$$T_F(t_i \rightarrow \infty) = d_f \cdot L_F(t_i \rightarrow \infty) \quad (13)$$

Oszacowane funkcje (10)-(13) pozwalają na wyznaczenie wskaźnika gotowości analizowanego obiektu  $A(t_i \rightarrow \infty)$  zgodnie ze wzorem:

$$A(t_i \rightarrow \infty) = \frac{T_M(t_i \rightarrow \infty)}{T_M(t_i \rightarrow \infty) + T_I(t_i \rightarrow \infty) + T_F(t_i \rightarrow \infty) + T_R(t_i \rightarrow \infty)} \quad (14)$$

### 3.4. Oczekiwane koszty utrzymania obiektu

Oszacowanie oczekiwanych kosztów utrzymania obiektu wymaga określenia kosztów cząstkowych, wynikających z przeprowadzanych kontroli stanu, wymian profilaktycznych i uszkodzeń obiektu. Dla pojedynczego cyklu odnowy mogą one być szacowane podobnie jak oczekiwane czasy:

$$C_I(t_i \rightarrow \infty) = c_{in} \cdot (L_I(t_i \rightarrow \infty) + L_R(t_i \rightarrow \infty)) \quad (15)$$

$$C_R(t_i \rightarrow \infty) = c_r \cdot L_R(t_i \rightarrow \infty) \quad (16)$$

$$C_F(t_i \rightarrow \infty) = c_f \cdot L_F(t_i \rightarrow \infty) \quad (17)$$

Na tej podstawie można wyznaczyć oczekiwany koszt utrzymania obiektu w przeliczeniu na jednostkę czasu jego pracy  $C(t_i \rightarrow \infty)$ :

$$C(t_i \rightarrow \infty) = \frac{C_I(t_i \rightarrow \infty) + C_R(t_i \rightarrow \infty) + C_F(t_i \rightarrow \infty)}{T_M(t_i \rightarrow \infty)} \quad (18)$$

### 3.5. Zbieżność wyników analitycznego modelu utrzymania obiektu technicznego z innymi opracowanymi modelami o charakterze symulacyjnym

W celu oceny zbieżności wyników przedstawionych modeli analitycznych z wynikami modeli, opracowanych metodami symulacyjnymi (np. [18]), w tym podpunkcie pracy przedstawiono porównanie uzyskanych rezultatów dla przykładowych parametrów obiektu technicznego.

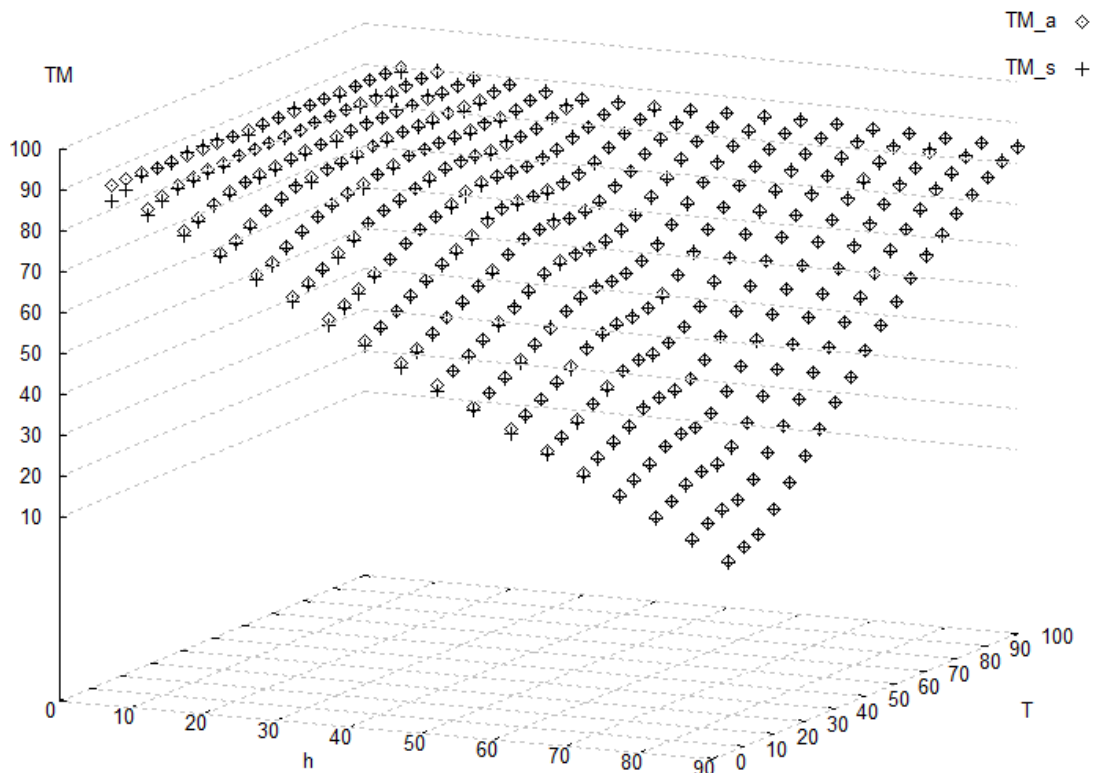
Na rysunku 6 przedstawiono oczekiwaną długość pojedynczego cyklu odnowy obiektu (TM), uzyskaną w sposób analityczny (równanie (10)) oraz z wykorzystaniem symulacji Monte Carlo. Jak widać wyniki charakteryzują się bardzo dużą zbieżnością, a maksymalny błąd względny dla prezentowanego przypadku wynosi 4% „symulacyjnej długości cyklu”. Inne uzyskiwane wyniki charakteryzują się podobną zbieżnością, niezależnie od zadanych parametrów obiektu.

Poza porównaniem wyników, na rysunku 6 widać, że oba badane parametry  $T$  i  $h$  mają znaczący wpływ na długość czasu, jaką przepracowuje analizowany obiekt z zależnością czasową. Krótsze okresy między kontrolami stanu (mniejsze wartości  $T$ ) oznaczają, że udaje się częściej zdiagnozować sygnały o przyszłych uszkodzeniach podczas kontroli, a co za tym idzie – skracać czas pracy obiektu przez wymiany profilaktyczne (niższe wartości TM).

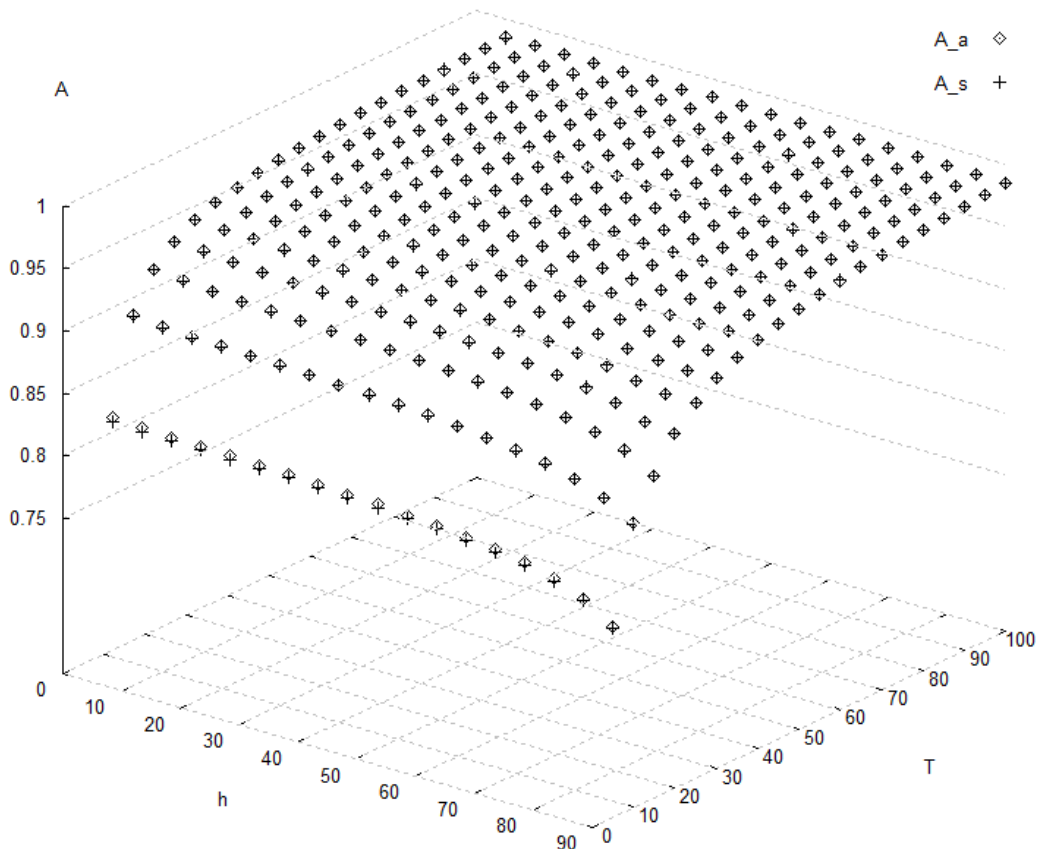
Zmiana parametru  $h$  w badanym przypadku oznacza jednocześnie zmianę długości czasu, po jakim pojawia się defekt w obiekcie – parametru  $u$ . Przyjęto, że badane obiekty charakteryzują się jednakowym oczekiwanym czasem pracy ( $h + u = 100 = constant$ ) a zmieniają się jedynie długości poszczególnych „podokresów”  $u$  i  $h$ . Rosnąca wartość  $h$  oznacza, że sygnał o przyszłym uszkodzeniu może być obserwowany wcześniej i przez dłuższy okres, niż w przypadku zmniejszającego się  $h$ . W badanym przypadku maksymalne wartości  $h$  ( $h = 90$ ) oznaczają, że sygnał defektu jest obserwowalny w obiekcie około 9/10 części jego czasu do uszkodzenia. Na rysunku 6 widać, że w takim przypadku częste kontrole stanu obiektu nawet kilkukrotnie skracają potencjalny czas jego eksploatacji poprzez wymiany profilaktyczne. Równie niepożądany efekt można zauważyć na rysunku 7, przedstawiającym wskaźnik gotowości obiektu dla tych samych zmiennych  $T$  i  $h$ . Częste

kontrole stanu w połączeniu z długim okresem obecności defektu, powodują spadek gotowości obiektu nawet dla przyjętego upraszczającego założenia o równości wszystkich czasów jednostkowych ( $d_i = d_r = d_f = 1$ ).

Wyniki te obrazują jak duża jest zatem konieczność właściwego określenia czasu między kontrolami stanu obiektu dla danych charakterystyk: cech niezawodnościowych obiektu, składników czasowych lub kosztowych (rys. 7). Z tego powodu, w kolejnym rozdziale przedstawiona zostanie krótka analiza wrażliwości wyników uzyskiwanych na podstawie przedstawionych modeli.



Rys. 6. Analityczny (TM\_a) i symulacyjny (TM\_s) oczekiwany czas zdatności obiektu dla różnych wartości oczekiwanego czasu opóźnienia ( $h$ ) i długości okresów między kontrolami stanów ( $T$ )



Rys. 7. Analityczny ( $A_a$ ) i symulacyjny ( $A_s$ ) wskaźnik gotowości obiektu dla różnych wartości oczekiwanych czasu opóźnienia ( $h$ ) i długości okresów między kontrolami stanów ( $T$ )

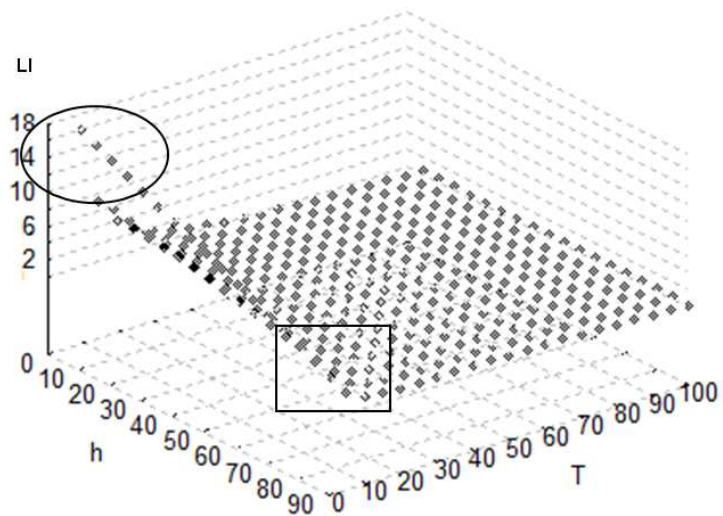
#### 4. Analiza wrażliwości modelu gotowości i modelu kosztowego utrzymania systemu z zależnością czasową

W dalszej części pracy przeprowadzono analizę wrażliwości opracowanych modeli matematycznych. Celem analizy była ocena wpływu podstawowych parametrów czasowych modelu na poziom wskaźnika gotowości oraz oczekiwanych kosztów eksploatacji w długim horyzoncie czasowym.

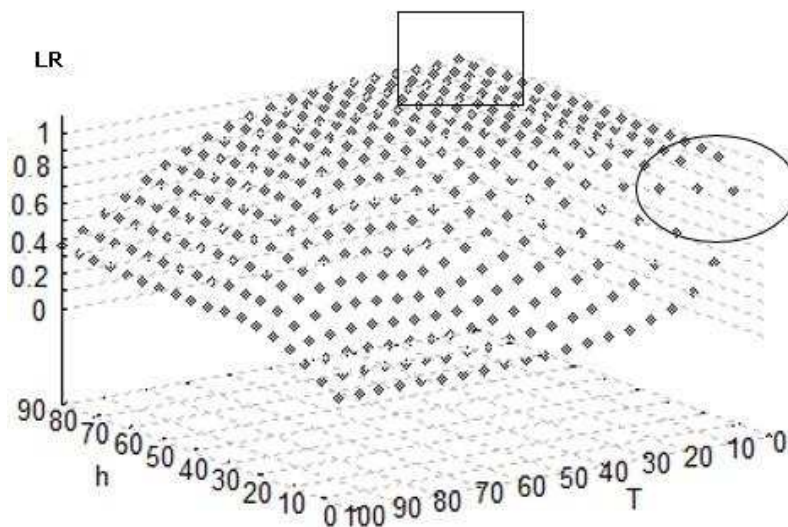
Analizę wrażliwości przedstawionych modeli kosztów i gotowości rozpoczęto od badania oczekiwanej liczby poszczególnego rodzaju zdarzeń (uszkodzeń (równanie 8), wymian profilaktycznych (równanie 7), kontroli stanu (równanie 3)) w zależności od założonych parametrów  $T$  i  $h$ . Wyniki przedstawione zostały na wykresach 8-10.

Jak widać na wykresach (rys. 8-10) oczekiwana liczba zrealizowanych operacji kontroli stanu (rys. 8) jest odwrotnie proporcjonalna do liczby uszkodzeń obiektu, co wynika z faktu, że tylko w przypadku uszkodzenia obiektu, cykl odnowy nie kończy się kontrolą. Gdy czas trwania defektu jest niedługi ( $h \approx 5-15$ ), częste kontrole ( $T \approx 5-10$ ) powodują, że jest ich wiele w pojedynczym cyklu odnowy (rys. 8). Z drugiej strony duża liczba kontroli przekłada się na skuteczność działań kontrolnych, gdyż znacząco obniża prawdopodobieństwo uszkodzenia obiektu (rys. 10). Przypadki te zaznaczono na wykresach elipsą. Ten sam okres między kontrolami stanu  $T$  zastosowany jednak w przypadku obiektów z długim opóźnieniem czasowym ( $h \approx 50-90$ ), nie zmienia znacząco prawdopodobieństwa uszkodzenia obiektu, które pozostaje niskie nawet przy rzadszych przeglądach ( $T \approx 20-30$ ), za to zwiększa

znacząco liczbę niepotrzebnych kontroli (rys. 8) oraz liczbę profilaktycznych wymian obiektu (rys. 9), co zaznaczono na wykresach prostokątem.

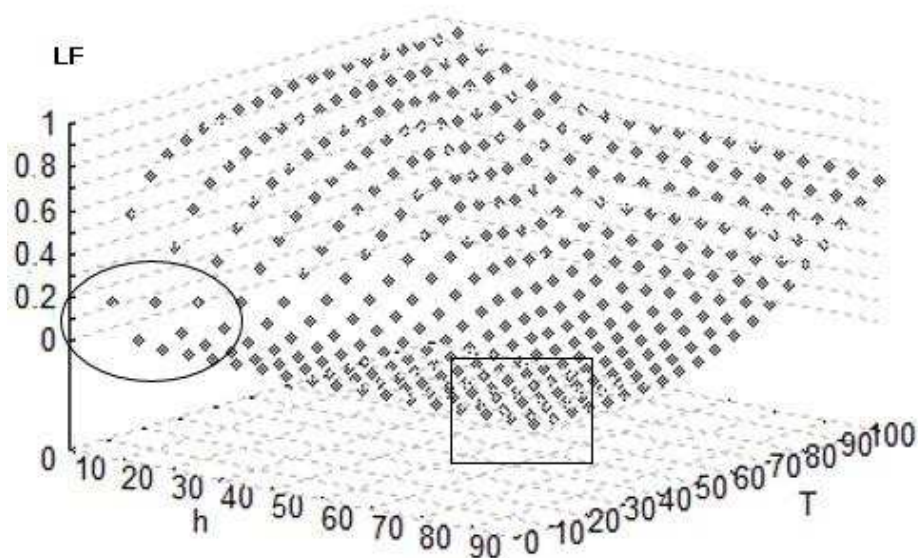


Rys. 8. Oczekiwana liczba zrealizowanych kontroli stanu obiektu (bez względu na ich wynik) w jednym cyklu odnowy dla różnych wartości oczekiwanych czasu opóźnienia ( $h$ ) i długości okresów między kontrolami stanów ( $T$ )



Rys. 9. Oczekiwana liczba wymian profilaktycznych obiektu w jednym cyklu odnowy dla różnych wartości oczekiwanych czasu opóźnienia ( $h$ ) i długości okresów między kontrolami stanów ( $T$ )





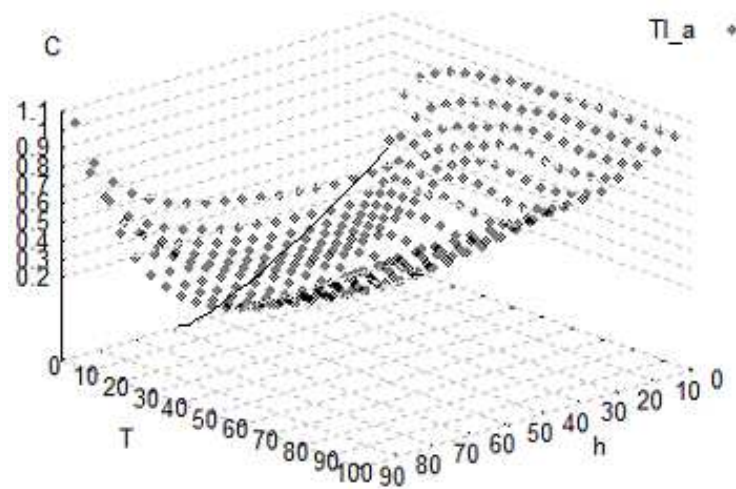
Rys. 10. Oczekiwana liczba wymian korekcyjnych obiektu w jednym cyklu odnowy dla różnych wartości oczekiwanych czasu opóźnienia ( $h$ ) i długości okresów między kontrolami stanów ( $T$ )

Jak widać, dla badanych wartości  $T$  i  $h$  oczekiwana liczba kontroli stanu, wymiany profilaktycznej i uszkodzeń obiektu mają duży obszar zmienności, co znaczy, że są czułe na oba analizowane parametry. Podczas gdy długością opóźnienia czasowego obiektu ( $h$ ) najczęściej nie jesteśmy w stanie sterować, można to zrobić z długością okresu między kontrolami stanu obiektu  $T$ . Do użytkownika należy jednak odpowiedź na pytanie, jakie kryterium weźmie pod uwagę podczas optymalizacji okresu  $T$ . Wybrane wyniki kosztowe i niezawodnościowe, osiągnięte przez badany obiekt przedstawione zostały na wykresach 11-14.

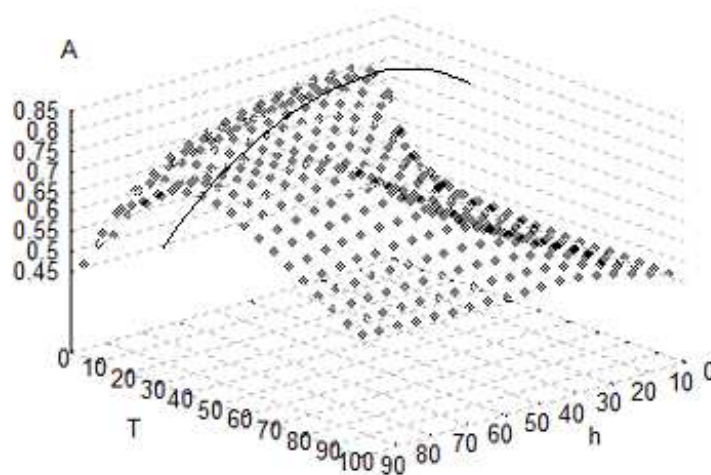
Wykresy 11-14 przedstawiają koszty utrzymania obiektu oraz jego gotowość dla dwóch wybranych przypadków, w których jednostkowy koszt przeprowadzenia kontroli stanu obiektu oraz czas kontroli ( $c_i$ ,  $d_i$ ) mają stosunkowo duże znaczenie dla obiektu w porównaniu z kosztem i czasem wymiany profilaktycznej i korekcyjnej (rys. 11, 12) oraz dla przypadku, gdy jest on niewielki w porównaniu z kosztami kontroli i uszkodzenia (rys. 13, 14). Na wszystkich tych wykresach widać, że dla każdej długości czasu opóźnienia  $h$ , istnieje wartość okresu  $T$ , dająca wyniki lepsze niż inne długości  $T$  (na rysunkach wartości te zaznaczono łukiem dla badanego zakresu parametru  $h$ ). Dokładna analiza wyników potwierdza, że okres najlepszy z punktu widzenia minimalizacji kosztów utrzymania obiektu zbliżony jest do połowy długości czasu opóźnienia  $h$ . Zależność ta przypomina regułę Shannona, dotyczącą próbkowania sygnałów ciągłych. W przypadku kontroli stanu obiektów z opóźnieniem czasowym, jeśli kontrola zostanie przeprowadzona co najmniej dwukrotnie w oczekiwanym czasie istnienia defektu, szansa na uniknięcie kosztownego uszkodzenia obiektu jest największa, a przez to koszty - najmniejsze.

W przypadku kryterium maksymalizacji gotowości, najlepszy okres  $T$  silniej zależy od czasów jednostkowych związanych z poszczególnymi zdarzeniami w obiekcie niż w przypadku minimalizacji kosztów. Gdy jednostkowy czas operacji kontroli stanu obiektu ( $d_i$ ) jest znacząco mniejszy niż jednostkowy czas wymian ( $d_r$ ) (rys. 14), rozwiązanie maksymalizujące gotowość obiektu osiągnięte jest przy częstszych inspekcjach, niż w

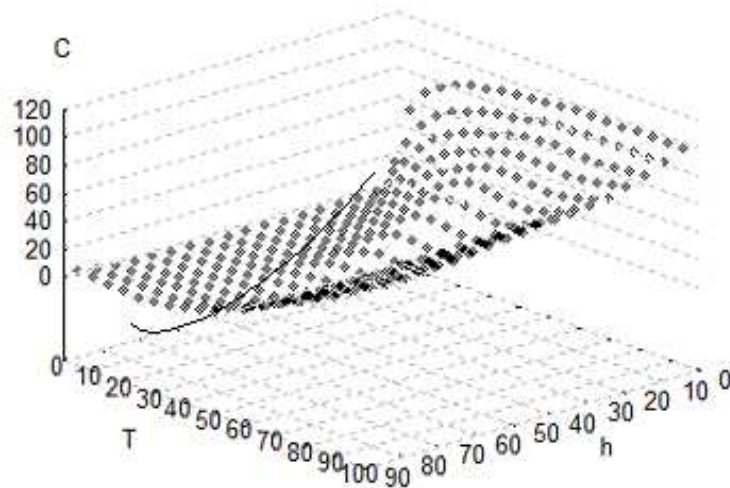
rozwiązaniach optymalizujących koszty utrzymania obiektu (rys. 13) przy tym samym stosunku kosztów jednostkowych i czasów jednostkowych.



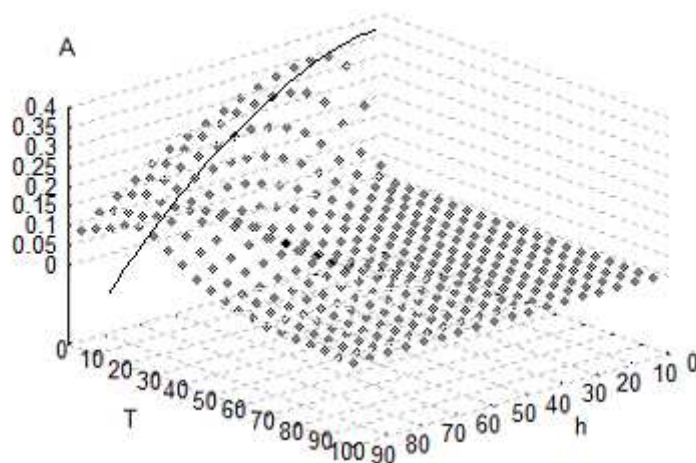
Rys. 11. Oczekiwany koszt utrzymania obiektu dla różnych wartości oczekiwanych czasu opóźnienia ( $h$ ) i długości okresów między kontrolami stanów ( $T$ ), przy założeniu:  $c_i = 1$ ,  $c_r = 10$ ,  $c_f = 100$



Rys. 12. Wskaźnik gotowości obiektu dla różnych wartości oczekiwanych czasu opóźnienia ( $h$ ) i długości okresów między kontrolami stanów ( $T$ ), przy założeniu:  $d_i = 1$ ,  $d_r = 10$ ,  $d_f = 100$



Rys. 13. Oczekiwany koszt utrzymania obiektu dla różnych wartości oczekiwanych czasu opóźnienia ( $h$ ) i długości okresów między kontrolami stanów ( $T$ ), przy założeniu:  $c_i = 1$ ,  $c_r = 100$ ,  $c_f = 1000$



Rys. 14. Wskaźnik gotowości obiektu dla różnych wartości oczekiwanych czasu opóźnienia ( $h$ ) i długości okresów między kontrolami stanów ( $T$ ), przy założeniu:  $d_i = 1$ ,  $d_r = 100$ ,  $d_f = 1000$

Przedstawione przykłady dowodzą, że najlepszy czas między kontrolami stanu obiektu musi być wyznaczany indywidualnie przy każdej zmianie parametrów niezawodnościowych, kosztowych lub czasowych obiektu oraz z uwzględnieniem wybranego kryterium optymalizacji. Jedynie w niektórych przypadkach może się zdarzyć, że ten sam okres  $T$  będzie dawał wyniki najlepsze z punktu widzenia obu analizowanych kryteriów.

## 5. Podsumowanie

W pracy przedstawiono modele analityczne opisujące gotowość i koszty utrzymania obiektu z zależnością czasową. Modele te mogą zostać wykorzystane do poszukiwania optymalnego okresu między kontrolami stanu obiektu  $T$  dla zadanych parametrów kosztowych oraz charakterystyk niezawodnościowych.

Przedstawiane dotychczas w literaturze modele analityczne kosztów utrzymania obiektu oraz jego gotowości bazujące na koncepcji DT ograniczały się głównie do analizy okresu trwającego od chwili uruchomienia nowego obiektu („tak dobrego jak nowy”) do chwili przeprowadzenia pierwszej kontroli stanu. Modele przedstawione obecnie dają podstawę do analitycznego poszukiwania długości  $T$  optymalnej z punktu widzenia nieskończenie długiego horyzontu czasowego eksploatacji obiektu z zależnością czasową. W artykule przedstawiono również krótką analizę wrażliwości uzyskanych modeli dla wybranych parametrów obiektu, która pozwoliła stwierdzić, że długości okresu  $T$ , najlepsze z punktu widzenia maksymalizacji gotowości obiektu nie zawsze są równe okresom najlepszym z punktu widzenia minimalizacji kosztów utrzymania obiektu. Jednocześnie przeprowadzone badanie pozwala stwierdzić, że dla różnych parametrów badanego obiektu istnieje tylko jedno, globalne minimum funkcji kosztów lub maksymalizacji gotowości. Dzięki temu poszukiwanie optymalnego (z punktu widzenia wybranego kryterium)  $T$  można zrealizować stosunkowo łatwo za pomocą znanych metod optymalizacji, np. metod bezgradientowych optymalizacji funkcji jednej zmiennej. Jest to znaczące ułatwienie w stosunku do możliwości optymalizacji bazujących na podstawie modeli symulacyjnych.

Praktyczne zastosowanie opracowanego modelu może być ograniczone ze względu na przyjęte założenie o tzw. perfekcyjnym wykonaniu operacji kontroli stanu obiektu. W praktyce często występuje sytuacja, w której przeprowadzona diagnoza może prowadzić do błędnej oceny czy i jaki rodzaj defektu pojawił się w systemie. Może być to związane z wieloma czynnikami, takimi jak umiejętności pracownika realizującego diagnozę, czy jakość wykorzystanych narzędzi/urządzeń diagnostycznych. Ponadto, decyzja w zakresie prawidłowego utrzymania obiektu może mieć wielowymiarowy charakter i zależeć od problemów związanych np. z definicją czy i jaki rodzaj sygnału o przyszłym uszkodzeniu może wystąpić w obiekcie oraz późniejszą właściwą interpretacją uzyskanych wyników diagnozy. Tego typu problemy mogą doprowadzić do podejmowania różnych decyzji przez pracowników utrzymania odnośnie tej samej sytuacji eksploatacyjnej. Dlatego też, tego typu zagadnienia będą analizowane przez autorów w ich późniejszych pracach badawczych.

## **Bibliografia**

1. Attia A. F. Estimation of the reliability function using the delay-time models. *Microelectronics Reliability* 1997; 37(2): 323-327.
2. Babiarz B. An introduction to the assessment of reliability of the heat supply systems. *International Journal of Pressure Vessels and Piping* 2006; 83(4): 230-235.
3. Bajda A., Wrażeń M., Laskowski D. Diagnostics the quality of data transfer in the management of crisis situation. *Electrical Review* 2011; 87(9A): 72-78.
4. Baker R. D., Wang W. Estimating the delay-time distribution of faults in repairable machinery from failure data. *IMA Journal of Mathematics Applied in Business & Industry* 1992; 3: 259-281.

5. Cavalcante C. A. V., Scarf P. A., de Almeida A. T. A study of a two-phase inspection policy for a preparedness system with a defective state and heterogeneous lifetime. *Reliability Engineering and System Safety* 2011; 96: 627-635.
6. Cerone P. On a simplified delay time model of reliability of equipment subject to inspection monitoring. *Journal of the Operational Research Society* 1991; 42(6): 505-511.
7. Christer A. H. A Review of Delay Time Analysis for Modelling Plant Maintenance. in: *Stochastic Models in Reliability and Maintenance*, Osaki S. (ed.), Springer, 2002.
8. Christer A. H. Developments in delay time analysis for modelling plant maintenance. *Journal of the Operational Research Society* 1999; 50: 1120-1137.
9. Christer A. H. Delay-time model of reliability of equipment subject to inspection monitoring. *Journal of the Operational Research Society* 1987; 38(4): 329-334.
10. Christer A. H. Modelling inspection policies for building maintenance. *Journal of the Operational Research Society* 1982; 33: 723-732.
11. Christer A. H., Waller W. M. A Descriptive model of capital plant replacement. *Journal of the Operational Research Society* 1987; 8(6): 473-477.
12. Christer A. H., Waller W. M. Reducing production downtime using delay-time analysis. *Journal of the Operational Research Society* 1984; 35(6): 499-512.
13. Christer A. H., Waller W. M. Delay Time Models of Industrial Inspection Maintenance Problems. *Journal of the Operational Research Society* 1984; 35(5): 401-406.
14. Christer A. H., Wang W. A model of condition monitoring of a production plant. *International Journal of Production Research* 1992; 30(9): 2199-2211.
15. Christer A.H., Wang W., Choi K., Van der Duyn Schouten F. A. The robustness of the semi-Markov and delay time single-component inspection models to the Markov assumption. *IMA Journal of Management Mathematics* 2001; 12: 75-88.
16. Dekker R., Scarf P. A. On the impact of optimisation models in maintenance decision making: the state of the art. *Reliability Engineering and Safety* 1998; 60: 111-119.
17. Frostig E. Comparison of maintenance policies with monotone failure rate distributions. *Applied Stochastic Models in Business and Industry* 2003; 19: 51-65.
18. Jodejko-Pietruczuk A., Nowakowski T., Werbińska-Wojciechowska S. Time between inspections optimization for technical object with time delay. *Journal of Polish Safety and Reliability Association, Summer Safety and Reliability Seminars* 2013; 4(1): 35-41.
19. Jia X. Christer A. H. A periodic testing model for a preparedness system with a defective state. *IMA Journal of Management Mathematics* 2002; 13: 39-49.

20. Jiang R. A timeliness-based optimal inspection interval associated with the delay time model. Proc. of Prognostic and System Health Management Conference PHM – 2012, Beijing, 2012.
21. Kierzkowski A., Kisiel T. Functional readiness of the check-in desk system at an airport. Theory and engineering of complex systems and dependability. Proc. of the Tenth International Conference on Dependability and Complex Systems DepCoS-RELCOMEX, June 29 - July 3, 2015, Brunów, Poland. Springer, 2015;. 223-233.
22. Laskowski D., Bylak M. Efficient diagnostics encoding mechanism for wireless networks. Electrical Review 2013; 89(9): 133-138.
23. Mazzuchi T. A., van Noortwijk J. M., Kallen M. J. Maintenance optimization. Technical Report, TR-2007-9, 2007.
24. Okumura S. An Inspection Policy for Deteriorating Processes Using Delay-Time Concept. International Transactions in Operational Research 1997; 4(5-6): 365-375.
25. Okumura S., Jardine A. K. S., Yamashina H. An inspection policy for a deteriorating single-unit system characterized by a delay-time model. International Journal of Production Research 1996; 34(9): 2441-2460.
26. Ozekici S. (ed.). Reliability and Maintenance of Complex Systems. NATO ASI Series, Series F: Computer and Systems Sciences, 154. Springer, 1996.
27. Redmond D. F. Delay Time Analysis in Maintenance. PhD thesis. Salford: University of Salford; 1997.
28. Restel F.J. The Markov reliability and safety model of the railway transportation system. Safety and reliability: methodology and applications: proceedings of the European Safety and Reliability Conference, ESREL 2014, 14-18 September, 2015, Wrocław, Poland. CRC Press/Balkema: 303-311.
29. Tang Y., Jing J. J., Yang Y., Xie C. Parameter estimation of a delay time model of wearing parts based on objective data. Mathematical Problems in Engineering 2015; Article ID 419280: doi:10.1155/2015/419280.
30. Valdez-Flores C., Feldman R. A survey of preventive maintenance models for stochastically deteriorating single-unit systems. Naval Research Logistics 1989; 36: 419-446.
31. Valis D., Koucky M., Žak L. On approaches for non-direct determination of system deterioration. Eksploatacja i Niezawodność - Maintenance and Reliability 2012; 14(1): 33-41.
32. Valis D., Vintř Z. Vehicle Maintenance Process Optimisation Using Life Cycle Costs Data and Reliability-Centred Maintenance. Proceedings of the First International Conference on Maintenance Engineering. Beijing: Science Press, 2006.

33. Van Oosterom C. D., Elwany A. H., Celebi D., van Houlum G. J. Optimal policies for a delay time model with postponed replacement. *European Journal of Operational Research* 2014; 232: 186-197.
34. Vintr Z., Valis D. A Tool for Decision Making in k-out-of-n System Maintenance. *Applied Mechanics and Materials* 2012; 110-116: 5257-5264.
35. Wang H. A survey of maintenance policies of deteriorating systems. *European Journal of Operational Research* 2002; 139: 469-489.
36. Wang W. An overview of the recent advances in delay-time-based maintenance modelling. *Reliability Engineering and System Safety* 2012; 106: 165-178.
37. Wang W. Delay time modelling. In: Kobbacy K. A., H., Prabhakar Murphy D. N. (eds.). *Complex system maintenance handbook*. Springer-Verlag London Limited, 2008: 345-373.
38. Wang W. A delay time based approach for risk analysis of maintenance activities. *Journal of the Safety and Reliability Society* 2003; 23(1): 103-113
39. Wang W., Christer A. H. A modelling procedure to optimize component safety inspection over a finite time horizon. *International Quality and Reliability Engineering* 1997; 13: 217-224.
40. Yamashina H., Otani S. Cost-optimized maintenance of the elevator – single unit case. *Journal of Quality in Maintenance Engineering* 2001; 7(1): 49-70.
41. Zajac M., Swieboda J. Process hazard analysis of the selected process in intermodal transport. *International Conference on Military Technologies (ICMT)*, 19-21 May 2015; 1-7.
42. Zieja M., Wazny M., Stepien S. Distribution determination of time of exceeding permissible condition as used to determine lifetimes of selected aeronautical devices/systems. *Eksploracja i Niezawodnosc - Maintenance and Reliability* 2016; 18(1): 57-64.
43. Zhao J., Chan A. H. C., Roberts C., Madelin K. B. Reliability evaluation and optimisation of imperfect inspections for a component with multi-defects. *Reliability Engineering and System Safety* 2007; 92: 65-73.