

**JAN PASZKOWSKI**

mgr inż., Westsächsische Hochschule  
Zwickau, tel.: +48 602 293 900,  
e-mail: Jan.Paszkowski@fh-zwic-  
kau.de, jan.paszkowski.krakow@  
gmail.com

**RAFAŁ KUCHARSKI**

dr inż., Politechnika Krakowska,  
Katedra Systemów Transportowych,  
ul. Warszawska 24, 31-155 Kraków,  
tel.: +48 501 694 896, e-mail:  
rkucharski@pk.edu.pl

# Paradoksy przepustowości miejskiej sieci drogowej i sposoby ich odwzorowania w modelu czterostadiowym<sup>1</sup>

**Streszczenie:** Artykuł zawiera przegląd zagadnień związanych z paradoksem przepustowości, zarówno w podejściu matematycznym, związanym z projektowaniem i analizą sieci transportowych, jak i przykłady związane ze zmianą zachowań mieszkańców, na przykładzie rozbudowy sieci wybranych miast. Omówione zostały w nim podstawowe zasady dotyczące rozkładu ruchu oraz paradoks Braessa z niego wynikający. W dalszej części artykułu przytoczone są przykłady analiz związanych z wpływem rozbudowy sieci drogowej na warunki ruchu – zarówno znane prawo Lewisa-Mogridge'a czy paradoks Downsa/Thompsona, jak i próby ich odnalezienia w innych lokalizacjach. Na podstawie tego wstępu rozważane są metody odwzorowania paradoksów w modelu czterostadiowym. Zaproponowano modyfikację parametrów modelu na każdym jego etapie w taki sposób, aby odwzorować możliwe skutki rozbudowy sieci. Parametry te związane są ze zmianą liczby, źródeł lub celów podróży, podziału zadań przewozowych czy zmian udziału godzin szczytu. Podejście takie daje szansę na wykazanie dodatkowych efektów realizacji inwestycji drogowej, których nie obejmuje standardowy model czterostadiowy, a które mogą zmniejszać pozytywny wpływ nowej inwestycji na warunki ruchu w mieście.

**Słowa kluczowe:** miejska sieć drogowa, przepustowość sieci drogowej, model czterostadiowy.

## Wprowadzenie

Miasta na całym świecie zmagają się z problemami transportowymi związanymi z występowaniem obszarów ze zbyt dużą gęstością zaludnienia. Szczególnie zauważalny jest problem przekroczenia przepustowości sieci drogowej, który powoduje kongestię, zwaną potocznie korkami. Przez lata podejmowano wiele działań mających na celu zmniejszenie strat czasu spowodowanych zatorami ruchu drogowego. Początkowo, zgodnie ze schematem: więcej samochodów – więcej dróg, rozbudowywano układ drogowy, tworząc arterie z coraz większą liczbą pasów, bezkolizyjne i z coraz większą dopuszczalną prędkością poruszania się po nich. Skutkiem takich działań było rozbudowanie infrastruktury drogowej na gigantyczną skalę, nierzadko kosztem wielkich nakładów finansowych i koniecznością wyburzeń. Doprowadziło to do poszukiwania innych sposobów funkcjonowania transportu w mieście. Z biegiem lat zmieniły się trendy w planowaniu układów komunikacyjnych miast. Skupiono się w większym stopniu na promowaniu transportu zbiorowego, kosztem transportu indywidualnego oraz zaczęto wprowadzać ograniczenia w ruchu

drogowym na rzecz ruchu pieszego i rowerowego. W tym czasie powstało wiele badań mających na celu wyjaśnienie, dlaczego budowa kolejnych dróg nie powoduje likwidacji korków. Wiele z nich, na podstawie zastosowania modeli matematycznych, utrzymuje, że rzeczywistość jest inna niż wskazuje zdrowy rozsądek, a mianowicie, że budowa kolejnych połączeń drogowych skutkuje, a wręcz powoduje pogorszenie się warunków ruchu w sieci.

W artykule dokonano przeglądu literatury na temat paradoksów związanych z wpływem rozbudowy sieci drogowej na warunki ruchu na sieci, zarówno potwierdzających, jak i kwestionujących ich występowanie. Kontynuacją artykułu będzie analiza zmian warunków ruchu za pomocą czterostadiowych modeli makrosymulacyjnych, na przykładowej, rzeczywistej sieci drogowej miasta. Analiza będzie miała na celu sprawdzenie, czy występowanie paradoksów rzeczywiście ma miejsce i jeśli tak to, czy w każdym przypadku, czy też może tylko w niektórych.

## Przegląd zagadnień związanych z paradoksami

### Zasady Wardropa

Aby zrozumieć istotę funkcjonowania paradoksów, należy na początek poznać, w jaki sposób użytkownicy ruchu korzystają z sieci dróg, mówiąc inaczej, jak wygląda rozkład ruchu. Jednym z pierwszych badaczy tych zjawisk był John Glen Wardrop, który w roku 1952 opublikował dokument: *Some theoretical aspects of road traffic research* [1]. Na podstawie tej pracy wyróżniono trzy prawa, związane z rozkładem ruchu, zwane zasadami Wardropa [2],[3],[4].

I zasada Wardropa: Zasada równowagi z punktu widzenia użytkownika – użytkownik zawsze wybiera trasę, która z jego punktu widzenia ma najmniejszy koszt (na przykład czas podróży). Oznacza to, że ścieżka nie zostanie wybrana, jeśli istnieje inna, która ma mniejszy koszt podróży.

II zasada Wardropa: Zasada optimum systemu – ruch na całej sieci regulowany jest globalnie tak, aby suma kosztów przejazdu wszystkich pojazdów była jak najmniejsza,

III zasada Wardropa [5]: Rozkład ruchu zmienia się tak, że dąży do stanu równowagi, w którym żaden z kierowców nie może zmniejszyć swojego kosztu podróży poprzez wybranie innej trasy przejazdu.

O ile trzecia zasada Wardropa jest uzupełnieniem dwóch pierwszych, o tyle warto rozróżnić zasadę równowagi (zwaną *user equilibrium* lub *user optimum*) od zasady optimum systemu (system optimum). Rozróżnienie to jest kluczowe, aby zrozu-

<sup>1</sup> ©Transport Miejski i Regionalny, 2017. Wkład autorów w publikację: J. Paszkowski 50%, R. Kucharski 50%.

mieć istnienie analizowanych paradoksów. Różnica między tymi dwoma zasadami polega na tym, że dla osiągnięcia optimum systemu konieczne jest powstrzymanie części użytkowników ruchu przed wybraniem preferowanej przez nich ścieżki. Dlatego też budowa nowych dróg spowodowana ich nadpodażą nie jest rozwiązaniem problemu kongestii, gdyż mimo tego, że samochód jest często preferowanym środkiem transportu, przykładowo ze względu na jego elastyczność, nie jest tak efektywnym nośnikiem ruchu jak transport zbiorowy o wysokiej przepustowości i niskiej wrażliwości czasu przejazdu ze względu na zatłoczenie.

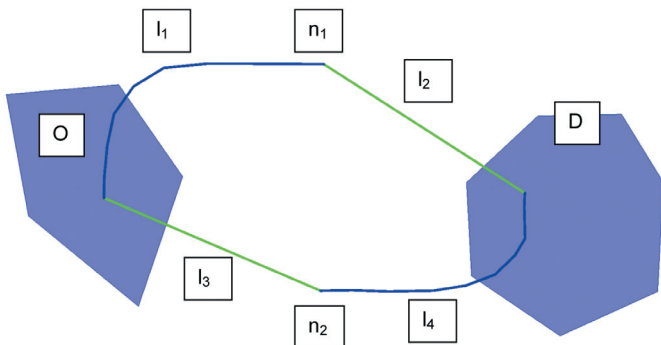
**Paradoks Braessa**

W roku 1968 Dietrich Braess opublikował pracę [6], w której matematycznie udowodnił, wydawałoby się sprzeczne z logiką, twierdzenie:

*Dla każdego punktu na sieci dróg, niech będzie dana liczba samochodów rozpoczynających w tym punkcie i punkt docelowy dla każdego z tych samochodów. Dla powyższych warunków wyznaczony jest rozkład ruchu w ten sposób, że wybór trasy zależy nie tylko od jakości drogi, ale też od warunków ruchu. Jeżeli każdy kierowca wybierze trasę, która wydaje mu się najlepsza, suma ich czasów przejazdu może nie być minimalna. Wynika z tego, jak podano w przykładzie, że rozbudowa sieci dróg może prowadzić do takiego rozkładu ruchu, w którym suma czasów przejazdu samochodów będzie większa niż dla sieci przed rozbudową.*

Istnienie paradoksu zobrazowano za pomocą przykładu teoretycznego. Dobrano skrajne parametry celu lepszego zobrazowania zjawiska.

Dana jest następująca sieć drogowa (rys. 1) między dwoma lokalizacjami: źródłem podróży (O) i celem (D).



Rys. 1. Sieć drogowa analizowanego przykładu

Do analizy przyjęto następujące założenia:

Natężenie ruchu ze źródła O do celu D wynosi  $q_{OD} = 6000$  pojazdów na godzinę

Pojazdy mogą poruszać się po dwóch typach odcinków:

1. Odcinki o wysokiej przepustowości (zaznaczone na mapie na niebiesko):

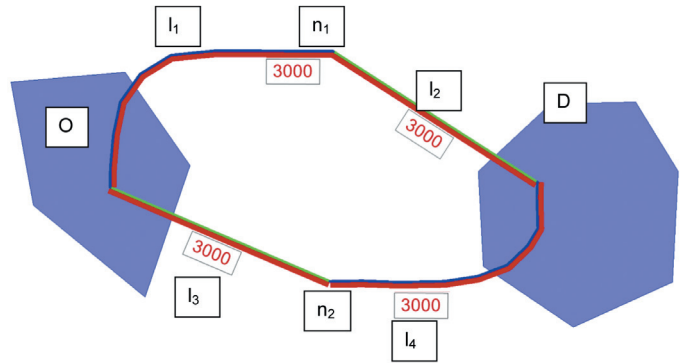
- a. przepustowość:  $C_{11,14} = 9000$  pojazdów na godzinę,
- b. długość odcinka:  $L_{11,14} = 500$  kilometrów.

2. Odcinki o niskiej przepustowości:

- a. przepustowość:  $C_{12,13} = 900$  pojazdów na godzinę,
- b. długość odcinka:  $L_{12,13} = 10$  kilometrów.

Dla wszystkich odcinków, prędkość dopuszczalna  $V_0$  wynosi 50 kilometrów na godzinę. Za pomocą programu PTV Visum przeprowadzono symulację rozkładu ruchu na analizowaną sieć. Czas przejazdu (nie biorąc pod uwagę obciążenia sieci) zarówno trasą  $k_1 = \{O, n_1, D\}$  oraz  $k_2 = \{O, n_2, D\}$  jest taki sam i wynosi, przy ustalonej prędkości, 50 km/h:

$\frac{500km}{50\frac{km}{h}} + \frac{10km}{50\frac{km}{h}} = 10,2h$ , czyli 10h 12 min jazdy. Zgodnie z zasadą równowagi ruch rozkłada się jednakowo na trasach o tym samym koszcie (w tym przypadku czasie) przejazdu (rys. 2).



Rys. 2. Rozkład ruchu analizowanej sieci dróg

Program PTV Visum ma zaimplementowaną funkcję zależności czasu przejazdu odcinka ( $t_{cur}$ ) od natężenia ruchu na nim (program umożliwia też zastosowanie innych funkcji). Wygląda ona następująco:

$$t_{cur} = t_0 * (1 + sat^2)$$

gdzie:

$t_0$  – czas przejazdu odcinka po nieobciążonej sieci

$$sat = \frac{q}{q_{max}}$$

$q$  – natężenie ruchu na odcinku

$q_{max}$  – przepustowość odcinka

Przyjmując te domyślne wartości spadków prędkości w zależności od natężenia ruchu, czas przejazdu wynosi:

- dla odcinka typu pierwszego: 11h 6min 40s,
- dla odcinka typu drugiego: 2h 25min 20s,

Praca przewozowa w przypadku tej sieci wynosi:

Praca liczona w pojazdokilometrach:

$$S = 2 * (3000poj * 500km + 3000poj * 10km) = 3060000 \text{ pojkm}$$

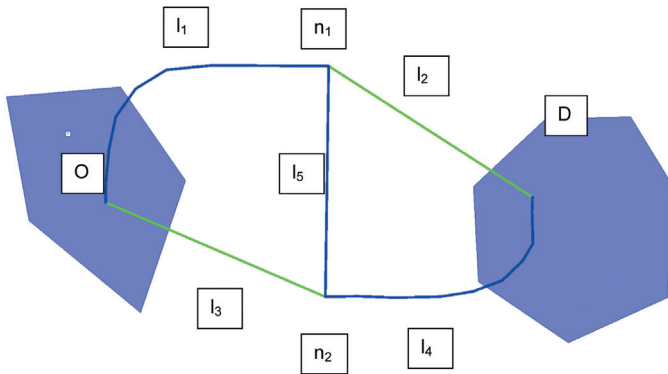
Praca liczona w pojazdogodzinach:

$$T = 2 * (3000poj * 11h 6min 40s + 3000poj * 2h 25min 20s) = 81200poj h$$

Średnia prędkość na tej sieci wynosi zatem:

$$V_{sr} = \frac{S}{T} = \frac{3060000pojkm}{81200poj h} = 37,685 \frac{km}{h}$$

Następnym krokiem eksperymentu była rozbudowa sieci. Połączono dwa istniejące korytarze odcinkiem typu pierwszego o długości jednego kilometra (rys. 3).



Rys. 3. Sieć drogowa analizowanego przykładu po rozbudowie

Dla tego przypadku ponownie dokonano symulacji rozkładu ruchu. W tym przypadku użytkownicy mają, poza wcześniej istniejącymi trasami, do wyboru również dwie nowe:

$$k_3 = \{O, n_1, n_2, D\}$$

$$k_4 = \{O, n_2, n_1, D\}$$

Czas przejazdu nowych tras, bez brania pod uwagę warunków ruchu na sieci prezentuje się następująco:

$$t(k_3) = 10h + 0,02h + 10h = 20h \ 1min \ 12s$$

$$t(k_4) = 0,2h + 0,02h + 0,2h = 25 \ min \ 12s$$

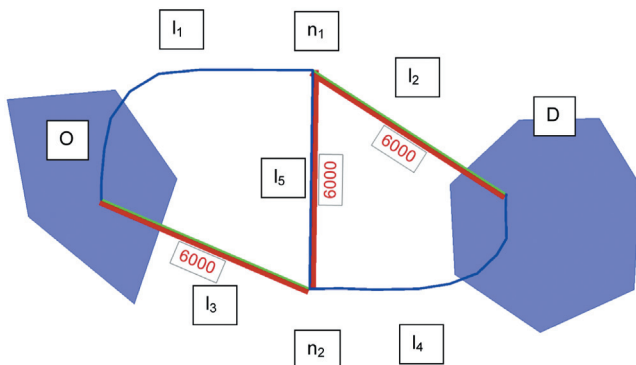
Zgodnie z I zasadą Wardropa wybrana zostanie trasa, której czas przejazdu jest najkrótszy, czyli:

$$k_3 = \{O, n_1, n_2, D\}$$

Przeprowadzono ponownie symulację rozkładu ruchu, dla rozbudowanej sieci. Potwierdziła ona prognozowany wybór trasy. Graficzny rozkład ruchu pokazano na rysunku 4.

Przyjmując domyślne wartości spadków prędkości w zależności od natężenia ruchu, czas przejazdu prezentuje się następująco:

- dla odcinka typu pierwszego: 1min 44s,
- dla odcinka typu drugiego  $l_3$  oraz  $l_2$  : 9h 5min 20s.



Rys. 4. Rozkład ruchu sieci drogowej analizowanego przykładu po rozbudowie

Praca przewozowa w przypadku tej sieci wynosi:  
Praca liczona w pojazdokilometrach:

$$S = 2 * (6000poj * 10km) + 6000poj * 1km = 126000 \ pojkm$$

Praca liczona w pojazdogodzinach:

$$T = 2 * (6000poj * 9h \ 5min \ 20s) + 6000poj * 1 \ min \ 44s = 109240 \ pojh$$

Średnia prędkość na tej sieci wynosi zatem:

$$V_{sr} = \frac{S}{T} = \frac{126000 \ pojkm}{109240 \ pojh} = 1,153 \ \frac{km}{h}$$

Podsumowując wyniki, przy niezmiennym popycie, czyli liczbie podróży ze źródła do celu, poprzez rozbudowę sieci nastąpiło pogorszenie warunków ruchu. Cały ruch kierował się na trasy o mniejszej liczbie kilometrów do przejechania, lecz również o mniejszej przepustowości. Spowodowało to drastyczne spadki prędkości ruchu użytkowników. Z tego powodu, pomimo spadku pracy przewozowej liczonej w pojazdokilometrach, wzrosła ta liczona w pojazdogodzinach. Oznacza to, że użytkownicy sieci tracili więcej czasu na przejazd. Skutkiem tego było znaczne obniżenie się prędkości ruchu – z 37,685 km/h na 1,153 km/h. Oczywiście wynika to z zastosowania przejęskrawionych parametrów, jednak dowodzi, że takie zjawisko jak paradoks Braessa istnieje.

Wytlumaczeniem istnienia tego paradoksu może być fakt, że występuje on w sytuacji, gdy nowa droga kończy się w miejscu o niskiej przepustowości. Powoduje to wtłoczenie większego ruchu do wąskiego gardła. Z tego powodu, ruch przekłada się na drogi o niższej przepustowości, w wyniku czego straty czasu rosną szybciej niż zyski na odciążonych drogach [13].

W ten sposób można pokazać na prostym przykładzie paradoksu Braessa. Jest on niczym innym, jak twierdzeniem matematycznym, udowodnionym dla szczególnego przypadku, który może zajść tylko w szczególnych, precyzyjnie określonych warunkach. Co więcej, paradoks Braessa bazuje na prostym rozkładzie ruchu, nie zakładającym istnienia III zasady Wardropa, czyli występowania kolejnych iteracji, w których układ dąży do równowagi. Sprawę komplikuje również fakt, że na rzeczywistej sieci drogowej, ze względu na jej większą złożoność, nie można wykryć, czy paradoks Braessa zachodzi.

Już w 1970 roku, 2 lata po opublikowaniu przez Braessa swojego paradoksu, powstały pierwsze prace negujące jego zasadność [11] czy też przydatność do wykorzystania w transporcie. Później, przez lata, w miarę powstawania innych prac, ukształtowały się trzy reguły [12]:

1. Paradoks Braessa nie występuje, gdy popyt jest niski. W tym przypadku rozbudowa sieci skutkuje obniżeniem czasu przejazdu;
2. Paradoks Braessa nie występuje, gdy popyt jest bardzo wysoki. W tym przypadku rozbudowa sieci skutkuje obniżeniem czasu przejazdu;



3. Paradoks Braessa występuje, ale czas przejazdu nie zmienia się, jeśli czas przejazdu poszczególnych odcinków jest pomijalnie mały.

Mimo działania, tylko w niektórych przypadkach paradoks Braessa został potwierdzony przez wielu naukowców, a także znalazł swoje odzwierciedlenie w rzeczywistości. Jednym z najważniejszych jego zobrazowań i rozszerzeń jest zasada Lewisa-Mogridge'a, w której zbadano wpływ inwestycji transportowych na warunki ruchu, biorąc pod uwagę również inne czynniki takiego stanu, poza tymi wynikającymi z kształtu sieci.

W późniejszych latach w dalszym ciągu badano warunki występowania paradoksu Braessa, głównie z zastosowaniem teorii gier i zasady równowagi Nasha. Wprowadzono również pojęcie „cena anarchii” dla określania różnic w kosztach dla rozkładu ruchu optymalnego z punktu widzenia całej sieci, a takiego, w którym każdy z użytkowników wybiera trasę o najmniejszym – ze swojego punktu widzenia – koszcie [13].

**Paradoks Downsa/Thomsona i prawo Lewisa-Mogridge'a**  
Zarówno paradoks Downsa [7], jak i prawo Lewisa-Mogridge'a, w odróżnieniu od paradoksu Braessa, który jest twierdzeniem matematycznym, zostały sformułowane na podstawie empirycznych badań i obserwacji na konkretnych przykładach. Zgodnie z nimi im więcej dróg jest budowanych, ruch wzrasta tak, że w ciągu miesięcy, a nawet tygodni znika poprawa warunków ruchu spowodowanych rozbudową sieci. Jeśli nawet w którymś miejscu ruch ulegnie poprawie, kongestia przeniesie się na inne skrzyżowanie.

Powyższe stwierdzenia sformułowane zostały na podstawie porównania wyników pomiarów ruchu w Londynie w latach 1962, 1971–1972 oraz 1981–1982. W okresie tym zaszły znaczące zmiany w rozwoju infrastruktury drogowej i kolejowej na tym obszarze. Na przestrzeni badanego okresu zaobserwowano spadek prędkości dojazdu do centrum Londynu w godzinie szczytu porannego (od 7:00 do 10:00). Wykonana została analiza zależności pomiędzy zmianami natężeń ruchu a oddaniem do użytku inwestycji transportowych. Okazało się, że zmiana parametrów jednej z ulic wpływa nie tylko na nią, ale na całą sieć.

Genezą paradoksu Downsa/Thomsona były natomiast hipotezy sformułowane niezależnie przez Downsa oraz Thomsona [8].

Pierwszy z nich twierdził, że rozbudowa sieci dróg spowoduje przesiadanie się pasażerów w transportu szynowego na transport drogowy, co pociągnie ze sobą większe koszty jazdy transportem szynowym w przeliczeniu na jednego pasażera, a więc podwyżkę cen biletów. To znowu spowoduje jeszcze większy odpływ pasażerów pociągów na rzecz samochodów. Skutkiem tego będzie więc sytuacja, w której otwarcie nowej drogi spowoduje pogorszenie się warunków ruchu na drodze i wzrost czasów podróży samochodem zamiast jego spadku.

Podejście Thomsona było natomiast inne. Według niego:

„Jeśli użytkownik może dowolnie podejmować decyzje o wyborze środka transportu, w systemie transportowym zawsze panować będzie równowaga. Z każdą poprawą atrakcyjności jednego ze środków transportu idzie w parze zwiększenie się liczby jego użytkowników, czyli zwiększenie zatłoczenia. Zatem wszystkie działania mające na celu poprawę warunków ruchu drogowego nie mają szans na sukces, jeśli w tym samym czasie poprawie nie ulegną warunki podróżowania transportem zbiorowym. Jednak w praktyce przesiadanie się użytkowników do samochodów z powodu poprawy warunków jazdy może spowodować pogorszenie się jakości funkcjonowania transportu zbiorowego poprzez podniesienie cen biletów i redukcję oferty przewozowej, co spowoduje pogorszenie jakości funkcjonowania całego systemu transportowego w stosunku do stanu sprzed rozbudowy.

W ramach badań nad tym prawem przeanalizowano ruch w Londynie. W czasach, w których prowadzone było badanie, podróże samochodem stanowiły 15 procent wszystkich podróży, a za średni czas jazdy przyjęto jedną godzinę. W wyniku przeprowadzonych inwestycji prognozowano (przy braku zmian w podziale zadań przewozowych) obniżenie się średniego czasu przejazdu samochodem o 10 minut. Jednak w wyniku tej zmiany udział podróży samochodem osobowym wzrósł do 20,09 procent. Skutkiem tego było obniżenie się czasu przejazdu samochodem do 57,94 minuty, czyli tylko o 2,06 minuty. Z powodu pogorszenia się oferty transportu kolejowego średni czas przejazdu pociągiem wzrósł o 1,79 minuty. Ze względu na duży udział podróży kolejowych średni czas przejazdu wzrósł o 1,02 minuty. Oznacza to, że rozbudowa sieci skróciła czas przejazdu tylko użytkownikom samochodów, natomiast sumaryczny czas przejazdu się wydłużył.

Powyższe zasady zwracają uwagę na istnienie aspektów, które nie występują w standardowym modelu popytu. Wiąże się one z występowaniem elastycznego popytu zależnego od rozbudowy infrastruktury. Dodatkowym czynnikiem, który nie występował w prostym przykładzie podanym we wstępie, jest istnienie tak zwanego ruchu wzbudzonego. Ruch wzbudzony to dodatkowy ruch samochodowy, który pojawia się, gdy wskutek rozbudowy sieci drogowej, poprawiają się warunki ruchu. W takim przypadku użytkownicy zaczynają odbywać nowe, niewystępujące z powodu kongestii podróże (na przykład na zakupy na drugi koniec miasta, zamiast lokalnie), przesiadają się z komunikacji zbiorowej do samochodów czy w końcu dojeżdżać do miasta zaczynają użytkownicy spoza niego, powodując wzrost ruchu aglomeracyjnego [9].

### Obserwacje paradoksu w Warszawie

W roku 2014 opisano występowanie zasady Lewisa-Mogridge'a w Warszawie [10] na podstawie analizy wpływu inwestycji powstałych w latach 2000–2012 na ruch drogowy. Badano nie tylko poszczególne ulice, ale cały ekran, dzięki czemu można było zauważyć zmiany zachodzące również w rejonie analizowanych inwestycji. W każdym przypadku, gdy inwestycja drogowa powodowała zwiększenie się przepustowości, obserwowano wzrost natężenia ruchu na tej drodze.

Tabela 1

Zmiany w natężeniu ruchu i wykorzystaniu przepustowości na analizowanych ulicach przed i po realizacji inwestycji				
Ulica (kordon)	Wzrost ruchu		Wykorzystanie przepustowości	
	[poj/godz]	[osób/godz]	Przed [%]	Po [%]
Wał Międzesyziński (kordon wewnętrzny)	1757	2635	79	98
Górczewska (kordon wewnętrzny)	1017	1526	94	81
Most Siekierkowski	5604	8405	bd	125
Most Gdański (do centrum rano)	491	737	72	88
Most Gdański (z centrum po południu)	806	1208	69	96

Źródło: [11]

Z tabeli 1 wynika, że przy okazji zwiększenia przepustowości w niektórych przypadkach natężenie ruchu zwiększa się na tyle, że wykorzystanie przepustowości jest większe niż przed rozbudową. Potwierdza to zasadę Lewisa-Mogridge'a o tym, że rozbudowana sieć powoduje zwiększenie się ruchu.

### Odzworowanie paradoksów przepustowości w modelu czterostadiowym

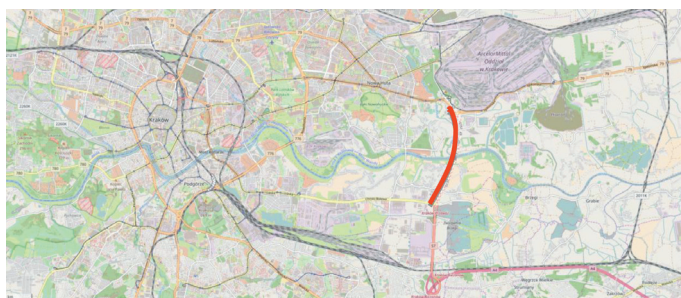
Prawo Lewisa-Mogridge'a spowodowane jest czynnikami związanymi ze zmianą zachowań komunikacyjnych użytkowników sieci drogowej. Zdecydowano się zatem na odwrócenie pytania – przedmiotem badań było określenie, w jakim stopniu poszczególne zmiany w parametrach wykorzystywanych w modelu popytu muszą zaistnieć, aby warunki ruchu (badano pracę przewozową w pojazdokilometrach i pojazdogodzinach, tworząc porównanie wyników, analizując średnią prędkość na sieci w kilometrach na godzinę) się nie pogorszyły. Do badania wykorzystane zostało oprogramowanie firmy PTV Visum 16 oraz Krakowski Model Ruchu. Czterostadiowy model ruchu polega na odzworowaniu podróży na danym obszarze za pomocą czterech etapów:

- określenie liczby podróży rozpoczynających się i kończących w danym rejonie (potencjały ruchotwórcze);
- określenie ile podróży odbywa się między każdymi rejonami (więźba ruchu);
- określenie ile podróży odbywa się w dany sposób (podróże piesze, nie piesze, transport indywidualny, publiczny) – podział zadań przewozowych;
- określenie natężenia ruchu na poszczególnych odcinkach dróg na podstawie kosztu przejazdu każdej trasy (rozkład ruchu na sieć).

### Opis analizowanej inwestycji

Do analizy wystąpienia paradoksu Downsa-Thomsona wybrano nowo powstającą krakowską inwestycję drogową – wschodnią część czwartej obwodnicy Krakowa, w ciągu drogi ekspresowej S7. W skład tego odcinka wchodzi również most na Wiśle, który jest dziesiątą przeprawą na terenie miasta Krakowa.

Droga ta będzie posiadać po trzy pasy ruchu w każdym kierunku oraz dopuszczalną prędkość wynoszącą 120 km/h. Sąsiednie mosty mają o wiele mniejszą przepustowość: zlokalizowany kilometr na zachód most Wandy posiada tylko



Rys. 5. Mapa Krakowa z zaznaczonym na czerwono analizowanym odcinkiem drogi  
Źródło: opracowanie własne na podstawie openstreetmap.org

po jednym pasie w każdym kierunku i dopuszczalną prędkość 40 km/h. Podobny przekrój ma most łączący Kraków z Niepołomicami, położony 10 kilometrów na wschód, natomiast można się po nim poruszać z prędkością 70 km/h. Oznacza to, że analizowana inwestycja znacząco zwiększy przepustowość ruchu samochodowego między północno-południowo-wschodnim Krakowem. Stwarza to szansę na zmianę warunków ruchu w tej części miasta. Dla porównania warunków ruchu, przeprowadzono również skróconą analizę spadków prędkości na wybranych fragmentach sieci drogowej. Zdecydowano się wybrać trzy przeprawy, również na rzece Wiśle, w Krakowie: most w ciągu ulicy Nowohuckiej, most Kotlarski oraz most Dębnicki. Powodem wyboru tych trzech mostów był fakt, że wchodzi one w skład krakowskich obwodnic – most Dębnicki oraz Kotlarski to części II obwodnicy, natomiast most w ciągu ulicy Nowohuckiej znajduje się na styku III, niedokończonej jeszcze obwodnicy Krakowa i stanowi łącznik między III a II obwodnicą. Symulacje przeprowadzono na modelu Krakowa.

### Opis proponowanej metody

Zawarte w programie algorytmy pozwalają zobrazować przepływy ruchu na sieci drogowej  $G(N,A)$  dla danego popytu źródło-cel  $d'_{od}$ . Obliczenia opierają się na I zasadzie Wardropa, czyli na rozkładzie ruchu zgodną z zasadą równowagi z punktu widzenia użytkownika. Rozkład ruchu można opisać w następujący sposób:

$$q = UE(s, d)$$

gdzie ruch na każdym łuku  $q_a$  grafu  $a \in A$  o danych parametrach (wynikających z parametrów odcinków, jak na przykład: przepustowość, prędkość) oraz popytu  $d$  (wyrażonego macierzą podróży źródło-cel).

Do oszacowania warunków ruchu na sieci użyta została każda z trzech formuł kosztów:

$$C_t(q) = \sum_{a \in A} q_a * t_a$$

$$C_d(q) = \sum_{a \in A} q_a * s_a$$

$$C_v(q) = \frac{\sum_{a \in A} q_a * t_a}{\sum_{a \in A} q_a * s_a} = \frac{C_t(q)}{C_d(q)}$$

gdzie:

- $C_t$  oznacza całkowity koszt podróży liczony na podstawie wielkości ruchu na odcinkach  $q$  oraz czasów przejazdu  $t$ , czyli pracy przewozowej w pojazdgodzinach;
- $C_d$  oznacza całkowity koszt podróży liczony na podstawie wielkości ruchu na odcinkach  $q$  oraz odległości przejazdu  $s$ , czyli pracy przewozowej w pojazdokilometrach;
- $C_v$  oznacza średnią prędkość ruchu na sieci, czyli iloraz dwóch pierwszych wartości.

Obiektem badania jest analiza wpływu zmian podaży (czyli dodania nowej drogi) na zmiany przepływów ruchu oraz wynikających z tego zmianach kosztów podróży. W tym celu stworzony został nowy graf ze zmodyfikowaną siecią  $s^*$  (nowa inwestycja drogowa) i został obliczony nowy rozkład ruchu:

$$q = UE(s^*, d)$$

Wyniki rozkładu ruchu, wyrażone pracą przewozową w pojazdokilometrach i pojazdgodzinach, a także w średniej prędkości ruchu na sieci (w kilometrach na godzinę), zostały zaprezentowane w tabeli 2.

Tabela 2

Porównanie pracy przewozowej i średniej prędkości na sieci wariantów W0 i W1			
Rozkład ruchu	Praca przewozowa		Średnia prędkość na sieci
	Cd [pojkm]	Ct [pojgh]	
$q = UE(s, d)$ - wariant W0	1 013 987	22 123	45,833
$q^* = UE(s^*, d)$ - wariant W1	1 011 961	21 664	46,711

Z tabeli 2 można wywnioskować, że budowa nowej drogi wpłynęła korzystnie na warunki ruchu na sieci – co prawda wzrosła praca przewozowa w pojazdokilometrach, lecz na tyle zmalały czasy przejazdów, że prędkość na sieci wzrosła. Można zatem stwierdzić, że koszty podróży zmalały.

Zgodnie z przyjętymi oznaczeniami, sytuację tę można zapisać w następujący sposób:

$$\begin{aligned} C_t(q^*) &< C_t(q) \\ C_d(q^*) &< C_d(q) \\ C_v(q^*) &> C_v(q) \end{aligned}$$

Nie wystąpił więc paradoks Braessa, a wykonana symulacja, korzystająca z rozkładu ruchu Wardropa, nie jest przewidziana do wykonania obliczeń wskazujących na zaistnienie prawa Lewisa-Mogridge'a. Jest to spowodowane tym, że rozkład ruchu Wardropa jest procedurą, która określa obciążenie danej sieci drogowej  $s$  danym popytem  $d$ . Popyt jest daną wejściową w procedurze i przy powyższej analizie założyliśmy, że jest stały. Procedura nie przewiduje też zewnętrznych skutków realizacji inwestycji związanych ze zmianami zachowań użytkowników, takimi jak: zwiększanie się osiedlenia, pojawienie się nowych podróży, zmiana godzin szczytu, większa chęć do wyboru samochodu

osobowego czy też większa chęć do pokonywania większych odległości.

Rozpatrzono zatem takie modyfikacje popytu  $d \rightarrow d^*$ , że:

$$C_v(q^* = UE(s^*, d^*)) = C_v(q = UE(s, d))$$

Jako najważniejszą zmienną objaśniającą przyjęto liczbę ludności  $L$ . Większa liczba mieszkańców wiąże się z większą liczbą podróży, a co za tym idzie, z większym ruchem na sieci.

W badanym scenariuszu zmieniano popyt w taki sposób, że mnożono liczbę ludności w każdym  $i$ -tym rejonie przez współczynnik  $a_1$ :

$$L_i^* = L_i * a_1$$

Innymi parametrami możliwymi do zmiany, są również:

- ludność w korytarzu analizowanej drogi  $L_r$ ,
- ruchliwość  $r$ ,
- udział godzin szczytu  $u_{am}$ ,
- grawitacja  $f(c_{od})$ ,
- podział zadań przewozowych  $U_{ki}$ ,
- impedancja  $I$ .

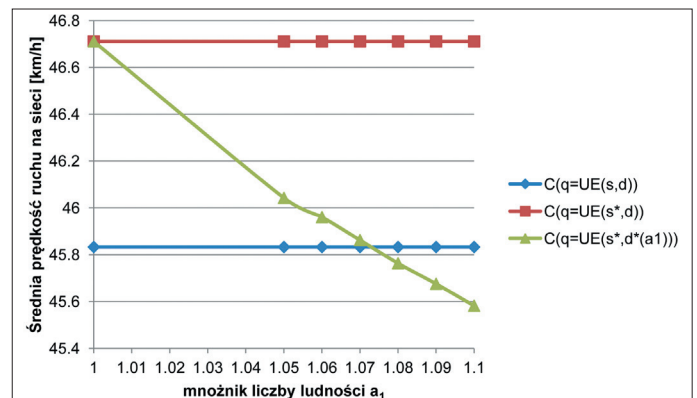
Każda modyfikacja tych zmiennych (np.  $r \rightarrow r^*$ ) pociąga za sobą zmianę więzby ruchu ( $d \rightarrow d^*$ ), która z kolei pociąga zmianę potoków  $q \rightarrow q^*$  i zmianę kosztów  $C$ .

### Przykładowe wyniki

Wyniki przy zmieniającej się liczbie ludności  $L$  określonej wskaźnikiem  $a_1$  przedstawiono w tabeli 3 i na rysunku 6.

Tabela 3

Kształtowanie się pracy przewozowej w zależności od zmiany liczby ludności w mieście (mnożonej przez współczynnik $a_1$ )			
$a_1$	$C_d$ [pojkm]	$C_t$ [pojgh]	$C_v$ [km/h]
1	1 011 961	20 613	46,711
1,05	1 035 503	21 398	46,043
1,06	1 040 387	21 538	45,961
1,07	1 045 151	21 683	45,863
1,08	1 049 815	21 827	45,764
1,09	1 054 636	21 969	45,676
1,1	1 059 332	22 112	45,582



Rys. 6. Wykres zależności średniej prędkości na sieci od współczynnika  $a_1$  zwiększenia ludności w mieście



Z tabeli 3 i rysunku 6 wynika, że zwiększenie ludności w całym mieście ma wpływ na zmianę warunków ruchu. Wraz ze wzrostem liczby ludności wzrasta praca przewozowa, zarówno liczona w pojazdokilometrach, jak i pojazdogodzinach.

Na rysunku 6 można zauważyć, że zwiększenie ludności w mieście wpływa silnie na zmianę warunków ruchu, a co za tym idzie na średnią prędkość ruchu w mieście, czyli iloraz pracy przewozowej wyrażonej w pojazdokilometrach przez tę w pojazdogodzinach. Wystarczy 7-procentowy wzrost liczby mieszkańców, aby średnia prędkość ruchu powróciła do stanu początkowego.

### Wybór środka transportu

W drugim scenariuszu, w celu zmiany podziału zadań przewozowych, starano się zasymulować postrzeganie czasu przejazdu samochodem jako mniejszego niż jest w rzeczywistości. Zmniejszono zatem koszt przejazdu samochodem tak, aby udział tego środka transportu był większy według zależności:

$$K^* = K \cdot (1 - e)$$

gdzie:

- $K$  to koszt podróży samochodem (zależny od motywacji – jest on zwiększony dla motywacji związanych z nauką),
- $e$  – analizowany zmienny współczynnik.

W tabeli 4 przedstawiono wyniki dla każdego z analizowanych współczynników  $e$ .

Tabela 4

Kształtowanie się pracy przewozowej w zależności od zmiany kosztów podróży samochodem (za pomocą współczynnika $e$ ), wpływających na podział zadań przewozowych			
Współczynnik $e$	Praca przewozowa [pojkm]	Praca przewozowa [pojg]	Prędkość [km/h]
0,4	1 085 921	23 917	45,403
0,3	1 068 496	23 353	45,754
0,25	1 060 103	23 082	45,928
0,2	1 051 816	22 821	46,091
0,1	1 035 568	22 314	46,408
0	1 011 961	21 664	46,711

Jak wynika z tabeli, średnia prędkość na sieci wraca do stanu początkowego już w momencie, gdy współczynnik  $e$  osiąga wartość między 0,25 a 0,3. Na tej podstawie można wywnioskować, że zmiana środków transportu wybieranych przez użytkowników na rzecz samochodu osobowego wpływa niekorzystnie na ruch na sieci.

### Podsumowanie

Kształtowanie się ruchu, rozkład ruchu na sieć, zachowania komunikacyjne użytkowników, wybór przez nich trasy to skomplikowane zagadnienie, do którego nie można zastosować prostych zasad. Nie dość, że ma na niego wpływ ogromna liczba czynników, to dodatkowo zawsze wynik obciążony

będzie niepewnością. Ponadto rządzony jest przez paradoksy, które powodują, że działania, które wydają się racjonalne, nie zawsze są takimi w rzeczywistości. Występowanie każdego z paradoksów można przeanalizować dla poszczególnych przypadków i znając zasady ich działania sprawdzić, czy proces, który w nich zachodzi, zgodny jest z przewidywaniami.

Celem artykułu było zaproponowanie metody, która wskaże, jakie uwarunkowania muszą być spełnione, aby wystąpił paradoks Downsa/Thompsona, czyli w jakiej skali zmiany, możliwe do symulowania w modelu czterostadiowym, muszą wystąpić, aby zniwelowany został wysiłek w postaci rozbudowy sieci drogowej. Przeanalizowany pojedynczy przykład daje do zrozumienia, że już niewielkie zmiany spowodowane rozbudową miasta, a co za tym idzie, zwiększeniem się liczby mieszkańców, prowadzą do pogorszenia się warunków ruchu. Metoda ta może być pomocna przy planowaniu sieci transportowych, na etapie analizy efektywności danej inwestycji. Wykorzystanie tej metody da możliwość powiązania aspektów miastotwórczych, jakie ciągnie ze sobą budowa nowej drogi, ze spowodowaną przez nią zmianą zachowań komunikacyjnych.

### Literatura

1. Wardrop J.G., *Some theoretical aspects of road traffic research*, Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Part II, 1952.
2. Szarata A., *Modelowanie podróży wzbudzonych oraz tłumionych zmianą stanu infrastruktury transportowej*, Zeszyty naukowe Politechniki Krakowskiej, Seria Inżynieria Lądowa, monografia 439, Kraków 2013.
3. <https://amiekusuma.wordpress.com/2010/02/13/wardrops-principle/> (odczyt z dnia: 14.02.2017).
4. Matthew T., *Transportation network design*, [http://www.princeton.edu/~alaink/Orf467F15/TransportationNetworkDesign\\_Mathew.pdf](http://www.princeton.edu/~alaink/Orf467F15/TransportationNetworkDesign_Mathew.pdf) (odczyt z dnia: 14.02.2017).
5. Holden, David J., *Wardrop's third principle: urban traffic congestion and traffic policy*, Journal of Transport Economics and Policy, 1989.
6. Braess D., *Über ein Paradoxon aus der Verkehrsplanung*. Unternehmensforschung, 1968, tłumaczenie: Nagurny A., Wakolbinger T., *On a Paradox of Traffic Planning*, „Transportation Science”, Vol. 39, No. 4, November 2005.
7. [https://en.wikipedia.org/wiki/Lewis%E2%80%93Mogridge\\_Paradox](https://en.wikipedia.org/wiki/Lewis%E2%80%93Mogridge_Paradox) (odczyt z dnia: 14.02.2017).
8. Mogridge M.J.H., Holden D.J., Bird J., Terzis G.C., *The Downs Thomson paradox and the transportation planning process*, „International Journal of Transport Economics”, 1987.
9. Litman T., *Implications for Transport Planning*, Victoria Transport Policy Institute, 2017.
10. Szymalski W., *Prawo Lewisa-Mogridge'a w warszawskich inwestycjach*, „Przegląd Komunikacyjny”, 2014, nr 3.
11. Murchland J. D., *Braess's paradox of traffic flow*, „Transportation Research” no 4.4, 1970.
12. Pas E.I., Shari L.P., *Braess' paradox: Some new insights*, Transportation Research Part B: Methodological 31.3, 1997
13. Krych A., Rychlewski J., *Sieć buchananowska a teorie optymalizacji miejskiej sieci drogowej*, „Transport Miejski i Regionalny”, 2014, nr 3.
14. Kucharski R., Drabicki A., *Estimating Macroscopic Volume Delay Functions with the Traffic Density Derived from Measured Speeds and Flows*, „Journal of Advanced Transportation”, 2017.
15. Kucharski R., Kulpa T., Szarata A., *Model wyboru środka transportu w dojazdach do pracy w Warszawie*, „Transport Miejski i Regionalny”, 2016, nr 8.