



Formowanie śladu wirowego za profilem poruszającym się ruchem harmonicznym prostym

AUTORZY: Tomasz Kozłowski^{a,*}, Henryk Kudela^a

^a Zakład Numerycznego Modelowania Przepływów, Instytut Inżynierii Chemicznej, Procesowej i Maszyn Energetycznych, Politechnika Wrocławska

* Adres do korespondencji: tomasz.kozłowski@pwr.edu.pl, tel. 71 320 35 53

STRESZCZENIE

Praca dotyczy badań numerycznych nad powstawaniem siły nośnej i siły napędowej na ruchomych skrzydłach ptaków i owadów. Założono dwuwymiarowy model płynu, a ruch trzepoczący sprowadzono do profilu, który wykonuje ruch harmoniczny prosty. Przyjęto, że takie uproszczenia pozwolą na uchwycenie podstawowych zjawisk decydujących o powstawaniu sił aerodynamicznych na ruchomym profilu. Wykazano całą rodzinę ścieżek wirowych, które sparametryzowano za pomocą bezwymiarowej liczby Strouhala i amplitudy oscylacji. Ścieżki wirowe zestawiono na diagramach. Wyodrębniono strefy parametrów, przy których wytwarzana jest siła oporu, siła przyspieszająca (napędowa) i siła nośna. Wyznaczono także obszar parametrów, w którym pole wirowości wokół profilu jest nieuporządkowane. Występowanie nieuporządkowanego pola wirowego jest charakterystyczne dla wysokich liczb Reynoldsa i wywoływane jest przez zjawisko nagłej erupcji warstwy przyściennej na profilu. Wykazano, że w takim obszarze parametrów wytwarzanie siły nośnej na ruchomym profilu może być niemożliwe.

SŁOWA KLUCZOWE: ścieżka wirowa, siła napędowa, siła nośna, ruch trzepoczący

1. WPROWADZENIE

Zwierzęta latające i pływające pozbawione są części wirujących, a siłę nośną i siłę napędową wytwarzają przez ruch nazywany w literaturze trzepotaniem. Podczas ruchu trzepoczącego wokół skrzydła wytwarzane są chwilowe rozkłady pola prędkości, które prowadzą do zjawisk nazywanych niestacjonarnymi efektami hydrodynamicznymi. Rola niestacjonarnych zjawisk przepływowych stanowi obecnie jeden z podstawowych nurtów badań nad hydrodynamiką przyrody ożywionej [21,24,33]. Mówimy o hydrodynamice, ponieważ ptaki i owady poruszają skrzydłami w zakresie przepływu, który uważa się za nieściśliwy [30]. Hydrodynamika ruchomych skrzydeł znajduje również zastosowanie w konstrukcji śmigieł i turbin wiatrowych [4]. Z punktu widzenia mechaniki płynów wia-

domo, że mechanizmy generacji sił na profilu zdeterminowane są przez rozkład i dynamikę pola wirowości [32,33]. Położenie struktur wirowych w ścieżce Karmana prowadzi do powstawania defektu pędu w śladzie hydrodynamicznym i w konsekwencji generuje siłę oporu. Profil, który wykonuje ruch oscylacyjny (plunging) wraz ze zmianą kąta natarcia (pitching) może wywoływać zmianę położenia struktur wirowych w śladzie hydrodynamicznym i w ten sposób prowadzi do zwiększenia pędu w ścieżce wirowej, wywołując siłę napędową [10]. Taki typ ścieżki nosi nazwę odwróconej ścieżki wirowej Karmana.

Podstawowymi parametrami charakteryzującymi ruch trzepoczący, a także typ ścieżki wirowej za profilem jest liczba Strouhala, amplituda oscylacji i maksymalny kat natarcia profilu. Przy odpowiednio dobranych parametrach kinematycznych możliwa jest utrata symetrii, odchylenie odwróconej ścieżki wirowej i generacja siły nośnej.

Duża ilość różnych typów ścieżek wirowych możliwych do wytworzenia w ruchu trzepoczącym [15,22] powoduje, że wygodnie jest utworzyć diagramy tych ścieżek i sparametryzować je za pomocą kinematycznych parametrów ruchu takich jak: liczba Strouhala, amplituda oscylacji czy maksymalny kat wychylenia profilu. Na podstawie takich charakterystyk w pracy [2] wykazano, że najwyższą efektywność generacji siły napędowej w ruchu trzepoczącym uzyskuje się w zakresie liczb Strouhala: $St = 0.2 \div 0.4$. Obserwacje dużej ilości gatunków ptaków potwierdziły, że poruszają one skrzydłami w podobnym zakresie liczb Strouhala [25]. W pracy [10] wykazano eksperymentalnie, że przy liczbach Strouhala powyżej $St > 1$, kierunek odchylenia ścieżki wirowej może się zmieniać – ze ścieżki odchylonej w górę w ścieżkę odchyloną w dół (i odwrotnie). Oznacza to, że w pewnym zakresie parametrów kinematycznych ruchu trzepoczącego, otrzymanie siły nośnej dodatniej staje się utrudnione. Obserwacje eksperymentalne zostały potwierdzone numerycznie dla dwuwymiarowego ruchu trzepoczącego w płynie lepkim i nieściślym [16].

W obecnej pracy przeprowadzono badania formowania ścieżki wirowej za profilem i utworzono diagramy typów ścieżek wirowych dla różnych liczb Reynoldsa. Wraz ze wzrostem liczb Reynoldsa rośnie dynamika procesów porządkowania i łączenia struktur wirowych wokół profilu, które decydują o typie wytworzonej ścieżki wirowej. Wykazano numerycznie zjawisko erupcji warstwy przyściennej, które polega na nagłym wyrzuceniu skoncentrowanej porcji wirowości z obszarów przyściennych do wnętrza przepływu. Zjawisko erupcji warstwy przyściennej może wywoływać zaburzenia w formowaniu ścieżki wirowej i prowadzić do powstawania nieuporządkowanego pola wirowego wokół profilu. Wykazano także, że zjawisko to może prowadzić do zmiany kierunku odchylenia ścieżki wirowej, powodować prostowanie śladu hydrodynamicznego i przez to zanik siły nośnej.

2. METODA CZĄSTEK WIROWYCH TYPU "WIR W KOMÓRCIE"

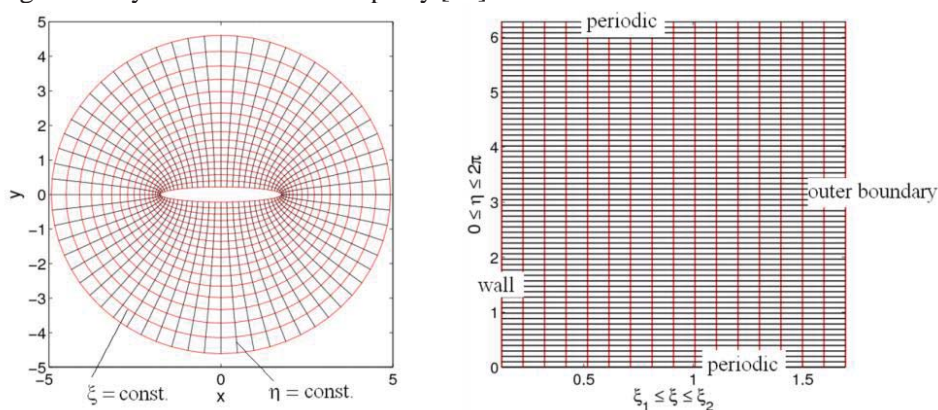
Do badań numerycznych wykorzystano metodę cząstek wirowych typu „wir w komórce” (ang. vortex in cell, VIC). Metody wirowe doskonale nadają się do badań dynamiki pola wirowości, ponieważ w obliczeniach śledzi się trajektorię cząstek wirowych, które są nośnikami informacji o polu prędkości. W metodach wirowych bezpośrednich nie używa się siatki numerycznej, a pole prędkości oblicza się z prawa Biota–Savarta. W metodzie

„wir w komórce” do wyznaczenia pola prędkości wykorzystuje się siatkę numeryczną, rys. 1. Aby lepiej dopasować siatkę numeryczną do kształtu profilu wykorzystano odwzorowanie konforemne. Równania ewolucji wirowości w układzie odniesienia poruszającym się wraz z ciałem można przedstawić w postaci:

$$\frac{\partial(\omega + 2\Omega)}{\partial t} + \nabla \omega \cdot u = \nu \Delta \omega \quad (1)$$

$$\Delta \psi = -\omega \quad (2)$$

gdzie ω oznacza wirowość, Ω – prędkość kątową ciała poruszającego się w płynie, ψ – funkcję prądu, u – wektor prędkości i ν – kinematyczny współczynnik lepkości. Szczegółowy opis metody cząstek wirowych w zastosowaniu do obszarów nieregularnych i nieograniczonych zamieszczono w pracy [13].



Rys. 1. Eliptyczna siatka w obszarze przepływu po stronie lewej i prostokątny obszar obliczeniowy po stronie prawej

3. SFORMUŁOWANIE PROBLEMU

W badaniach wykorzystano eliptyczny profil, który wykonywał ruch harmoniczny prosty zgodnie z równaniem [24]:

$$y(t) = \frac{A_0}{2} \cos(2\pi f t) \quad (3)$$

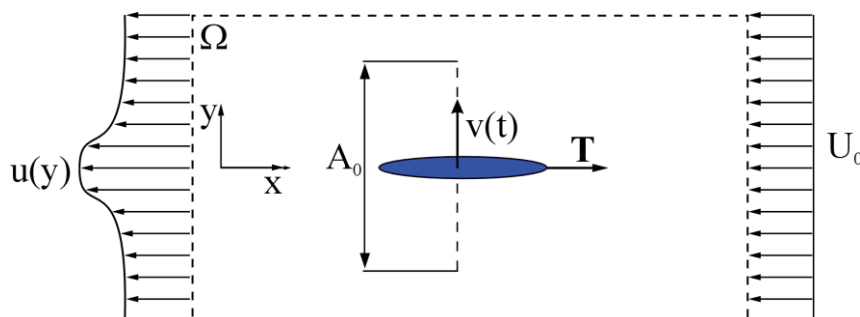
gdzie $y(t)$ oznacza chwilowe położenie środka profilu, A_0 – amplitudę oscylacji, f – częstotliwość. Prędkość pionową profilu obliczano z wzoru $u = dy/dt$. Daleko od ciała prędkość U_0 jest stała, rys. 2. Przepływ wokół ruchomego profilu można scharakteryzować przez zestaw liczb bezwymiarowych takich jak liczba Reynoldsa Re , liczba Strouhala St i bezwymiarowa amplituda oscylacji A_C :

$$Re = \frac{U_0 c}{\nu}, \quad St = \frac{f c}{U_0}, \quad A_C = \frac{A_0}{c}, \quad St_A = \frac{f A_0}{U_0} \quad (4)$$

gdzie c oznacza cięciwę profilu, ν – kinematyczny współczynnik lepkości płynu. Wprowadzono dwie definicje liczby Strouhala, podobnie jak w pracach [8,24]. Liczba oznaczo-

na przez St występuje w literaturze także jako częstotliwość zredukowana.

Przyjęto cięciwę profilu: $c = 2$, natomiast bezwymiarową grubość profilu: $e = b/c = 0.2$. Obliczenia numeryczne wykonano dla liczby Reynoldsa: $Re = 100$, $Re = 250$ i $Re = 500$. Przyjęto stałą gęstość płynu $\rho = 1$. Parametr t w równaniu (3) zastąpiono czasem bezwymiarowym $T = ft$, i $T = 1$ oznacza jeden pełny cykl ruchu (ruch w górę i dół). Wszystkie symulacje przeprowadzono w zakresie $T = (0, 10)$. Częstotliwość z którą porusza się profil wybrano stałą: $f = 0.5$, a liczbę Strouhala (St) modyfikowano przez zmianę prędkości U_0 . Obliczenia wykonano na siatce numerycznej pokazanej na rysunku 1, z 256 węzłami w kierunku promieniowym i 256 węzłami w kierunku azymutalnym: (ξ, η) , $\xi = (\xi_1, \xi_1 + 2\pi)$, $\xi_1 = 0.2$ i $\eta = (0, 2\pi)$.

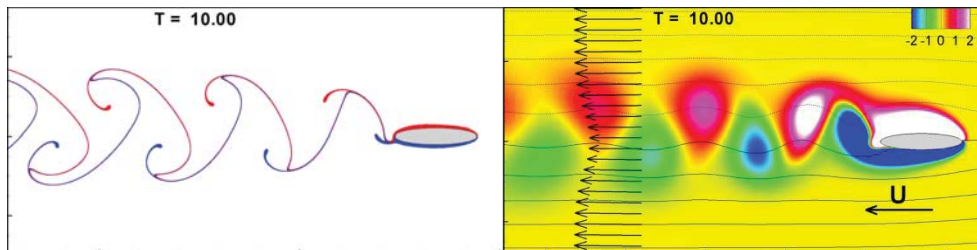


Rys. 2. Schemat profilu poruszającego się w płynie

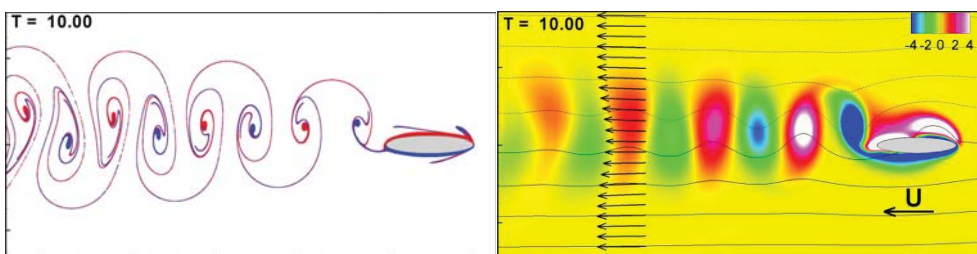
4. ŚCIEŻKI WIROWE ZA PROFILEM DLA $Re = 100$

Na rysunkach 3-7 przedstawiono różne typy ścieżek wirowych za profilem, który wykonywał ruch harmoniczny prosty. Po lewej stronie rysunków przedstawiono wizualizację za pomocą pasywnych markerów, które w każdym kroku czasowym umieszczano w bliskim sąsiedztwie ściany profilu (kolorem niebieskim oznaczono markery, które ułożone zostały na dolnej powierzchni, a kolorem czerwonym – markery na górnej powierzchni). Po prawej stronie rysunków zamieszczono pole wirowości wokół profilu i linie prądu.

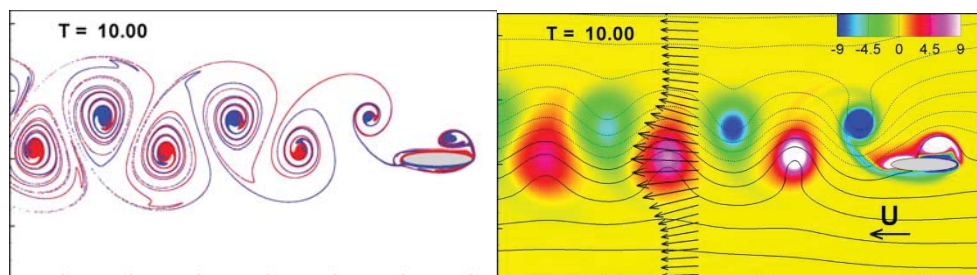
Dla liczby Reynoldsa $Re = 100$ i niewielkich amplitud oscylacji obserwuje się stacjonarne struktury wirowe. Wraz ze wzrostem amplitudy, struktury wirowe przestają być stacjonarne i odrywają się naprzemiennie ze ścian profilu tworząc ścieżkę wirową Karmana, rys. 3. Wirowość wytworzona poniżej (powyżej) osi symetrii profilu, pozostaje poniżej (powyżej) osi symetrii profilu. Położenie struktur wirowych w śladzie wywołuje stratę pędu i w rezultacie siłę oporu na profilu. Stratę pędu można łatwo wyśledzić badając uśredniony w czasie profil prędkości w śladzie aerodynamicznym.



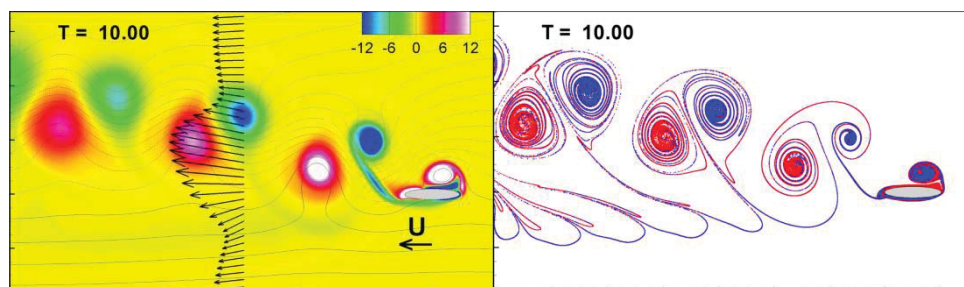
Rys. 3. Ścieżka wirowa Karman za profilem, $St = 0.6$ i $A_C = 0.25$. Po lewej stronie wizualizacja za pomocą pasywnych markerów, po stronie prawej zaprezentowano pole wirowości i linie prądu. Strzałki w śladzie za profilem oznaczają uśredniony w czasie profil prędkości. Strzałka w prawym dolnym rogu wskazuje kierunek i wartość prędkości U_0 . Taki typ ścieżki oznaczono przez \star na rysunku 8



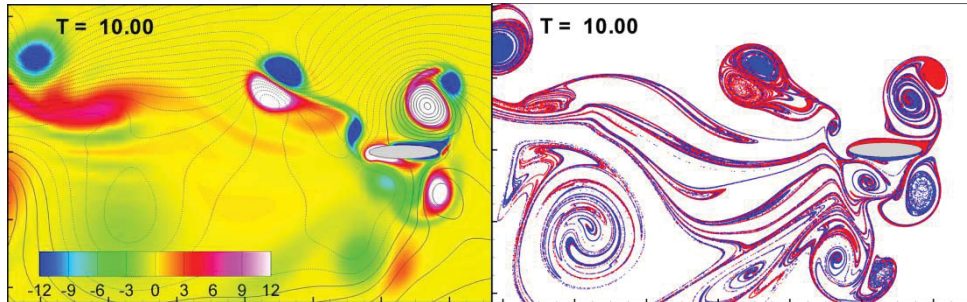
Rys. 4. Obszar przejściowy z wirowością skoncentrowaną w jednej linii za profilem, $St = 0.8$ i $A_C = 0.5$. Na rysunku 8 obszar przejściowy zaznaczono za pomocą \blacktriangle



Rys. 5. Generacja siły napędowej, $St=0.8$ and $A_C=0.75$. Odwróconą ścieżkę wirową Karmana oznaczono za pomocą \bullet



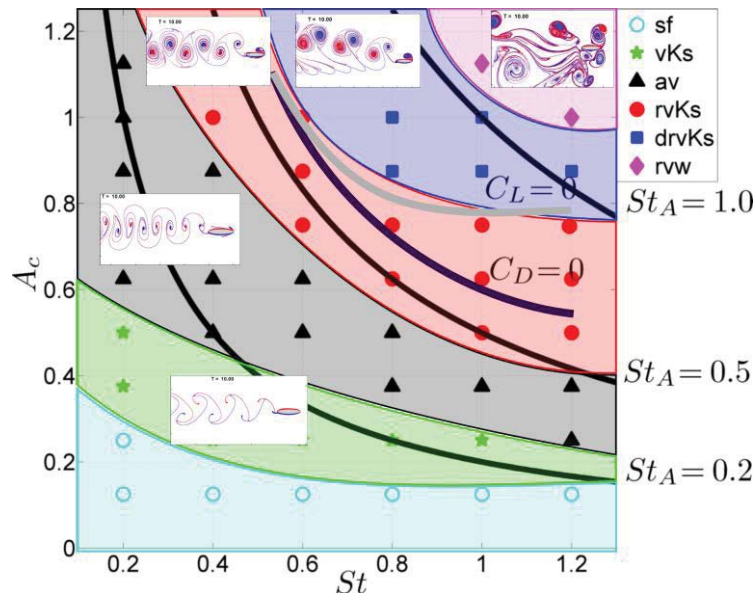
Rys. 6. Odchylona odwrócona ścieżka wirowa, $St = 0.8$ i $A_C = 1.0$. Odchylenie ścieżki w górę wywołuje powstawanie siły nośnej dodatniej. Na rysunku 8 oznaczono za pomocą \blacksquare



Rys. 7. Przypadkowe pole wirowości wokół profilu, $St = 1.2$, $A_C = 1.0$. Oznaczono za pomocą \blacklozenge na rys. 8

Dla ($St = 0.8$, $A_C = 0.5$) powstaje ścieżka wirowa, w której struktury wirowe o przeciwnej cyrkulacji układają się w linii symetrii profilu, rys. 4.

Dla wyższych wartości liczby Strouhala i amplitudy trzepotania ($St = 0.8$, $A_C = 0.75$), struktury wirowe zmieniają położenie w ścieżce (rys. 5), w porównaniu do klasycznej ścieżki Karmana. Struktury wirowe, które uformowały się z wirowości z górnego brzegu profilu, zmieniają położenie w śladzie aerodynamicznym i układają się po dolnej osi symetrii profilu. Zamianie położenia wirów towarzyszy przyrost pędu w śladzie wirowym i generacja siły napędowej. Taki typ ścieżki jest nazywany odwróconą ścieżką wirową Karmana [10].



Rys. 8. Zależność pomiędzy liczbą Strouhala St , bezwymiarową amplitudą A_C i typem obserwowanej ścieżki wirowej. Obliczenia numeryczne przeprowadzono dla liczby Reynoldsa $Re = 100$. Symbole na rysunku oznaczają kolejno: \circ - przepływ ustalony, \star - ścieżka wirowa Karmana, \blacktriangle - obszar przejściowy, \bullet - odwrócona ścieżka wirowa Karmana, \blacksquare - odchylona i odwrócona ścieżka wirowa Karmana, \blacklozenge - przypadkowe pole wirowe

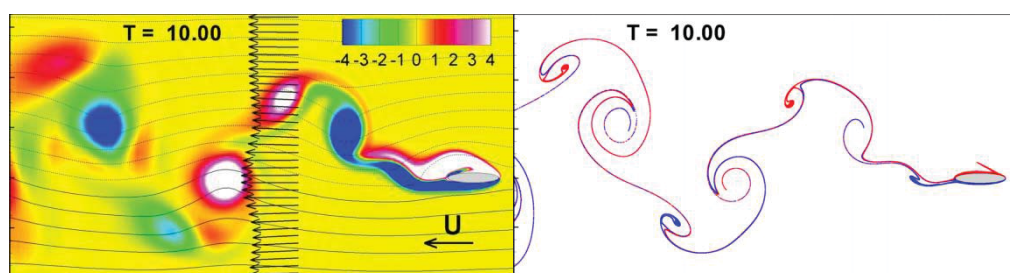
Dalsze zwiększanie amplitudy drgań i liczby Strouhala ($St = 0.8$, $A_C = 1.0$) prowadzi do wytworzenia asymetrii śladu i odchylenia ścieżki wirowej od osi profilu, rys. 6. Zjawisko odchylenia ścieżki wywołuje powstawanie siły nośnej [10,19]. Kierunek odchylenia ścieżki zależy od kierunku pierwszego wychylenia (górze lub dół) i determinuje kierunek działania siły nośnej (dodatni lub ujemny).

Do analizy zachowania ścieżki wirowej za profilem skonstruowano diagramy. Na rysunku 8, przedstawiono relację pomiędzy typem ścieżki wirowej, liczbą Strouhala St i bezwymiarową amplitudą drgań A_C . Zaznaczono również krzywą współczynnika siły nośnej i siły oporu, dla $C_L = 0$ i $C_D = 0$. Warto zwrócić uwagę, że odwrócona ścieżka wirowa Karmana nie wywołuje generacji siły nośnej w całym obszarze parametrów, w którym występuje.

Podobny diagram dla (St , A_C) otrzymano eksperymentalnie dla profilu wykonującego ruch drgający wraz ze zmianą kąta natarcia [7,8]. Jakościowa zgodność otrzymanych wyników numerycznych z wynikami eksperymentalnymi zaprezentowanymi w cytowanych pracach pozwala sądzić, że w podanym zakresie parametrów mechanizmy generacji siły nośnej i siły oporu będą podobne.

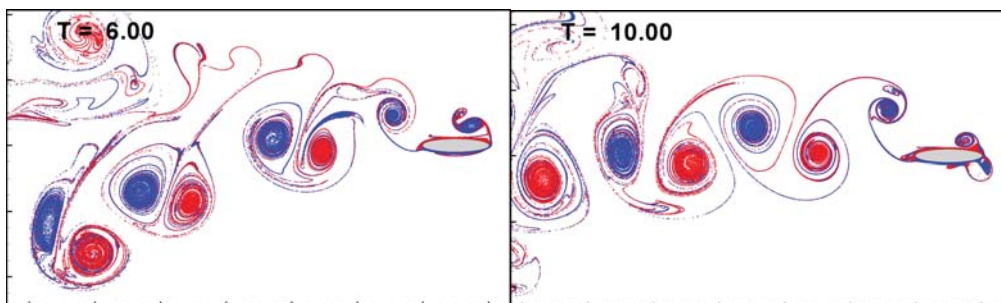
5. WPŁYW LICZBY REYNOLDSA

Aby sprawdzić wpływ liczby Re na formowanie śladu aerodynamicznego za profilem, wykonano obliczenia numeryczne dla liczb $Re = 250$ i $R = 500$ i skonstruowano diagramy fazowe. W podanym zakresie liczb Re , obserwowano dodatkowy typ śladu hydrodynamicznego, określane w literaturze jako ślad typu 2P (two vortex pairs), rys. 9. Omawianą ścieżkę wirową, zauważono również w zagadnieniu obracającego się walca [20] i także dla trzepoczącego profilu [22]. Symbol 2P oznacza, że podczas jednego pełnego cyklu (ruch w górze i w dół) powstają dwie struktury wirowe złożone z wirów o przeciwnych cyrkulacjach. Z badań eksperymentalnych wiadomo, że ten typ ścieżki wirowej może być kluczowy dla wytwarzania siły napędowej przez ryby [17].



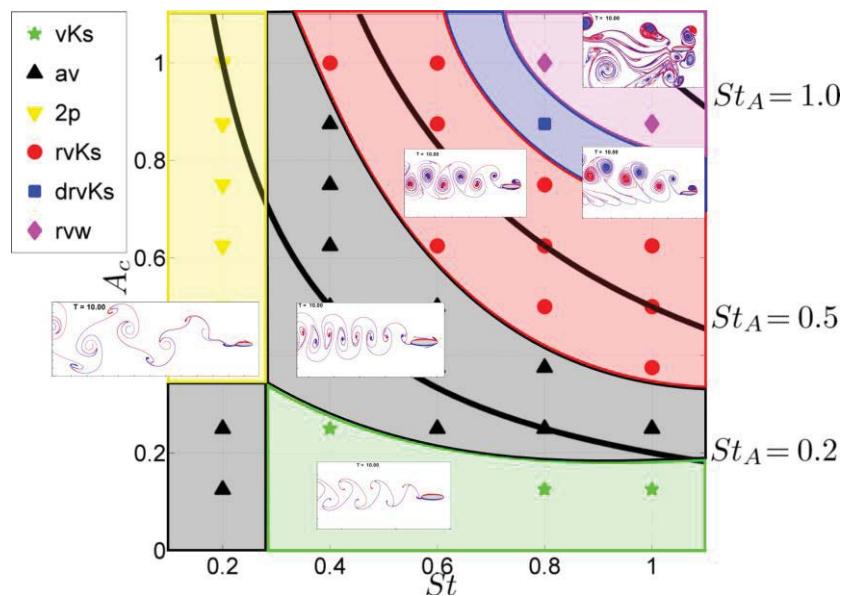
Rys. 9. Ścieżka wirowa typu 2P, $St = 0.2$, $A_C = 1.0$, $Re = 250$. Na diagramie zaprezentowanym na rysunku 10 oznaczono za pomocą ▼

Diagramy fazowe dla liczby Reynoldsa $Re = 250$ i $Re = 500$ przedstawiono na rysunku 10a i 10b. Z przedstawionych diagramów wynika, że wraz ze wzrostem liczby Reynoldsa obszar występowania odchylonej i odwróconej ścieżki wirowej (oznaczony za pomocą ■) zanika i dla liczby Reynoldsa $Re = 500$ nie występuje. Dla liczby Reynoldsa $Re = 500$ proces przejścia odwróconej ścieżki wirowej do nieuporządkowanego pola wirowego przebiega bezpośrednio (patrz rys. 10b). Oznacza to, że w omawianym zakresie parametrów, generacja siły nośnej wywołana odchyleniem ścieżki wirowej nie jest możliwa.



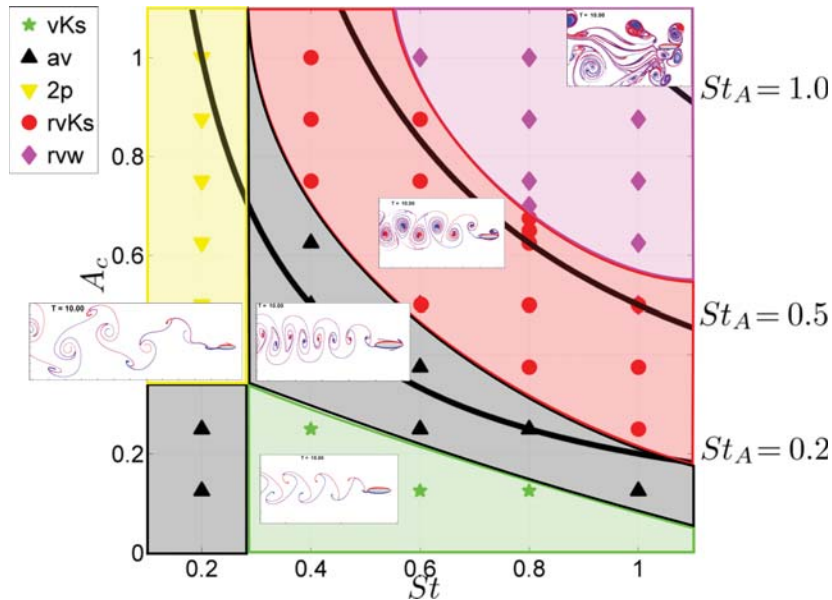
Rys.10. Efekt prostowania ścieżki wirowej wywołany zjawiskiem erupcji warstwy przyściennej, $St = 0.8$, $A_C = 0.675$, $Re=500$

a)



Rys. 11a. Zależność pomiędzy liczbą Strouhala St , bezwymiarową amplitudą A_C i typem obserwowanej ścieżki wirowej: a) $Re = 250$, b) $Re = 500$. Symbole na rysunku oznaczają kolejno: ▼ - ścieżka wirowa typu **2P**, ★ - ścieżka wirowa Karmana, ▲ - obszar przejściowy, ● - odwrócona ścieżka wirowa Karmana, ■ - odchylona odwrócona ścieżka wirowa Karmana, ◆ - przypadkowe pole wirowe

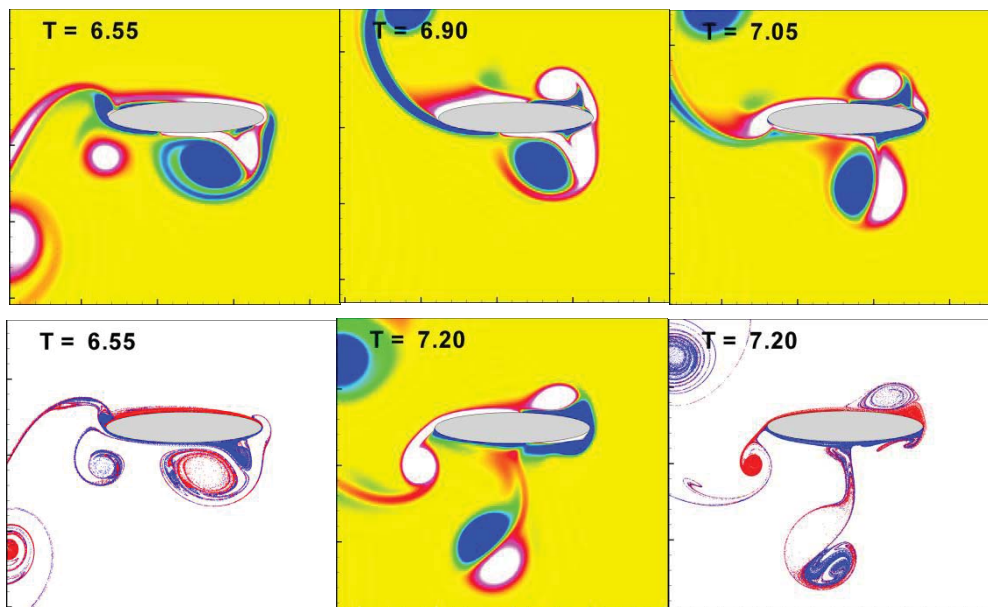
b)



Rys. 11b. Relacja pomiędzy liczbą Strouhala St , bezwymiarową amplitudą A_c i typem obserwowanej ścieżki wirowej

Wykonano dodatkowe obliczenia blisko linii, która oddziela obszar odwróconej ścieżki wirowej Karmana i obszar nieuporządkowanego pola wirowego (patrz rys. 10) i nie zaobserwowano odchylenia ścieżki wirowej po dziesięciu pełnych cyklach ruchu profilu. Odchylenie ścieżki wirowej może występować w początkowych cyklach jako stan przejściowy, następnie ścieżka wirowa zostaje wyprostowana, rys. 10.

W badanym obszarze parametrów, efekty aerodynamiczne zdominowane są przez zjawisko nagłej separacji i erupcji warstwy przyściennej ze ściany profilu. Przez erupcję warstwy przyściennej rozumie się nagłe wyrzucenie porcji płynu z obszarów przyściennych daleko do wnętrza przepływu. Zjawisko zainicjowane jest przez strukturę wirową, która powstaje na krawędzi natarcia profilu. Taka struktura powstaje w każdym cyklu dwukrotnie (przy ruchu w górę i w dół, patrz rysunki 3-7) i nosi nazwę: wiru krawędzi natarcia (leading edge vortex). Jeśli intensywność wiru krawędzi natarcia jest wystarczająco duża, blisko ściany powstaje wir o przeciwnej cyrkulacji, patrz rys. 12, ramka $T = 6.55$. Oba wiry tworzą strukturę wirową, przypominającą dipol, która transportuje część płynu z obszarów przyściennych do wnętrza przepływu, ramki $T = 7.20$ na rysunku 12. Dynamika zjawiska erupcji warstwy przyściennej wzrasta wraz z liczbą Re . Szczegółowy opis omawianego zjawiska znaleźć można w pracach [6,14]. Zjawisko erupcji prowadzi do utraty odchylenia ścieżki wirowej, wyprostowania śladu wirowego i tym samym do zaniku siły nośnej.



Rys. 12. Zjawisko wybuchu warstwy przyściennej na ruchomym profilu, $Re = 500$, $St = 0.8$, $AC = 0.675$.
Na rysunku zaprezentowano obraz pola wirowości i pasywnych markerów

Brak możliwości odchylenia ścieżki wirowej i generacji siły nośnej, powoduje ograniczone możliwości utrzymania własnego ciężaru ptaków i owadów podczas lotu, jak również obniża możliwości manewrowe.

Na podstawie obserwacji zwierząt latających w pracy [25] podaje się, że optymalny zakres liczb St_A (czwarty wzór w równaniu (4)) dla ptaków i owadów, mieści się w zakresie $St_A = 0.2 - 0.5$. W pracy eksperymentalnej [2] wykazano, że najwyższą efektywność ruchu trzepoczącego otrzymuje się w zakresie $St_A = 0.2 - 0.4$. Na rysunku 8 i 11 naniesiono krzywe stałej wartości liczb St_A . Dla ruchu harmonicznego prostego, badanego w obecnej pracy, obszar liczb Strouhala, w którym występuje generacja siły napędowej i siły nośnej zależy od liczby Reynoldsa. Dla liczby Reynoldsa $Re = 100$ siła nośna i siła napędowa występuje w zakresie $St_A = 0.6 - 1.1$ (podobny zakres zaobserwowano dla profilu, który może się swobodnie poruszać [23]). Wraz ze wzrostem liczby Reynoldsa obszar występowania siły nośnej i siły napędowej przesuwa się na diagramie i dla liczby Reynoldsa $Re = 500$ zawiera zakres optymalnych liczb Strouhala St_A obserwowany w naturze.

6. PODSUMOWANIE

W pracy wykorzystano metodę cząstek wirowych typu „wir w komórce” do badań efektów aerodynamicznych właściwych dla ruchu harmonicznego prostego. Uznano, że dwuwymiarowe uproszczenie pozwoli uchwycić fundamentalne zjawiska dla generacji siły nośnej i siły napędowej. Pomimo dwuwymiarowego modelu, dynamika pola wirowości wokół ruchomego profilu jest bardzo różnorodna i pozwala lepiej zrozumu-

mieć nieliniową naturę zjawisk właściwych dla ruchu trzepoczącego. Dla wybranych parametrów ruchu profilu otrzymano całą gamę różnych typów ścieżek wirowych za profilem. Zbudowano na płaszczyźnie parametrów (St, A_c) diagram, który umożliwia w łatwy sposób określenie typu ścieżki wirowej, na podstawie podstawowych parametrów ruchu. Pokazano, że diagram określający typ ścieżki wirowej modyfikuje się wraz ze zmianą liczby Reynoldsa. Odchylenie ścieżki wirowej powoduje generację siły nośnej. Wykazano numerycznie, że odchylona ścieżka wirowa jest bardzo wrażliwa na dynamiczne zjawiska przepływowe zachodzące w pobliżu profilu. Wzrost liczby Reynoldsa powoduje erupcyjny charakter transportu skoncentrowanej porcji wirowości z obszarów przyściennych do wnętrza przepływu. Tak wyprodukowana wirowość niszczy asymetrię ścieżki wirowej za ciałem, powodując prostowanie śladu hydrodynamicznego i zanik siły nośnej. Ograniczone zostają zdolności manewrowe obiektu, którego elementem napędzającym jest ruch trzepoczący. Zaprezentowane wyniki badań numerycznych są jakościowo zgodne z wynikami eksperymentalnymi zamieszczonymi w pracach [7,8] mimo, że wybrano znacznie mniejszą liczbę Reynoldsa i uproszczono ruch trzepoczący do ruchu harmonicznego prostego.

LITERATURA

- [1] **Anderson CH., R., Reider M., B.:** *A High Order Explicit Method for the Computation of Flow about a Circular Cylinder*, J. Comp. Phys., 125, 1996.
- [2] **Anderson J., M., Streitlien K., Barret D., S., Triantafyllou M., S.:** *Oscillating foils of high propulsive efficiency*, J. Fluid. Mech, 360, 1998.
- [3] **Becerra Sagredo:** *Moment conserving Cardinal Splines Interpolation of Compact Support for Arbitrarily Spaced Data*, Research Report No. -10 Zurich Switzerland, 2003.
- [4] **Cebeci T., Platzer M., Chen H., Chang K-H, Shao J. P.:** *Analysis of Low-Speed Unsteady Airfoil Flows*, Springer, 2005.
- [5] **Cottet G-H., Koumoutsakos P.:** *Vortex Methods Theory and Practice*, Cambridge University Press, Cambridge, 2000.
- [6] **Doligalski T., L., Smith C., R., Walker J., D., A.:** *Vortex Interactions with Walls*, Annu. Rev. of Fluid Mech., 26, 1994.
- [7] **Godoy-Diana R., Aider J-L., Wesfreid J., E.:** *Transitions in the wake of a flapping foil* Physical Review E, 77, 2008.
- [8] **Godoy-Diana R., Marais C., Aider J-L., Wesfreid J., E.:** *Model for the symmetry breaking of the reverse Benardvon Karman vortex street produced by flapping foil* J. Fluid Mech., 622, 2009.
- [9] **Gustafson K., E., Leben R., Freymuth P.:** *Visualization and computation of hovering mode*, Vortex methods and vortex motion, 1991.
- [10] **Jones K., D., Dohring C., M., Platzer M., F.:** *Wake Structures Behind Plunging Airfoils: A Comparison of Numerical and Experimental Results*, AIAA, 1996.
- [11] **Koumoutsakos P., Leonard A., Pepin F.:** *Boundary conditions for Viscous Vortex Methods*, J. Comp. Phys., 113, 1994.
- [12] **Koumoutsakos P., Leonard A.:** *High-resolution simulations of flow around an impulsively started cylinder using vortex method*, J. Fluid Mech., 296, 1995.
- [13] **Kudela H., Kozłowski T.:** *Vortex in cell method for exterior problems*, J. Theor. Appl. Mech., 47, 2009.
- [14] **Kudela H., Malecha Z., M.:** *Eruption of a boundary layer induced by a 2D vortex patch*, Fluid Dyn. Res., 41, 2009.

- [15] **Lentink D., Muijres F., T., Donker-Duyvis F., J., van Leeuwen J., L.:** *Vortex-wake interactions of a flapping foil that models animal swimming and flight*, J. Exp. Biol., 211, 2008.
- [16] **Lewin G., C., Haj-Hariri H.:** *Modelling thrust generation of a two-dimensional heaving airfoil in a viscous flow*, J. Fluid. Mech., 492, 2003.
- [17] **Müller U., K., Van den Boogaart J., G., M., Van Leeuwen J., L.:** *Flow patterns of larval fish: undulatory swimming in the intermediate flow regime*, J. Exp. Biol. 211, 2008.
- [18] **Peskin Ch., S., Miller L., A.:** *When vortices stick: an aerodynamic transition in tiny insect flight*, J. Exp. Biol., 207, 2004.
- [19] **Plätzer M. F., Jones K. D.:** *The Unsteady Aerodynamics of Flapping-Foil Propellers*, 9th International Symposium on Unsteady Aerodynamics, Aeroacoustics and Aeroelasticity of Turbomachines, Ecole Centrale de Lyon, Lyon, France, 2000.
- [20] **Ponta F., L., Aref H.:** *Numerical experiments on vortex shedding from an oscillating cylinder*, J. Fluids and Struct., 22, 2006.
- [21] **Sane S., P.:** *The aerodynamics of insect flight*, J. Exp. Biol. 206, 2003.
- [22] **Schnipper T., Andersen A., Bohr T.:** *Vortex wakes of a flapping foil* J. Fluid Mech., 633, 2009.
- [23] **Shelley M., J., Alben S.:** *Coherent locomotion as an attracting state for a free flapping body* PNAS, 102, 2005.
- [24] **Shyy W., Lian Y., Tang J., Viieru D., Liu H.:** *Aerodynamics of Low Reynolds Number Flyers* Dover Publications, Dover Publications, Cambridge University Press, 2008.
- [25] **Taylor G., K.:** *Flying and swimming animals cruise at a Strouhal number tuned for high power efficiency*, Nature, 425, 2003.
- [26] **Thomas J., W.:** *Numerical Partial Differential Equations: Finite Difference Methods*, Springer, 1995.
- [27] **Wang Z., J.:** *Efficient Implementation of the Exact Numerical Far field Boundary Condition for Poisson Equation on an Infinite Domain*, J. Comp. Phys. 153, 1999.
- [28] **Wang Z., J.:** *The role of drag in insect hovering* J. Exp. Biol., 207, 2004.
- [29] **Wang, Z. J., Birch, J. M., Dickinson, M. H.:** *Unsteady forces and flows in low Reynolds number hovering flight: two-dimensional computations vs robotic wing experiments*, J. Exp. Biol., Vol. 207, 2007.
- [30] **Wang Z., J.:** *Vortex shedding and frequency selection in flapping flight*, J. Fluid Mech., 410, 2000.
- [31] **Weinan E., Jian-Guo Liu:** *Vorticity Boundary conditions and Related Issues for Finite Difference schemes*, J. Comp. Phys. 124, 66, 1996.
- [32] **Wu J. C.:** *Theory for aerodynamics force and moment in viscous flows* AIAA, 19, 1981.
- [33] **Wu J. Z., Ma H.Y., Zhou M.D.:** *Vorticity and Vortex Dynamics*, Springer, 2005.