

**Paweł GUTOWSKI\*, Mariusz LEUS\***

## **ANALIZY PORÓWNAWCZE WPŁYWU DRGAŃ STYCZNYCH POPRZECZNYCH I WZDŁUŻNYCH NA SIŁĘ TARCIA W RUCHU ŚLIZGOWYM**

### **THE COMPARATIVE ANALYSES OF THE INFLUENCE OF TANGENTIAL TRANSVERSE AND LONGITUDINAL VIBRATIONS ON FRICTION FORCE IN SLIDING MOTION**

#### **Słowa kluczowe:**

redukcja siły tarcia, drgania

#### **Key words:**

reduction of friction force, vibrations

#### **Streszczenie**

W pracy przedstawiono oryginalny model obliczeniowy do analizy wpływu drgań stycznych poprzecznych na siłę tarcia w ruchu ślizgowym. Model ten oprogramowano w środowisku Matlab/Simulink i wykorzystano w obliczeniach symulacyjnych zmian siły tarcia pod wpływem drgań wymuszonych podłoża. Podobne analizy przeprowadzono przy wymuszeniu w kierunku zgodnym z kierunkiem realizowanego przesuwu. Uzyskano bardzo dobrą zgodność z wynikami badań doświadczalnych.

---

\* Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie, Wydział Inżynierii Mechanicznej i Mechatroniki, Katedra Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn, 70-310 Szczecin, al. Piastów 19, e-mail: pawel.gutowski@zut.edu.pl; e-mail: mariusz.leus@zut.edu.pl.

## WPROWADZENIE

Wpływ drgań na zmianę siły tarcia w ruchu ślizgowym znany jest i wykorzystywany przez człowieka od wielu lat. Jednak mechanizm tego zjawiska jest jeszcze nie w pełni poznany i opisany. W literaturze można znaleźć dużo publikacji, w których prowadzone są analizy oddziaływania drgań stycznych wzdłużnych i drgań normalnych do powierzchni poślizgu na siłę tarcia. Stosunkowo uboga jest natomiast literatura odnośnie do wpływu drgań poprzecznych na tę siłę. Najciekawsze analizy doświadczalne tego zagadnienia można znaleźć w pracy Storka i in. [L. 1], a analizy teoretyczne w pracy Tsaia i Tsenga [L. 2].

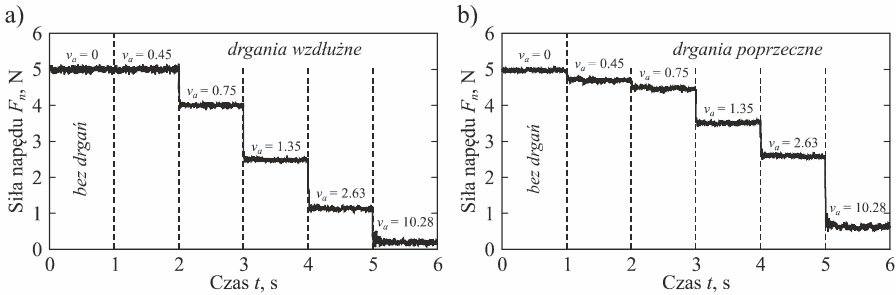
W niniejszej pracy przedstawione zostały wyniki doświadczalnych i symulacyjnych badań oddziaływania drgań stycznych wzdłużnych i drgań stycznych poprzecznych na siłę napędu i siłę tarcia w ruchu ślizgowym. Badania doświadczalne przeprowadzone zostały na oryginalnym stanowisku badawczym w całości zaprojektowanym przez autorów niniejszej pracy. Opis tego stanowiska można znaleźć w pracy [L. 3]. Badania symulacyjne wykonano z wykorzystaniem oryginalnych modeli obliczeniowych, również w całości opracowanych przez autorów pracy. Uzyskano bardzo dobrą zgodność tych wyników z wynikami badań doświadczalnych.

## BADANIA DOŚWIADCZALNE

Przeprowadzone analizy doświadczalne wykazały, że kierunek drgań stycznych ma istotny wpływ na poziom redukcji siły napędu niezbędnej do wprawienia ciała w ruch ślizgowy i utrzymania tego ruchu. Siła ta utożsamiana jest ze średnią siłą tarcia w obszarze styku. Na **Rys. 1** przedstawiono przykładowe wykresy porównawcze ilustrujące to zjawisko. Badania przeprowadzono na styku suchym, przy drganiach o częstotliwości  $f = 3000$  Hz. Prędkość napędu wynosiła  $v_n = 0,5$  mm/s. W badanej parze czarnej zarówno próbka dolna, wprawiana w ruch drgający, jak i próbka górna – przesuwana, wykonane były ze stali C45. Parametr  $R_a$  chropowatości powierzchni próbki dolnej wynosił  $0,72 \mu\text{m}$ , zaś próbki górnej  $0,26 \mu\text{m}$ . Nominalna powierzchnia styku wynosiła  $S = 1200 \text{ mm}^2$ , zaś naciski normalne na tej powierzchni  $p_n = 0,022 \text{ N/mm}^2$ .

Z przeprowadzonych badań wynika, że w przypadku drgań wzdłużnych istnieje wyraźna graniczna wartość amplitudy prędkości drgań  $v_a$ , poniżej której zjawisko redukcji siły napędu nie zachodzi. Granicę tę stanowi wartość prędkości napędu  $v_n$ . Warunkiem koniecznym redukcji siły napędu przy drganiach stycznych wzdłużnych jest spełnienie zależności  $v_a > v_n$ . W przypadku drgań poprzecznych ograniczenie takie nie występuje. Przy tych drganiach redukcja siły napędu, przy przesuwie danego ciała po drgającym podłożu, występuje także przy amplitudzie prędkości drgań znacznie mniejszej od prędkości napędu, a więc także dla  $v_a < v_n$ .

Przy dużych amplitudach prędkości drgań w stosunku do prędkości napędu poziom redukcji siły napędu, przy drganiach stycznych wzdłużnych, jest jednak znacznie większy niż przy drganiach stycznych poprzecznych.



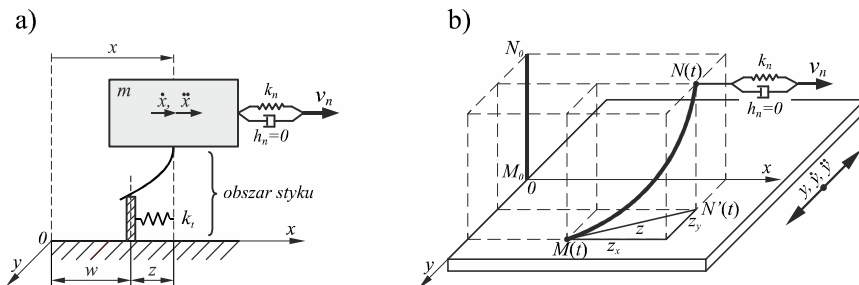
**Rys. 1. Wpływ amplitudy prędkości drgań na siłę napędu w ruchu ślizgowym: a) drgania poprzeczne, b) drgania wzdłużne;  $f = 3000 \text{ Hz}$ ,  $v_n = 0,5 \text{ mm/s}$ ,  $p_n = 0,022 \text{ N/mm}^2$**   
 Fig. 1. The influence of amplitude of vibration velocity on driving force in sliding motion: a) transverse vibrations, b) longitudinal vibrations;  $f = 3000 \text{ Hz}$ ,  $v_n = 05 \text{ mm/s}$ ,  $p_n = 0.022 \text{ N/mm}^2$

**MODELE OBLICZENIOWE**

Analizy symulacyjne przeprowadzono, wykorzystując oryginalne modele obliczeniowe. Modele do analizy wpływu drgań stycznych wzdłużnych opisane są w pracach [L. 4, 5]. W pierwszej z nich opisany jest model do analiz kinematycznych, zaś w drugiej – model do analiz dynamicznych. W modelach tych siłę tarcia wyznacza się, korzystając z modelu tarcia Dahla [L. 6], a więc z zależności:

$$F_T = k_t \cdot z \tag{1}$$

gdzie:  $k_t$  – współczynnik podatności styku w kierunku stycznym,  
 $z$  – odkształcenie sprężyste chropowatości (**Rys. 2**).



**Rys. 2. Sprężyste odkształcenie występów chropowatości styku przesuwanego ciała i drgającego podłoża: a) widok w kierunku prostopadłym do przesuwu, b) przestrzenne położenie punktów M i N początku i końca występów chropowatości**  
 Fig. 2. Elastic deflection of contact surface asperities of sliding body and vibrating foundation: a) the view in direction perpendicular to the motion, b) the spatial position of the ends M and N of lumped asperity

W modelu Dahla zakłada się, że szybkość odkształcenia sprężystego występów chropowatości wyraża się zależnością:

$$\frac{dz}{dt} = v_r \cdot \left[ 1 - \frac{k_r}{F_C} \cdot \text{sgn}(v_r) \cdot z \right]^a \quad (2)$$

gdzie:  $v_r$  – prędkość ruchu względnego końca chropowatości względem podłoża,

$F_C$  – siła tarcia Coulomba,  $F_C = \mu \cdot N$ .

Powyższą zależność wykorzystano również w opisanym poniżej modelu kinematycznym do analizy wpływu drgań poprzecznych na siłę tarcia. W modelu tym zmiany odkształcenia sprężystego z występów chropowatości przedstawia się jako wynik złożenia ruchu punktów  $M$  i  $N$  (**Rys. 3**) oznaczających koniec i początek belkowego elementu zastępczego modelującego odkształcalną strefę styku przesuwanego ciała i podłoża.

Odształcenie sprężyste  $z$  mierzone jest w płaszczyźnie styku przesuwanego ciała z podłożem – płaszczyzna  $Oxy$ . Przedstawia je odcinek  $\overline{MN'}$  (**Rys. 2b**), gdzie  $N'$  jest rzutem punktu  $N$  na tę płaszczyznę, a więc  $N'_x(t) = N_x(t)$  i  $N'_y(t) = N_y(t)$ . W każdej chwili ruchu przesuwanego ciała punkty  $M$  i  $N$  zmieniają swoje położenie. Zakłada się przy tym, że znana jest prędkość napędu  $v_n$  oraz równanie ruchu drgającego podłoża  $y = y(t)$ . W pracy przyjęto:

$$y = u_0 \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (3)$$

gdzie:  $u_0$  – amplituda drgań podłoża,

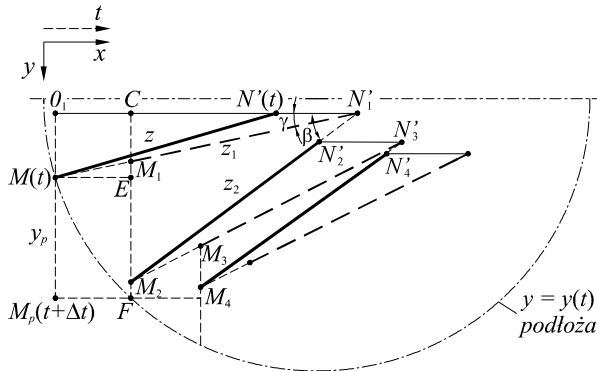
$\omega$  – częstość kołowa drgań,  $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$ .

Odształcenie sprężyste  $z$  chropowatości w dowolnej chwili można przedstawić za pomocą współrzędnych punktów  $M$  i  $N'$  na płaszczyźnie  $Oxy$  (podobnie zrobili Tsai i Tseng [**L. 2**]), a więc:

$$z(t) = \sqrt{[N'_x(t) - M_x(t)]^2 + [M_y(t) - N'_y(t)]^2} \quad (4)$$

gdzie:  $M(t) = (M_x(t), M_y(t))$ ,  $N'(t) = (N'_x(t), N'_y(t))$ .

W każdej chwili  $\Delta t$  odbywają się równocześnie dwa ruchy. W pierwszym z nich następuje przemieszczenie  $\overline{MN'}$  do  $\overline{M_1N'_1}$ , zaś w drugim przemieszczenie  $\overline{M_1N'_1}$  do  $\overline{M_2N'_2}$  (**Rys. 3**).



**Rys. 3. Zmiany odkształcenia sprężystego z w kolejnych fazach ruchu ślizgowego**  
 Fig. 3. Changes of elastic deflection z in successive phases of sliding motion

Ruch pierwszy wywołany jest ruchem napędu wzdłuż zadanej osi x. W jego wyniku punkt N przemieści się do położenia N<sub>1</sub>, a jego rzut pionowy N', na płaszczyźnie Oxy, do N'<sub>1</sub>. Wierzchołek chropowatości M przemieści się wzdłuż linii MN'<sub>1</sub> do punktu M<sub>1</sub> (Rys. 3).

Prędkość ruchu względnego występow chropowatości v<sub>r1</sub> (prędkość punktu N') w tym ruchu można wyrazić zależnością:

$$v_{r1} = \frac{\overline{MN'_1} - \overline{MN'}}{\Delta t} = \frac{\overline{MN'_1} - z(t)}{\Delta t} \tag{5}$$

Prędkość ta skierowana jest wzdłuż prostej MN'<sub>1</sub>, a więc jej kierunek względem osi x określa kąt γ

Punkt N'<sub>1</sub> ma współrzędne N'<sub>1x</sub> = N'<sub>1x</sub>(t + Δt) = N'<sub>x</sub>(t) + v<sub>n</sub> · Δt i N'<sub>1y</sub> = N'<sub>1y</sub>(t + Δt) = N'<sub>y</sub>(t), stąd długość  $\overline{MN'_1}$  można wyrazić zależnością:

$$\overline{MN'_1} = \sqrt{[N'_x(t) + v_n \cdot \Delta t - M_x(t)]^2 + [M_y(t) - N'_y(t)]^2} \tag{6}$$

Odształcenie sprężyste z<sub>1</sub> występow chropowatości w tej fazie ruchu wyznaczyć można z zależności (2). Przy założeniu, że wykładnik potęgi a w tym równaniu ma wartość równą 1, mamy:

$$z_1 = z + \Delta z = z + v_{r1} \cdot \left[ 1 - \frac{k_t}{F_C} \cdot \text{sgn}(v_{r1}) \cdot z \right] \cdot \Delta t \tag{7}$$

Znając wartość  $z_1$ , można wyznaczyć położenie punktu  $M_1$ , gdyż  $z_1 = \overline{M_1 N'_1}$ . Punkt ten ma współrzędne  $M_{1x}(t + \Delta t) = N'_{1x}(t + \Delta t) - z_1 \cdot \cos \gamma$  i  $M_{1y}(t + \Delta t) = N'_{1y}(t + \Delta t) + z_1 \cdot \sin \gamma$ , gdzie:

$$\cos \gamma = \frac{\overline{0_1 N'_1}}{\overline{MN'_1}} \quad \text{i} \quad \sin \gamma = \frac{\overline{0_1 M}}{\overline{MN'_1}} \quad (8)$$

gdzie, z kolei:

$$\overline{0_1 N'_1} = N'_{1x}(t + \Delta t) - M_x(t) \quad (9)$$

Równocześnie z ruchem przesuwanego ciała wywołanym napędem (przemieszczenie  $N$  do  $N_1$  i  $M$  do  $M_1$ ) występuje ruch tego ciała spowodowany drganiami podłoża. W wyniku tego ruchu koniec występów chropowatości  $M$  przemieszcza się z położenia  $M_1$  do  $M_2$ , a koniec  $N$  z położenia  $N_1$  do  $N_2$ , a co się z tym wiąże jego rzut pionowy z położenia  $N'_1$  do  $N'_2$ .

Ruch drgający podłoża opisany jest zależnością (3). Koniec  $M$  chropowatości nie jest jednak na stałe związany z podłożem, lecz ślizga się po nim. Stąd jego przemieszczenie  $y_M$  wzdłuż osi  $y$ , wywołane ruchem drgającym, stanowi tylko część przemieszczenia  $y_p$  podłoża w tym kierunku:

$$y_M = \eta \cdot y_p \quad (10)$$

gdzie:  $\eta$  – współczynnik przeniesienia drgań.

Na początku kolejnego przedziału czasu  $\Delta t$  umowny punkt styku podłoża z przesuwanym ciałem znajduje się w punkcie  $M$ . Przemieszczenie  $y_p$  podłoża w czasie  $\Delta t$  równe jest:

$$y_p = u_0 \cdot [\sin(\omega \cdot (t + \Delta t)) - \sin(\omega \cdot t)] \quad (11)$$

Przemieszczenie to odpowiada odległości  $EF$  na **Rys. 3**. Jednak wierzchołek  $M$  chropowatości znajduje się w wyniku pierwszej fazy ruchu nie w punkcie  $E$ , lecz w punkcie  $M_1$ . Jego przemieszczenie w kierunku osi  $y$  wynosi więc  $M_1 M_2 = \eta \cdot EF$ . Na **Rys. 3** przyjęto, że  $\eta = 1$ . Końcowe odkształcenie sprężyste chropowatości po tej fazie ruchu, po upływie czasu  $\Delta t$  wyniesie:

$$z(t + \Delta t) = z_2 = z_1 + \Delta z_1 = z_1 + v_{r2} \cdot \left[ 1 - \frac{k_t}{F_C} \cdot \text{sgn}(v_{r2}) \cdot z_1 \right] \cdot \Delta t \quad (12)$$

Prędkość  $v_{r2}$  skierowana jest wzdłuż prostej  $N'_1M_2$ . Jej kierunek względem osi  $Ox$  określa kąt  $\beta$  (**Rys. 3**), a wartość można obliczyć z zależności:

$$v_{r2} = \frac{\overline{N'_1M_2} - \overline{N'_1M_1}}{\Delta t} = \frac{\overline{N'_1M_2} - z_1(t)}{\Delta t} \quad (13)$$

gdzie:

$$\overline{N'_1M_2} = \sqrt{[N'_{1x}(t + \Delta t) - M_{2x}(t + \Delta t)]^2 + [M_{2y}(t + \Delta t) - N'_{1y}(t + \Delta t)]^2} \quad (14)$$

Współrzędne punktu  $M_2(t + \Delta t)$  wynoszą:

$$M_{2x}(t + \Delta t) = M_{1x}(t + \Delta t) = N'_1(t) + v_n \cdot \Delta t - z_1 \cdot \cos \gamma \quad (15)$$

$$\begin{aligned} M_{2y}(t + \Delta t) &= M_{1y}(t + \Delta t) + \eta \cdot EF = \\ &= N'_{1y}(t) + z_1 \cdot \sin \gamma + \eta \cdot u_0 \cdot [\sin(\omega \cdot (t + \Delta t)) - \sin(\omega \cdot t)] \end{aligned} \quad (16)$$

Znając wartość  $z_2$  i kąt  $\beta$ , można wyznaczyć końcowe położenie  $N'_2$  punktu  $N'$  po czasie  $\Delta t$ , gdyż  $z_2 = \overline{M_2(t + \Delta t)N'_2(t + \Delta t)}$ . Punkt ten ma współrzędne:

$$N'_{2x}(t + \Delta t) = M_{2x}(t + \Delta t) + z_2 \cdot \cos \beta \quad (17)$$

$$N'_{2y}(t + \Delta t) = M_{2y}(t + \Delta t) - z_2 \cdot \sin \beta \quad (18)$$

Wartości  $\sin \beta$  i  $\cos \beta$  można łatwo wyznaczyć na podstawie **Rys. 3**. W kolejnych przedziałach czasu ( $2 \Delta t$ ,  $3 \Delta t$ , ...,  $n \Delta t$ ) cykl opisany równaniami (4)–(18) powtarza się.

Chwilową wartość siły tarcia  $F_T$  po upływie czasu  $\Delta t$  wyznacza się, zgodnie z modelem Dahla z zależności (1). Składowe tej siły wzdłuż osi  $Ox$  i  $Oy$  wynoszą odpowiednio:

$$F_{Tx} = k_t \cdot z_x(t + \Delta t) = k_t \cdot z(t + \Delta t) \cdot \cos \beta \quad (19)$$

$$F_{Ty} = k_t \cdot z_y(t + \Delta t) = k_t \cdot z(t + \Delta t) \cdot \sin \beta \quad (20)$$

Średnia wartość siły  $\overline{F_{Tx}}$  wzdłuż osi  $Ox$ , w czasie jednego okresu drgań, odpowiada wartości siły napędu niezbędnej do wprawienia ciała w ruch ślizgowy i utrzymania tego ruchu. Wartość tę można wyznaczyć z zależności:

$$\overline{F_{Tx}} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n F_{Tx_i}(t + \Delta t_i) \quad (21)$$

gdzie  $n$  jest liczbą przedziałów czasowych, na jakie został podzielony jeden okres drgań:

$$n = \frac{T}{\Delta t} = \frac{1}{f \cdot \Delta t} \quad (22)$$

Porównując wartość tej siły z siłą tarcia Coulomba  $F_C$ , można wyznaczyć współczynnik redukcji siły napędu wywołanej wprowadzonymi drganiami:

$$r = \frac{\overline{F_{Tx}}}{F_C} \quad (23)$$

Wykorzystując podane wyżej zależności, opracowano w środowisku Matlab/Simulink model obliczeniowy do analizy wpływu drgań stycznych poprzecznych podłoża na siłę tarcia i siłę napędu w ruchu ślizgowym.

## ANALIZY SYMULACYJNE I ICH DOŚWIADCZALNA WERYFIKACJA

W przeprowadzonych analizach symulacyjnych i odpowiadających im badaniach doświadczalnych przyjęto następujące dane: prędkość napędu  $v_n = 0,5$  mm/s, częstotliwość drgań wymuszonych podłoża  $f = 3000$  Hz, masa przesuwanego ciała  $m = 2,6$  kg. Chropowatość stykających się powierzchni próbki górnej i dolnej były takie same jak w poprzednich badaniach. Współczynnik sztywności kontaktowej stycznej podłoża wynosił:  $k_t = 67,29$  N/ $\mu$ m. Zmianę amplitudy prędkości drgań  $v_a$  w badaniach doświadczalnych uzyskiwano poprzez zmianę amplitudy  $u_0$  drgań wymuszonych.

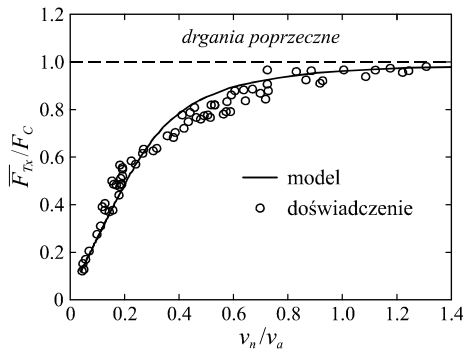
Jako miarę dobroci dopasowania modelu do wyników badań doświadczalnych przyjęto wartość odchylenia średniokwadratowego  $\hat{\sigma}$  współrzędnych punktów wyznaczonych doświadczalnie ( $y_d$ ) względem punktów wygenerowanych na podstawie opracowanego modelu ( $y_m$ ). Wartość tę wyznaczano z zależności:



$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (y_d - y_m)^2} \quad (24)$$

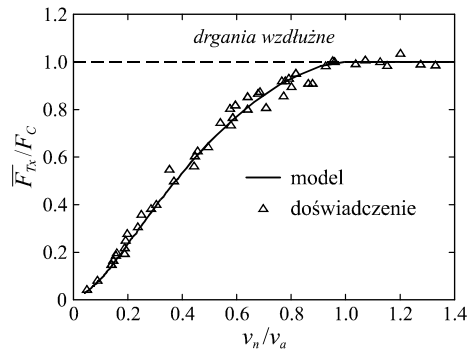
gdzie:  $n$  – liczba punktów pomiarowych.

Na **Rys. 4 i 5** przedstawiono wyniki badań symulacyjnych i odpowiadające im wyniki badań doświadczalnych. Wyniki przedstawione na **Rys. 4** odnoszą się do ruchu ślizgowego realizowanego w obecności drgań poprzecznych, zaś wyniki na **Rys. 5** do ruchu przy drganiach wzdłużnych. W przypadku drgań poprzecznych najlepszą zgodność modelu z wynikami badań doświadczalnych uzyskano, przyjmując wartość współczynnika przeniesienia drgań  $\eta = 0,705$ . Dla tej wartości współczynnika  $\eta$  uzyskano najmniejszą wartość odchylenia średniokwadratowego wynoszącą  $\hat{\sigma} = 0,055$ . W przypadku drgań wzdłużnych zgodność jest jeszcze lepsza,  $\hat{\sigma} = 0,031$ .



**Rys. 4.** Porównanie wyników badań symulacyjnych z wynikami badań doświadczalnych dla drgań poprzecznych, ( $\eta = 0,705$ )

Fig. 4. The comparison of the results of simulations with the results of experiment for transverse vibrations, ( $\eta = 0.705$ )



**Rys. 5.** Porównanie wyników badań symulacyjnych z wynikami badań doświadczalnych dla drgań wzdłużnych

Fig. 5. The comparison of the results of simulations with the results of experiment for longitudinal vibrations

Widać, że opracowane modele dobrze odzwierciedlają rzeczywisty wpływ drgań stycznych na siłę tarcia i siłę napędu w ruchu ślizgowym. Należy jednak zaznaczyć, że przy drganiach poprzecznych, dla danych warunków wymuszenia, należy zawsze dokonać identyfikacji współczynnika przeniesienia drgań.

## PODSUMOWANIE

Przeprowadzone badania doświadczalne i analizy symulacyjne wykazały, że kierunek drgań stycznych ma istotny wpływ na poziom redukcji siły tarcia w ruchu ślizgowym. Badania wykazały także, że przy drganiach wzdłużnych istnieje wyraźna graniczna wartość amplitudy prędkości drgań wymuszonych, poniżej której zjawisko redukcji nie zachodzi. Przy drganiach poprzecznych takiej granicy nie ma.

Oryginalne, opracowane przez autorów, modele obliczeniowe bardzo dobrze odzwierciedlają rzeczywisty wpływ drgań stycznych na siłę tarcia w ruchu ślizgowym, co stwarza przesłanki do wykorzystania tych modeli do sterowania siłą tarcia, np. przy pozycjonowaniu mechanizmów.

Opracowane modele nie są jednak uniwersalne. W odniesieniu do drgań stycznych rozwiązaniem docelowym będzie opracowanie modelu umożliwiającego prowadzenie analiz przy drganiach zorientowanych dowolnie względem kierunku przesuwu. Drgania wzdłużne, czy też poprzeczne – prostopadłe do kierunku poślizgu, stanowią tylko szczególne przypadki takich drgań.

Należy również podkreślić, że analizy symulacyjne i badania doświadczalne, których wyniki przedstawiono w niniejszej pracy, wykonane zostały przy stosunkowo małych naciskach powierzchniowych na powierzchni styku przesuwanego ciała z podłożem. Przy takich naciskach odkształcenie styku, już w początkowej fazie obciążenia stycznego, ma charakter nieliniowy, tak jak to opisuje model Dahla. Przy naciskach większych może pojawić się jednak faza odkształceń liniowo-sprężystych. Stąd też konieczne jest rozszerzenie opracowanego modelu o inne, bardziej złożone modele tarcia uwzględniające tę fazę, np. model Duponta czy też tzw. model LuGre.

## LITERATURA

1. Stork H., Littmann W., Wallaschek J., Mracek M.: The effect of friction reduction in presence of ultrasonic vibrations and its relevance to traveling wave ultrasonic motors, *Ultrasonics*, 40, 2002, s. 379–383.
2. Tsai C.C., Tseng C.H.: The effect of friction reduction in the presence of in plane vibrations, *Archive of Applied Mechanics*, 75, 2006, s. 164–176.
3. Gutowski P., Leus M., Parus A.: Badania doświadczalne wpływu drgań kontaktowych stycznych wzdłużnych na siłę tarcia, *Modelowanie Inżynierskie*, 35, 4, 2008, s. 35–44.
4. Leus M., Gutowski P.: The analysis of longitudinal tangential contact vibration effect on friction force using Coulomb and Dahl models, *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 46, 1, 2008, s. 171–184.
5. Gutowski P., Leus M.: Redukcja siły napędu w ruchu ślizgowym pod wpływem drgań stycznych wzdłużnych, *Tribologia*, 6, 2009, s. 13–27.
6. Dahl P.R.: Solid friction damping of mechanical vibrations, *AIAA Journal*, 14, 1976, s. 1675–1682.

---

*Niniejsza praca została w dużej części wykonana w ramach projektu badawczego własnego nr NN501 212340 finansowanego przez Narodowe Centrum Nauki w Krakowie.*

## Summary

**The original computational model for the analyses of the influence of tangential transverse vibrations of the foundation on friction force in sliding motion is presented in this paper. This model was implemented in a Matlab/Simulink environment and was used in simulation analyses of changes of friction force under the influence of forced vibrations of the foundation. Similar analyses were carried out for vibrations excited in the longitudinal direction. An excellent agreement of the simulation analyses results with those obtained experimentally was achieved.**