

dr inż. Szymon Seręga<sup>a)</sup>\*<sup>a)</sup>Politechnika Krakowska / Cracow University of Technology\*Autor korespondencyjny / Corresponding author: [szymon.serega@pk.edu.pl](mailto:szymon.serega@pk.edu.pl)

## Numeryczna predykcja odporności ogniowej elementów strunobetonowych

### Numerical Prediction of the Fire Resistance of Pretensioned Structural Elements

### Численное прогнозирование огнестойкости предварительно напряженных железобетонных конструкций

#### ABSTRAKT

**Cel:** Głównym celem artykułu jest przedstawienie modelu obliczeniowego elementów strunobetonowych poddanych oddziaływaniu obciążeń mechanicznych oraz temperatury pożarowej. W pracy skupiono się na porównaniu wyników obliczeń przeprowadzonych z zastosowaniem różnych podejść do modelowania efektów reologicznych wywołanych oddziaływaniem wysokiej temperatury. Przeanalizowano dwie metody opisu pełzania betonu w niestacjonarnym polu termicznym oraz pełzania stali zbrojeniowej zwykłej i sprężającej: bezpośrednią oraz pośrednią. Zaproponowano prosty sposób wyodrębnienia odkształcenia pełzania ze związków konstytutywnych stali sprężającej rekomendowanych w Eurokodzie 2. Przeprowadzono symulacje obliczeniowe dwóch typów konstrukcji: strunobetonowych płyt stropowych ogrzewanych od spodu oraz strunobetonowych belek ogrzewanych z trzech stron.

**Metody:** W analizie konstrukcji wykorzystano podejście obliczeniowe obejmujące jedno- lub dwuwymiarową analizę termiczną na poziomie przekroju poprzecznego oraz jednowymiarową analizę mechaniczną (element belkowy) na poziomie konstrukcji – model 2D $\theta$ +1DM. Symulacje obliczeniowe uwzględniały zmiany sztywności konstrukcji w wyniku degradacji termicznej parametrów materiałowych oraz rozwoju odkształceń reologicznych z wykorzystaniem podejścia opartego na siecznych sztywnościach. Pola temperatury oraz pola sił mechanicznych obliczono metodą elementów skończonych.

**Wyniki:** Uzyskane wyniki obliczeń porównano z dostępnymi w literaturze rezultatami badań eksperymentalnych. Zaobserwowano, że modele materiału opisujące pełzanie stali w sposób bezpośredni prowadzą do wyników bardziej zgodnych z eksperymentem niż modele typu pośredniego. Analiza wykresów maksymalne ugięcie przęsła – czas trwania pożaru pokazuje, że model stali typu pośredniego prowadzi do bardziej sztywnej odpowiedzi konstrukcji w porównaniu z modelami typu bezpośredniego.

**Wnioski:** Przedstawiona analiza obliczeniowa oparta na siecznej sztywności dobrze odwzorowuje zachowanie się elementów strunobetonowych w sytuacji jednoczesnego obciążenia mechanicznego i obciążenia wysoką temperaturą. W zakresie deformacji modele pełzania stali zbrojeniowej i sprężającej typu bezpośredniego prowadzą do rezultatów bardziej zgodnych z eksperymentem niż modele opisujące to zjawisko w sposób pośredni. Model pełzania stali typu pośredniego prowadzi do niekonserwatywnego oszacowania odporności ogniowej, jednakże uzyskane przeszacowanie odporności ogniowej nie jest istotne z praktycznego punktu widzenia.

**Słowa kluczowe:** niestacjonarne pełzanie betonu, pełzanie stali, odporność ogniowa, strunobeton

**Typ artykułu:** oryginalny artykuł naukowy

---

Przyjęty: 26.06.2018; Zrecenzowany: 24.09.2018; Zatwierdzony: 05.11.2018;

Identyfikator ORCID: 0000-0002-1040-6077;

Proszę cytować: BiTP Vol. 51 Issue 3, 2018, pp. 40–59, doi: 10.12845/bitp.51.3.2018.3;

Artykuł udostępniany na licencji CC BY-SA 4.0 (<https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>).

---

#### ABSTRACT

**Aim:** The main aim of this paper is to present a computational approach to modelling pretensioned concrete structures subjected to mechanical loads and fire temperature. The work focuses on the comparison between results of calculations obtained for explicit and implicit approaches to the modelling of high temperature rheological effects, i.e. transient creep of concrete and creep of reinforcing and prestressing steel. A simple method for the extraction of creep strains from Eurocode 2 stress-strain relations is proposed. Numerical simulations of two types of structures were performed: the pretensioned one-way slab heated from below and pretensioned three-face heated beams.

**Methods:** The presented approach includes one- and two-dimensional thermal analyses at the cross-section level and a one-dimensional mechanical analysis (beam element) at the structural level – 2D $\theta$ +1DM model. The secant stiffness approach was applied in the numerical simulations in order to take into account changes in the stiffness of the structure resulting from the thermal degradation of material parameters and development of rheological deformations. Thermal and mechanical fields were calculated using the finite element method.

**Results:** The results of calculations were compared with the experiments available in the literature. It was observed that a better agreement between calculations and tests was obtained if the creep of steel was modelled using the explicit approach. The analysis of the heating time / maximum deflection diagrams shows that the implicit model of steel leads to a more rigid response of the structure in comparison to the explicit approach.

**Conclusions:** The presented numerical analysis based on the secant stiffness approach is able to reproduce the behaviour of pretensioned concrete elements subjected to mechanical and thermal loads. The explicit high temperature creep models provide results that are in a better agreement with experiments than the outcomes of the implicit approach. The implicit creep model of prestressing steel also overestimates the fire resistance of the analysed structures. It should be noted, however, that this overestimation is not very important from the practical point of view.

**Keywords:** transient creep of concrete, creep of steel, fire resistance, pretensioned concrete

**Type of article:** original scientific article

Received: 26.06.2018; Reviewed: 24.09.2018; Accepted: 05.11.2018;

Author's ORCID ID: 0000-0002-1040-6077;

Please cite as: BiTP Vol. 51 Issue 3, 2018, pp. 40–59, doi: 10.12845/bitp.51.3.2018.3;

This is an open access article under the CC BY-SA 4.0 license (<https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>).

## АННОТАЦИЯ

**Цель:** Основная цель статьи – представить вычислительную модель предварительно напряженных бетонных элементов, подверженных механическим нагрузкам и температуре огня при пожаре. В статье основное внимание уделяется сравнению результатов расчетов, проведенных с использованием различных подходов к моделированию реологических эффектов, вызванных воздействием высоких температур. Были исследованы два метода описания бетонной ползучести в нестационарном тепловом поле, а также ползучести обычной и предварительно напряженной арматурной стали: прямой и косвенный. Предложен простой способ выделения деформации ползучести из составных соединений предварительно напряженной стали, рекомендованный в Еврокоде 2. Были проведены компьютерные моделирования двух типов конструкций: предварительно напряженных бетонных перекрытий, нагретых снизу, и предварительно напряженных балок, нагретых с трех сторон.

**Методы:** В анализе конструкции был использован вычислительный подход, включающий одно- или двумерный термический анализ на уровне поперечного сечения и одномерный механический анализ (балочный элемент) на уровне конструкции - модель 2D $\theta$  + 1DM. В вычислительных симуляциях учтены изменения жесткости структуры в результате термической деградации параметров материала и развития реологических деформаций с использованием подхода, основанного на секущей жесткости. Температурные поля и поля механической силы были рассчитаны с использованием метода конечных элементов.

**Результаты:** Полученные результаты расчетов были сопоставлены с результатами экспериментальных исследований, доступных в литературе. Было замечено, что модели материала, описывающие ползучесть стали прямым способом, приводят к более совместимым с экспериментом результатам, чем модели косвенного типа. Графический анализ максимальное отклонение пролета – продолжительность пожара показывает, что модель стали косвенного типа приводит к более жесткой реакции конструкции по сравнению с моделями прямого типа.

**Выводы:** Представленный вычислительный анализ, основанный на секущей жесткости, хорошо воспроизводит поведение предварительно напряженных бетонных элементов в ситуации одновременной механической нагрузки и высокотемпературной нагрузки. В области деформации модели ползучести арматурной и предварительно напряженной стали прямого типа приводят к результатам, более совместимым с экспериментом, чем модели, описывающие это явление косвенно. Модель ползучести сталей косвенного типа приводит к неконсервативной оценке огнестойкости, однако полученная переоценка огнестойкости не имеет практического значения.

**Ключевые слова:** нестационарная ползучесть бетона, ползучесть стали, огнестойкость и предварительно напряженный бетон

**Тип статьи:** оригинальная научная статья

Принята: 26.06.2018; Рецензирована: 24.09.2018; Одобрена: 05.11.2018;

Идентификатор ORCID автора: 0000-0002-1040-6077;

Просим ссылаться на статью следующим образом: BiTP Vol. 51 Issue 3, 2018, pp. 40–59, doi: 10.12845/bitp.51.3.2018.3;

Настоящая статья находится в открытом доступе и распространяется в соответствии с лицензией CC BY-SA 4.0 (<https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>).

## Wprowadzenie

Spełnienie kryteriów dla odpowiedniej klasy odporności pożarowej, obok nośności, trwałości i użyteczności, to podstawowy wymóg stawiany budynkom w Prawie budowlanym [1]. Rozporządzenie Ministra Infrastruktury w sprawie warunków technicznych, jakim powinny odpowiadać budynki i ich usytuowanie [2] precyzuje klasy odporności pożarowej budynków w zależności od przeznaczenia obiektu, jego wysokości, kategorii zagrożenia ludzi lub gęstości obciążenia ogniowego. W czasie

## Background

Meeting the criteria for the appropriate fire resistance class, in addition to load capacity, durability and serviceability, is the basic requirement for buildings specified in the Construction Law [1]. The Regulation of the Minister of Infrastructure on technical conditions to be met by buildings and their location [2] specifies fire resistance classes for buildings depending on their purpose, height, fire hazard category and fire load density. In the time required for a specific fire resistance class, structural

wymaganym przez daną klasę odporności pożarowej elementy konstrukcji muszą wykazać się odpowiednią nośnością ogniową (R), a jeżeli jest to konieczne (np. w przypadku stropów), spełnić także wymagania izolacyjności (I) i szczelności ogniowej (E).

W obowiązujących przepisach normowych dotyczących konstrukcji z betonu [3] określono szereg metod pozwalających na zaprojektowanie elementów konstrukcji budowli pod względem spełnienia kryterium nośności ogniowej. Metody te można podzielić na cztery kategorie. Pierwszą z nich stanowią metody deskrytywne – tablicowe. W ich przypadku należy wykazać, że dany element konstrukcyjny spełnia warunki geometryczne (minimalny wymiar przekroju, minimalna otulina) odpowiadające wymaganemu kryterium R. Do kategorii drugiej można zaliczyć wszystkie metody uproszczone analizy nośności na poziomie lokalnym (przekroju) – np. metodę zredukowanego przekroju (zob. np. [4], [5]). Kategoria trzecia obejmuje swoim zakresem zaawansowane modelowanie konstrukcji uwzględniające sprzężone ze sobą zagadnienia termiczno-wilgotnościowo-mechaniczne (np. [6]). Do ostatniej kategorii można zaliczyć określanie odporności ogniowej w oparciu o badania eksperymentalne konstrukcji lub jej elementów (np. [7]).

W praktyce projektowej konstruktorzy najczęściej wykorzystują metody tablicowe, pozwalające szybko ocenić poprawność wymiarów konstrukcji z uwagi na odporność ogniową. Należy mieć na uwadze, że metody tablicowe charakteryzują się szeregiem ograniczeń. Między innymi nie uwzględniają parametrów, takich jak: scenariusz pożaru, kształt przekroju poprzecznego, konfiguracja rozmieszczenia prętów zbrojenia w przekroju. Odporność ogniowa ustalona z wykorzystaniem metody tablicowej jest z natury rzeczy zgrubnym oszacowaniem rzeczywistej zdolności konstrukcji do zachowania funkcji nośnej w sytuacji pożaru.

W przypadku konstrukcji sprężonych, zwłaszcza katalogowych konstrukcji prefabrykowanych, do których można zaliczyć przede wszystkim elementy strunobetonowe, racjonalne jest określanie odporności ogniowej w oparciu o obliczenia. Pozwala to na uwzględnienie wszystkich aspektów konstrukcyjnych oraz, jeżeli zajdzie taka potrzeba, możliwie realnych scenariuszy pożaru. Wiarygodna metoda określania odporności ogniowej konstrukcji żelbetowych i sprężonych jest również istotna w przypadkach działalności eksperckiej, np. przy adaptacji istniejących obiektów do nowej funkcji zmieniającej klasę odporności pożarowej obiektu lub wydzielonych w obiekcie stref pożarowych.

Mając na uwadze powyższe spostrzeżenia, w artykule przedstawiono metodę obliczeniową odporności ogniowej belek lub jednokierunkowo pracujących płyt sprężonych. Zaprezentowane podejście obliczeniowe obejmuje jedno- lub dwuwymiarową analizę termiczną na poziomie przekroju poprzecznego konstrukcji oraz jednowymiarową analizę mechaniczną (element belkowy) [8–10]. Stąd podejście obliczeniowe może być nazwane 2D $\theta$ +1DM [11]. Prezentowana metoda uwzględni degradację właściwości mechanicznych betonu oraz stali zwykłej i sprężającej w wyniku oddziaływania pożaru. W artykule oprócz zagadnień algorytmicznych metody 2D $\theta$ +1DM przedyskutowano także wpływ sposobu modelowania pęcznienia betonu w niestacjonarnych warunkach termicznych oraz wysokotemperaturowego

elements must fulfil the required fire load capacity (R) and, when necessary (e.g. in the case of ceilings), they must also meet insulation (I) and integrity (E) requirements.

The currently binding codes referring to concrete structures [3] specify a number of methods for designing elements of structures to ensure that they meet the fire load capacity criterion. These methods can be divided into four categories. The first category includes descriptive (tabular) methods. In their case it is necessary to demonstrate that a given structural element meets the geometric conditions (minimum dimension of a cross-section, minimum concrete cover) for the relevant R criterion. The second category includes all simplified load capacity analyses at the local (cross-section) level, e.g. the reduced cross-section method (see e.g. [4], [5]). The third category covers advanced structure modelling taking into account the coupled temperature, humidity and mechanical fields (e.g. [6]). The last category includes the determination of fire resistance on the basis of the experimental tests of structures or their elements (e.g. [7]).

In the design practice structural engineers most often use tabular methods enabling fast assessment of structure dimensions with regard to their fire resistance. It should be borne in mind that tabular methods have numerous limitations. Among others, they do not take into consideration such parameters as the fire scenario, the shape of the cross-section or the arrangement of reinforcing bars in the cross-section. Fire resistance determined with the use of tabular methods is generally a rough estimate of the actual structure's ability to maintain its load-capacity properties in the case of fire.

For prestressed structures, especially prefabricated catalogue structures, which include primarily pretensioned concrete elements, it is reasonable to determine fire resistance on the basis of calculations. This makes it possible to consider all structural aspects and, when necessary, realistic fire scenarios. A reliable method for determining the fire resistance of reinforced concrete and prestressed structures is also crucial in expert projects, e.g. during the adaptation of an existing building to a new function changing the fire resistance class of the building or fire zones identified in the building.

Taking the above into consideration, the article presents a calculation method for the fire resistance of beams or one-way prestressed slabs. The presented calculation approach covers one- or two-dimensional thermal analysis at the level of the structure's cross-section and one-dimensional mechanical analysis (the beam element) [8–10]. Therefore, the calculation approach can be referred to as 2D $\theta$ +1DM [11]. The presented method takes into consideration the degradation of the mechanical properties of concrete, reinforcing and prestressing steel. In addition to the algorithmic aspects of the 2D $\theta$ +1DM method, the article discusses the influence of modeling method of transient creep of concrete and high temperature creep of reinforcing and prestressing steel on the mechanical response and fire resistance of the structure. The paper examines an approach which takes into account creep strains according to an explicit (EM method) and through stress-strain physical relationships formulated on the basis of tests in transient thermal conditions (implicit method – IM).

pełzania stali sprężającej i zwykłej na odpowiedź mechaniczną i odporność ogniową konstrukcji. Rozpatrzono podejście uwzględniające odkształcenia pełzania w sposób bezpośredni – metoda *explicit* (EM) oraz pośredni – *implicit* (IM) – poprzez skonstruowane na podstawie badań w niestacjonarnych warunkach termicznych związki fizyczne naprężenie – odkształcenie. Podejście pośrednie (IM) stanowi podstawę związków fizycznych w Eurokodzie 2-1-2 [3]. Wyniki obliczeń zostały porównane z dostępnymi rezultatami badań doświadczalnych. Przedstawiona analiza obliczeniowa pozwoliła na ocenę modeli materiałowych zaproponowanych w przepisach normowych [3] w odniesieniu do strunobetonowych elementów konstrukcyjnych.

### Analiza obliczeniowa konstrukcji prętowych w sytuacji pożaru Założenia metody obliczeniowej 2Dθ+1DM

Elementy strunobetonowe są to zazwyczaj konstrukcje prętowe lub jednokierunkowo pracujące elementy płytowe. Można więc przyjąć założenie, że prawdziwa jest hipoteza płaskich przekrojów w całym procesie obciążenia mechanicznego i ogrzania. Pole odkształceń całkowitych, normalnych do przekroju poprzecznego elementu, wyraża się zatem wzorem:

$$\varepsilon(z) = \kappa z + \varepsilon_0 \quad (1)$$

Gdzie:  $\kappa$  oznacza krzywiznę,  $\varepsilon_0$  – odkształcenie w środku ciężkości przekroju betonowego,  $z$  jest osią przekroju prostopadłą do wektora momentu zginającego. Element konstrukcyjny zredukowany jest zatem do linii środkowej oraz do przekroju poprzecznego. Efektywna analiza termiczno-mechaniczna wymaga dodatkowych, następujących założeń upraszczających:

- 1) Pola mechaniczne i termiczne są rozprężone;
- 2) Istnieje pełna kompatybilność pomiędzy odkształceniami betonu, stali zbrojeniowej i sprężającej;
- 3) Pomija się wpływ usztywnienia betonu pomiędzy rysami;
- 4) Pomija się zaburzenia w polach termicznych spowodowane zbrojeniem poprzecznym;
- 5) Zaniedbany jest wpływ pól wilgotnościowych na wartości temperatury w rozpatrywanych miejscach przekroju poprzecznego, jak również oddziaływanie ciśnienia porowego na szkielet betonu;
- 6) Przepływ ciepła w przekroju poprzecznym obliczany jest z pominięciem stali zbrojeniowej; temperatura wkładek zbrojeniowych i splotów jest równa temperaturze betonu w miejscu położenia środka ciężkości wkładki zbrojeniowej lub splotu;
- 7) Wpływ samorównoważących się naprężeń o kierunkach normalnych do osi podłużnej elementu, będących wynikiem gradientu temperatury jest pominięty;
- 8) Wpływ skrępowania elementu w kierunku podłużnym jest pomijalnie mały;
- 9) W obliczeniach przyjmuje się, że beton jest zabezpieczony przed możliwością eksplozyjnego odpryskiwania.

W oparciu o powyższe założenia uogólnione wielkości kinematyczne  $\kappa$  i  $\varepsilon_0$  wyznacza się z równań równowagi dla każdej

The indirect approach (IM) forms the basis for physical relationships in Eurocode 2-1-2 [3]. Calculation results were compared with the available results of experimental tests. The presented computational analysis made it possible to assess material models proposed in standards [3] in relation to pretensioned structural elements.

### Computational analysis of beam structures in the case of fire Assumptions for the 2Dθ+1DM computational method

Pretensioned concrete elements usually comprise beam structures and one-way slab elements. It is possible to assume that the plane section hypothesis is true for the whole process of mechanical and thermal load. The total strains field normal to the cross-section of the element is calculated with the following formula:

$$\varepsilon(z) = \kappa z + \varepsilon_0 \quad (1)$$

Where:  $\kappa$  means the curvature,  $\varepsilon_0$  – strain in the centre of gravity of the cross-section, and  $z$  is the section axis perpendicular to the vector of the bending moment. The structural element is therefore reduced to the central axis and to the cross-section. An effective thermal and mechanical analysis requires the following additional simplifying assumptions:

- 1) The mechanical and thermal fields are uncoupled;
- 2) The strains of concrete and reinforcing and prestressing steel are fully compatible;
- 3) The effect of concrete tension stiffening between cracks is disregarded;
- 4) Disruptions in thermal fields caused by transverse reinforcement are disregarded;
- 5) The influence of humidity fields on temperature values in the considered cross-section points is disregarded, and so is the influence of pore pressure on the concrete skeleton;
- 6) The flow of heat in the cross-section is calculated without taking reinforcing steel into consideration; the temperature of reinforcing bars and strands is equal to the temperature of concrete in the point where the centre of gravity of the reinforcing bar or strand is placed;
- 7) The effect of self-balancing stresses with directions normal to the longitudinal axis of the element resulting from the temperature gradient is not taken into account;
- 8) The effect of the element's constraint in the longitudinal direction is negligible;
- 9) In the calculations it is assumed that concrete is protected from explosive spalling.

Based on the above assumptions, generalised kinematic values  $\kappa$  and  $\varepsilon_0$  are determined using balance equations for

chwili czasowej. Deformacje obliczane są na podstawie siecznych sztywności wyznaczanych z zależności moment zginający – krzywizna.

### Analiza termiczna

Przyjęte założenia obliczeniowe dotyczące rozprężenia pól termicznych i mechanicznych pozwalają na sekwencyjną analizę termiczno-mechaniczną. Efekt ogrzewania w wyniku pożaru opisany jest gęstością strumienia cieplnego o kierunku normalnym do powierzchni elementu konstrukcji narażonej na oddziaływanie wysokiej temperatury. Gęstość strumienia ciepła opisuje wymianę ciepła pomiędzy pomieszczeniem objętym pożarem a konstrukcją w wyniku unoszenia gorących gazów (część konwekcyjna) oraz w wyniku promieniowania źródła pożaru. W przekroju poprzecznym transport ciepła odbywa się poprzez przewodzenie zgodnie z prawem Fouriera. Zmienne w czasie pola temperatury wyznacza się poprzez rozwiązanie równania bilansu ciepła:

$$\dot{\theta} \rho_c(\theta) c_p(\theta) = \nabla(\lambda_c(\theta) \nabla \theta), \quad \nabla = \left[ \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right] \quad (2)$$

Gdzie:  $\rho_c$  jest zależną od temperatury gęstością betonu,  $c_p$  jest ciepłem właściwym,  $\lambda_c$  jest zależnym od temperatury współczynnikiem przewodzenia ciepła,  $\theta$  oznacza temperaturę. Do rozwiązania równania (2) należy określić warunek początkowy  $\theta(t=0) = \theta_0$  oraz wspomniane wyżej warunki brzegowe:

$$\begin{aligned} q_k &= \alpha_k (\theta_f - \theta_s) \\ q_r &= \phi \bar{\epsilon}_s \bar{\epsilon}_f \sigma_{SB} \left[ (\theta_f + 273)^4 - (\theta_s + 273)^4 \right] \end{aligned} \quad (3)$$

W równaniu (3)  $q_k$ ,  $q_r$  są gęstościami strumienia ciepła przekazywanego odpowiednio przez konwekcję i promieniowanie,  $\theta_f$  jest temperaturą pożaru (gazów i źródła promieniowania),  $\theta_s$  jest temperaturą powierzchni,  $\alpha_k$  jest współczynnikiem przekazywania ciepła przez konwekcję,  $\phi$  jest współczynnikiem konfiguracji (zacienienia), a  $\bar{\epsilon}_s$ ,  $\bar{\epsilon}_f$ ,  $\sigma_{SB}$  to odpowiednio emisyjność powierzchni elementów konstrukcji, emisyjność pożaru oraz stała Stefana-Boltzmana.

### Analiza mechaniczna

#### Związki konstytutywne betonu

W sytuacji incydentalnego oddziaływania pożaru beton w konstrukcji jest zazwyczaj ogrzewany po raz pierwszy. Wówczas całkowite odkształcenie można przedstawić jako sumę swobodnego odkształcenia termicznego  $\varepsilon_{th.c}$ , odkształcenia mechanicznego  $\varepsilon_m$  (zarówno sprężystego, jak i plastycznego), odkształcenia pełzania w niestacjonarnych warunkach termicznych  $\varepsilon_{tr.c}$  oraz bazowego odkształcenia pełzania  $\varepsilon_{creep.c}$ :

$$\varepsilon = \varepsilon_{th.c}(\theta) + \varepsilon_m(\sigma, \theta) + \varepsilon_{tr.c}(\sigma, \theta) + \varepsilon_{creep.c}(\sigma, \theta, t) \quad (4)$$

Odształcenie pełzania w warunkach stacjonarnych  $\varepsilon_{creep.c}$  ma stosunkowo niewielką wartość w porównaniu z pozostałymi składowymi równania (4) i może być pominięte w analizie konstrukcji w sytuacji pożaru.

each moment in time. Deformations are calculated on the basis of secant stiffness values obtained from the bending moment – curvature relationship.

### Thermal analysis

The adopted computational assumptions referring to the decoupling of thermal and mechanical fields make it possible to perform a sequential thermal and mechanical analysis. The heating effect resulting from fire is described by the heat flux with a direction normal to the surface of the structural element exposed to high temperature. The heat flux describes the heat exchange between the room covered with fire and the structure as a result of the upward movement of hot gases (the convection part) and as a result of the fire source radiation. In the cross-section the transport of heat is by conduction according to Fourier's law. The transient temperature field are determined by solving the heat balance equation:

$$\dot{\theta} \rho_c(\theta) c_p(\theta) = \nabla(\lambda_c(\theta) \nabla \theta), \quad \nabla = \left[ \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right] \quad (2)$$

Where:  $\rho_c$  is temperature-dependent concrete density,  $c_p$  is specific heat,  $\lambda_c$  is temperature-dependent thermal conductivity, and  $\theta$  means temperature. In order to solve the equation (2), the initial condition  $\theta(t=0) = \theta_0$  and the aforementioned boundary conditions must be defined:

$$\begin{aligned} q_k &= \alpha_k (\theta_f - \theta_s) \\ q_r &= \phi \bar{\epsilon}_s \bar{\epsilon}_f \sigma_{SB} \left[ (\theta_f + 273)^4 - (\theta_s + 273)^4 \right] \end{aligned} \quad (3)$$

In the equation (3),  $q_k$  and  $q_r$  are heat fluxes due to convection and radiation, respectively,  $\theta_f$  is the temperature of the fire (gases and radiation source),  $\theta_s$  is the surface temperature,  $\alpha_k$  is the coefficient of heat transfer by convection,  $\phi$  is the configuration (shading) coefficient, and  $\bar{\epsilon}_s$ ,  $\bar{\epsilon}_f$  and  $\sigma_{SB}$  are respectively the emissivity of structural elements' surface, emissivity of the fire, and Stefan-Boltzman's constant.

### Mechanical analysis

#### Constitutive relations of concrete

In the case of fire, concrete in a structure is usually heated for the first time. The total strain can then be presented as a sum of free thermal strain  $\varepsilon_{th.c}$ , mechanical strain  $\varepsilon_m$  (both elastic and plastic), transient creep strain  $\varepsilon_{tr.c}$  and the basic creep strain  $\varepsilon_{creep.c}$ :

$$\varepsilon = \varepsilon_{th.c}(\theta) + \varepsilon_m(\sigma, \theta) + \varepsilon_{tr.c}(\sigma, \theta) + \varepsilon_{creep.c}(\sigma, \theta, t) \quad (4)$$

Basic creep strain  $\varepsilon_{creep.c}$  has a relatively low value in comparison with other constituents of the equation (4) and can be disregarded in the structure analysis in the case of fire.



W podejściu przyjętym w przepisach normowych [3] odkształcenia pełzania  $\varepsilon_{tr,c}$  modelowane są pośrednio (IM) poprzez odpowiednią konstrukcję związków fizycznych naprężenie – odkształcenie na podstawie testów pełzania betonu w niestacjonarnym polu termicznym przy stałym naprężeniu. Sposób konstrukcji związków naprężenie – odkształcenie tego typu jest analogiczny do budowy izochronicznych krzywych  $\sigma \sim \varepsilon$  w teorii reologii. Oznacza to, że odkształcenie  $\varepsilon_{tr,c}$  w podejściu IM jest zawarte w odkształceniu  $\varepsilon_m$ . Związek fizyczny betonu w podejściu IM opisany jest krzywą Popovic'a i ma postać (ryc. 1a) [3]:

$$\sigma(\varepsilon_m, \theta) = f_c(\theta) \frac{\varepsilon_m}{\varepsilon_{c1}(\theta)} \cdot \frac{n}{n-1 + \left(\frac{\varepsilon_m}{\varepsilon_{c1}(\theta)}\right)^n} \quad (5)$$

gdzie  $f_c(\theta)$  jest zależną od temperatury wytrzymałością betonu na ściskanie – ryc. 1b,  $\varepsilon_{c1}(\theta)$  jest odkształceniem, przy którym osiągnięta jest wartość  $f_c(\theta)$  – ryc. 1b,  $n$  jest równy 3,0.

W podejściu EM odkształcenie pełzania w niestacjonarnych warunkach termicznych występuje w sposób jawny. Odkształcenie  $\varepsilon_{tr,c}$  wyraża się powszechnie akceptowaną formułą (np.: [12], [13]), w której prędkość (przyrost) odkształceń  $\varepsilon_{tr,c}$  jest wprost proporcjonalna do aktualnego stanu naprężenia  $\sigma$  oraz do prędkości (przyrostu) temperatury  $\dot{\theta}$ :

$$\dot{\varepsilon}_{tr,c}(\sigma, \theta) = \omega(\sigma) k_{tr}(\theta) \frac{\sigma}{f_c} \dot{\theta} \quad (6)$$

gdzie:  $f_c$  oznacza wytrzymałość betonu na ściskanie w temperaturze zwykłej. Współczynnik proporcjonalności  $k_{tr}$  zależy od temperatury, a jego wartość jest ustalana doświadczalnie. Parametr  $\omega(\sigma)$  przyjmuje wartość 1,0 w przypadku naprężeń ścisających oraz wartość 0 dla rozciągania. Odkształcenie  $\varepsilon_{tr,c}$  ma charakter trwały, tzn. pozostaje po zdjęciu obciążenia oraz nie zmniejsza się w sytuacji, gdy  $\dot{\theta} < 0$  (chłodzenie).

W celu umożliwienia porównania wpływu podejścia do modelowania odkształceń pełzania betonu w niestacjonarnych warunkach termicznych metodą EM oraz IM konieczne jest przyjęcie stałych materiałowych w oparciu o tę samą rodzinę badań doświadczalnych. Prawa fizyczne w modelu IM zostały zaczerpnięte wprost z Eurokodu 2-1-2 [3], stanowią zatem wypadkową wielu badań doświadczalnych będących podstawą przepisów normowych. W pracy [14] podano metodę wyodrębnienia odkształcenia  $\varepsilon_{tr,c}$  ze związków fizycznych typu IM. Pozwala to na ustalenie parametru  $k_{tr}$  we wzorze (6) w następującej postaci:

$$k_{tr}(\theta) = 0.01 \begin{cases} 2A \cdot \left(\frac{\theta - 20^\circ\text{C}}{100^\circ\text{C}}\right) + B & \theta \leq \theta_0 \\ 2C \cdot \left(\frac{\theta - \theta_0}{100^\circ\text{C}}\right) + 2A \cdot \left(\frac{\theta_0 - 20^\circ\text{C}}{100^\circ\text{C}}\right) + B & \theta > \theta_0 \end{cases} \quad (7)$$

gdzie:  $A = 0,03\%$ ,  $B = 0,025\%$ ,  $C = 0,65\%$ ,  $\theta_0 = 440^\circ\text{C}$ . W modelu EM wykorzystane są zależności naprężenie – odkształcenie w postaci równania (5) z parametrem  $n = 2$ . Odkształcenie  $\varepsilon_{c1}(\theta)$  w modelu EM przyjęte jest równe dolnym wartościom według prenormy [15] – ryc. 1b.

Beton w obszarze naprężeń rozciągających opisany jest zależnością wielomianowo-wykładniczą według [16]. Względna wytrzymałość betonu na rozciąganie została przyjęta zgodnie z [3], natomiast energia pęknięcia betonu została dobrana w oparciu o pracę [17].

In the approach adopted in standards [3], creep strains  $\varepsilon_{tr,c}$  are modelled indirectly (IM) through construction of stress-strain physical relationships on the basis of concrete creep tests in a transient thermal field with constant stress. The way of constructing the stress-strain physical relationships corresponds to constructing isochronic curves  $\sigma \sim \varepsilon$  in the rheology. This means that strain  $\varepsilon_{tr,c}$  in the IM approach is included in strain  $\varepsilon_m$ . The physical relationship of concrete in the IM approach is described by Popovic's curve and takes the form of (Fig. 1a) [3]:

$$\sigma(\varepsilon_m, \theta) = f_c(\theta) \frac{\varepsilon_m}{\varepsilon_{c1}(\theta)} \cdot \frac{n}{n-1 + \left(\frac{\varepsilon_m}{\varepsilon_{c1}(\theta)}\right)^n} \quad (5)$$

where  $f_c(\theta)$  is temperature-dependent compressive strength of concrete – Fig. 1b,  $\varepsilon_{c1}(\theta)$  is strain at which value  $f_c(\theta)$  is reached – Fig. 1b, and  $n$  is equal to 3.0.

In the EM approach, transient creep strain is explicit. Strain  $\varepsilon_{tr,c}$  is expressed by a commonly accepted formula (e.g. [12], [13]), in which the rate (increase) of strains  $\varepsilon_{tr,c}$  is proportional to the current stress level  $\sigma$  and the rate (increase) of temperature  $\dot{\theta}$ :

$$\dot{\varepsilon}_{tr,c}(\sigma, \theta) = \omega(\sigma) k_{tr}(\theta) \frac{\sigma}{f_c} \dot{\theta} \quad (6)$$

where:  $f_c$  means the compressive strength of concrete at normal temperature. The proportionality coefficient  $k_{tr}$  depends on temperature, and its value is determined experimentally. Parameter  $\omega(\sigma)$  takes the value of 1.0 in the case of compressive stresses, and the 0 value for tension. Strain  $\varepsilon_{tr,c}$  is irreversible, i.e., it is present after removing the load and is not reduced when  $\dot{\theta} < 0$  (cooling).

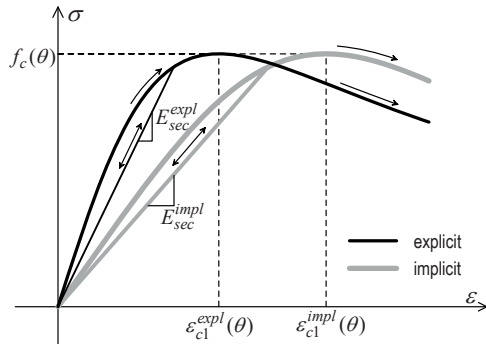
In order to enable a comparison of the impact of the approach to modelling concrete creep strain in transient thermal conditions using the EM and IM methods it is necessary to adopt material constants on the basis of the same family of experimental tests. Physical laws in the IM model were derived directly from Eurocode 2-1-2 [3], so they are a product of numerous experimental studies forming the basis of standards. The study [14] presents a method of isolating strain  $\varepsilon_{tr,c}$  from type IM physical relationships. This makes it possible to determine parameter  $k_{tr}$  in formula (6) as follows:

$$k_{tr}(\theta) = 0.01 \begin{cases} 2A \cdot \left(\frac{\theta - 20^\circ\text{C}}{100^\circ\text{C}}\right) + B & \theta \leq \theta_0 \\ 2C \cdot \left(\frac{\theta - \theta_0}{100^\circ\text{C}}\right) + 2A \cdot \left(\frac{\theta_0 - 20^\circ\text{C}}{100^\circ\text{C}}\right) + B & \theta > \theta_0 \end{cases} \quad (7)$$

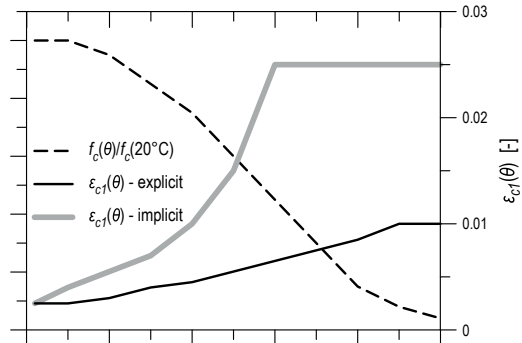
where:  $A = 0.03\%$ ,  $B = 0.025\%$ ,  $C = 0.65\%$ ,  $\theta_0 = 440^\circ\text{C}$ . In EM model relationships in the form of equation (5) are used with parameter  $n = 2$ . Strain  $\varepsilon_{c1}(\theta)$  in the EM model is equal to the lower values according to prenorm [15] – Fig. 1b.

In tension, concrete is described with a polynomial-exponential relationship according to [16]. The relative tensile strength of concrete was adopted according to [3], while fracture energy of concrete was determined on the basis of [17].

Swobodne odkształcenie termiczne  $\varepsilon_{th,c}$  jest funkcją temperatury i rodzaju kruszywa grubego. W dalszych obliczeniach przyjęto zależność zgodnie z [3] jak dla betonu na kruszywie krzemianowym.



Free thermal strain  $\varepsilon_{th,c}$  is a function of temperature and coarse aggregate type. In further calculations the dependence was adopted in line with [3] as for concrete on siliceous aggregate.



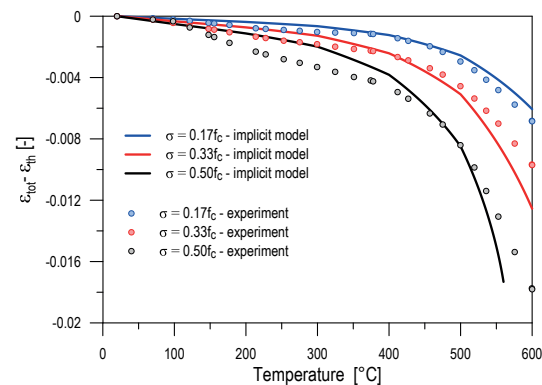
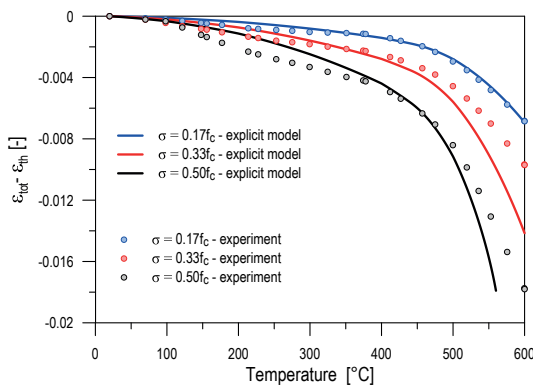
**Rycina 1.** a) jednoosiowe związki naprężenie – odkształcenie betonu, podejście EM i IM, b) zależne od temperatury parametry mechaniczne  
**Figure 1.** a) uniaxial stress-strain relationships for concrete, EM and IM approach, b) temperature-dependent mechanical parameters

Źródło: Opracowanie własne.

Source: Own elaboration.

Na ryc. 2 przedstawiono porównanie wyników symulacji prób pełzania w niestacjonarnym polu termicznym wyznaczonych w oparciu o modele typu EM i IM. Rezultaty obliczeń odniesiono do eksperymentu [18] (za pracą [19]). W podejściu EM równanie (6) łącznie z (4) i (5) całkowano metodą wsteczną Eulera. Pomimo generycznej formy związku fizyczne EM jak i IM prowadzą do dobrej zgodności predykcji numerycznej i doświadczenia. Największe różnice można zaobserwować w przypadku temperatury powyżej 500°C.

Figure 2 presents a comparison of creep test simulation results in a transient thermal field determined on the basis of the EM and IM models. The results of the calculations were compared with experiment [18] (after [19]). In the EM approach, equation (6) with equations (4) and (5) were integrated using the backward Euler method. Despite their generic form, EM and IM – type physical relationships lead to reasonable agreement between numerical predictions and experiments. The greatest differences can be observed for temperatures above 500°C.



**Rycina 2.** Próba pełzania w niestacjonarnym polu termicznym – porównanie z eksperymentem [18]: a) podejście EM, b) podejście IM

**Figure 2.** Transient creep test – comparison with experiments [18]: a) EM approach, b) IM approach

Źródło: Opracowanie własne.

Source: Own elaboration.

Należy podkreślić, że zgodność odpowiedzi mechanicznej betonu otrzymana z wykorzystaniem podejść EM i IM jest możliwa jedynie w ograniczonych sytuacjach termiczno-mechanicznych. Model IM ma istotne ograniczenie – jest niewrażliwy na sekwencję obciążenie – ogrzanie. Oznacza to identyczną odpowiedź materiału, który jest najpierw ogrzany, a następnie obciążony oraz materiału ogrzewanego pod obciążeniem. Dodatkowym ograniczeniem podejścia IM jest niewłaściwy opis zachowania się betonu w procesie odciążenia, gdzie odkształcenie

It should be emphasised that the consistence of the mechanical responses of concrete obtained with the EM and IM approaches is possible only in a limited number of thermo-mechanical situations. The IM model has a major limitation – it is insensitive to the loading-heating sequence. This means identical responses of the material which is first heated and then loaded and the material heated under load. An additional limitation of the IM approach is the inaccurate description of concrete behaviour during the unloading process, where the concrete

pełzania betonu jest w pełni odwracalne, co nie znajduje potwierdzenia w obserwacjach doświadczalnych.

### Związki konstytutywne stali zwykłej i splotów sprężających

W ogólnym przypadku całkowite odkształcenie stali zbrojeniowej oraz stali sprężającej wyraża się w następującej postaci:

$$\varepsilon = \varepsilon_{th.s(p)}(\theta) + \varepsilon_m(\sigma, \theta) + \varepsilon_{creep.s(p)}(\sigma, \theta, t) \quad (8)$$

gdzie  $\varepsilon_{th.s(p)}$  oznacza swobodne odkształcenie termiczne,  $\varepsilon_{creep.s(p)}$  jest odkształceniem pełzania odpowiednio stali zbrojeniowej (s) oraz stali splotów (p),  $\varepsilon_m$  jest odkształceniem mechanicznym sprężystym oraz plastycznym. Analogicznie jak w przypadku betonu odkształcenie pełzania  $\varepsilon_{creep.s(p)}$  jest uwzględniane w sposób jawny jak w równaniu (8) – podejście EM lub w sposób pośredni poprzez uwzględnienie tego odkształcenia w  $\varepsilon_m$  – podejście IM. Związki fizyczne naprężenie – odkształcenie w normie [3] (ryc. 3a) uwzględniają pośrednio odkształcenie  $\varepsilon_{creep.s(p)}$  mają zatem charakter IM. W tym przypadku do kompletnego opisu zachowania się stali zwykłej i sprężającej wystarczy prawo naprężenie – odkształcenie oraz zależność swobodnego odkształcenia termicznego od temperatury [3].

W przypadku podejścia EM kompletny opis zachowania się materiału wymaga określenia wolnych od wpływów pełzania związków naprężenie – odkształcenie oraz jawnej postaci odkształcenia pełzania.

Pełzanie stali konstrukcyjnych w wysokiej temperaturze było przedmiotem wielu badań – np.: [20], [21], [22], [23], [24]. Typowy przebieg odkształceń pełzania stali w warunkach izotermicznych oraz przy stałym naprężeniu pokazano na ryc. 3b. Wyróżnić można trzy okresy pełzania. Okres I z malejącą prędkością pełzania, gdzie obserwowane jest umocnienie odkształceniowe, następnie okres II ze stałą prędkością pełzania i ostatecznie okres III, w którym następuje zwiększenie prędkości pełzania prowadzące w fazie końcowej do dekohezji i zniszczenia. Powszechnie przyjęty model pełzania stali konstrukcyjnych oparty na teorii umocnienia odkształceniowego został przedstawiony w pracy [20]. Model ten opisuje pełzanie w okresie I i II. W artykule [24] propozycja [20] została zmodyfikowana tak, aby uwzględnić pełzanie trzeciookresowe. Prędkość (przyrost) odkształceń pełzania stali w wysokiej temperaturze ma postać:

$$\dot{\varepsilon}_{creep.s(p)} = Z_{s(p)}(\sigma) \cdot \coth^2 \left( \frac{\varepsilon_{creep.s(p)}}{\varepsilon_{co.s(p)}} \right) \cdot \exp \left( -\frac{\Delta H_{s(p)}}{\bar{R} \cdot \theta(t)} \right) \cdot \Delta_{cr}(\varepsilon_{creep.s(p)}) \quad (9)$$

gdzie  $\Delta H_{s(p)}$  oznacza wyznaczaną doświadczalnie energię aktywacji,  $\bar{R}$  jest uniwersalną stałą gazową, a  $Z_{s(p)}$ ,  $\varepsilon_{co.s(p)}$  są parametrami modelu, których interpretację pokazano na ryc. 3b.

Parametry  $Z_{s(p)}$ ,  $\varepsilon_{co.s(p)}$  wyrażone są w postaci prawa potęgowo-wykładniczego i potęgowego ([20], [21], [22]):

$$Z_{s(p)}(\sigma) = \begin{cases} z_{1.s(p)} \left( \frac{\sigma}{\sigma_{0.s(p)}} \right)^{z_{2.s(p)}} & \sigma \leq \sigma_{t.s(p)} \\ z_{3.s(p)} \exp \left( z_{4.s(p)} \frac{\sigma}{\sigma_{0.s(p)}} \right) & \sigma > \sigma_{t.s(p)} \end{cases} \quad (10)$$

$$\varepsilon_{co.s(p)}(\sigma) = \varepsilon_{1.s(p)} \left( \frac{\sigma}{\sigma_{0.s(p)}} \right)^{\varepsilon_{2.s(p)}} \quad (11)$$

creep strain is fully reversible, which is not confirmed in experimental observations.

### Constitutive relations of reinforcing steel and prestressing strands

In general, the total strain of reinforcing steel and prestressing steel is expressed as follows:

$$\varepsilon = \varepsilon_{th.s(p)}(\theta) + \varepsilon_m(\sigma, \theta) + \varepsilon_{creep.s(p)}(\sigma, \theta, t) \quad (8)$$

where  $\varepsilon_{th.s(p)}$  means free thermal strain,  $\varepsilon_{creep.s(p)}$  is the creep strain of, respectively, reinforcing steel (s) and prestressing steel (p),  $\varepsilon_m$  is the elastic and plastic mechanical strain. As in the case of concrete,  $\varepsilon_{creep.s(p)}$  is taken into consideration explicitly, as in equation (8) – the EM approach, or implicitly by including this strain in  $\varepsilon_m$  – the IM approach. Stress-strain physical relationships in code [3] Fig. 3a) implicitly take into consideration strain  $\varepsilon_{creep.s(p)}$ , i.e., they fall within the IM approach. In this case, in order to describe the behaviour of ordinary and prestressing steel, it is sufficient to apply the stress-strain law and the dependence of free thermal strain on temperature [3].

In the case of the EM approach, a complete description of material behaviour makes it necessary to determine stress-strain relationships free of the effects of creep and an explicit form of creep strain.

Structural steel creep at high temperatures was the subject of numerous studies, e.g., [20], [21], [22], [23], [24]. A typical course of steel creep strain in isothermic conditions and with constant stress is shown in Fig. 3b. Three stages of creep can be identified. Stage I with a decreasing creep rate, where strain hardening is observed, followed by stage II with a constant creep rate, and stage III, with an increased creep rate leading in its final stage to decohesion and failure. The generally accepted structural steel creep model based on the strain hardening theory was presented in [20]. The model describes creep during stages I and II. In article [24] proposal [20] was modified so as to take into consideration the third stage of creep. The rate (increase) of steel creep strain at high temperatures is calculated as follows:

$$\dot{\varepsilon}_{creep.s(p)} = Z_{s(p)}(\sigma) \cdot \coth^2 \left( \frac{\varepsilon_{creep.s(p)}}{\varepsilon_{co.s(p)}} \right) \cdot \exp \left( -\frac{\Delta H_{s(p)}}{\bar{R} \cdot \theta(t)} \right) \cdot \Delta_{cr}(\varepsilon_{creep.s(p)}) \quad (9)$$

where  $\Delta H_{s(p)}$  means the experimentally determined activation energy,  $\bar{R}$  is the universal gas constant, and  $Z_{s(p)}$  and  $\varepsilon_{co.s(p)}$  are the parameters of the model, whose interpretation is shown in Fig. 3b.

Parameters  $Z_{s(p)}$  and  $\varepsilon_{co.s(p)}$  are expressed in the form of the power and exponential law and the power law ([20], [21], [22]):

$$Z_{s(p)}(\sigma) = \begin{cases} z_{1.s(p)} \left( \frac{\sigma}{\sigma_{0.s(p)}} \right)^{z_{2.s(p)}} & \sigma \leq \sigma_{t.s(p)} \\ z_{3.s(p)} \exp \left( z_{4.s(p)} \frac{\sigma}{\sigma_{0.s(p)}} \right) & \sigma > \sigma_{t.s(p)} \end{cases} \quad (10)$$

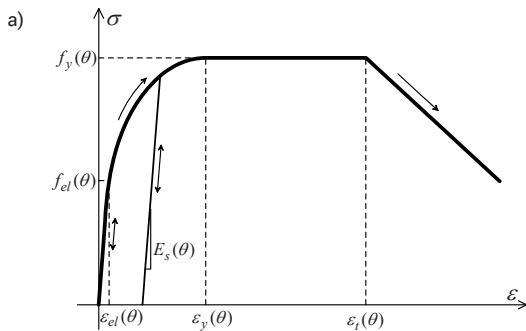
$$\varepsilon_{co.s(p)}(\sigma) = \varepsilon_{1.s(p)} \left( \frac{\sigma}{\sigma_{0.s(p)}} \right)^{\varepsilon_{2.s(p)}} \quad (11)$$



w których stałe  $z_{1.s(p)}$  do  $z_{4.s(p)}$ ,  $\varepsilon_{1.s(p)}$ ,  $\varepsilon_{2.s(p)}$ ,  $\sigma_{t.s(p)}$ ,  $\sigma_{0.s(p)}$  ustala się na podstawie doświadczalnych prób pełzania w stacjonarnych warunkach termicznych. Funkcja uwzględniająca pełzanie w okresie III przedstawiona jest wzorem:

$$\Delta_{cr}(\varepsilon_{creep.s(p)}) = \begin{cases} 1.0 & \varepsilon_{creep.s(p)} \leq \varepsilon_{lim.s(p)} \\ \frac{\varepsilon_{creep.s(p)}}{\varepsilon_{lim.s(p)}} & \varepsilon_{creep.s(p)} > \varepsilon_{lim.s(p)} \end{cases} \quad (12)$$

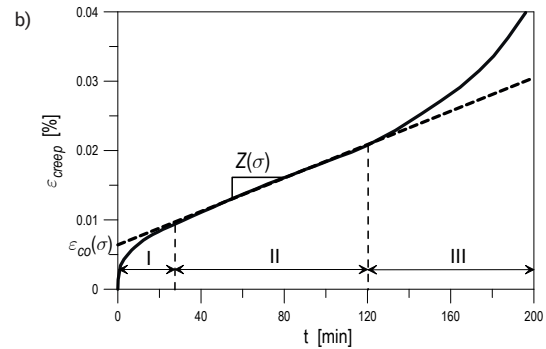
gdzie  $\varepsilon_{lim.s(p)}$  jest stałą materiałową. Badania doświadczalne stali zwykłych [20] i sprężających [24] wskazują, że pełzanie w trzecim okresie zaczyna się, gdy  $\varepsilon_{creep.s(p)}$  przekroczy 0,02. Przy tak dużych odkształceniach konstrukcje żelbetowe i sprężone są bliskie fazy zniszczenia. Stąd pełzanie w trzecim okresie zazwyczaj nie jest istotne w analizie zachowania się konstrukcji żelbetowych i sprężonych w pożarze.



where constants  $z_{1.s(p)}$  to  $z_{4.s(p)}$ ,  $\varepsilon_{1.s(p)}$ ,  $\varepsilon_{2.s(p)}$ ,  $\sigma_{t.s(p)}$ ,  $\sigma_{0.s(p)}$  are determined on the basis of experimental creep tests in transient thermal conditions. The function taking into consideration creep at stage III is expressed by the following equation:

$$\Delta_{cr}(\varepsilon_{creep.s(p)}) = \begin{cases} 1.0 & \varepsilon_{creep.s(p)} \leq \varepsilon_{lim.s(p)} \\ \frac{\varepsilon_{creep.s(p)}}{\varepsilon_{lim.s(p)}} & \varepsilon_{creep.s(p)} > \varepsilon_{lim.s(p)} \end{cases} \quad (12)$$

where  $\varepsilon_{lim.s(p)}$  is a material constant. Experimental tests of ordinary steel [20] and prestressing steel [24] show that creep in stage III begins when  $\varepsilon_{creep.s(p)}$  exceeds 0.02. With such high strains, reinforced concrete and prestressed structures are close to failure. Therefore, creep in stage III is usually irrelevant for the analysis of the behaviour of reinforced concrete and prestressed structures in a fire.



Rycina 3. a) związki fizyczne naprężenie – odkształcenie stali zbrojeniowej oraz stali sprężających; b) pełzanie stali konstrukcyjnych w wysokiej temperaturze

Figure 3. a) stress-strain relationships for reinforcing and prestressing steels, b) creep of structural steel at high temperatures

Źródło: Opracowanie własne.

Source: Own elaboration.

Problemem w ustaleniu modelu EM stali zwykłej i sprężającej jest określenie generycznej zależności naprężenie – odkształcenie pozbawionej pośredniego wpływu pełzania wbudowanego w odkształcenie  $\varepsilon_m$ . W pracy [23] zaproponowano metodę wyodrębnienia odkształcenia pełzania z krzywych naprężenie – odkształcenie typu IM. Autorzy [23] zauważyli, że zadowalająca zgodność z eksperymentem jest otrzymana, jeżeli zostanie zredukowana wartość odkształcenia  $\varepsilon_y(\theta)$ , przy którym osiągnięta jest granica plastyczności – ryc. 3a. W przypadku zwykłej stali konstrukcyjnej wartość redukcji odkształcenia wynosi 0,01 [23]. W analogiczny sposób zredukowano odkształcenie  $\varepsilon_y(\theta)$  stali sprężającej. Przyjęta wartość redukcji wynosi 0.0075. Poprawność tej redukcji została sprawdzona w oparciu o eksperymenty [25], [26] przytoczone za pracą [27]. Doświadczenia te polegały na próbach pełzania w niestacjonarnym, monotonicznie rosnącym polu termicznym. Do obliczeń założono związki fizyczne naprężenie – odkształcenie według [3] z wprowadzoną redukcją odkształcenia  $\varepsilon_y(\theta)$  o 0.0075. Stałe w równaniu (9) zostały zaczerpnięte z pracy [21] jak dla stali ASTM A 421-65.

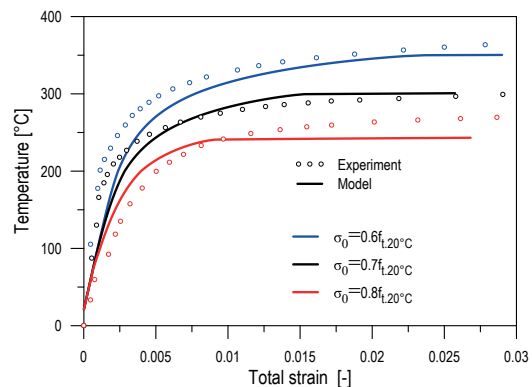
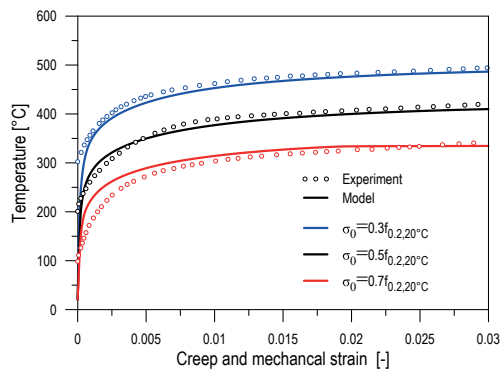
W przypadku testu [25] otrzymano bardzo dobrą zgodność symulacji obliczeniowej z eksperymentem – ryc. 4a. Mniejszą zgodność uzyskano dla serii doświadczalnej [26] – ryc. 4b, co jest spowodowane wcześniejszym osiągnięciem granicy plastyczności według modelu [3] niż to miało miejsce w przypadku konkretnej stali badanej w eksperymencie. Pomimo tych

The problem with specifying the EM model for ordinary and prestressed structures lies in determining the stress-strain relationship without the implicit impact of creep built into strain  $\varepsilon_m$ . The authors of work [23] suggest a method for separating creep strain from IM-type stress-strain curves. The authors of [23] noticed that an acceptable agreement with the experiment is achieved through the reduction of strain value  $\varepsilon_y(\theta)$  for which the yield stress is reached – Fig. 3a. For ordinary structural steel the strain reduction value is 0.01 [23]. Strain  $\varepsilon_y(\theta)$  of prestressing steel was reduced in a similar way. The adopted reduction value amounts to 0.0075. The accuracy of the reduction was checked on the basis of experiments [25], [26] as cited in [27]. These experiments consisted of creep tests in a transient, monotonically increasing thermal field. The calculations were based on the stress-strain physical relationships according to [3] with the introduced strain  $\varepsilon_y(\theta)$  reduction of 0.0075. Constants in equation (9) were taken from [21] as for steel ASTM A 421-65.

Test [25] resulted in a very good agreement between the computational simulation with the experiment – Fig. 4a. A lower level of concordance was achieved for the experimental series [26] – Fig. 4b. This was caused by an earlier reaching of the yield stress according to model [3] than in the case of the specific type of steel tested in the experiment. Despite these discrepancies, model [3] modified in a simple way, with an explicit description

rozbieżności zmodyfikowany w prosty sposób model [3] wraz z jawnym opisem odkształcenia pełzania według równania wystarczająco dokładnie opisuje proces pełzania stali sprężającej.

of creep strain based on equation (9), provides a sufficiently accurate description of the creep process of prestressing steel.



Rycina 4. Pełzanie stali w zmiennej temperaturze: a) eksperyment [25], b) eksperyment [26]

Figure 4. Creep test at transient temperature: a) experiment [25], b) experiment [26]

Źródło: Opracowanie własne.

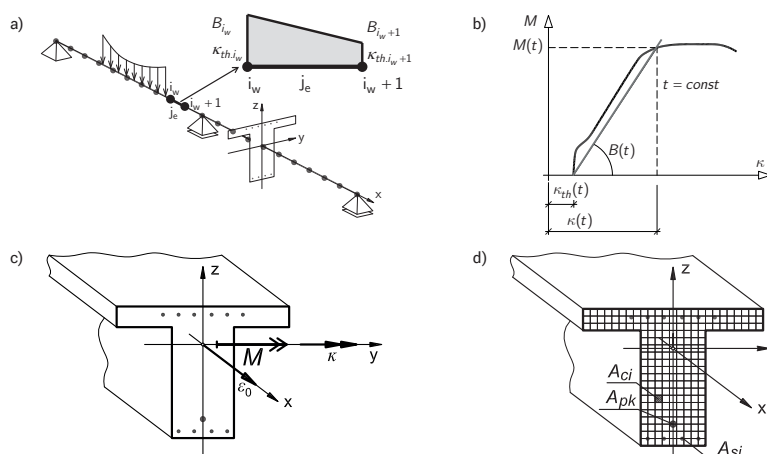
Source: Own elaboration.

### Algorytm obliczeniowy

W analizie obliczeniowej konstrukcji wprowadzona jest dyskretyzacja na dwóch poziomach: lokalnym – przekroju poprzecznego oraz globalnym, czyli całej konstrukcji – ryc. 5 a, d. W każdej chwili czasu  $t$  pożaru w przekroju wyznaczane są temperatury metodą elementów skończonych. Następnie pola temperatury wykorzystywane są do analizy stanu mechanicznego w przekroju – wyznaczenia pól odkształceń i naprężeń oraz uogólnionych wielkości kinematycznych krzywizny  $\kappa$  i odkształcenia  $\varepsilon_0$  – ryc. 5 c. Następnym krokiem analizy jest wyznaczenie siecznych sztywności według definicji pokazanej na ryc. 5b oraz wyznaczeniu przemieszczeń i sił wewnętrznych w konstrukcji metodą elementów skończonych. W obliczeniach przyjęto liniową zmienność sztywności giętej pomiędzy węzłami – ryc. 5a.

### Computational algorithm

The computational analysis of structures introduces discretisation at two levels: local, i.e. at the cross-section level, and global – for the whole structure – Fig. 5 a, d. At any time  $t$  during the fire, temperatures at the cross-section are determined using the finite element method. After that, temperature fields are used to analyse the mechanical state at the cross-section – to determine strain and stress fields and generalised kinematic variables: curvature  $\kappa$  and strain  $\varepsilon_0$  – Fig. 5 c. The next step of the analysis consists of determining secant stiffness according to the definition shown in Fig. 5b, and determining displacements and internal forces in the structure using the finite element method. A linear dependence of flexural stiffness between the nodes was adopted for the calculations – Fig. 5a.



Rycina 5. a) dyskretyzacja MES na poziomie konstrukcji, b) definicja siecznych sztywności, c) uogólnione siły i wielkości kinematyczne na poziomie przekroju, d) dyskretyzacja przekroju

Figure 5. a) FEM discretisation at the structural level, b) definition of the secant stiffness, c) generalised kinematic variables and forces at the cross-section level, d) discretisation of the cross-section

Źródło: Opracowanie własne.

Source: Own elaboration.

Na poziomie przekroju poprzecznego uogólnione przemieszczenia  $\kappa$  i  $\varepsilon_0$  wyznacza się rozwiązując równanie:

$$\mathbf{f}_{int} = \begin{Bmatrix} f_{int}^N \\ f_{int}^M \end{Bmatrix} = \mathbf{f}_{ext} = \begin{Bmatrix} N=0 \\ M(t) \end{Bmatrix} \quad (13)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} f_{int}^N &= \iint_A \sigma_c(\varepsilon_{m,c}, \theta) dA + \sum_j \sigma_s(\varepsilon_{m,s}, \theta) A_{sj} + \sum_k \sigma_p(\varepsilon_{m,p}, \theta) A_{pk} \\ f_{int}^M &= \iint_A \sigma_c(\varepsilon_{m,c}, \theta) z dA + \sum_j \sigma_s(\varepsilon_{m,s}, \theta) z_j A_{sj} + \sum_k \sigma_p(\varepsilon_{m,p}, \theta) z_k A_{pk} \end{aligned} \quad (14)$$

Odształcenia mechaniczne poszczególnych włókien przekroju betonowego oraz prętów zbrojenia zwykłego i sprężającego obliczane są z wykorzystaniem związków fizycznych (4) i (8). Wstawiając równanie (1) do równania (4), otrzymujemy:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{m,c}(\kappa, \varepsilon_0, y, z, t) &= \varepsilon - \varepsilon_{th,c} - \varepsilon_{tr,c} = \\ &= \kappa z + \varepsilon_0 - \varepsilon_{th,c}(\theta(y, z, t)) - \varepsilon_{tr,c}(y, z, t) \end{aligned} \quad (15)$$

W sposób analogiczny wyznaczamy odształcenia mechaniczne w pręcie zbrojeniowym ( $j$ ) i w splocie ( $k$ ):

$$\begin{aligned} \varepsilon_{m,s}(\kappa, \varepsilon_0, y_j, z_j, t) &= \varepsilon - \varepsilon_{th,s} - \varepsilon_{creep,s} = \\ &= \kappa z_j + \varepsilon_0 - \varepsilon_{th,s}(\theta(y_j, z_j, t)) - \varepsilon_{creep,s}(y_j, z_j, t) \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{m,p}(\kappa, \varepsilon_0, \varepsilon_{p0k}, y_k, z_k, t) &= \\ &= \kappa z_k + \varepsilon_0 - \varepsilon_{th,p}(\theta(y_k, z_k, t)) - \varepsilon_{creep,p}(y_k, z_k, t) + \varepsilon_{p0k} \end{aligned} \quad (17)$$

gdzie  $\varepsilon_{p0k}$  jest odształceniem od sprężenia w splocie  $k$  w chwili rozpoczęcia oddziaływania wysokiej temperatury. Wektor sił wewnętrznych  $\mathbf{f}_{int}$  oblicza się w sposób przybliżony z wykorzystaniem dyskretyzacji przekroju poprzecznego – ryc. 5d.

Krzywizna wymuszona  $\kappa_{th}$  wykorzystywana do wyznaczenia siecznej sztywności  $B$  przekroju w węźle obliczana jest z równania (13), przyjmując  $f_{int}^M = 0$ . W związkach fizycznych wykorzystywanych do wyznaczenia  $\kappa_{th}$  uwzględnia się istniejące uszkodzenia (historię odształceń mechanicznych), które miały miejsce w przekroju obciążonym oraz osiągnięte do chwili  $t$  trwałe odształcenia pełzania betonu w niestacjonarnym polu termicznym, a także odształcenia pełzania stali zbrojeniowej i sprężającej. Sieczna sztywność  $B$  może być zatem interpretowana jako liniowa aproksymacja ścieżki odciążenia w układzie  $M \sim \kappa$  na poziomie przekroju poprzecznego – ryc. 5b. Algorytm obliczeniowy przedstawia się następująco:

1. W chwili  $t$  w każdym węźle konstrukcji znany jest stan termiczno-mechaniczny konstrukcji.
2. W chwili  $t + \Delta t$  wyznaczamy: nowe wartości temperatury  $\theta^{t+\Delta t}$ , swobodne odształcenia termiczne  $\varepsilon_{th,c}^{t+\Delta t}$ ,  $\varepsilon_{th,s}^{t+\Delta t}$ ,  $\varepsilon_{th,p}^{t+\Delta t}$  oraz ewentualną zmianę sił wewnętrznych  $\Delta \mathbf{f}_{ext}^{t+\Delta t}$  wynikającą ze zmiany obciążenia mechanicznego, obliczoną dla sztywności  $\mathbf{B}^t$ .
3. Przyjmujemy nowe wartości sił wewnętrznych  $\mathbf{f}_{ext}^{t+\Delta t} = \mathbf{f}_{ext}^t + \Delta \mathbf{f}_{ext}^{t+\Delta t}$ .
4. Dla sił wewnętrznych  $\mathbf{f}_{ext}^{t+\Delta t}$  obliczane są metodą Newtona-Raphsona krzywizny  $\kappa^{t+\Delta t}$ ,  $\kappa_{th}^{t+\Delta t}$ . W przypadku modeli EM iteracyjnie obliczane są odształcenia pełzania na poziomie każdego węzła i włókna betonowego oraz stali zbrojeniowej i sprężającej:  $\varepsilon_{tr,c}^{t+\Delta t} = \varepsilon_{tr,c}^t + \Delta \varepsilon_{tr,c}$ ,

At the cross-section level generalised kinematic variables  $\kappa$  and  $\varepsilon_0$  are determined by solving the equation:

$$\mathbf{f}_{int} = \begin{Bmatrix} f_{int}^N \\ f_{int}^M \end{Bmatrix} = \mathbf{f}_{ext} = \begin{Bmatrix} N=0 \\ M(t) \end{Bmatrix} \quad (13)$$

where:

$$\begin{aligned} f_{int}^N &= \iint_A \sigma_c(\varepsilon_{m,c}, \theta) dA + \sum_j \sigma_s(\varepsilon_{m,s}, \theta) A_{sj} + \sum_k \sigma_p(\varepsilon_{m,p}, \theta) A_{pk} \\ f_{int}^M &= \iint_A \sigma_c(\varepsilon_{m,c}, \theta) z dA + \sum_j \sigma_s(\varepsilon_{m,s}, \theta) z_j A_{sj} + \sum_k \sigma_p(\varepsilon_{m,p}, \theta) z_k A_{pk} \end{aligned} \quad (14)$$

Mechanical strains of each fibre of the concrete section and the reinforcing and prestressing steel bars are calculated with the use of physical relations (4) and (8). By inserting equation (1) to equation (4), the following is obtained:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{m,c}(\kappa, \varepsilon_0, y, z, t) &= \varepsilon - \varepsilon_{th,c} - \varepsilon_{tr,c} = \\ &= \kappa z + \varepsilon_0 - \varepsilon_{th,c}(\theta(y, z, t)) - \varepsilon_{tr,c}(y, z, t) \end{aligned} \quad (15)$$

Similarly, mechanical strains in reinforcing bar ( $j$ ) and strand ( $k$ ) are determined as follows:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{m,s}(\kappa, \varepsilon_0, y_j, z_j, t) &= \varepsilon - \varepsilon_{th,s} - \varepsilon_{creep,s} = \\ &= \kappa z_j + \varepsilon_0 - \varepsilon_{th,s}(\theta(y_j, z_j, t)) - \varepsilon_{creep,s}(y_j, z_j, t) \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{m,p}(\kappa, \varepsilon_0, \varepsilon_{p0k}, y_k, z_k, t) &= \\ &= \kappa z_k + \varepsilon_0 - \varepsilon_{th,p}(\theta(y_k, z_k, t)) - \varepsilon_{creep,p}(y_k, z_k, t) + \varepsilon_{p0k} \end{aligned} \quad (17)$$

where  $\varepsilon_{p0k}$  is the prestressing strain in strand  $k$  at the beginning of heating. Internal forces vector  $\mathbf{f}_{int}$  is calculated in an approximate manner, using cross-section discretisation – Fig. 5d.

Thermal curvature  $\kappa_{th}$  used to determine secant stiffness  $B$  of the cross-section at the node, is calculated from equation (13), assuming  $f_{int}^M = 0$ . The physical relationships used to calculate  $\kappa_{th}$  take into account the existing damage (the history of mechanical strains) in a loaded cross-section and transient concrete creep strains obtained until time  $t$  together with reinforcing and prestressing steel creep strains. Secant stiffness  $B$  can thus be interpreted as a linear approximation of the unloading path in the  $M \sim \kappa$  relations at the cross-section level – Fig. 5b. The computational algorithm is as follows:

1. At time  $t$  in each node of the structure, the thermo-mechanical condition of the structure is known.
2. At time  $t + \Delta t$  the following are determined: new values of temperature  $\theta^{t+\Delta t}$ , free thermal strains  $\varepsilon_{th,c}^{t+\Delta t}$ ,  $\varepsilon_{th,s}^{t+\Delta t}$ ,  $\varepsilon_{th,p}^{t+\Delta t}$  and the possible change of internal forces  $\Delta \mathbf{f}_{ext}^{t+\Delta t}$  resulting from the change in the mechanical load calculated for stiffness  $\mathbf{B}^t$ .
3. New internal force values  $\mathbf{f}_{ext}^{t+\Delta t} = \mathbf{f}_{ext}^t + \Delta \mathbf{f}_{ext}^{t+\Delta t}$  are adopted.
4. For internal forces  $\mathbf{f}_{ext}^{t+\Delta t}$  curvatures  $\kappa^{t+\Delta t}$  and  $\kappa_{th}^{t+\Delta t}$  are calculated with the use of the Newton-Raphson method. For EM models, creep strains are calculated iteratively at the level of each node and concrete fibre and reinforcing and prestressing steel:  $\varepsilon_{tr,c}^{t+\Delta t} = \varepsilon_{tr,c}^t + \Delta \varepsilon_{tr,c}$ ,

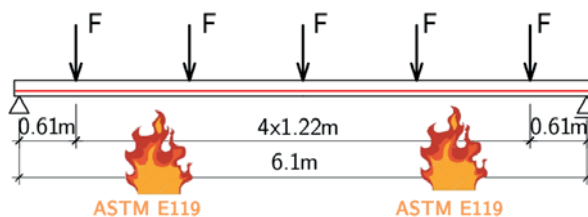
$$\varepsilon_{creep.s}^{t+\Delta t} = \varepsilon_{creep.s}^t + \Delta\varepsilon_{creep.s}, \quad \varepsilon_{creep.p}^{t+\Delta t} = \varepsilon_{creep.p}^t + \Delta\varepsilon_{creep.p}. \text{ Obliczane są naprężenia } \sigma_c^{t+\Delta t}, \sigma_s^{t+\Delta t}, \sigma_p^{t+\Delta t}.$$

5. Obliczamy sztywności  $B^{t+\Delta t}$  i metodą elementów skończonych wyznaczamy ponownie  $f_{ext}^{t+\Delta t}$ .
6. Przyjmujemy nową wartość  $f_{ext}^{t+\Delta t}$  i powtarzamy procedurę z punktu 4 i 5 aż do uzyskania satysfakcjonującej zbieżności.

Powyższy algorytm został zaimplementowany w programie MathCAD. Obliczenia termiczne na poziomie przekroju poprzecznego zostały przeprowadzone w programie DIANA.

### Pełne płyty strunobetonowe – porównanie z eksperymentem

W pierwszym przykładzie obliczeniowym przedstawiono zachowanie się trzech strunobetonowych płyt pełnych ogrzewanych od spodu. Płyty były przedmiotem badań eksperymentalnych [28]. Schemat statyczny płyt został przedstawiony na ryc. 6. Mają one grubość 16,5 cm, nie mają zbrojenia zwykłego. Sprężenie stanowi 5 splotów o średnicy 11,1 mm (7/16 cala). Zastosowano trzy różne grubości otulenia: 2,54 cm, 5,08 cm, 7,62 cm odpowiednio dla płyty nr 1, nr 2 i nr 3. Obciążenie skupione, uwzględniające ciężar własny konstrukcji zostało dobrane w taki sposób, aby zapewnić takie samo wyężenie konstrukcji na początku nagrzewu. Siły te wynoszą 8.98 kN dla płyty nr 1, 7,56 kN w przypadku elementu nr 2 i 6,07 kN w przypadku płyty nr 3.



Rycina 6. Schemat statyczny analizowanych płyt – eksperyment [28]

Figure 6. Static diagram of the analysed slabs – the experiment [28]

Źródło: Opracowanie własne.

Source: Own elaboration.

Płyty zostały wykonane z różnych mieszanek betonowych. Jednoosiowa wytrzymałość na ściskanie w chwili przeprowadzenia testu wynosiła dla płyty nr 1 – 37,2 MPa, nr 2 – 34,5 MPa, nr 3 – 43,4 MPa. Wytrzymałość na rozciąganie splotów wyniosła 1806 MPa, a moduł sprężystości był równy 195 GPa. Naprężenie w splotach przed rozpoczęciem nagrzewu wynosiło 1030 MPa.

Parametry mechaniczne betonu w wysokiej temperaturze zostały określone jak dla betonu na kruszywie krzemianowym zgodnie z zaleceniami [3]. Obliczenia zostały przeprowadzone dla podejścia EM oraz IM, zarówno w odniesieniu do betonu, jak i stali sprężającej z zastosowaniem opisanych wcześniej związków fizycznych. W przypadku podejścia EM właściwości reologiczne stali w wysokiej temperaturze przyjęto na podstawie pracy [21] jak dla stali ASTM A 421-65.

Przyjęto następującą dyskretyzację konstrukcji: przęsło zostało podzielone na 20 elementów skończonych o równej długości. Wymiar elementu skończonego przekroju poprzecznego wyniósł 0,5 cm.

$$\varepsilon_{creep.s}^{t+\Delta t} = \varepsilon_{creep.s}^t + \Delta\varepsilon_{creep.s}, \quad \varepsilon_{creep.p}^{t+\Delta t} = \varepsilon_{creep.p}^t + \Delta\varepsilon_{creep.p}. \text{ Stresses } \sigma_c^{t+\Delta t}, \sigma_s^{t+\Delta t}, \text{ and } \sigma_p^{t+\Delta t} \text{ are calculated.}$$

5. Stiffness  $B^{t+\Delta t}$  is calculated and  $f_{ext}^{t+\Delta t}$  is again determined using the finite element method.
6. New value  $f_{ext}^{t+\Delta t}$  is adopted and the procedure from points 4 and 5 is repeated until a satisfactory level of convergence is achieved.

The above algorithm was implemented in MathCAD. Thermal calculations at the cross-section level were performed in the DIANA program.

### Full pretensioned concrete slabs – a comparison with the experiment

The first calculation example presents the behaviour of three pretensioned concrete slabs heated from below. The slabs were the subject of experimental tests [28]. The static scheme of the slabs is presented in Fig. 6. Their thickness was 16.5 cm, and reinforcement consisted of 5 strands with a diameter of 11.1 mm (7/16 inch). Three various thicknesses of the concrete cover were applied: 2.54 cm, 5.08 cm, 7.62 cm respectively for slabs 1, 2 and 3. Concentrated load, taking into account the structure's dead load, was selected in such a way as to ensure the same stress intensity level of the structure at the onset of heating. The forces were 8.98 kN for slab 1, 7.56 kN for slab 2 and 6.07 kN in the case of slab 3.

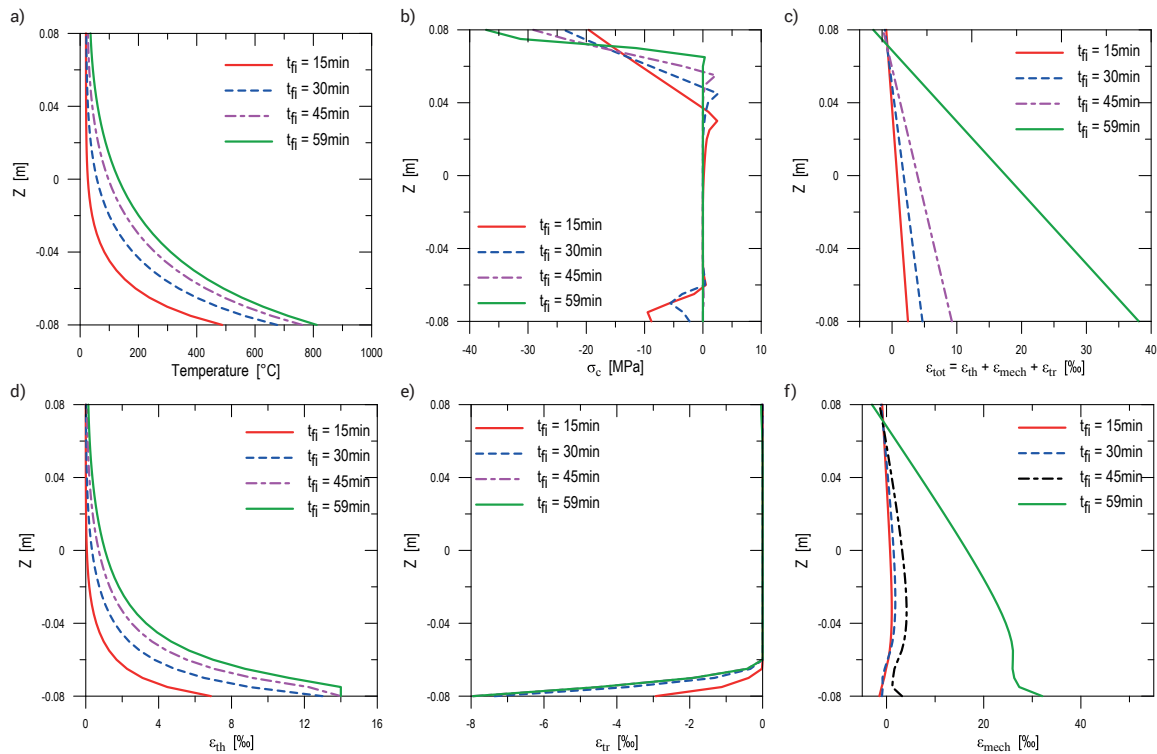
The slabs were made of various concrete mixtures. The uniaxial compressive strength at the time of performing the test was as follows: for No. 1 – 37.2 MPa, for No. 2 – 34.5 MPa, and for No. 3 – 43.4 MPa. The tensile strength of strands amounted to 1806 MPa, and the elasticity modulus was equal to 195 GPa. Stress in strands before heating was 1030 MPa.

The mechanical parameters of concrete at high temperature were determined in the same way as for concrete on silicate aggregate, in line with [3]. Calculations were performed for the EM and IM approaches, both for concrete and prestressing steel, using the previously described physical relationships. In the case of the EM approach, the rheological properties of steel at high temperature were adopted on the basis of [21], as for steel ASTM A 421-65.

The discretisation of the structure was as follows: the span was divided into 20 finite elements of equal length. The dimension of a finite element of the cross-section was 0.5 cm.





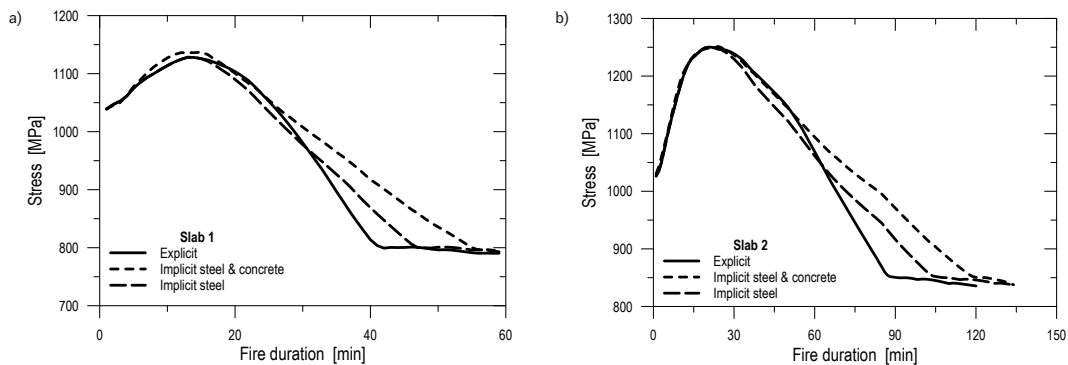


Rycina 8. Płyta nr 1 – obliczone profile temperatury, naprężeń i odkształceń w przekroju

Figure 8. Slab 1 – calculated temperature, stress and strain profiles at the cross-section

Źródło: Opracowanie własne.

Source: Own elaboration.



Rycina 9. Historia naprężeń w splotach: a) płyta 1, b) płyta 2

Figure 9. Stress history in strands: a) slab 1, b) slab 2

Źródło: Opracowanie własne.

Source: Own elaboration.

Ryc. 9 przedstawia zmiany naprężenia w splotach płyt nr 1 i nr 2. W początkowej fazie nagrzewu naprężenia wyraźnie wzrastają do poziomu 1130 MPa (płyta nr 1) – 1250 MPa (płyta nr 2). Jest to efekt dużej różnicy temperatury pomiędzy skrajnym, nagrzewanym włóknem przekroju a włóknem na poziomie splotów. Ściskanie w strefie otuliny jest równoważone przez przyrost naprężenia w splotach. Po osiągnięciu ekstremum naprężenia spadają do wartości ok. 800 MPa. W początkowym okresie spadek ten jest wynikiem wyrównywania się odkształceń termicznych, a następnie rozwojem odkształceń pełzania stali.

Pomimo istotnych różnic w deformacji analizowanych konstrukcji otrzymane wartości odporności ogniowej w poszczególnych

Fig. 9 presents changes of stress in strands for slabs 1 and 2. In the initial heating phase, stresses substantially increase to the level of 1130 MPa (slab 1) – 1250 MPa (slab 2). This results from a high temperature difference between the outermost heated fibre of the section and the fibre at the level of the strands. The compression in the cover is balanced by the stress increase in strands. After reaching the peak, the stresses drop to approx. 800 MPa. In the initial stage, the drop results from the equalizing of thermal strains, and later from the development of steel creep strains.

Despite the significant differences in the deformations of the analysed structures, the obtained fire resistance values in

sytuacjach obliczeniowych są zbliżone. Modele IM dostarczają nieznacznie mniej konserwatywnej (około 10%) informacji o odporności ogniowej analizowanych konstrukcji w porównaniu z podejściami EM.

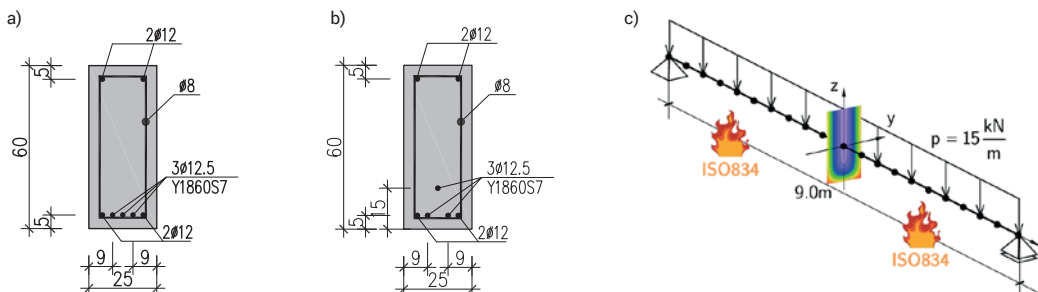
the specific computational cases are similar. The IM models provide slightly less conservative (approx. 10%) information on the fire resistance of the analysed structures in comparison to the EM approach.

### Elementy belkowe – studium parametryczne

### Beam elements – a parametric study

Analizowane elementy mają przekrój prostokątny o wymiarach przedstawionych na ryc. 10a i b. Elementy są wolnopodparcie, całkowita ich rozpiętość wynosi 9,0 m – ryc. 10c. Obciążenie konstrukcji jest równomiernie rozłożone, w chwili rozpoczęcia nagrzewu wynosi 15 kN/m, co stanowi około 50% obciążenia niszczącego. Rozpatrzono dwa typy konfiguracji splotów – ryc. 10a i b. Naprężenie w splotach (wstępne po stratach oraz od obciążenia) w chwili rozpoczęcia nagrzewu wynosi 1103 MPa (typ 1) i 1094–1109 MPa (typ 2).

The analysed elements have a rectangular cross-section with dimensions presented in Figs. 10a and b. The elements are simply supported, with a total span of 9.0 m – Fig. 10c. The load is evenly distributed, and at the moment of starting the heating it amounts to 15 kN/m, which accounts for approx. 50% of the failure load. Two types of strand configuration were considered – Fig. 10a and b. The stress in the strands (initial stress after losses and from the load) at the heating onset amounts to 1103 MPa (type 1) and 1094–1109 MPa (type 2).



Rycina 10. a) przekrój poprzeczny – element typu 1, b) przekrój poprzeczny – element typu 2, c) schemat statyczny i model MES analizowanego elementu  
 Figure 10. a) cross-section – type 1 element, b) cross-section – type 2 element, c) static diagram and FEM model of the analysed structure  
 Źródło: Opracowanie własne.

Source: Own elaboration.

Parametry mechaniczne betonu w temperaturze zwykłej i wysokiej przyjęto jak dla klasy C45/55. Zbrojenie sprężające stanowią sploty siedmiodrutowe ze stali gatunku Y1860S7 o wytrzymałości na rozciąganie 1860 MPa i umownej granicy plastyczności 1600 MPa. W podejściu EM właściwości reologiczne stali splotów w wysokiej temperaturze przyjęto na podstawie pracy [22] jak dla stali BS 5896. Granica plastyczności stali zbrojeniowej zwykłej wynosi 500 MPa, a ciągliwość odpowiada klasie C. Parametry mechaniczne w wysokiej temperaturze tej stali dobrano na podstawie [3] jak dla klasy N. Parametry reologiczne w podejściu EM ustalono na podstawie pracy [21] jak dla stali ASTM A 36-66.

The mechanical parameters of concrete at normal and high temperature were adopted as for class C45/55. The prestressing reinforcement consists of seven-wire strands made of steel Y1860S7 with a tensile strength of 1860 MPa and the 0.1% proof-stress of 1600 MPa. In the EM approach, the rheological properties of prestressing steel at high temperature were adopted on the basis of [22], as for steel BS 5896. The yield stress for reinforcing steel is 500 MPa, and its ductility corresponds to class C. The mechanical parameters of this type of steel at high temperatures were selected on the basis of [3] as for class N. The rheological parameters in the EM approach were determined on the basis of [21], as for steel ASTM A 36-66.

Dyskretyzacja konstrukcji pokazana jest na ryc. 10c. Na poziomie przekroju poprzecznego wymiar elementu skończonego wynosi 1,25 cm x 1,5 cm, a przeszło podzielono na 20 elementów skończonych. Program nagrzewu belek prowadzony był według standardowej krzywej temperatura-czas ISO 834 [29]. Ogrzewano spód belki i powierzchnie boczne zakładając radiacyjną i konwekcyjną składową gęstości strumienia ciepła w kierunkach normalnych do tych powierzchni.

The structure's discretisation is presented in Fig. 10c. At the cross-section level, the finite element size is 1.25 cm x 1.5 cm, and the span was divided into 20 finite elements. The beam heating programme was executed according to the standard temperature-time curve in line with ISO 834 [29]. The bottom and lateral surfaces of the beam were heated, assuming the radiation and convection heat flux in directions normal to these surfaces.

Wyniki obliczeń belek zostały przedstawione na ryc. 11–13. Na ryc. 11a pokazano rezultaty otrzymane dla różnych modeli efektów pełzania stali zbrojeniowej i sprężającej (podejścia IM i EM) oraz wpływ konfiguracji splotów na przebieg krzywych ugięcie – czas trwania pożaru. Bez względu na sposób uwzględniania pełzania stali zbrojeniowej w przebiegu

Results of the calculations are presented in Figs. 11–13. Fig. 11a shows the results obtained for various models of the effects of reinforcing and prestressing steel creep (the IM and EM approaches) and shows the effect of strands configuration on the course of the deflection/ time of fire curves. Regardless

krzywych deformacje – czas nagrzewu można wyróżnić trzy fazy. Pierwsza faza charakteryzuje się dużym przyrostem deformacji, następną zbliżoną jest do liniowej zmiany przemieszczenia w czasie nagrzewu. Ostatnia faza to wyraźny rozwój odkształceń pełzania z dużymi przyrostami deformacji prowadzącymi do zniszczenia. Modele stali typu IM, podobnie jak w przypadku płyt, prowadzą do zwiększenia odporności ogniowej o około dziesięć procent. Podobnego rzędu jest wpływ konfiguracji splotów w przekroju.

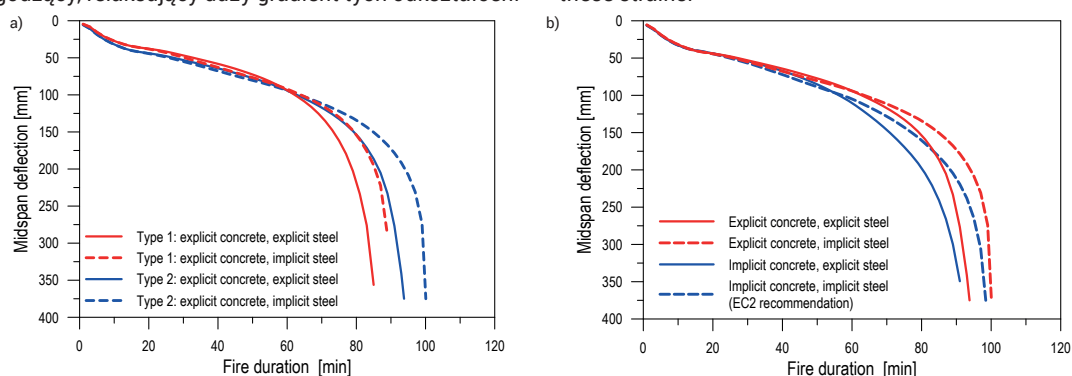
Na ryc. 11b przeanalizowany został wpływ podejścia do modelowania odkształceń pełzania betonu w niestacjonarnym polu termicznym na odpowiedź konstrukcji. Obliczenia przeprowadzono dla belki typu 2. Model betonu typu IM prowadzi do większych deformacji niż model EM dla danej chwili czasowej. Przyjęty model pełzania betonu ma niewielki wpływ na odporność ogniową elementu. Wynika to z faktu, że w okresie poprzedzającym zniszczenie praktycznie cały przekrój jest zarysowany – ryc. 11d. Strefa ściskana zlokalizowana jest po nienagrzewanej stronie przekroju, zatem rozwój odkształceń pełzania w niestacjonarnym polu termicznym jest ograniczony (ryc. 13c) i ma niewielki wpływ na osiąganą odporność ogniową.

Na ryc. 12 przedstawiono pola temperatury i naprężeń po 40 i 83 minutach nagrzewu konstrukcji w środku przęsła elementu typu 1. Duży gradient temperatury powoduje dodatkowy układ samorównoważących się naprężeń w przekroju. W efekcie w strefie środkowej rdzeni przekroju jest rozciągany, natomiast przy ogrzewanych powierzchniach bocznych występuje ściskanie. Układ naprężeń zmienia się dopiero bezpośrednio przed zniszczeniem na przedstawiony na ryc. 12d. Występuje tu wyraźna strefa ściskana przy krawędzi górnej, natomiast pozostała część przekroju jest zarysowana. Na ryc. 13 pokazano przykładowe rozkłady poszczególnych odkształceń przekroju poprzecznego w środku przęsła dla podejścia EM po 83 minutach nagrzewu. Efekty pełzania betonu w niestacjonarnym polu termicznym lokalizują się przy ogrzewanych krawędziach konstrukcji, gdzie zmiany temperatury w czasie są największe oraz występują naprężenia ściskające. Odkształcenia pełzania  $\varepsilon_{tr}$  mają przeciwny znak do odkształceń termicznych i mają charakter łagodzący, relaksujący duży gradient tych odkształceń.

of the manner of accounting for the reinforcing steel creep, three phases can be identified in the deflection/ time of fire curves. The first phase is characterised by a large strain increase, while the next phase is similar to a linear change of displacements during heating. The last phase marks the clear development of creep strains with large increases of deflection leading to failure. Similarly to the slabs the IM steel models lead to an increase in fire resistance by approx. 10%. The impact of strand configuration at the section is similar.

10%. The effect of strand configuration in the cross-section is similar. Fig. 11b illustrates the effect of the approach to concrete creep strain modelling of transient creep of concrete on the structure's mechanical response. The calculations were performed for a type 2 beam. The IM concrete model leads to greater deformations than the EM model for a specific time instant. The adopted concrete creep model has a limited influence on the element's fire resistance. This results from the fact that in the period preceding the failure, cracks are presents throughout the section – Fig. 11d. The compressed area is located on the unheated side of the section, so the development of creep strains in the transient thermal field is limited (Fig. 13c) and has a marginal influence on the achieved fire resistance.

Fig. 12 presents temperature and stress fields after 40 and 83 minutes of heating the structure at the midspan of a type 1 element. A high temperature gradient results in an additional system of self-balancing stresses at the cross-section. As a result, at the midspan, the core of the section is subjected to tension whereas the heated lateral areas are compressed. The arrangement of stresses changes directly before failure to the one presented in Fig. 12d. There is a clearly visible compressed area at the upper edge, and the remaining part of the section is cracked. Fig. 13 demonstrates examples of the distribution of particular cross-section strains at the midspan for the EM approach after 83 minutes of heating. Concrete transient creep strains are located at the heated edges of the structure, where temperature changes in time are the highest and compressive stresses occur. Creep strains  $\varepsilon_{tr}$  have an opposite sign to thermal strains and have a relaxing effect on the high gradient of these strains.

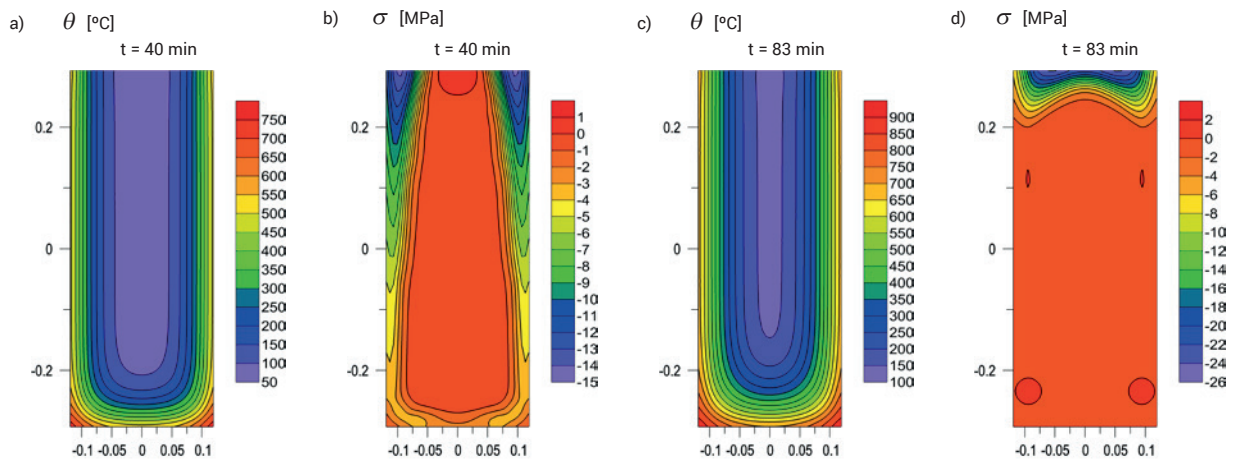


**Rycina 11.** Zależność czas nagrzewu – ugięcie przęsła: a) wpływ konfiguracji splotów i podejścia do modelowania pełzania stali (EM vs IM), b) efekt podejścia IM i EM do modelowania pełzania betonu w niestacjonarnych warunkach termicznych

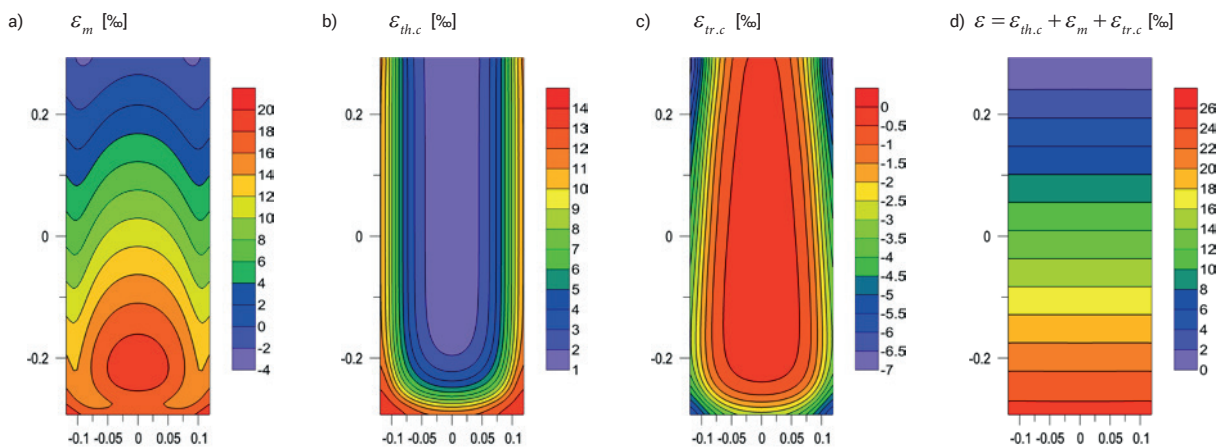
**Figure 11.** Time of heating – midspan deflection relations: a) the effect of strand configuration and the approach to the modelling of steel creep (EM vs. IM), b) the effects of the IM and EM approaches to modelling the transient creep of concrete

**Źródło:** Opracowanie własne.

**Source:** Own elaboration.



**Rycina 12.** Belka typu 1 – pola temperatury i naprężeń w przekroju po 40 i 83 min pożaru  
**Figure 12.** Type 1 beam – stresses and temperatures at the section after 40 and 83 min of fire  
**Źródło:** Opracowanie własne.  
**Source:** Own elaboration.



**Rycina 13.** Belka typu 1- odkształcenia w przekroju po 83 min pożaru (EM)  
**Figure 13.** Type 1 beam – strains at the section after 83 minutes of fire (EM)  
**Źródło:** Opracowanie własne.  
**Source:** Own elaboration.

### Uwagi ogólne i dyskusja wyników

Zaprezentowane w poprzednich punktach symulacje obliczeniowe dostarczają szeregu informacji na temat zachowania się elementów strunobetonowych w sytuacji pożaru. Wyniki obliczeń stanowią ważne uzupełnienie doświadczeń, między innymi ze względu na dużą trudność lub wręcz brak możliwości wykonania pomiaru eksperymentalnego wielu wielkości mechanicznych w trakcie pożaru (np. odkształceń w przekroju).

Zarówno elementy płytowe z jednowymiarowym przewodzeniem ciepła, jak i elementy belkowe z dwuwymiarowym polem temperatury zachowują się bardzo podobnie w procesie nagrzewu. W przypadku elementów płytowych można zaobserwować, że modele IM stali sprężającej prowadzą w przypadku elementów z grubszą otuliną zbrojenia do gorszych oszacowań odpor-

### General notes and discussion of results

The computational simulations presented above provide a lot of information on the behaviour of prestressed concrete elements in the case of fire. The results of calculations constitute a crucial addition to experiments, *inter alia*, due to the considerable difficulty, or even impossibility, of making experimental measurements of many mechanical values during a fire (e.g. strains at the section).

Both slab elements with a one-dimensional heat conduction and beam elements with a two-dimensional temperature field behave in a very similar way when heated. In the case of slab elements, it can be observed that the IM models of prestressing steel for elements with a thicker reinforcement cover lead to poor estimations of fire resistance. This evidently results from

ności ogniowej. Jest to wyraźny efekt braku jawnej zależności odkształceń wysokotemperaturowego pełzania stali od czasu. Modele typu EM są w jawny sposób funkcją czasu, stąd symulacje obliczeniowe wykorzystujące podejście EM dla stali prowadzą do znacznie lepszej zgodności z eksperymentem.

Główną trudnością w stosowaniu modeli EM stali jest brak uniwersalnych wartości stałych materiałowych opisujących odkształcenie pełzania. Nawet w obrębie jednego typu stali (np. stal sprężająca obrabiana na zimno o niskiej relaksacji [21], [22], [24]) stałe materiałowe w równaniach od (9) do (11) istotnie różnią się w zależności od jej gatunku. Intensywność pełzania w wysokiej temperaturze i przebieg tego zjawiska obserwowany na poziomie makroskopowym jest między innymi wynikiem dyfuzji pierwiastków chemicznych stanowiących dodatek (np. mangan, krzem, chrom) w sieci krystalicznej utworzonej przez żelazo i węgiel. Dyfuzja tych pierwiastków prowadzi do powstania tzw. wakansów w sieci krystalicznej i przy jednoczesnym działaniu naprężenia związanych z tym dyslokacji w sieci krystalicznej stali [30]. Stąd istotna zależność zjawiska pełzania wysokotemperaturowego od składu chemicznego stali. Jednakże na etapie projektowania konstrukcji skład chemiczny stali nie jest cechą istotną i zwykle nie jest znany co utrudnia stosowanie modeli EM.

Duży gradient temperatury w przekroju analizowanych elementów prowadzi do powstania naprężeń ściskających wzdłuż nagrzewanego brzegu przekroju. Wewnątrz przekroju beton jest rozciągany lub zarysowany. Klasyczny układ naprężeń w przekroju (tzn. strefa ściskana przy włóknach górnych i zarysowana strefa rozciągana) powstaje na etapie nagrzewu bliskiemu zniszczeniu. W tym przypadku elementy strunobetonowe zachowują się podobnie jak zwykłe konstrukcje żelbetowe, które w początkowym etapie nagrzewu mają zdolność do domykania rys dzięki dużym przypowierzchniowym odkształceniom termicznym [11]. W wyniku tego mechanizmu gazy o wysokiej temperaturze nie penetrują w głąb przekroju, nawet jeżeli konstrukcja była zarysowana przed rozpoczęciem nagrzewu.

## Podsumowanie i wnioski

W artykule przedstawiono metodę analizy obliczeniowej prętowych, zginanych konstrukcji sprężonych w sytuacji pożaru rozwiniętego opartą na siecznej sztywności. Zaprezentowano algorytm obliczeniowy podejścia 2D $\theta$ +1DM. Przeprowadzono obliczenia strunobetonowych płyt sprężonych ogrzewanych od spodu i strunobetonowych belek ogrzewanych z trzech stron. Szczegółowej analizie poddano sposób uwzględniania odkształceń pełzania betonu w niestacjonarnych warunkach termicznych oraz pełzania stali zbrojeniowej i sprężającej. Na podstawie przeprowadzonych symulacji obliczeniowych można sformułować następujące wnioski:

1. Analiza obliczeniowa oparta na siecznej sztywności dobrze odtwarza zachowanie się elementów strunobetonowych w sytuacji jednoczesnego obciążenia mechanicznego i obciążenia wysoką temperaturą.
2. Sposób uwzględniania odkształceń pełzania betonu w niestacjonarnym polu termicznym nie ma większego

the lack of an explicit correlation between high-temperature steel creep and time. The EM models are an explicit function of time, thus numerical simulations employing the EM approach for steel lead to a considerably higher agreement between simulation results of simulations and experiments.

The main difficulty in applying EM models for steel is the lack of universal material constants describing creep strain. Even within one type of steel (e.g. low-relaxation cold-rolled prestressing steel [21], [22], [24]) material constants in equations (9) to (11) differ significantly depending on its grade. The intensity of creep at high temperature and the course of this phenomenon observed at the macroscopic level is, *inter alia*, the result of the diffusion of chemical elements constituting additives (e.g. manganese, silicon, chrome) in the crystalline network formed by iron and carbon. The diffusion of these elements leads to the so-called vacancies in the crystalline network. The vacancies with a simultaneous stresses result in the dislocations in the crystalline network of steel [30]. Therefore, there is a significant correlation between high-temperature creep and the chemical composition of steel. However, at the structure design stage, the chemical composition of steel is not a crucial characteristic and is usually not known, which makes EM models difficult to apply.

High temperature gradients in the cross-sections of the analysed elements lead to compressive stresses along the heated edges of the sections. Inside the cross-section, concrete is in tension or cracked. The typical distribution of stresses in the section (i.e. compressed area at the upper fibres and the cracked tension area) is created at the heating stage close to failure. In this case, pretensioned concrete elements behave similarly to ordinary reinforced concrete structures, which at the initial heating stage have the crack-closing ability due to high surface thermal strains [11]. As a result of this mechanism, high-temperature gases do not penetrate deep into the section even if the structure was cracked before heating.

## Summary and conclusions

The article presented the computational analysis method for prestressed beam structures in the case of a developed fire based on secant stiffness. It explored a calculation algorithm for the 2D $\theta$ +1DM approach. Calculations were performed for pretensioned concrete slabs heated from below and three-face heated pretensioned concrete beams. The method of accounting for concrete transient creep strains, reinforcing and prestressing steel creep strains was discussed in details. Based on the computational simulations, the following conclusions can be formulated:

1. The computational analysis based on secant stiffness accurately reflects the behaviour of pretensioned concrete elements in a situation of simultaneous mechanical and high-temperature loads.
2. The method of accounting for concrete transient creep strains does not have any major influence on the



wpływu na zachowanie się elementów strunobetonowych w sytuacji pożaru i nie prowadzi do istotnych różnic w obliczonej odporności ogniowej. Model uwzględniania efektów pełzania betonu przyjęty w obowiązującej normie do projektowania konstrukcji z betonu (Eurokod 2-1-2) jest zatem wystarczająco poprawny.

3. Modele stali zbrojeniowej i sprężającej, w których pełzanie jest uwzględniane w sposób bezpośredni, prowadzą do bliższych rzeczywistości wyników niż model typu IM. Generalnie model typu IM stali zbrojeniowej prowadzi do niedoszacowania ugięć konstrukcji.
4. Główne ograniczenie w obliczaniu konstrukcji strunobetonowych metodą EM stanowi brak uniwersalnych stałych materiałowych do opisu pełzania stali zbrojonych i sprężających wykorzystywanych w praktyce. Stałe te zależą między innymi od składu chemicznego stali, który jest różny w zależności od jej gatunku.
5. Wpływ podejścia EM i IM do modelowania efektów pełzania stali zbrojeniowej na obliczeniową odporność ogniową jest niewielki. Model EM prowadzi do oszacowań bardziej zgodnych z eksperymentem niż podejście IM. Różnica w uzyskanych w obliczeniach odpornościach ogniowych wynosi około 10%. Wartość ta w większości przypadków inżynierskich dotyczących elementów zginanych, strunobetonowych nie ma istotnego znaczenia z punktu widzenia bezpieczeństwa pożarowego konstrukcji.
6. W przypadku analizowanych konstrukcji strunobetonowych odkształcenia pełzania betonu w niestacjonarnym polu termicznym (podejście EM) osiągają niewielkie wartości. Jest to charakterystyczne w przypadku konstrukcji obciążonych bez udziału ściskającej siły podłużnej (zazwyczaj są to elementy jednoprzęsłowe, statycznie wyznaczalne). W przypadku konstrukcji tego typu odkształcenia pełzania w warunkach niestacjonarnych mają charakter relaksacyjny w odniesieniu do dużych odkształceń termicznych i ich gradientów w obszarach poddanych bezpośredniemu działaniu ognia.
7. Przedstawione podejście obliczeniowe może być z powodzeniem wykorzystane w rozwiązywaniu praktycznych problemów inżynierskich w procesie projektowania konstrukcji oraz w sytuacji eksperckiej oceny obiektów istniejących.

behaviour of pretensioned concrete elements in the case of fire and does not lead to any significant differences in the calculated fire resistance. The model for including concrete creep effects, as adopted in the currently binding standard for the design of concrete structures (Eurocode 2-1-2), is therefore sufficiently accurate.

3. Reinforcing and prestressing steel models in which creep is accounted for explicitly lead to more realistic results than the IM model. In general, the IM model of reinforcing steel leads to the underestimating of the deflection of structures.
4. The main limitation of the calculations for pretensioned concrete elements using the EM method is the lack of universal material constants to describe the creep of reinforcing and prestressing steel used in practice. These constants depend primarily on the chemical composition of steel, which differs depending on steel grade.
5. The effect of the EM and IM approaches to the modelling of reinforcing steel creep effects on the computed fire resistance is limited. The EM model leads to estimations which are more in line with experimental results than the IM approach. The difference in the calculated fire resistance amounts to approx. 10%. In most engineering cases referring to pretensioned concrete elements subjected to bending, this difference is not significant from the perspective of the structure's fire safety.
6. In the case of the analysed pretensioned concrete structures, transient creep strains of concrete (the EM approach) have low values. This is characteristic for structures loaded without any longitudinal compressive force, where compressed areas are on the unheated side (usually these are statically determined single-span elements). In the case of structures of this type, creep strains in transient conditions have a relaxing effect with reference to large thermal strains and their gradients in areas directly exposed to fire.
7. The presented computational approach can be successfully applied to solve practical engineering problems in the structure design process and for expert assessments of existing structures.

## Literatura

- [1] Ustawa z dnia 7 lipca 1994 r. – Prawo budowlane (Dz.U. 2007 nr 44, poz. 287).
- [2] Rozporządzenie Ministra Infrastruktury w sprawie warunków technicznych, jakim powinny odpowiadać budynki i ich usytuowanie z dnia 12 kwietnia 2002 r. (Dz.U. Nr 75, poz. 690).
- [3] PN-EN 1992-1-2:2008 Eurokod 2: Projektowanie konstrukcji z betonu – Część 1–2: Reguły ogólne. Projektowanie z uwagi na warunki pożarowe.
- [4] Seręga S., *A new simplified method for determining fire resistance of reinforced concrete sections*, w: *Proceedings of 6th International Conference Analytical Models and New Concepts in Concrete and Masonry Structures*, 383–384, CD, 2008.
- [5] Meda A., Gambarova P.G., Bonomi M., *High-performance concrete in fire-exposed reinforced concrete sections*, "ACI Structural Journal" 2002, 99, 277–287.
- [6] Gawin D., Pesavento F., Schrefler B.A., *Modeling of hygro-thermal behaviour of concrete at high temperature with thermo-chemical and mechanical material degradation*, "Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering" 2003,(192), 1731–1771.
- [7] Seręga S., *Effect of transverse reinforcement spacing on fire resistance of high strength concrete columns*, "Fire Safety Journal" 2015, 71, 150–161.
- [8] Bratina S., Planinc I., Saje M., Turk G., *Non-linear fire-resistance analysis of reinforced concrete beams*, "Structural

- Engineering and Mechanics" 2003, 16, 695–712, DOI: 10.12989/sem.2003.16.6.695.
- [9] Capua D.D., Mari A.R., *Nonlinear analysis of reinforced concrete cross-sections exposed to fire*, "Fire Safety Journal" 2007, 42, 139–149.
- [10] Kodur V.K.R., Dwaikat M., *A numerical model for predicting the fire resistance of reinforced concrete beams*, "Cement and Concrete Composites" 2008, 30, 431–443.
- [11] Seręga S., Wosatko A., *Numerical prediction of fire resistance of RC beams*, w: *AIP Conference Proceedings*, 2018, 130001–1–130001–10.
- [12] Andenberg Y., Thelandersson S., *Stress and Deformation Characteristics of Concrete at Elevated Temperatures*, Lund Institute of Technology, Lund 1976.
- [13] Nielsen C., Pearce C., Bicanic N., *Improved phenomenological modelling of transient thermal strains for concrete at high temperatures*, "Computers and Concrete" 2004, 1, 189–209.
- [14] Gernay T., Franssen J.-M., *A formulation of the Eurocode 2 concrete model at elevated temperature that includes an explicit term for transient creep*, "Fire Safety Journal", 2012, 51, 1–9.
- [15] ENV 1992-1-2:1995 Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1.2: General rules – Structural fire design.
- [16] Hordijk D.A., *Local Approach to Fatigue of Concrete*, Delft University of Technology, 1991.
- [17] Zhang B., Bicanic N., *Fracture energy of high-performance concrete at high temperatures up to 450°C: the effects of heating temperatures and testing conditions*, "Magazine of Concrete Research" 2006, 58, 277–288.
- [18] Weigler H., Fischer R., *Concrete at Temperatures between 100°C and 750°C*, "Beton Herstellung und Verwendung" 1964, 33–46.
- [19] Persson B., *Self-compacting concrete at fire temperatures*, "Tech. Rep. TVBM" 2003, 3110, Lund University.
- [20] Harmathy T.Z., *A comprehensive creep model*, "Transactions of the ASME Journal of Basic Engineering" 1967, 89, 496–502.
- [21] Harmathy T.Z., Stanzak W.W., *Elevated temperature tensile creep properties of some structural and prestressing steels*, "American Society for Testing and Materials" 1970, 464, 186–208.
- [22] Gales J., Robertson L., Bisby L., *Creep of prestressing steels in fire*, "Fire and Materials" 2016, 40, 875–895.
- [23] Toric N., Sun R.R., Burgess I.W., *Creep-free fire analysis of steel structures with Eurocode 3 material model*, "Journal of Structural Fire Engineering" 2016, 7, 234–248.
- [24] Wei Y., Zhang L., Au F.T.K., Li J., Tsang N.C.M., *Thermal creep and relaxation of prestressing steel*, "Construction and Building Materials" 2016, 128, 118–127.
- [25] Ruge J., Winkelmann O., *Method for the determination of a critical value in case of instationary heating when simulating the influence of fire on steel*, "Materialpruf" 1977, 19.
- [26] Voves B., *Behaviour of prestressed concrete structures during fire*, Czech Technical University, Prague 1978.
- [27] Anderberg Y., *Properties of Materials at High Temperatures Steel*, Tech. rep., Division of Building Fire Safety and Technology, Lund Institute of Technology, 1983.
- [28] Gustaferro A., Selvaggio S. L., *Fire endurance of simply supported prestressed concrete slabs*, "PCI Journal" 1967, 12, 37–52.
- [29] PN-EN 1991-1-2:2004 Oddziaływania na konstrukcje. Część 1-2: Oddziaływania ogólne – Oddziaływania na konstrukcje w warunkach pożaru.
- [30] Poirier J.P., *Creep of crystals: High-temperature deformation processes in metals, ceramics and minerals*, Cambridge University Press, 1985.

**DR INŻ. SZYMON SERĘGA** – jest adiunktem w Zakładzie Konstrukcji Żelbetowych w Instytucie Materiałów i Konstrukcji Budowlanych na Wydziale Inżynierii Lądowej Politechniki Krakowskiej. Jego zainteresowania naukowo-badawcze dotyczą doświadczalnych i obliczeniowych metod oceny nośności i trwałości konstrukcji z betonu, w szczególności zachowania się konstrukcji żelbetowych i sprężonych w sytuacji pożaru.

**SZYMON SERĘGA, PH.D. ENG.** – Assistant Professor at the Department of Reinforced Concrete Structures, the Institute Building Materials and Engineering Structures, the Faculty of Civil Engineering, the Cracow University of Technology. His scientific and research interests focus on experimental and computational methods for assessing the capacity and durability of concrete structures, and in particular the behaviour of reinforced concrete and prestressed structures in fire.



Ministerstwo Nauki  
i Szkolnictwa Wzycznego

Stworzenie anglojęzycznych wersji oryginalnych artykułów naukowych wydawanych w kwartalniku „BITP. Bezpieczeństwo i Technika Pożarnicza” – zadanie finansowane w ramach umowy 658/P-DUN/2018 ze środków Ministra Nauki i Szkolnictwa Wzycznego przeznaczonych na działalność upowszechniającą naukę.