

Jacek PISKOROWSKI, Roman KASZYŃSKI
POLITECHNIKA SZCZECIŃSKA, INSTYTUT AUTOMATYKI PRZEMYSŁOWEJ

Skompensowane filtry o zmiennych parametrach

dr inż. Jacek PISKOROWSKI

Urodził się w 1977 roku w Pile. Ukończył studia na Wydziale Elektrycznym Politechniki Szczecińskiej w 2002 roku. Stopień doktora nauk technicznych uzyskał w 2006 roku. Obecnie zatrudniony jest na stanowisku asystenta w Instytucie Automatyki Przemysłowej Politechniki Szczecińskiej. Jego zainteresowania naukowe skupiają się na przetwarzaniu sygnałów oraz syntezy systemów pomiarowych z wykorzystaniem układów o zmiennych parametrach.



e-mail: jacek.piskorowski@ps.pl

dr hab. inż. Roman KASZYŃSKI

Roman Kaszyński ukończył studia w 1973 roku na Wydziale Elektrycznym Politechniki Szczecińskiej. W 1978 roku na tymże wydziale uzyskał stopień naukowy doktora nauk technicznych. W 2002 roku uzyskał stopień naukowy doktora habilitowanego nauk technicznych w dyscyplinie elektrotechnika na Wydziale Elektrycznym Politechniki Śląskiej w Gliwicach. Od ukończenia studiów pracuje w Instytucie Automatyki Przemysłowej na Wydziale Elektrycznym Politechniki Szczecińskiej. Obecnie jest zatrudniony na stanowisku profesora nadzwyczajnego PS. Jego zainteresowania naukowe to zagadnienia na styku automatyki, metrologii i przetwarzania sygnałów ze szczególnym uwzględnieniem analizy i syntezy układów o zmiennych parametrach.



e-mail: roman.kaszynski@ps.pl

Streszczenie

Jednym z ważniejszych problemów w przetwarzaniu sygnałów w systemach pomiarowych jest zaprojektowanie analogowych filtrów charakteryzujących się maksymalnie płaską charakterystyką amplitudową oraz możliwie stałą funkcją opóźnienia grupowego w paśmie przepustowym. W artykule przedstawiona zostanie koncepcja dolnoprzepustowych filtrów Butterwortha ze skompensowaną charakterystyką fazową do których wprowadzono zmienne w czasie współczynniki. Na wstępie omówiono ideę kompensacji charakterystyk opóźnienia grupowego filtrów wraz z problemami wynikającymi z kompensacji w dziedzinie czasu. Następnie dobrano funkcje współczynników skompensowanych filtrów tak, aby maksymalnie skrócić ich stan nieustalony w sensie czasu ustalania przy minimalnych, przejściowych zaburzeniach sygnału w dziedzinie częstotliwości. Tak zaprojektowane układy zostały porównane z ich klasycznymi odpowiednikami w celu wykazania korzyści wynikających z wprowadzenia zmiennych w czasie współczynników do struktur filtrów.

Słowa kluczowe: filtracja sygnałów, filtry dolnoprzepustowe, przesuwniki fazowe, stany nieustalone, układy o zmiennych parametrach, kompensacja opóźnienia grupowego

Phase-compensated time-varying filters

Abstract

One of the important problems of signal processing in measurement systems is to design a continuous-time filter that provides both a maximally flat magnitude response and a constant group delay over the desired frequency band. In this paper, we propose a concept of phase-compensated lowpass Butterworth filters to whom the time-varying coefficients were introduced. At the beginning, an idea of the group delay compensation together with the problems resulted from the compensation in the time domain will be discussed. Next, the functions of coefficients of compensated filters will be selected so as to shorten their transient in the sense of the settling time at minimal and temporary signal distortions in the frequency domain. Such a designed systems will be compared with their classical equivalents in order to point out great advantages from the introduction of time-varying coefficients to the filter structures.

Keywords: signals filtering, lowpass filters, allpass filters, transient states, time-varying systems, group delay compensation

1. Wprowadzenie

Ogromne możliwości techniki cyfrowej spowodowały zmniejszenie zainteresowania nowymi rozwiązaniami w technice analogowej.

Można zaobserwować, że technika cyfrowa na tyle wyprzedziła możliwości współpracujących z nią urządzeń analogowych, że bardzo często elementy i podzespoły analogowe występujące w układzie stają się przeszkodą w dalszym rozwoju.

Pojawia się więc potrzeba poprawy jakości urządzeń analogowych, szczególnie tam, gdzie nie można wykorzystać techniki cyfrowej. Umożliwi to poprawę jakości całych systemów, w których oprócz członów cyfrowych występują podzespoły analogowe.

Projektując określoną strukturę filtra w technice analogowej przy konkretnych założeniach widmowych ma się niewielki wpływ na charakter i czas trwania stanów nieustalonych [1]-[4]. Wynika on ze struktury układu i wartości jego parametrów. Z zasady nieoznaczoności wynika, że nie jest możliwe w danym układzie o stałych parametrach osiągnięcie krótszego czasu narastania sygnału na wyjściu filtra dolnoprzepustowego przy stałej, założonej szerokości pasma przepustowego tego filtra. Te zaś wynikają z założeń widmowych. Inną dużą niedogodnością w filtracji analogowej jest niewielki wybór struktur filtrów, które posiadają liniową charakterystykę fazową.

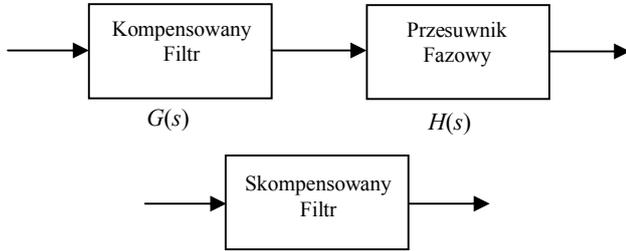
Ponieważ pojedyncze sygnały mają ograniczoną długość, więc skrócenie stanów nieustalonych (przy założonej dokładności) jest bardzo pożądane i ma duży wpływ na jakość filtracji. Polepszenie właściwości filtrów analogowych wykorzystywanych w przetwarzaniu sygnałów jest równoznaczne ze zwiększeniem możliwości ich zastosowań. Szybki rozwój technologii półprzewodnikowej pozwala uzyskiwać coraz lepsze właściwości filtrów analogowych.

2. Problemy kompensacji opóźnienia grupowego

W wielu praktycznych zastosowaniach ważne jest zachowanie niezniekształconego przebiegu sygnału niesinusoidalnego, przeniesionego przez filtr. Pociąga to za sobą na ogół wymaganie, aby charakterystyka fazowa filtra była liniowa w paśmie przepustowym lub co jest równoważne, aby opóźnienie grupowe było w tym paśmie stałe.

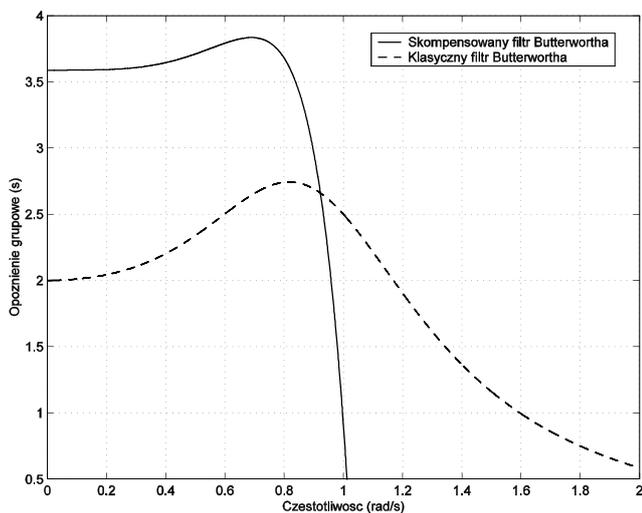
Filtry Butterwortha powstają na skutek określonej aproksymacji charakterystyki amplitudowej, natomiast charakterystyka fazowa jest efektem wtórnym tej aproksymacji. Ze związków (przekształcenia) Hilberta wynika, że charakterystyka amplitudowa układu minimalnofazowego jednoznacznie wyznacza charakterystykę fazową (i odwrotnie). W rezultacie charakterystyka fazowa wykazuje daleko idącą

nieliniowość, co oznacza niekorzystne właściwości dynamiczne filtrów. Jeśli charakterystyka fazowa wykazuje znaczną nieliniowość w paśmie przepustowym filtru, istnieje możliwość jej linearyzacji poprzez zastosowanie przesuwników fazowych (filtrów wszechprzepustowych). W tym celu należy do kompensowanego filtru o funkcji przenoszenia $G(s)$ dołączyć łańcuchowo układ przesuwnika fazowego $H(s)$ jak na rys. 1.



Rys. 1. Proces kompensacji charakterystyki fazowej
Fig. 1. Process of phase characteristic compensation

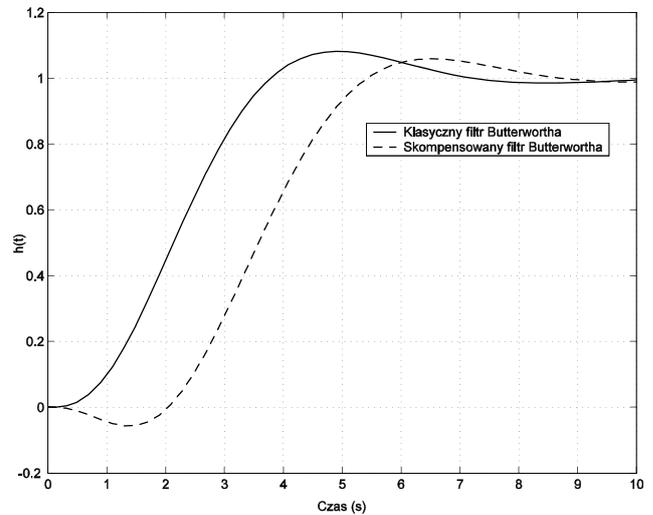
Dołączenie układu przesuwnika fazowego do kompensowanego filtru ma na celu swobodne formowanie charakterystyki fazowej przy zachowaniu charakterystyki amplitudowej kompensowanego filtru $G(s)$. W celu wyrównania charakterystyki opóźnienia grupowego filtru można użyć jednej lub wielu sekcji przesuwników fazowych pierwszego lub drugiego rzędu połączonych łańcuchowo z kompensowanym filtrem. Większa liczba sekcji pozwala na uzyskanie bardziej płaskiego przebiegu charakterystyki opóźnienia grupowego, ponieważ jest do dyspozycji większa liczba parametrów za pomocą których można bardziej swobodnie kształtować charakterystykę przesuwnika. Z drugiej jednak strony większa liczba sekcji filtrów wszechprzepustowych wprowadza dodatkowe opóźnienia do układu, wydłuża okres trwania stanów przejściowych w skorygowanych filtrach oraz wymaga większej mocy obliczeniowej do znalezienia parametrów kompensujących. Na rys. 2 i 3 przedstawiono charakterystyki opóźnień grupowych oraz charakterystyki skokowe filtru Butterwortha przed i po kompensacji.



Rys. 2. Opóźnienie grupowe filtru Butterwortha przed i po kompensacji
Fig. 2. Group delay of the Butterworth filter before and after compensation

Jak widać z przedstawionych charakterystyk kompensacja przynosi dobre rezultaty, ponieważ charakterystyka opóźnienia grupowego filtru jest znacznie bardziej płaska w paśmie przenoszenia niż to się ma w klasycznym filtrze Butterwortha. Korekcja charakterystyki opóźnienia grupowego odbyła się jednak kosztem zwiększenia czasu trwania stanu nieustalonego poprzez wprowadzenie dodatkowego ogniwa do struktury układu. Większy rząd korektora powoduje dłuższe stany przejściowe w

skompensowanym układzie. W dalszej części artykułu przedstawiona zostanie metoda, która pozwoli znacznie skrócić czas trwania stanu nieustalonego filtrów poprzez uzmiennienie w czasie parametrów układu [5]-[8] przy nieznaczących zaburzeniach sygnału wyjściowego w dziedzinie częstotliwości.



Rys. 3. Charakterystyki skokowe filtru Butterwortha przed i po kompensacji
Fig. 3. Step responses of the Butterworth filter before and after compensation

3. Koncepcja skompensowanego filtru o zmiennych w czasie parametrach

W tym rozdziale przedstawiona zostanie analiza uzmiennienia współczynników dolnoprzepustowego filtru Butterwortha, który został skompensowany przesuwnikiem fazowym drugiego rzędu. Model matematyczny tak skonstruowanego filtru o zmiennych parametrach można opisać za pomocą następującego układu równań różniczkowych:

$$\begin{aligned} T(t)y_1'(t) + y_1(t) &= x(t) \\ \omega_0^{-2}(t)y_2''(t) + 2\beta\omega_0^{-1}(t)y_2'(t) + y_2(t) &= y_1(t) \\ &\vdots \\ \omega_{0p}^{-2}(t)y_n''(t) + 2\beta_p\omega_{0p}^{-1}(t)y_n'(t) + y_n(t) &= \\ \omega_{0p}^{-2}(t)y_{n-1}''(t) + 2\beta_p\omega_{0p}^{-1}(t)y_{n-1}'(t) + y_{n-1}(t) & \end{aligned} \quad (1)$$

gdzie $x(t)$ jest wejściem, zaś $y_n(t)$ wyjściem filtru. Współczynniki ω_0 , β oraz T opisują odpowiednio pulsację drgań własnych nietłumionych, współczynnik tłumienia oraz stałą czasową (występuje tylko w przypadku filtrów nieparzystego rzędu) kompensowanego filtru, zaś ω_{0p} , β_p opisują odpowiednio pulsację drgań własnych nietłumionych oraz współczynnik tłumienia przesuwnika fazowego II rzędu. Wszystkie te parametry wpływają na dynamikę całego układu i uzmiennienie ich w czasie pozwoli na znaczne skrócenie stanów nieustalonych skompensowanych filtrów. W celu uproszczenia dalszych zapisów założono, że wszystkie te parametry należą do jednego zbioru F zaś funkcje tychże parametrów do zbioru $F(t)$:

$$F = \{\beta, \omega_0, T^{-1}, \beta_p, \omega_{0p}\} \quad (2)$$

$$F(t) = \{\beta(t), \omega_0(t), T^{-1}(t), \beta_p(t), \omega_{0p}(t)\} \quad (3)$$

Podczas formułowania funkcji zmienności poszczególnych parametrów kierowano się następującymi kryteriami:

- możliwość maksymalnego skrócenia stanu nieustalonego,
- łatwość generacji funkcji.

Na podstawie badań symulacyjnych oraz założonych kryteriów wyboru przyjęto następującą funkcję $F(t)$, która zapewni końcową wartość parametrów F wynikającą z aproksymacji oraz umożliwi swobodne kształtowanie wartości parametru w trakcie trwania stanu nieustalonego mierzonego poprzez czas ustalania t_u :

$$F(t) = d \cdot F \cdot \left[1 - \frac{d-1}{d} \cdot h(t) \right] \quad (4)$$

gdzie d jest zakresem zmian funkcji $F(t)$ opisany poniższą zależnością:

$$d = \frac{F(0)}{F = F(\infty)} \quad (5)$$

Wartość zakresu zmian d z przedziału $(0, 1)$ oznacza, że funkcja $F(t)$ rośnie w trakcie jej zmian, przy $d > 1$ funkcja maleje, zaś dla $d = 1$ funkcja jest stała w każdej chwili czasu i równa $F(t) = F$. Funkcja $h(t)$ opisuje odpowiedź na skok jednostkowy pomocniczego elementu II rzędu o charakterze oscylacyjnym:

$$h(t) = L^{-1} \left[\frac{1}{s} \cdot \frac{1}{\omega_{0f}^{-2} s^2 + 2\beta_f \omega_{0f}^{-1} s + 1} \right] \quad (6)$$

gdzie: L^{-1} oznacza odwrotną transformatę Laplace'a.

Dla $\beta_f < 1$ powyższa odwrotna transformata Laplace'a wyraża się wzorem:

$$h(t) = 1 - \left[\cos(\omega_{0f} t \sqrt{1-\beta_f^2}) + \frac{\sin(\omega_{0f} t \sqrt{1-\beta_f^2})}{\sqrt{1-\beta_f^2}} \right] \cdot \exp(-\beta_f \omega_{0f} t) \quad (7)$$

gdzie: β_f jest parametrem określającym oscylacyjność funkcji $F(t)$, zaś ω_{0f} opisuje prędkość zmian funkcji $F(t)$.

Pomimo, że funkcja (7) wydaje się być złożona, to jest ona optymalna spośród wszystkich przebadanych pod względem możliwości swobodnego kształtowania funkcji (4).

Głównym założeniem, które zostało nałożone na funkcje ze zbioru $F(t)$ uzmieniające parametry filtru β , ω_0 i T^{-1} jest warunek ustalania się wartości tych funkcji przy $t \rightarrow \infty$, tzn.:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} F(t) = F \quad (8)$$

gdzie F jest wartością danego parametru filtru wynikającą z aproksymacji. Ponieważ wynik filtracji z α -dokładnością uzyskuje się po ustąpieniu stanu nieustalonego z α -dokładnością, więc jedynie podczas trwania stanu nieustalonego możliwe są zmiany wartości parametrów filtru, co opisuje równanie następująca zależność:

$$\left| F(t) - \bar{F} \right| \leq \alpha \quad \text{dla} \quad t > t_{u\alpha} \quad (9)$$

4. Praca repetycyjna filtrów o zmiennych parametrach

Wprowadzanie do filtrów zmiennych w czasie parametrów jest szczególnie możliwe przy okazji przetwarzania zaszumionych sygnałów prostokątnych, które charakteryzują się dużą wartością stosunku sygnał-szum. W tym celu można wykorzystać układ opóźniający sygnał wejściowy o zadany odcinek czasu τ . Czas ten należy dobrać w ten sposób, aby nie pominąć istotnych zmian poziomu sygnału wejściowego $x(t)$ w czasie. Im mniejsza jest wartość opóźnienia τ , tym szybsze skoki sygnału w czasie mogą być wykrywane. Nie należy jednak dążyć do tego, aby ta wartość była jak najmniejsza, ponieważ przy bardzo szybkich zmianach sygnału użytecznego może zdarzyć się sytuacja, że parametry filtru nie zdążą ustalić swoich wartości a nastąpi kolejny skok sygnału i kolejna zmiana wartości współczynników filtru. Wartość bezwzględna różnicy sygnału wejściowego $x(t)$ i opóźnionego sygnału wejściowego $x(t-\tau)$ zdefiniowana równaniem:

$$\xi(t) = |x(t) - x(t-\tau)| \quad (10)$$

jest sygnałem podawanym na wejście komparatora, w którym aktualna wartość sygnału $\xi(t)$ porównywana jest z wartością czułości c zadanej przed użytkownika. W większości przypadków procesów przetwarzania sygnałów możliwe jest oszacowanie poziomu sygnału zakłóceń, poprzez który będzie możliwość zdefiniowania czułości filtru. Jeżeli spełniony zostanie warunek:

$$\xi(t) \geq c \quad (11)$$

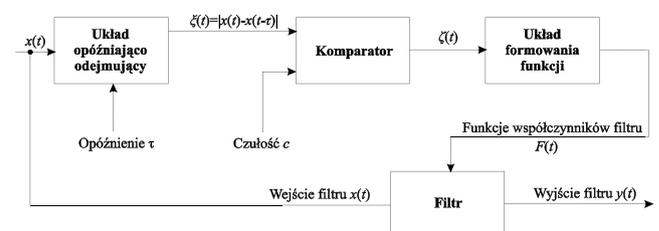
wówczas na wyjściu komparatora generowany jest sygnał:

$$\zeta(t) = 1 \quad (12)$$

w przeciwnym wypadku:

$$\zeta(t) = 0 \quad (13)$$

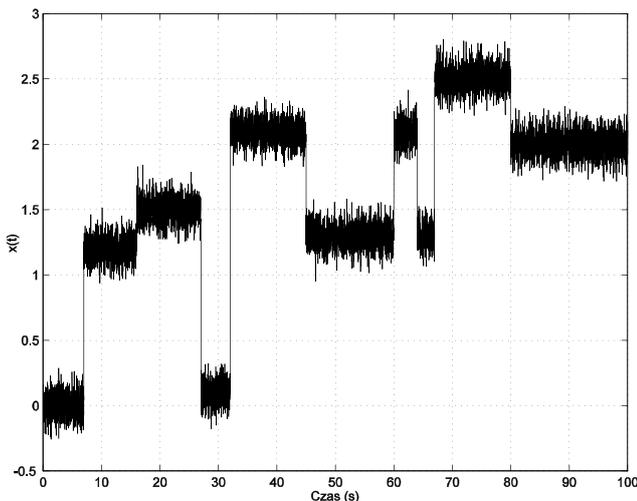
Sygnał $\zeta(t)$ jest następnie podawany na wejścia resetujące integratorów, które odpowiedzialne są za generowanie funkcji $F(t)$ uzmieniających parametry filtru. Każde zbocze narastające sygnału $\zeta(t)$ jest równoznaczne z restartowaniem wszystkich układów całkujących w strukturze filtru, co powoduje cykliczną generację funkcji według których zmieniają się współczynniki filtru. Schemat blokowy takiego układu przedstawiony jest na rys. 4.



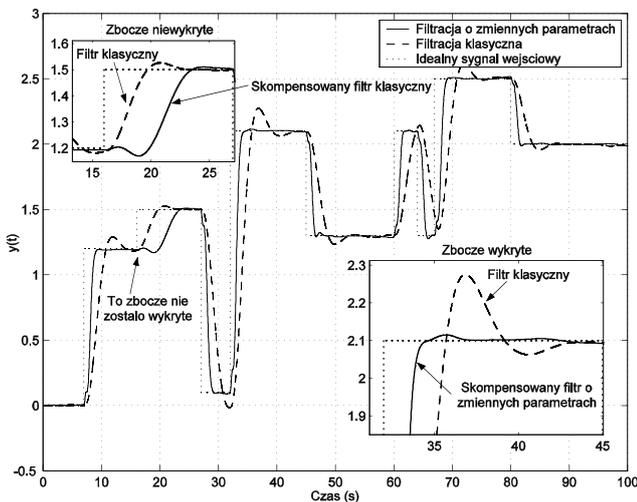
Rys. 4. Schemat blokowy pracy repetycyjnej filtru o zmiennych parametrach
Fig. 4. Block diagram of continuous-running of time-varying filter

Rys. 5 przedstawia przebieg sygnału wejściowego $x(t)$, który jest poddawany filtracji układem o zmiennych w czasie parametrach o działaniu cyklicznym. Sygnał $x(t)$ jest sumą sygnału o skokowo zmieniających się wartościach oraz szumu losowego o ograniczonej amplitudzie.

Rys. 6 prezentuje porównanie filtracji sygnału $x(t)$ przy pomocy zaprojektowanego filtra Butterwortha o zmiennych parametrach w trybie pracy cyklicznej oraz przy pomocy klasycznego odpowiednika o stałych parametrach. Widać, że filtr o zmiennych parametrach jest zdecydowanie szybszy od swojego klasycznego odpowiednika, a wprowadzenie dodatkowych układów do cyklicznej pracy filtra nie pogarsza jego właściwości. W momencie, gdy skok sygnału użytecznego nie zostanie wykryty, to filtr będzie pracował jako klasyczny ze skompensowaną charakterystyką opóźnienia grupowego. Praca tego filtra w trybie stacjonarnym oznacza, że nie mamy możliwości skrócenia stanu nieustalonego wydłużonego przez proces kompensacji, co jest niewątpliwą wadą zaproponowanego algorytmu.



Rys. 5. Zaszumiony sygnał wejściowy o skokowo zmieniających się wartościach
Fig. 5. Noisy input signal with step changed values



rys. 6. Porównanie pracy skompensowanego filtra Butterwortha o zmiennych parametrach i jego klasycznego odpowiednika
fig. 6. Comparison of the time-varying and time-invariant Butterworth filter responses in the continuous running mode

5. Podsumowanie

W artykule przedstawiono koncepcję dolnoprzepustowych filtrów ze skompensowaną charakterystyką fazową, do których wprowadzono zmienne w czasie współczynniki. Funkcje opisujące zmienność w czasie współczynników filtrów dobrano w ten sposób aby zminimalizować stany nieustalone wydłużone poprzez kompensację charakterystyk opóźnienia grupowego. Tak zaprojektowane układy zostały porównane z ich klasycznymi odpowiednikami. Wykazano w ten sposób duże korzyści z wprowadzenia do struktur filtrów zmiennych w czasie współczynników. Wydaje się, że stosowne są dalsze badania nad filtrami o zmiennych parametrach. W szczególności otwarte są problemy optymalnego doboru algorytmu służącego do uziemiania współczynników filtra w trybie pracy ciągłej. Tym nie mniej artykuł dowodzi dużych możliwości proponowanej koncepcji filtrów jako narzędzi dla metrologii i przetwarzania sygnałów oraz praktyczną użyteczność filtrów o zmiennych parametrach, podnosząc na wyższy poziom proces przetwarzania sygnałów w torach pomiarowych.

6. Literatura

- [1] W. K. Chen: The Circuits and Filters Handbook. CRC Press, Boca Raton 1995.
- [2] R. Schaumann and M. E. Van Valkenburg: Design of Analog Filters. Oxford University Press, New York - Oxford, 2001.
- [3] K. L. Su: Analog Filters. Chapman & Hall, London, 1996.
- [4] U. Tietze and Ch. Schenk: Halbleiter-Schaltungstechnik. Springer-Verlag, 1991.
- [5] J. Piskorowski: Phase-compensated time-varying Butterworth filters. Analog Integrated Circuits and Signal Processing, vol. 47, no. 2, pp. 233-241, May 2006.
- [6] R. Kaszynski and J. Piskorowski: The research on models of filters with varying parameters. Proc. IMACS, 2005, CD-ROM.
- [7] M. Jaskula and R. Kaszynski: Using the parametric time-varying analog filter to average-evoked potential signals. IEEE Trans. Instrumentation and Measurement, vol. 53, no. 3, pp. 709-715, Jun. 2004.
- [8] R. Kaszynski: Stability of parametric, analog low-pass filters. Proc. IEEE ETFA, 1999, pp. 579-582.
- [9] M. F. Fahmy: Transfer functions with arbitrary phase characteristics. Int. Journal of Circuit Theory and Applications, vol. 7, pp. 21-29, Jan. 1979.
- [10] J. D. Rhodes: Filters approximating ideal amplitude and arbitrary phase characteristics. IEEE Trans. Circuit Theory, vol. CT-20, no. 2, pp. 120-124, Mar. 1973.
- [11] T. A. Claasen and W. Mecklenbrauker: On stationary linear time-varying systems. IEEE Trans. Circuits and Systems, vol. CAS-29, no. 3, pp. 169-184, Mar. 1982.
- [12] G. F. Margrave: Theory of nonstationary linear filtering in the Fourier domain with application to time variant filtering. Geophysics, vol. 63, pp. 244-259, Jan. 1983.
- [13] L. A. Zadeh: Time-varying networks I. Proc. IRE, vol. 49, pp. 1488-1503, 1961.
- [14] P. Bauer, M. Mansour, and J. Duran: Stability of polynomials with time-variant coefficients. IEEE Trans. Circuits Syst., vol. 40, no. 6, pp.423-426, 1993.

Artykuł recenzowany