

ZESZYTY ENERGETYCZNE TOM II. Problemy współczesnej energetyki 2015, s. 21-30

Eksperymentalne oraz numeryczne określenie rozdziału ciepła tarcia w uszczelnieniu szczotkowym

Michał Stanclik^{a*}

REKOMENDOWANE PRZEZ: dr hab. inż. Marek Gawliński, prof. PWr

^a zakład Podstaw Konstrukcji i Maszyn Przepływowych

* michal.stanclik@pwr.edu.pl, tel. 48 23

STRESZCZENIE

W pracy przedstawiono metodę określenia współczynnika rozdziału ciepła tarcia w uszczelnieniu szczotkowym. Przeanalizowany przypadek dotyczy pracy uszczelnienia przy braku różnicy ciśnień. Wykorzystując metodę elementów skończonych w oprogramowaniu ANSYS, poddano analizie cieplnej węzeł uszczelniający, który wcześniej był obiektem badań eksperymentalnych. W modelu palisadę drucików uszczelnienia potraktowano jako materiał jednorodny, po wyznaczeniu jego właściwości cieplnych oraz po określeniu indywidualnych warunków wymiany ciepła określono rozkład temperatury w uszczelnieniu dla obciążenia cieplnego wyznaczonego podczas eksperymentu. Na podstawie numerycznego bilansu strumieni ciepła określono współczynnik rozdziału ciepła tarcia między wał oraz uszczelnienie. Walidację uzyskanych rezultatów przeprowadzono na podstawie oceny rozkładów temperatury uzyskanych numerycznie i zmierzonych podczas eksperymentu.

SŁOWA KLUCZOWE: uszczelnienie szczotkowe, ciepło tarcia, rozdział strumienia ciepła tarcia.

1. WPROWADZENIE

Szczelność dzisiejszych maszyn przepływowych determinuje ich sprawność, osiągi oraz bezpieczeństwo. Media robocze takie jak powietrze, spaliny czy para powinny przepływać przez zaprojektowane kanały maszyn w celu wykonania pracy. Ze względu jednak na to, że części maszyn zawsze budowane są z pewną niedokładnością, w pracujących urządzeniach zawsze występują pewne luzy, przez które możliwy jest wyciek mediów roboczych. Dlatego też konieczne jest stosowanie w maszynach i urządzeniach różnego rodzaju uszczelnień. Od kilkunastu lat obserwuje się znaczny wzrost wykorzystania uszczelnień szczotkowych w urządzeniach tj. turbiny gazowe oraz parowe, lotnicze silniki odrzutowe oraz sprężarki. W dzisiejszych dużych turbinach gazowych może być ponad 50 miejsc potencjalnego wycieku spalin. Uszczelnienia w tych miejscach mają znaczący wpływ na osiągi oraz sprawność urządzenia. Dane dostępne w literaturze [1, 2, 3, 4] wskazują na 5–20-krotne zmiejszenie wycieku po zamontowaniu uszczelnienia szczotkowego w stosunku do klasycznego uszczelnienia labiryntowego przy tych samych parametrach pracy. Z raportów firmy TurboCare wynika, że zastąpienie klasycznych uszczelnień labiryntowych uszczelnieniami szczotkowymi umożliwiwa podniesienie sprawności turbiny nawet o 1 % [5].

2. BUDOWA USZCZELNIENIA SZCZOTKOWEGO

Fragment uszczelnienia szczotkowego, dostarczonego autorom niniejszego artykułu przez firmę Cross Manufacturing, pokazano na rysunkach 1a,b. Głównym elementem uszczelnienia są promieniowo rozmieszczone druciki, które jednym końcem są utwierdzone w obudowie uszczelnienia, a drugim trą o powierzchnię wału. Utwierdzenie w obudowie następuje dzięki spawaniu, klejeniu bądź zaciśnięciu drucików w obudowie.

Niewątpliwą zaletą uszczelnień tego typu jest bardzo mały wyciek. Do wad możemy zaliczyć: spore koszty związane z procesem wytwarzania, prace tylko w jednym kierunku, a także znaczne obciążenie cieplne podczas rozruchu i wybiegu uszczelnianych urządzeń.



Rys. 1: Fragment uszczelnienia szczotkowego poddanego analizie MES: a) fragment uszczelnienia szczotkowego, b) palisada drucików w powiększeniu

3. ROZDZIAŁ STRUMIENIA CIEPŁA TARCIA

O ile wyznaczenie strumienia ciepła powstającego w wyniku tarcia nie nastręcza większych trudności, o tyle stosunek rozdziału tego strumienia pomiędzy uszczelnienie a wał jest kwestią pomijaną. Brak jest w literaturze jakichkolwiek informacji na temat prób wyznaczenia takiego współczynnika – wszystkie przeanalizowane przez autora źródła przyjmują arbitralny rozdział strumienia ciepła w stosunku jeden do jednego [6, 7, 8, 9, 10]. Analizy przeprowadzono dla uszczelnienia pracującego w warunkach ciśnienia atmosferycznego, a więc w warunkach, w których występują najgorsze warunki wymiany ciepła spowodowane brakiem przepływu chłodzącego czynnika.

Należy zauważyć, że w cytowanych źródłach autorzy prowadzą analizy z uwzględnieniem przepływu czynnika przez uszczelnienie. Ma to ogromny wpływ na stosunek rozdziału ciepła, gdyż w obecności przepływu czynnika przez palisadę drucików dochodzi do intensywnej wymiany dużej ilości ciepła.

Określenia proporcji rozdziału strumienia ciepła tarcia w uszczelnieniu szczotkowym dokonano numerycznie wykorzystując oprogramowanie ANSYS i dysponując danymi pochodzącymi z pomiarów termowizyjnych pracującego uszczelnienia.

Ustalono warunki wymiany ciepła tak, aby rozkład temperatury uzyskany numerycznie pokrywał się z tym wyznaczonym eksperymentalnie. Jest to tak zwane odwrotne zagadnienie wymiany ciepła. Wstępne wartości współczynnika wnikania ciepła obliczono na podstawie zależności dostępnych w literaturze, co umożliwiło wyznaczenie numerycznie rozkładu temperatury, który różnił się w niewielkim stopniu od tego wyznaczonego eksperymentalnie. Następnie tak zmieniano wartości teoretycznie uzyskanego współczynnika wnikania ciepła, aby pole temperatury uzyskane numerycznie w jak największym stopniu pokrywało się z tym zmierzonym.

Wyznaczenie proporcji rozdziału ciepła tarcia umożliwia określenie rzeczywistego obciążenia cieplnego uszczelnienia. Jest to szczególnie istotne przy analizach sposobów zabezpieczenia uszczelnień szczotkowych przed nadmiernym obciążeniem cieplnym w fazach rozruchu oraz wybiegu. Tarcie, poza zużyciem, powoduje powstawanie dużych ilości ciepła, które w ekstremalnych przypadkach mogą spowodować stopienie się końcówek drucików uszczelnienia.

4. MODEL MATEMATYCZNY

Rozpatrzmy schemat przedstawiony na rysunku 2. Powstawanie ciepła zachodzi w miejscu styku drucika z wałem, które podczas pracy przemieszcza się. Zagadnienie do rozwiązania można sformułować następująco: należy wyznaczyć rozkład temperatury, w elementach pary ciernej, gdy w obszarze styku występuje źródło ciepła tarcia, zmienne w czasie i położeniu, zakładając, że od swobodnych powierzchni zachodzi rozpraszanie ciepła do otoczenia drogą konwekcji.



Rys. 2: Schemat rozdziału strumienia ciepła tarcia w parze drucik uszczelnienia-wał

Matematycznie zagadnienie to można zapisać zgodnie z równaniem Fouriera:

$$\nabla^2 \vartheta_1 = \frac{1}{a_1} \frac{\partial \vartheta_1}{\partial \tau},$$

$$\nabla^2 \vartheta_2 = \frac{1}{a_2} \frac{\partial \vartheta_2}{\partial \tau}.$$
(1)

Warunki graniczne niezbędne do rozwiązania równania (1):

1. strumień ciepła tarcia (na styku z = 0) równy jest sumie strumieni skierowanych w 1.i 2. ciało

$$q = q_1 + q_2,$$

2. na granicy ciała z otoczeniem zachodzi wymiana ciepła poprzez konwekcję, zgodnie z prawem Newtona:

$$-\lambda_1 \frac{\partial \vartheta_1}{\partial \bar{n}} = \alpha(\vartheta_1 - \vartheta_0),$$
$$\lambda_2 \frac{\partial \vartheta_2}{\partial \bar{n}} = \alpha(\vartheta_2 - \vartheta_0),$$

3. temperatura obu powierzchni w rzeczywistych miejscach styku obu ciał jest taka sama:

$$\vartheta_1(x, y, 0, \tau) = \vartheta_2(x, y, 0, \tau),$$

- 4. właściwości cieplne materiałów nie są zależne od temperatury,
- 5. materiały obu ciał wykazują izotropowość,
- 6. ciepło ze strefy tarcia odprowadzane jest tylko za pomocą przewodzenia.

Część mocy doprowadzonej do wału tracona jest na pokonanie oporu tarcia w uszczelnieniu. Jeżeli przyjmiemy, że cała energia potrzebna do pokonania oporu tarcia na pewnej drodze L_r w czasie τ zamieniana jest na ciepło, to strumień generowanego ciepła będzie się równać mocy traconej na pokonanie tarcia i będzie opisany równaniem:

$$Q = \mu F_n \frac{L_r}{\tau} = Tv = \omega M_t, \tag{2}$$

gdzie:

- Q strumień generowanego ciepła tarcia [W],
- μ współczynnik tarcia,
- F_n składowa normalna siły nacisku [N],
- L_r droga tarcia [m],
- τ czas [s],
- T siła tarcia [N],
- v prędkość [m/s],

 $\omega-{\rm prędkość}$ kątowa [rad/s],

 M_t – moment tarcia [Nm].

Ciepło tarcia rozdziela się na dwa strumienie, jeden odprowadzany przez uszczelnienie, a drugi przez wał. Jeśli wprowadzimy współczynnik rozdziału ciepła r między trące powierzchnie, to możemy napisać:

$$Q = q_1 + q_2,$$
$$q_1 = rQ,$$
$$q_2 = (1 - r)Q.$$

5. STANOWISKO BADAWCZE

Badaniom poddano jedno uszczelnienie szczotkowe pracujące przy różnej prędkości obrotowej ($n = 500-4000 \text{ min}^{-1}$ co 500 min⁻¹) oraz wcisku ($\sigma = 0-0,5 \text{ mm}$ co 0,05 mm). Podczas badania rejestrowano: moment tarcia uszczelnienia, prędkość obrotową, temperaturę palisady drucików za pomocą czujnika termoelektrycznego oraz temperaturę całego układu za pomocą kamery termowizyjnej. Badania prowadzono do momentu ustabilizowania się temperatury. Budowę stanowiska na którym przeprowadzono pomiary przedstawiono na rysunku 3. Składa się ono z silnika elektrycznego (1) z regulowaną prędkością obrotową w zakresie 0–5000 obr/min, momentomierza (2) o zakresie 0–2,5 Nm, wału podpartego w aerostatycznych łożyskach minimalizujących opory własne stanowiska (3) oraz komory, w której montowane jest badane uszczelnienie (4).



Rys. 3: Stanowisko pomiarowe: a) elementy składowe stanowiska, b) rysunek złożeniowy komory z uszczelnieniem

6. MODEL NUMERYCZNY

Zagadnienie rozwiązano jako osiowo-symetryczne, wykorzystując oprogramowanie ANSYS. Palisada drucików uszczelnienia szczotkowego została potraktowana jako ciało jednorodne. Analizie cieplnej poddano fragment stanowiska do badania uszczelnień z uwzględnieniem tylko tych części, których temperatura w czasie badań znacznie przekroczyła temperaturę otoczenia. Za obciążenie cieplne przyjęto wyznaczony eksperymentalnie strumień ciepła tarcia. W celu uproszczenia analizowanej geometrii pominięto niektóre elementy budowy, tj. nakrętki, śruby oraz szczegóły konstrukcyjne fazowania, zaokrąglenia itp. Rozpatrywaną geometrię w postaci osiowo-symetrycznej względem osi Y wraz z warunkami brzegowymi oraz obciążeniem przedstawiono na rysunku 4a. Ciepło generowane na skutek tarcia rozchodzi się nierównomiernie do wału oraz obudowy. W celu uwzględnienia symetrycznego rozkładu ciepła oś obrotu wału jest powierzchnią adiabatyczną. Założenia modelu numerycznego pokrywają się z założeniami modelu matematycznego.

Do dyskretyzacji modelu zastosowano elementy typu PLANE77, są to dwuwymiarowe 8-węzłowe elementy wyższego rzędu, w których stopniem swobody jest temperatura. Przykładowy widok siatki z lokalnym zagęszczeniem elementów w obrębie styku uszczelnienia z wałem przedstawiono na rysunku 4b.



Rys. 4: Stanowisko pomiarowe: a) warunki brzegowe wymiany ciepła, b) siatka elementów skończonych w analizie termicznej

6.1. Właściwości cieplne uszczelnienia potraktowanego jako ciało jednorodne

Analiza cieplna uszczelnienia potraktowanego jako zbiór dużej liczby drucików przewodzących ciepło, które następnie drogą konwekcji jest rozpraszane na ich powierzchni zewnętrznej nie ma wiekszego zastosowania, dzieje się tak za sprawą dużego stopnia skomplikowania. Druciki rozmieszczone na obwodzie uszczelnienia szczotkowego stykają się ze sobą w wielu miejscach, tworząc między sobą losowo rozmieszczone pory wypełnione płynem. Położenie drucików, a co za tym idzie kształt i rozmieszczenie porów, jest zmienne w zależności od wcisku i parametrów pracy uszczelnienia. Przepływ ciepła w takiej strukturze odbywa się drogą przewodzenia w losowo rozmieszczonych miejscach styku oraz przez konwekcję w porach. Rzeczą trudną, o ile nie niemożliwa, jest określenie anizotropowych właściwości cieplnych takiej struktury. W celu uproszczenia zagadnienia postanowiono potraktować palisadę drucików jako materiał jednorodny o zastępczym współczynniku przewodzenia ciepła. Upraszcza to znacząco analizę, przyspieszając tym samym obliczenia numeryczne. Do przeprowadzenia analizy cieplnej uszczelnienia potraktowanego jako ciało jednorodne niezbedna jest znajomość współczynnika przewodzenia ciepła. W celu jak najlepszego przybliżenia rzeczywistych warunków wymiany ciepła panujących w uszczelnieniu szczotkowym postanowiono wyznaczyć zastępczy współczynnik przewodzenia ciepła materiału jednorodnego, uwzględniający obecność w uszczelnieniu porów z gazem według zależności (3) [11]:

$$\lambda_z = \epsilon \lambda_p + (1 - \epsilon) \lambda_d, \tag{3}$$

gdzie:

 λ_z – zastępczy współczynnik przewodzenia ciepła materiału jednorodnego [W/mK], λ_p – współczynnik przewodzenia ciepła powietrza wypełniającego pory [W/mK], λ_d – współczynnik przewodzenia ciepła materiału drucików [W/mK], ϵ – porowatość. Porowatość jest to stosunek powierzchni porów (A_d) do powierzchni całkowitej (A_c) (powierzchnia porów + powierzchnia drucików) i określona jest zależnością (4):

$$\epsilon = 1 - \frac{A_d}{A_c}.\tag{4}$$

Wyłączając z palisady drucików pewien reprezentatywny prostokątny obszar przedstawiony na rysunku 5, porowatość uszczelnienia szczotkowego według zależności (4) wyniesie $\epsilon \approx 0, 25$.



Rys. 5: Przekrój przez palisadę drucików umożliwiający określenie porowatości

Współczynnik przewodzenia ciepła materiału Haynes 25 w zależności od temperatury w stopniach Celsjusza, materiału najczęściej stosowanego do budowy uszczelnień szczotkowych, opisany jest zależnością (5) [12]:

$$\lambda_d = 8,84 + 0,02t. \tag{5}$$

Współczynnik przewodzenia ciepła powietrza w zależności od temperatury w Kelwinach określony jest zależnością (6) [13]:

$$\lambda_p = 1,52 \cdot 10^{-11} T^3 - 4,86 \cdot 10^{-8} T^2 + 1,02 \cdot 10^{-4} T - 3,93 \cdot 10^{-4}.$$
 (6)

Obliczony według wzoru (3) współczynnik przewodności cieplnej w zależności od temperatury materiału jednorodnego przedstawiono na rysunku 6.



Rys. 6: Zastępczy współczynnik przewodności cieplnej materiału jednorodnego

6.2. Współczynnik wnikania ciepła

Precyzyjne określenie temperatury uszczelnienia uzależnione jest od jak najdokładniejszego określenia warunków konwekcyjnej wymiany ciepła. Strumień ciepła przepływający między powierzchnią ciała stałego a otaczającym go płynem określony jest równaniem Newtona (7):

$$q = \alpha \left(T_s - T_p \right),\tag{7}$$

gdzie:

q – gęstość strumienia ciepła $[W/m^2]$,

 α – konwekcyjny współczynnik wnikania ciepła [W/m²K],

 T_s – temperatura powierzchni ciała stałego [K],

 T_p – temperatura płynu [K].

Największą trudność przy zastosowaniu równania (7) stanowi wyznaczenie wartości współczynnika wnikania ciepła α . Ze względu na skomplikowany mechanizm konwekcji, współczynnik ten zależy od bardzo wielu czynników. Co więcej, poszczególne przypadki konwekcji zasadniczo różnią się między sobą. Na przykład konwekcja podczas przepływu wymuszonego, konwekcja podczas wrzenia itp. Utrudnia to opis zjawiska konwekcji w jednolity sposób. Najczęściej więc dla każdego przypadku konwekcji wybiera się osobno zbiór wielkości, od których zależy współczynnik wnikania ciepła α . Następnie za pomocą tych wielkości przedstawia się współczynnik α w postaci równań kryterialnych otrzymywanych drogą analizy wymiarowej popartej badaniami eksperymentalnymi [13]. Dla analizowanego przypadku wykorzystano następujące liczby kryterialne:

liczba Nusselta $Nu = \frac{\alpha l_0}{\lambda}$, liczba Grashofa $Gr = \frac{g l_0{}^3 \beta \Delta T}{\nu^2}$, liczba Prandtla $Pr = \frac{c_p \eta}{\lambda}$, liczba Reynoldsa $Re = \frac{\omega r^2}{\nu}$.

Postać związku pomiędzy poszczególnymi liczbami kryterialnymi zależy od: rodzaju konwekcji, kształtu powierzchni i rodzaju przepływu. Dla konwekcji swobodnej współczynnik wnikania ciepła do nieruchomych powierzchni wyznaczono z zależności (8) [13]:

$$Nu = C(GrPr)^n.$$
(8)

Dla analizowanego przypadku, po uwzględnieniu wymiarów rozpatrywanej geometrii $(GrPr) \cong 5 \cdot 10^6$, stałe wyniosą C = 0, 54, n = 0, 25 [13]. Dla elementów obrotowych wykorzystano dwie zależności:

Dia elementow obrotowych wykorzystano dwie zależności:

1. współczynnik wnikania ciepła do powierzchni równoległych do osi wału, oznaczone na rysunku 4a kolorem niebieskim, obliczono z zależności [14]:

$$Nu = 0,023Re^{0,8}Pr^{0,33}$$

2. współczynnik wnikania ciepła powierzchni prostopadłych do osi wału, oznaczone na rysunku 4a kolorem zielonym, obliczono z zależności [14]:

$$Nu = 0,33Re^{0,5}$$

7. Wyniki

Po przeprowadzeniu kilkudziesięciu badań na stanowisku badawczym wytypowano kilka rezultatów, na podstawie których zbudowano model numeryczny. Po ustaleniu indywidualnych warunków wymiany ciepła, wynikających z różnych prędkości obrotowych, rozwiązywano i odczytywano wartość współczynnika rozdziału ciepła r. Przy-kładowy wynik porównania rzeczywistego rozkładu temperatury przy n = 4000 obr⁻¹ oraz $M_t = 0,39$ Nm, co daje strumień ciepła tarcia $Q \approx 164$ W, z numerycznym rozkładem temperatury przy r = 0,49, przedstawionym na rysunku 7.



Rys. 7: Porównanie wyników eksperymentalnych oraz numerycznych dla $Q \approx 164W$ i r = 0, 49: a) doświadczalny rozkład temperatury zmierzony kamerą termowizyjną, b) numeryczny rozkład temperatury

We wszystkich przypadkach jedyną widoczną różnicą wartości temperatury między wynikami numerycznymi a doświadczeniem jest temperatura nakrętki mocującej na wale. W modelu numerycznym została ona pominięta. Jej dużo niższa temperatura wynika z innego współczynnika emisyjności powierzchni. Współczynnik ten jest mniejszy niż reszty elementów, dając wrażenie sporo niższej temperatury. Większa wartość temperatury w modelu numerycznym w stosunku do pomiaru wynika z faktu, iż kamera termowizyjna mierzy temperaturę tylko na powierzchni, podczas gdy w modelu numerycznym wyznaczamy temperaturę w środku uszczelnienia, która jest nieco wyższa. Dla wszystkich przeanalizowanych przypadków wartość współczynnika r mieści się w granicach 0,45–0,51, co oznacza, że strumień ciepła tarcia jest odprowadzany w podobnym stopniu zarówno przez wał, jak i przez uszczelnienie.

Należy zauważyć, że przedstawione w niniejszym artykule wyniki badań nie są zgodne z przyjmowanym przez autorów cytowanych publikacji założeniem proporcji rozdziału ciepła w stosunku 1:1. Jeżeli w czasie pracy bez przepływu czynnika chłodzącego uszczelnienie proporcja rozdziału ciepła tarcia wynosi 1:1, to oczywiste jest, że w przypadku wystąpienia takiego przepływu dodatkowe chłodzenie uszczelnienia znacznie zwiększy ilość odprowadzanego przez nie ciepła, a co za tym idzie silnie zmieni proporcję rozdziału ciepła tarcia. Stwierdzono, że nie ma możliwości wyznaczenia eksperymentalnego przedstawioną metodą proporcji rozdziału ciepła w warunkach przepływu przez uszczelnienie czynnika spowodowanego różnicą ciśnień. Wynika to z konieczności zamknięcia komory ciśnieniowej pokrywą, która uniemożliwia pomiar termowizyjny. Aby dokonać takiego pomiaru, pokrywa musiałaby zostać wykonana z materiału transparentnego dla promieniowania, np. germanu, co wiązałoby się z dużymi kosztami wykonania.

8. PODSUMOWANIE

W pracy omówiono sposób określenia współczynnika rozdziału ciepła tarcia w uszczelnieniu szczotkowym. Doświadczalny rozkład temperatury w uszczelnieniu, zamontowanym w stanowisku pomiarowym wyznaczono za pomocą kamery termowizyjnej. Wykorzystując dane eksperymentalne zbudowano model numeryczny, z którego odczytano proporcję rozdziału ciepła tarcia. Otrzymane wyniki świadczą o symetrycznym rozdziale ciepła między elementy pary ciernej uszczelnienie-wał, dla przypadku pracy uszczelnienia, gdy nie występuje różnica ciśnień. W przypadku wystąpienia różnicy ciśnień, a co za tym idzie przepływu czynnika przez uszczelnienie, proporcja ta najprawdopodobniej stanie się silnie niesymetryczna. Przyjęcie zatem proporcji rozdziału ciepła 1:1 dla przypadku pracy uszczelnienia obciążonego ciśnieniem, tak jak jest to powszechne w literaturze, może prowadzić do nieprawdziwych rezultatów.

LITERATURA

- [1] Pekris M.J., Franceschini G., Gillespie D.R.H., An investigation of flow, mechanical, and thermal performance of conventional and pressure-balanced brush seals, Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 136 (6), 204–215, 2014.
- [2] Trivedi D., Roy B., Demiroglu M., Zheng. X., Experimental characterization of variable bristle diameter brush seal leakage, stiffness and wear, In ASME Turbo Expo 2013: Turbine Technical Conference and Exposition, American Society of Mechanical Engineers, 2013.
- [3] Li J., Qiu B., Feng. Z., *Experimental and numerical investigations on the leakage flow characteristics of the labyrinth brush seal*, Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 134 (10), 2012.
- [4] Li J., Huang Y.,Li Z., Feng Z., Yang H., Yang J., Shi L., *Effects of clearances on the leakage flow characteristics of two kinds of brush seals and referenced labyrinth seal*, In ASME Turbo Expo 2010: Power for Land, Sea, and Air, 1133–1142, American Society of Mechanical Engineers, 2010.
- [5] Sulda E., Retractable brush seal optimizes efficiency and availability for cycling and baseloaded steam turbines, Power engineering, 103 (11), 96–102, 1999.
- [6] Dogu Y., Akşit M.F., Brush seal temperature distribution analysis, Journal of engineering for gas turbines and power, 128 (3), 599–609, 2006.
- [7] Chew J., Guardino C., Simulation of flow and heat transfer in the tip region of a brush seal, International journal of heat and fluid flow, 25 (4), 649–658, 2004.
- [8] Demiroğlu M., An investigation of tip force and heat generation characteristics of brush seals, Rensselear Polytechnic Institute, PhD Thesis, 2004.
- [9] Akşit M.F., *A computational study of brush seal contact loads with friction*, Rensselear Polytechnic Institute, PhD Thesis, 1998.
- [10] Fellenstein J.A., DellaCorte C., A new tribological test for candidate brush seal materials evaluation, NASA TM-10675, 1995.
- [11] Qiu B., Li J., Numerical investigations on the heat transfer behavior of brush seals using combined computational fluid dynamics and finite element method, Journal of Heat Transfer, 135 (12), 2013.
- [12] Zhao H., Stango R.J., *Effect of flow-induced radial load on brush seal/rotor contact mechanics*, Journal of tribology, 126 (1), 208–215, 2004.
- [13] Kostowski E., Przepływ ciepła. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, 2006.
- [14] Owen J.M., Rogers R.H., *Flow and heat transfer in rotating disk systems*, John Wiley and Sons, 1989.