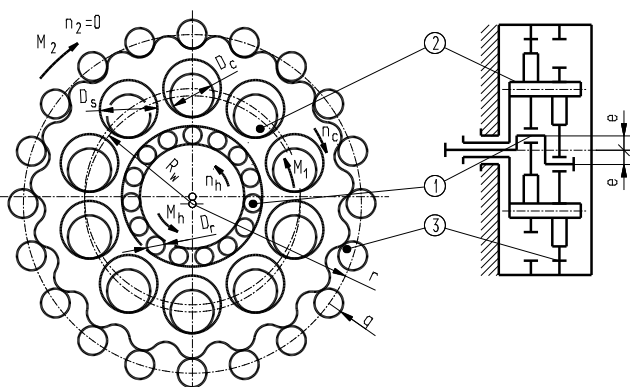


ROZKŁADY OBCIĄŻEŃ W WĘZŁACH TOCZNYCH OBIEGOWEJ PRZEKŁADNI CYKLOIDALNEJ

Układ przeniesienia mocy obiegowej przekładni cykloidalnej tworzy szeregowe połączenie trzech węzłów tocnych – zazębienia cykloidalnego, zestawu tocnych sworzni w mechanizmie równowodowym oraz walcowych łożysk centralnych. W pracy przedstawiono wyniki numerycznych obliczeń rozkładów obciążeń występujących w dwóch pierwszych z wymienionych wyżej węzłów tocnych przekładni. Zamieszczone tabele zawierają rozkłady sił międzyzębnych i sił w mechanizmie równowodowym dla różnych kątów położenia wału napędowego. Wyznaczono również wartości siły wypadkowej w łożysku centralnym oraz kąta jej działania.

WSTĘP

Obiegowa przekładnia cykloidalna wykorzystuje wewnętrzne, pozaśrodkowe zazębienie cykloidalne, które zapewnia występowanie tarcia tocznego w układzie przeniesienia mocy [1-5]. Układ ten tworzy szeregowe połączenie trzech węzłów tocnych: łożysk centralnych „1”, zestawu tocnych sworzni w mechanizmie równowodowym „2” oraz zazębienia cykloidalnego „3” (rysunek 1).



Rys. 1. Zasada działania obiegowej przekładni cykloidalnej [4, 5]

Zazębienie tworzą koła obiegowe współpracujące z nieruchomym zestawem z_k rolek. Koło obiegowe posiada zewnętrzne uzębienie, o liczbie zębów z_s , którego profil opisują równania parametryczne ekwidystanty epicykloidy skróconej (1).

$$\begin{aligned} x(\alpha) &= r \cos \alpha + e \cos(z_k \alpha) - q \cos(\alpha + \gamma) \\ y(\alpha) &= r \sin \alpha + e \sin(z_k \alpha) - q \sin(\alpha + \gamma) \end{aligned} \quad (1)$$

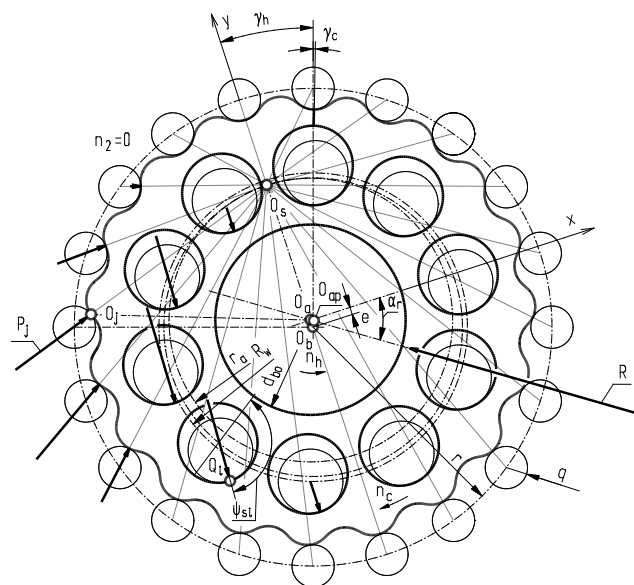
W powyższych wzorach e jest mimośrodem przekładni, q promieniem rolki koła współpracującego, a r promieniem rozstawu tych rolek (rysunek 2). Kąt α jest kątem tworzącym epicykloidę, natomiast kąt γ zwany jest kątem przeniesienia. Sposób wyznaczenia wartości kątów α i γ został szczegółowo opisany w pracy [7].

Moment napędowy M_h jest przekazywany z wału szybkoobrotowego na koło obiegowe za pośrednictwem mimośrodu i osadzonych

na nim łożysk centralnych. Do wyprowadzenia momentu obrotowego $M_1 = 2 M_c$ z kół obiegowych na wał wyjściowy służy mechanizm równowodowy, który tworzą rolki odtaczające się w otworach bocznych koła obiegowego. Rolki te osadzone są na sworzniach utwierdzonych w tarczy połączonej z wałem wyjściowym. Trzeci z momentów (M_2) obciąża rolki nieruchomego koła współpracującego.

Działanie momentów sprawia, że w stykach elementów tocnych obiegowej przekładni cykloidalnej pojawiają się trzy rozkłady obciążenia (rysunek 2):

- rozkład sił międzyzębnych P_j ,
- rozkład obciążenia na rolkach mechanizmu równowodowego Q_i ,
- rozkład obciążenia na waleczki łożyska centralnego wywołane siłą oddziaływania mimośrodu R .



Rys. 2. Rozkłady sił międzyzębnych P_j i sił Q_i w mechanizmie równowodowym

Rozkłady P_j i Q_i są reakcjami więzów wynikającymi z obciążenia przekładni momentem M_h przenoszonym na koło obiegowe za pośrednictwem siły R . Siły P_j i Q_i , po przyjęciu odpowiednich założeń upraszczających, można wyznaczyć metodą analityczną [4, 5]. Metoda analityczna pozwala określić rozkład obciążenia tylko dla nominalnego zazębienia, którego cechą jest brak luzów międzyzęb-

nych. Ze względu na nieuniknione niedokładności wykonania, przekładnia z zazębieniem nominalnym (1) nie mogłyby pracować, bo w zazębieniu występowałaby interferencja. Prawidłową współpracę zębów kół obiegowych i rolek koła nieruchomego zapewnia odpowiednia korekcja zazębienia polegająca na zmianie parametrów ekwidystanty opisującej zarys zębów kół obiegowych [4, 5]. Równania parametryczne korygowanego profilu zębów koła obiegowego opisują równania (2). W równaniach występują korygowane wielkości promienia rolki koła współpracującego q_k i promienia rozstawu rolek r_k .

$$\begin{aligned} x_k(\alpha) &= r_k \cos \alpha + e \cos(z_k \alpha) - q_k \cos(\alpha + \gamma) \\ y_k(\alpha) &= r_k \sin \alpha + e \sin(z_k \alpha) - q_k \sin(\alpha + \gamma) \end{aligned} \quad (2)$$

Dla zazębienia korygowanego metoda analityczna przestaje być użyteczna. Do wyznaczenia rozkładów sił P_j i Q_i konieczne jest zastosowanie metod numerycznych.

W pracy przedstawiono rozkłady sił międzyzębnych i sił występujących w mechanizmie równowodowym obiegowej przekładni cykloidalnej otrzymane za pomocą metody numerycznej opisanej w pracy [6]. Metodyka ta pozwala uwzględnić w obliczeniach rzeczywistą geometrię przekładni i umożliwia wykonanie w krótkim czasie obliczeń dla wielu wariantów danych.

1. PRZEDMIOT BADAŃ

Przedmiotem badań była obiegowa przekładnia cykloidalna opisana w pracach [4, 5], o parametrach przedstawionych w tabeli 1. Celem analiz było zbadanie wpływu położenia wału napędowego, określonego przez kąt γ_h , na rozkład sił międzyzębnych oraz sił występujących w mechanizmie równowodowym.

Tab. 1. Parametry badanej obiegowej przekładni cykloidalnej

Mimośród	$e = 3 \text{ mm}$
Liczba zębów koła obiegowego	$Z_s = 19$
Liczba rolek koła współpracującego	$Z_k = 20$
Promień rolki koła współpracującego	$q = 8,5 \text{ mm}$
Promień rozmieszczenia rolek koła współpracującego	$r = 96 \text{ mm}$
Korygowany promień rolki koła współpracującego	$q_k = 9 \text{ mm}$
Korygowany promień rozmieszczenia rolek koła współprac.	$r_k = 96,406 \text{ mm}$
Szerokość koła obiegowego	$l_e = 14 \text{ mm}$
Promień rozmieszczenia rolek mechanizmu równowodowego	$R_w = 62 \text{ mm}$
Średnica otworu bocznego	$D_s = 32 \text{ mm}$
Średnica rolki mechanizmu równowodowego	$D_c = 26 \text{ mm}$
Liczba rolek mechanizmu równowodowego	$Z_c = 10$
Średnica otworu centralnego	$d_{bo} = 76,5 \text{ mm}$
Średnica waleczka łożyska centralnego	$D_r = 11 \text{ mm}$
Długość waleczka łożyska centralnego	$L_r = 12 \text{ mm}$
Sfazowanie waleczka	$r_c = 0,5 \text{ mm}$
Liczba waleczków łożyska centralnego	$Z_r = 15$

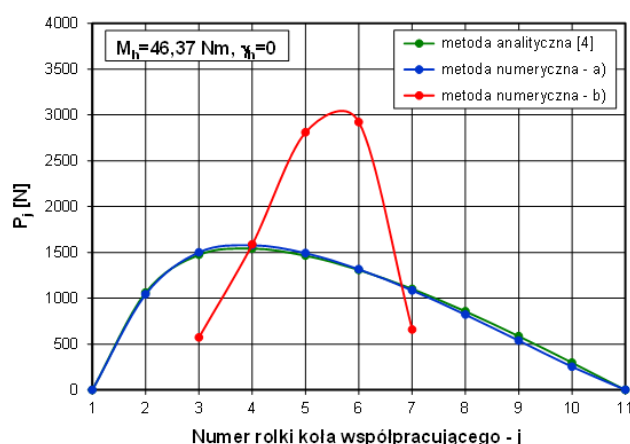
Do obliczeń posłużył program CYCLOAD, sformułowany w oparciu o metodykę opisaną w pracy [6]. Program umożliwia uwzględnienie w obliczeniach przemieszczenia środka koła obiegowego z punktu O_a do punktu O_{ap} , będącego skutkiem działania siły wypadkowej R w łożysku centralnym (rysunek 2). Przemieszczenie to jest sumą luzu promieniowego g w łożysku centralnym i odkształceń w styku najbardziej obciążonego waleczka z bieżniami łożyska centralnego. Program pozwala również na pominięcie wpływu przemieszczenia środka koła obiegowego na rozkłady obciążenia, dzięki czemu możliwe było porównanie rozkładów sił otrzymanych za pomocą metody numerycznej z rozkładami uzyskanymi według metody analitycznej [4], która również pomija efekty działania siły R .

2. WYNIKI OBLICZEŃ

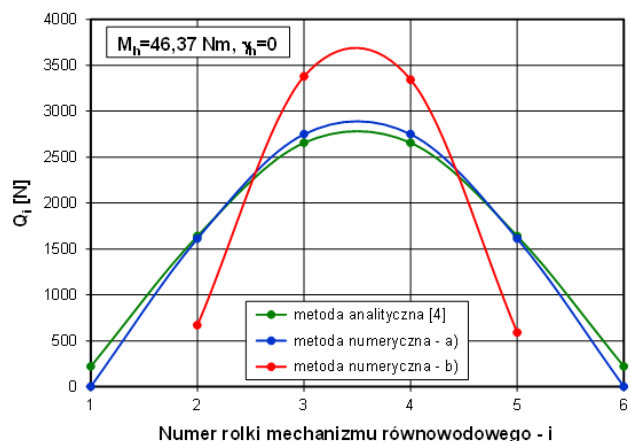
Obliczenia przeprowadzono dla następujących wariantów danych:

- nominalny (niekorygowany) profil uzębienia koła obiegowego, moment napędowy $M_h = 46,37 \text{ Nm}$, obliczenia z pominięciem przemieszczenia środka koła obiegowego,
- korygowany profil uzębienia koła obiegowego $q_k = 9 \text{ mm}$, $r_k = 96,406 \text{ mm}$, moment napędowy $M_h = 46,37 \text{ Nm}$, luz promieniowy w łożysku centralnym $g = 0$, kąt położenia wału napędowego γ_h z zakresu $0 - 360^\circ$, co 18° , obliczenia z uwzględnieniem przemieszczenia środka koła obiegowego.

Na rysunkach 3 i 4 przedstawiono rozkłady sił międzyzębnych oraz sił w mechanizmie równowodowym uzyskane za pomocą obliczeń numerycznych dla obydwu wariantów danych i kąta określającego położenie wału napędowego $\gamma_h = 0$. Dla porównania, na rysunkach zamieszczono rozkłady sił otrzymane za pomocą metody analitycznej [4].



Rys. 3. Rozkłady sił międzyzębnych P_j dla analizowanych wariantów danych i kąta $\gamma_h = 0$



Rys. 4. Rozkłady sił Q_i w mechanizmie równowodowym dla analizowanych wariantów danych i kąta $\gamma_h = 0$

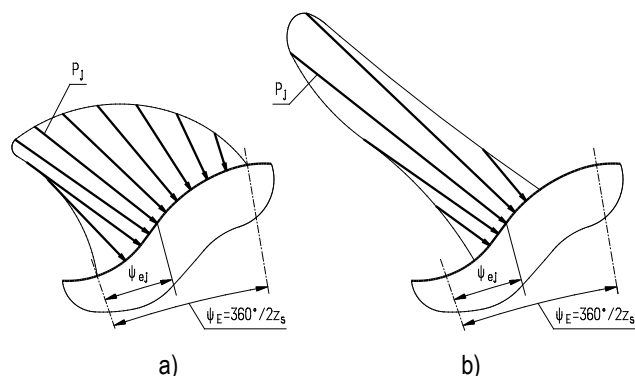
Jak wynika z rysunku 3, w przypadku obliczeń wykonywanych metodą analityczną [4], a także za pomocą metody numerycznej dla nominalnego (niekorygowanego) profilu uzębienia koła obiegowego i przy pominięciu przemieszczenia środka koła obiegowego (wariant „a”), maksymalna liczba zębów pozostających w przyporze może być równa połowie liczby rolek koła współpracującego. Można przy tym zauważyć dużą zgodność rozkładów sił międzyzębnych uzyskanych obiema metodami, co stanowi potwierdzenie poprawności modelu obliczeniowego zastosowanego w metodzie numerycznej [6].

Rozkład sił międzyzębnych dla korygowanego profilu uzębienia, wyznaczony przy założeniach odzwierciedlających pracę rzeczywistej przekładni (wariant „b”), charakteryzuje mniejsza liczba zębów pozostających w przyporze. Liczba ta jest zależna przede wszystkim od parametrów korekcji zazębienia oraz od wielkości obciążenia przekładni [4, 5], ale wpływ na nią ma również wielkość luzu promieniowego w łożysku centralnym [6].

W tabeli 2 przedstawiono rozkłady sił międzyzębnych dla różnych położenia wału napędowego. W wierszach tabeli można odczytać wartości sił występujących w stykach kolejnych rolek z zębami koła obiegowego dla zadanej wartości kąta γ_n . Wartości w kolumnach umożliwiają określenie rozkładów obciążenia na flankach kolejnych zębów. Wartości sił zapisane pogrubioną czcionką odpowiadają tej samej wartości kąta ψ_{ej} , określającego położenie punktu przyłożenia siły na flancie zęba. Przykładowe rozkłady – dla uzębienia nominalnego i korygowanego – przedstawiono na rysunku 5.

Położenie wału napędowego nie ma wpływu na rozkład obciążenia na flancie zęba. Niewielkie różnice w wartościach sił wynikają z przyjętej dokładności obliczeń numerycznych.

Podobnie jak w przypadku rozkładów sił międzyzębnych, rozkłady sił w mechanizmie równowodowym otrzymane za pomocą metody numerycznej dla danych według wariantu „a” są w wystarczającym stopniu zgodne z rozkładem sił uzyskanym według metody analitycznej (rysunek 4). W przypadku analizowanej przekładni obciążeniu poddanych jest 6 rolek mechanizmu równowodowego. Dla obliczeń z uwzględnieniem przemieszczenia środka koła obiegowego oraz korygowanego profilu uzębienia (wariant „b”) liczba obciążonych rolek jest mniejsza i waha się od 3 do 4, w zależności od położenia wału napędowego (rysunek 4, tabela 3).



Rys. 5. Rozkłady obciążenia P_j na flancie zęba: a) dla nominalnego profilu uzębienia koła obiegowego, b) dla korygowanego profilu uzębienia koła obiegowego

Tabela 3, obok rozkładów sił w mechanizmie równowodowym dla różnych położenia wału napędowego, prezentuje wartości sił oddziaływania mimośrodowo R oraz kąta jej działania α_r . Wiersze tabeli przedstawiają wartości sił występujących w stykach rolek mechanizmu równowodowego z otworami w kole obiegowym dla kolejnych położenia wału napędowego, określonych przez kąt γ_n . Wartości w kolumnach przedstawiają rozkłady obciążeń na obwodzie poszczególnych otworów w kole obiegowym.

W zależności od kąta γ_n zmienia się zarówno liczba rolek przenoszących obciążenie, jak i wartości sił. Taki charakter rozkładu sił jest skutkiem kształtu koła obiegowego, którego zęby i otwory współpracujące z rolkami mechanizmu równowodowego są rozmieszczone pod różnymi kątami.

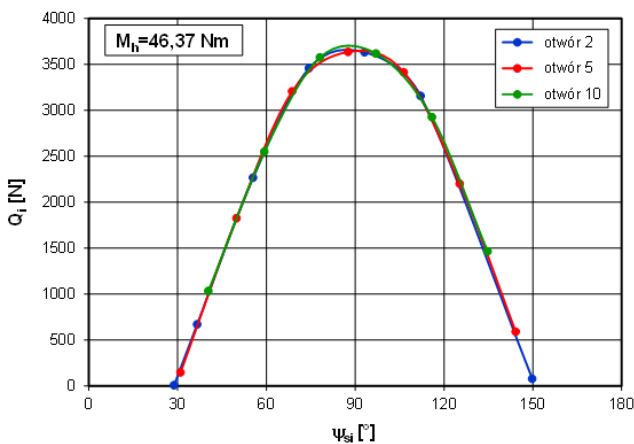
Tab. 2. Rozkłady sił międzyzębnych dla różnych położenia wału napędowego – dane według wariantu „b”

Nr rolki	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
$\gamma_n [^\circ]$	$P_j [N]$																				
-216	1	← Nr zęba									583	1597	2815	2924	658						
-198		2										592	1599	2812	2915	647					
-180			3										588	1600	2815	2922	655				
-162				4										594	1598	2808	2909	640			
-144					5										592	1597	2808	2910	641		
-126						6										586	1594	2808	2912	646	
-108	646						7											589	1597	2810	2914
-90	2912	647						8											581	1590	2805
-72	2808	2917	653						9											578	1590
-54	1592	2808	2914	649						10											582
-36	573	1590	2812	2925	662						11										
-18		578	1591	2810	2920	656						12									
0			573	1589	2810	2922	659						13								
18				580	1592	2810	2919	654						14							
36					577	1589	2806	2914	650						15						
54						577	1590	2809	2918	654						16					
72							579	1594	2813	2923	658										
90								581	1593	2810	2918	653								17	
108									588	1595	2808	2913	646								18
126										583	1597	2815	2924	658							19
144	2										592	1599	2812	2915	647						1
162		3										588	1600	2815	2922	655					
180			4										594	1598	2808	2909	640				
198				5										592	1597	2808	2910	641			
216					6										586	1594	2808	2912	646		
234						7										589	1597	2810	2914	646	
252	647						8											581	1590	2805	2912
270	2917	653						9											578	1590	2808
288	2808	2914	649						10											582	1592
306	1590	2812	2925	662						11											573
324	578	1591	2810	2920	656						12										
342		573	1589	2810	2922	659						13									
360			580	1592	2810	2919	654						14								

Tab. 3. Rozkłady sił w mechanizmie równowodowym, siła R i kąt α_r dla różnych położenia wału napędowego – dane według wariantu „b”

Nr rolki	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	R [N]	α_r [°]
μ [°]	Q_i [N]											
-216						1682	3637	2645			9302	33,8
-198							2991	3603	1314		9285	33,7
-180							1534	3628	2791		9295	33,8
-162								2844	3609	1464	9276	33,6
-144								1380	3605	2925	9279	33,6
-126	1610								2699	3619	9288	33,7
-108	3055	78							1217	3576	9286	33,7
-90	3623	1756								2551	9292	33,7
-72	3518	3157	237							1034	9301	33,8
-54	2409	3632	1906								9294	33,7
-36	853	3458	3258	411							9312	33,9
-18		2266	3640	2055							9303	33,8
0		671	3379	3343	591						9310	33,9
18			2120	3641	2202						9301	33,8
36			491	3287	3414	772					9299	33,8
54				1971	3636	2346					9303	33,8
72				315	3206	3496	956				9305	33,8
90					1826	3635	2494				9298	33,8
108					148	3098	3548	1137			9286	33,7
126						1682	3637	2645			9302	33,8
144							2991	3603	1314		9285	33,7
162							1534	3628	2791		9295	33,8
180								2844	3609	1464	9276	33,6
198								1380	3605	2925	9279	33,6
216	1610								2699	3619	9288	33,7
234	3055	78							1217	3576	9286	33,7
252	3623	1756								2551	9292	33,7
270	3518	3157	237							1034	9301	33,8
288	2409	3632	1906								9294	33,7
306	853	3458	3258	411							9312	33,9
324		2266	3640	2055							9303	33,8
342		671	3379	3343	591						9310	33,9
360			2120	3641	2202						9301	33,8

Wartości sił oddziaływania mimośrodu R oraz kąta jej działania α_r są praktycznie niezależne od położenia wału napędowego. Podobnie jak w przypadku rozkładów sił międzyzębnych, niewielkie różnice w wartościach są efektem dokładności przyjętej w obliczeniach numerycznych. Rozkłady obciążenia na powierzchni otworów w kole obiegowym również nie zależą od położenia wału napędowego. Rysunek 6 przedstawia rozkłady obciążenia dla 2, 5 i 10 otworu w kole obiegowym w funkcji kąta ψ_{si} (rysunek 2), określającego położenie punktu przyłożenia siły Q_i na obwodzie otworu.



Rys. 6. Rozkłady sił Q_i na powierzchni otworów w kole obiegowym

PODSUMOWANIE

W pracy przedstawiono rozkłady sił działających na poszczególne rolki koła współpracującego oraz rolki mechanizmu równowodowego dla różnych położenia wału napędowego.

Położenie wału napędowego nie ma wpływu na rozkład obciążenia na flance zęba oraz na powierzchni otworów w kole obiegowym, a także na wartość siły oddziaływania mimośrodu i kąta jej działania.

Asymetryczny kształt koła obiegowego powoduje, że w zależności od kąta położenia wału napędowego zmienia się liczba rolek mechanizmu równowodowego przenoszących obciążenie oraz wartości sił w stykach rolek z otworami bocznymi w kole obiegowym.

Obliczenia wykonane za pomocą proponowanej metody numerycznej wykazały dużą zgodność z wynikami obliczeń przeprowadzonych z wykorzystaniem metody analitycznej.

BIBLIOGRAFIA

1. Kudriavcev V. N., *Planetarnyje peredaci*. Masinostroenije, Moskwa-Leningrad 1966.
2. Lehmann M., *Berechnung und Messung der Kräfte in einen Zykloiden-Kurvenscheiben Getriebe*. Dissertation, Technische Universität, München 1976.
3. Chmurawa M., Olejek G., *Zazębienie cykloidalne przekładni planetarnej*. Zeszyty Naukowe Pol. Śl., nr 22, seria Transport, Gliwice 1994, s. 71-78.
4. Chmurawa M., *Obiegowe przekładnie cykloidalne z modyfikacją zazębienia*. Zeszyty Naukowe PŚ, nr 1547, seria Mechanika, z. 140, Gliwice 2002, s. 1-204.

5. Warda B., Wykorzystanie istniejących teorii zmęczenia powierzchniowego do prognozowania trwałości złożonych węzłów tocznych. Zeszyty Naukowe PŁ, nr 1055, z. 386, Łódź 2009, s. 1-159.
6. Warda B., Duda H., A method for determining the distribution of loads in rolling pairs in cycloidal planetary gear. Tribologia, nr 1, 2017, s. 105-111.
7. Chmurawa M., Warda B.: Metodyka prognozowania trwałości uzębienia kół obiegowych w przekładni cykloidalnej. Tribologia, nr 4, 2001, s. 549-558.

Load distributions in rolling pairs of Cyclo gear

The power transmission system in the cycloidal planetary gear is created by a serial connection of three rolling pairs: cycloidal meshing, set of rolling pins in the straight-line

mechanism and central cylindrical roller bearings. The paper presents the results of numerical calculations of load distribution occurring in the first two of the above rolling pairs of the gear. The tables contain the distributions of forces between the teeth and the forces in straight-line mechanism for different angle of drive shaft position. Also magnitude of the resultant force in central bearing and the angle of its operation are presented.

Autorzy:

mgr inż. **Henryk Duda** – doktorant, Politechnika Łódzka, Katedra Pojazdów i Podstaw Budowy Maszyn, ul. Żeromskiego 116, 90-924 Łódź.

dr hab. inż. **Bogdan Warda** – Politechnika Łódzka, Katedra Pojazdów i Podstaw Budowy Maszyn, ul. Żeromskiego 116, 90-924 Łódź.