

OPIS PEŁZANIA DREWNA MODYFIKOWANEGO MODELEM LINIOWYM

Badania reologiczne materiałów należą do badań czasochłonnych. Podstawowymi czynnikami wpływającymi na pełzanie materiałów są obciążenie i temperatura. Przeprowadzone eksperymenty drewna modyfikowanego dowiodły, że czas trwania badań można znacznie skrócić tak aby możliwe było określenie ich właściwości reologicznych. Należy wykorzystać przypadki kiedy zachodzi tzw. pełzanie liniowe (krzywe izochroniczne pełzania są liniowe) w materiale. Aby to wykazać należało przeprowadzić badania w zakresie liniowości krzywych pełzania dla co najmniej trzech poziomów naprężeń. Jako model reologiczny do opisu pełzania zastosowano model Zenera. Model ten pozwolił na określenie wartości wyników dla innych poziomów naprężeń.

WSTĘP

Drewno jest zaliczane do materiałów lepkosprężystoplastycznych i dlatego w badaniach tego materiału nie można pominąć takich czynników, jakimi są wilgotność i temperatura [1, 2, 4, 5, 7, 8]. Szczególną właściwością materiałów kompozytowych jest ich pełzanie już w temperaturze pokojowej przy niewielkich obciążeniach. W materiałach tych pomimo obciążenia osiowego powstaje w makroobjętości przestrzenny stan naprężenia.

1. MODELE REOLOGICZNE

W ogólnej postaci dla materiałów lepkosprężystoplastycznych reologiczne równanie stanu w postaci ogólnej ma postać [10]:

$$F(\sigma_{ik}, \varepsilon_{ik}, OP_1 \sigma_{ik}, OP_1 \varepsilon_{ik}, T, t, q_i) = 0 \quad (1)$$

gdzie:

$\sigma_{ik}, \varepsilon_{ik}$ – tensor naprężenia i odkształcenia ($i, k = 1, 2, 3$);

OP – operator czasowy różniczkowy lub całkowy;

T – temperatura;

t – czas;

$q_i (i = 1, \dots, n)$ – parametry strukturalne.

Badania reologiczne obejmują:

- pełzanie – odkształcalność elementu konstrukcyjnego (badanej próbki) w czasie przy stałym naprężeniu i temperaturze;
- relaksację naprężeń – zmniejszanie naprężeń w czasie przy stałym odkształceniu i temperaturze.

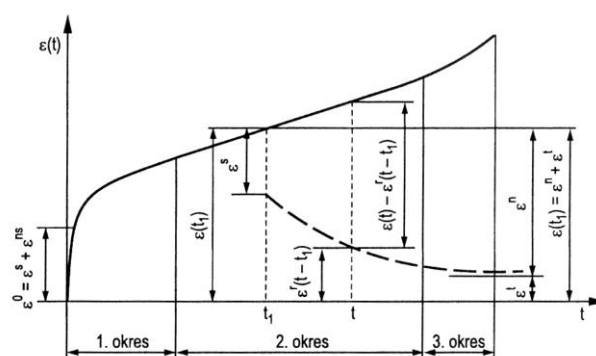
Na rys. 1 przedstawiono krzywą pełzania z trzema charakterystycznymi okresami. W pierwszym okresie występuje szybki proces pełzania, w drugim pełzanie jest prawie stałe, w trzecim okresie pełzania rośnie gwałtownie i kończy się zniszczeniem próbki.

Całkowite odkształcenie pełzania można zapisać zależnością:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon^0 + \varepsilon^p(t) \quad (2)$$

gdzie:

ε^0 – odkształcenia natychmiastowe, które składają się z odkształceń sprężystych $\varepsilon^s = \sigma / E$ i odkształceń niesprężystych ε^{ns} ; $\varepsilon^p(t)$ – odkształcenia pełzania, zależne od czasu, które można podzielić na rezydualne (resztkowe) - $\varepsilon^r(t)$ oraz częściowo odwracalne - $\varepsilon^{cn}(t)$.



Rys.1. Okresy odkształceń próbki podczas pełzania

Prędkość pełzania jest wyrażona równaniem

$$\dot{\varepsilon}(t) = \dot{\varepsilon}^p(t) = \frac{d\varepsilon(t)}{dt} \quad (3)$$

Na podstawie krzywej pełzania (rys. 1) po odciążeniu w chwili t_1 następuje spontaniczne zmniejszenie odkształceń równe - ε^s , natomiast odkształcenie $\varepsilon^p(t)$ może być całkowicie bądź częściowo odwracalne. Jeżeli odkształcenia $\varepsilon^p(t)$ nie są całkowicie odwracalne z odkształceń resztkowych $\varepsilon^r(t)$, wówczas powstaną odkształcenia trwałe ε^t .

W procesie pełzania na skutek odkształcenia struktury wewnętrznej materiału występuje jednocześnie deformacja sprężysta, lepka (relaksacja) oraz plastyczna (poślizgi). Opracowana przez Boltzmanna teoria ośrodków dziedzicznych i zasada superpozycji zakłada proporcjonalność między przyrostami odkształceń a przyrostami naprężeń, z uwzględnieniem efektów reologicznych [10]

$$\Delta\varepsilon(t) = \Delta\sigma(\tau_i)I(t - \tau), \quad (4)$$

gdzie:

$$I(t - \tau) = \varepsilon(t - \tau) / \sigma^0 \quad (5)$$

jest funkcją pełzania zależną od czasu.

Natomiast funkcja relaksacji naprężeń przyjmuje postać:

$$E(t) = \sigma(t) / \varepsilon^0. \quad (6)$$

W przypadku ośrodków liniowolepkosprężystych relaksacja naprężeń jest odwrotnością pełzania. Dla ciągłych przyrostów naprężeń, które wywołują odpowiedź układu w postaci sumy odkształceń otrzymuje się [10]:

$$\varepsilon(t - \tau) = \int_{-\infty}^t I(t - \tau) \frac{d\sigma(\tau)}{d\tau} d\tau \quad (7)$$

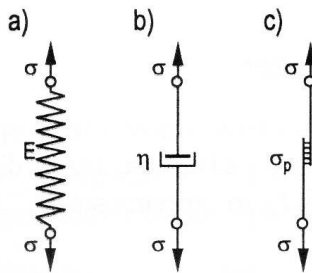
Przyjmując program naprężeń, w którym naprężenia zmniejszają się dokładnie tak, jak funkcja relaksacji (6), wówczas dla tego przypadku odpowiednie odkształcenia muszą pozostać stałe, jak w procesie relaksacji:

$$\frac{d\sigma(\tau)}{d\tau} = \frac{dE(\tau)}{d\tau}. \quad (8)$$

Podstawiając zależność (8) do (7), a następnie przekształcając i dokonując całkowania otrzymuje się zależność:

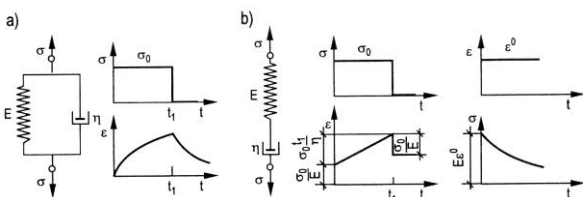
$$\int_0^t E(\tau) I(t - \tau) d\tau = t. \quad (9)$$

Równanie (9) wyraża zależność pomiędzy funkcjami pełzania a relaksacji. Równania stanu opisujące ciała liniowo lepkosprężyste są wyrażane za pomocą odpowiednich modeli reologicznych. Do budowy modeli reologicznych wykorzystuje się modele jedno i wieloparametrowe.



Rys. 2. Modele jednoparametrowe: a) ciało Hooke'a, b) ciało Newtona, c) ciało de Saint-Venanta

Modele jednoparametrowe (rys. 2) to ciało Hooke'a – sprężyna wyrażająca zależność $\sigma = E\varepsilon$, ciecz Newtona – tłumik wyrażający prawo lepkości $\sigma = \eta\dot{\varepsilon}$ i ciało Saint-Venanta – reprezentuje ciało nieliniowe i może obrazować np. granicę plastyczności.



Rys. 3. Modele dwuparametrowe: a) ciało Kelvina-Voigta, b) ciało Maxwella

Modele dwuparametrowe: ciało Kelvina-Voigta – do opisu pełzania, ciało Maxwella – do opisu relaksacji naprężeń.

Ciało Kelvina-Voigta jest opisane zależnością

$$\sigma = E\varepsilon + \eta\dot{\varepsilon}. \quad (10)$$

Dla warunków $t = 0^+$, $\sigma = \sigma_0$ równanie (10) ma postać

$$\varepsilon^p(t) = \frac{\sigma_0}{E} (1 - e^{-Et/\eta}), \quad t \leq t_1. \quad (11)$$

Z równania (11) wynika, że odkształcenia pełzania rosną, gdy prędkość maleje i dla $t \rightarrow \infty$, $\varepsilon^p = \sigma_0 / E$.

Odształcenia nawrotu lepkosprężystego dla ciała Kelvina-Voigta określa się na podstawie zależności:

$$\varepsilon^r(t) = \frac{\sigma_0}{E} e^{-Et/\eta} (e^{Et_1/\eta} - 1), \quad t \geq t_1 \quad (12)$$

dla $t \rightarrow \infty$ odkształcenie $\varepsilon^r \rightarrow 0$.

Stosunek $\eta / E = t_c$ jest czasem retardacji (opóźnienia).

Krzywe pełzania i nawrotu przedstawiono na rys. 3.

Natomiast ciało Maxwella:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{E} + \frac{\sigma}{\eta}. \quad (13)$$

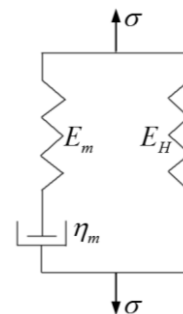
Po scałkowaniu dla warunków $t = 0^+$, $\varepsilon = \varepsilon_0$ równanie (12) ma postać:

$$\sigma(t) = \sigma_0 e^{-Et/\eta} = E\dot{\varepsilon} e^{-Et/\eta} \quad (14)$$

Stosunek η / E jest czasem relaksacji - $t_r = \eta / E$. Jeżeli $t \rightarrow \infty$, wówczas $\sigma \rightarrow 0$. Krzywe relaksacji przedstawiono na rys. 3.

Modele trójparametrowe służą do opisu natychmiastowego odkształcenia sprężystego, odkształcenia pełzania i odkształcenia nawrotu lepkosprężystego oraz krzywych pełzania i nawrotu oraz relaksacji naprężeń. Modele czteroparametrowe służą do opisu natychmiastowego odkształcenia sprężystego z jednoczesnym płynięciem lepkiem oraz odkształcenia sprężystości opóźnionej oraz krzywych pełzania i nawrotu. Modele te opisane są szczegółowo w pracy [10].

W przypadku drewna modyfikowanego zaproponowano do opisu pełzania liniowego model Zenera [2, 3, 11] przedstawiony na rys. 4



Rys. 4. Model Zenera przyjęty do opisu pełzania drewna modyfikowanego

Zgodnie z przyjętym modelem [3, 9], szybkość odkształcenia tłumienia można wyrazić za pomocą zależności:

$$\dot{\varepsilon}_m = \alpha \cdot \sigma_m / \lambda \cdot E_m \left(\frac{t}{\lambda}\right)^{1-\alpha} \quad (15)$$

gdzie:

$\lambda = \eta_m / E_m$ – czas relaksacji (gdy $\lambda \rightarrow \infty$, wówczas $\sigma \rightarrow 0$), α – współczynnik krzywej pełzania, σ_m – naprężenie w elemencie Maxwella.

Równanie różniczkowe tego modelu można opisać zależnością:

$$\alpha \left(\frac{t}{\lambda}\right)^{\alpha-1} \sigma + \lambda \dot{\sigma} = E \left(\frac{t}{\lambda}\right)^{\alpha-1} \alpha \varepsilon + \dot{\varepsilon} (E_m + E_H) \lambda \quad (16)$$

Rozwiązanie tego równania uzyskuje się dla $\sigma = const.$ i warunków początkowych $\varepsilon(0) = \sigma / E$. Ostatecznie uzyskano liniową zależność wyrażającą pełzanie drewna modyfikowanego od poziomu naprężenia [1]:

$$\varepsilon = \sigma / E_H - \sigma \cdot (1/E_H - 1/E) \exp\left(-\frac{E_H}{E} \left(\frac{t}{\lambda}\right)^\alpha\right) \quad (17)$$

gdzie:

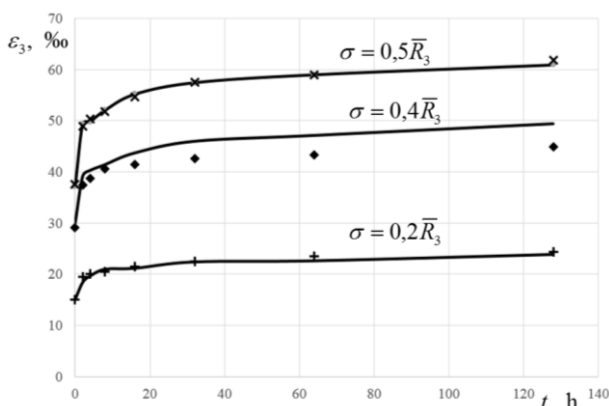
E_H – moduł długotrwały, $E_H + E_m = E$ – moduł chwilowy.

Wykorzystując równanie (17) opisujące model liniowy przedstawiony na rys. 4, można opisać model pełzania drewna modyfikowanego dla minimalnej liczby poziomów naprężeń.

Celem pracy jest opisanie pełzania drewna modyfikowanego za pomocą modelu liniowego przedstawionego na rys. 4, a opisanego równaniem (17) dla dowolnego poziomu naprężenia wywołanego w badanych próbkach.

2. PRZEBIEG BADAŃ I WYNIKI

Badaniu poddano drewno modyfikowane K0,35 (cyfra 0,35 oznacza ilość kg polimetakrylanu metylu (PMM) na 1 kg drewna suchego) [6 ÷ 8]. W tym celu wykonano próbki o wymiarach 10x10x30 mm (dłuższy wymiar zgodny z kierunkiem obciążenia wzdłuż włókien). Próbki o gęstości 870 kg/m³ i wilgotności 8 % poddano badaniom w temperaturze otoczenia 291 ± 2K. Wyznaczono trzy poziomy naprężenia: $\sigma / \bar{R}_3 = 0,2; 0,4; 0,5$. Dla $\bar{R}_3 = 102$ MPa, $\sigma_1 = 20$ MPa, $\sigma_2 = 40$ MPa, $\sigma_3 = 50$ MPa.

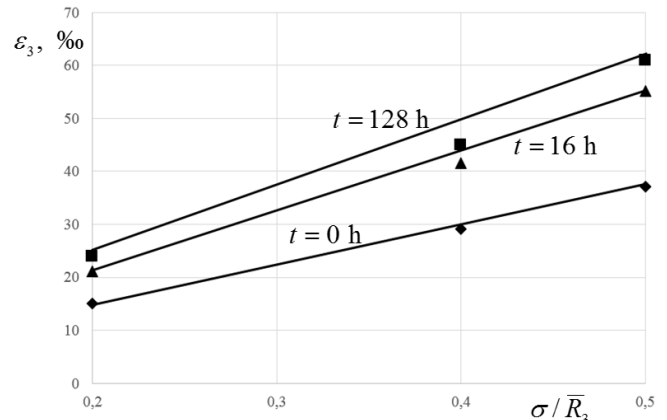


Rys. 5. Krzywe pełzania drewna modyfikowanego K0,35 obciążonego wzdłuż włókien: punkty – średnie wartości z badań, linie – opisane zależnością (6)

Na rys. 5 przedstawiono wyniki badań pełzania drewna modyfikowanego w przedziale czasowym $t = 0 \div 128$ h. Przy czym punkty są wartościami średnimi uzyskanymi na podstawie badań, natomiast liniami wyznaczano przebieg procesu pełzania drewna modyfikowanego w zależności od wielkości progu naprężenia wywołanego w próbkach. Można zauważyć dużą zgodność wyników eksperymentalnych z wynikami uzyskanymi w oparciu o model pełzania badanego materiału.

3. ANALIZA WYNIKÓW BADAŃ

Na podstawie wyników przedstawionych na rys. 5 sporządzono wykresy krzywych izochronicznych pełzania dla czasów $t = 0, 16$ i 128 h, które zostały przedstawione na rys. 6.



Rys. 6. Przebieg prostych pełzania drewna modyfikowanego K0,35 poddanego obciążeniu wzdłuż włókien: punkty – średnie wartości z badań, linie – opisane zależnością (6)

Na rys. 6 przedstawiono krzywe izochroniczne, które są liniami prostymi. Stąd wynika wniosek, że można dość dokładnie opisać proces pełzania modelem liniowym. Wyniki badań eksperymentalnych i uzyskanych za pomocą opisu matematycznego są zbliżone. Zatem równanie (19) dobrze opisuje proces pełzania badanego drewna modyfikowanego K0,35.

Wprowadzając odpowiednie oznaczenia do zależności (4) uzyskano [2, 3]:

$$\varepsilon_0 = \frac{\sigma}{E}, \quad \frac{E}{E_H} = B, \quad \frac{E_H}{E\lambda^\alpha} = C, \quad \alpha = D, \quad (18)$$

co przyjmuje postać:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \left(B - (B - 1) e^{-Ct^D} \right). \quad (19)$$

Odształcenia natychmiastowe aproksymowano równaniem w postaci:

$$\varepsilon_0 = 75,25 \left(\sigma / \bar{R}_3 \right). \quad (20)$$

Do obliczenia B przekształcamy równanie (6) otrzymując:

$$\ln^2 \frac{B - \bar{\varepsilon}_8}{B - 1} - \ln \frac{B - \bar{\varepsilon}_1}{B - 1} \ln \frac{B - \bar{\varepsilon}_{64}}{B - 1} = 0 \quad (21)$$

gdzie:

$$t_1 = 2 \text{ h}, \quad t_8 = 16 \text{ h}, \quad t_{64} = 128 \text{ h} \text{ oraz}$$

$$\bar{\varepsilon}_1 = \left(\sum_{i=1}^3 (\varepsilon_i(2) / \varepsilon_i(0)) \right) / 3, \quad (22a)$$

$$\bar{\varepsilon}_8 = \left(\sum_{i=1}^3 (\varepsilon_i(16) / \varepsilon_i(0)) \right) / 3, \quad (22b)$$

$$\bar{\varepsilon}_{64} = \left(\sum_{i=1}^3 (\varepsilon_i(128) / \varepsilon_i(0)) \right) / 3. \quad (22c)$$

Wykorzystując zależności (21) i (22) obliczono $B = 4,78$.

Stałe **C** i **D** wyznaczone metodą najmniejszych kwadratów przekształcając zależność (19)

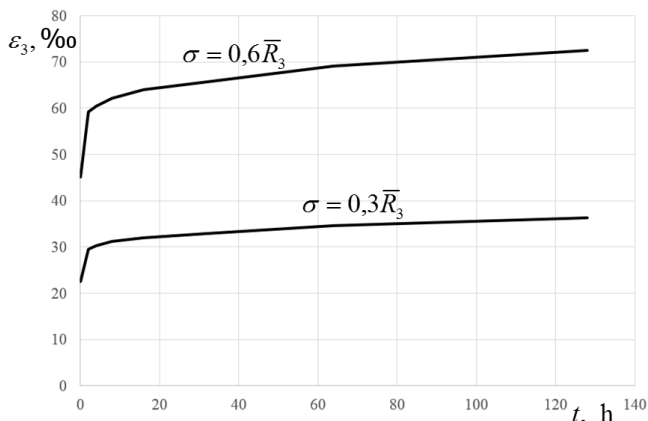
$$\ln C + D \ln t = \ln \ln \frac{B-1}{B - \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}} \quad (23)$$

Wynoszą one: $C = 0,068$; $D = 0,182$

Na rys. 5 przedstawiono krzywe teoretyczne obliczone z zależności (19), (20) dla obliczonych stałych B, C i D oraz dla $\varepsilon_0 = 75,25(\sigma / \bar{R}_3)$.

3.1. Przewidywany przebieg pełzania dla pośrednich poziomów naprężeń

Wykorzystując zależność (19) określono przewidywany przebieg pełzania dla dwóch poziomów naprężeń $\sigma / \bar{R}_3 = 0,3$ i $\sigma / \bar{R}_3 = 0,6$. Wyniki tych obliczeń przedstawiono na rys. 7.



Rys. 7. Przewidywane wyniki pełzania drewna modyfikowanego określone za pomocą równania (6) dla dwóch poziomów naprężeń

Przedstawione na rys. 7 wyniki obliczeń pełzania drewna modyfikowanego K0,35 wykazują dużą zgodność z wynikami uzyskanymi na rys. 5. Dla poziomu naprężenia wynoszącego 0,3, można zauważyć, że wykres przebiegu pełzania dla tego poziomu naprężenia „wpasowuje się” pomiędzy wykresy dla poziomu 0,2 i 0,4, które zostały sporządzone na podstawie wyników eksperymentalnych. Podobny przebieg ma obliczony przebieg pełzania badanego materiału dla poziomu naprężenia 0,6. Wykres ten przebiega powyżej wykresu dla poziomu naprężenia 0,5. To oznacza, że zależność (19) opisująca przebieg procesu badanego materiału została właściwie dobrana.

PODSUMOWANIE

Przeprowadzone badania i obliczenia wskazują na dużą zgodność wyników badań z wynikami uzyskanymi na podstawie obliczeń. Przebiegi krzywych pełzania określone eksperymentalnie i matematycznie są bardzo zbliżone. Oznacza to, że model matematyczny procesu pełzania drewna modyfikowanego został właściwie opracowany. Należy mieć na uwadze fakt, że badania pełzania materiałów są badaniami pracochłonnymi, dlatego w niektórych przypadkach prowadzi się tylko wybrane zakresy poziomów obciążeń, aby zmniejszyć liczbę badań.

BIBLIOGRAFIA

- Christensen R. M.: *Mechanics of Composite Materials*, John Wiley and Sons, New York, 1979.
- Czech M.: *Kryteria wytrzymałościowe i równania konstytutywne sprężystości ciał ortotropowych*. Rozprawy Naukowe Nr 31, 1995, Politechnika Białostocka, Białystok.
- Czech M.: *O możliwości skrócenia badań na pełzanie liniowe tworzyw drzewnych*, Energia w Nauce i Technice, Suwałki 2007, ss.6.
- Dawson Ch.: *Construction materials for combat craft*. Combat Craft, Vol.2, No.1, pp. 378-386, 1984.
- Dinwoodie J. M.: *Timber, its nature and behaviour*, Van Nostrand Reinhold, New York, 1981.
- Kyziół L.: *Drewno modyfikowane na konstrukcje okrętowe*, AMW, Gdynia 2010.
- Kyziół L.: *The influence of polymethylmethacrylate content in a wood composite on its impact strength*. Marine Technology Transactions, Gdańsk, 2001, Vol. 12, pp. 137-149.
- Kyziół L.: *Influence of polymethylmethacrylate content in wood composite on the anisotropy of elasticity properties*. Marine Technology Transaction, 2002, Vol. 13, pp. 127-139.
- Ogarkov B.I.: *Teorija uprugogo posledejstwiya dreviesiny*, Žurnal tehničeskoj fiziki, 27, 1957, pp. 1118-1120.
- Ochelski S.: *Metody doświadczalne mechaniki kompozytów konstrukcyjnych*, WNT, Warszawa 2004.
- Rżanicyn A.R.: *Teorija połzučest'i*, Moskwa, 1968, ss. 416.

Description modified wood creep by a linear model

Rheological tests of materials are time-consuming. The basic factors affecting the creep of materials are load and temperature. Experiments of modified wood showed that the duration of the research can be significantly shortened to determine their rheological properties.

It should be used when there is a so-called linear creep (creep isochronous curves are linear) in the material.

It was necessary to carry out studies on linearity of creep curves for at least three levels of stress. As a rheological model, the Zener model was used to describe creep. This model allowed to determine the value of results for other stress levels.

Autor:

dr hab. inż. **Lesław Kyziół** – Akademia Morska w Gdyni, Wydział Mechaniczny, leslawkyziol@gmail.com

JEL: L64 DOI: 10.24136/atest.2018.130

Data zgłoszenia: 2018.05.23 Data akceptacji: 2018.06.15