

Krzysztof Ficoń

Akademia Marynarki Wojennej, Wydział Dowodzenia i Operacji Morskich

Grzegorz Krasnodębski

Akademia Marynarki Wojennej, Wydział Dowodzenia i Operacji Morskich

Suboptymalizacja krytycznych parametrów kolejki w systemach masowej obsługi

Suboptimalization of critical railway parameters in mass service systems

W pracy wskazano na możliwość wykorzystania teorii masowej do optymalizacji krytycznych parametrów kolejek, będących zjawiskiem współczesnej cywilizacji, nie tylko społecznej. Przeanalizowano mechanizm powstawania kolejek, za pomocą metod rachunku prawdopodobieństwa zidentyfikowano jego przyczyny i skutki. Rozważania teoretyczne zilustrowano na drodze analitycznej analizując dwa przykładowe warianty badawcze. Przedmiotem badań były krytyczne parametry kolejki, obejmujące średnią długość kolejki i średni czas oczekiwania. W wariantcie pierwszym skupiono się na sterowaniu intensywnością strumienia zgłoszeń, natomiast w wariantcie drugim przyjęto bardziej praktyczne sterowanie intensywnością strumienia obsługi.

Słowa kluczowe:

kolejka, czas oczekiwania, zgłoszenia, obsługa

The paper indicates the possibility of using mass theory to optimize the critical parameters of queues, which are the bane of modern civilization, not only social. The mechanism of queuing was analyzed, its causes and effects were identified using probability calculus methods. Theoretical considerations are illustrated by analytical analysis of two example research variants. The subject of the research were the critical parameters of the queue, including the average queue length and average waiting time. The first variant focused on controlling the intensity of the notification stream, while the second variant adopted a more practical control of the intensity of the service stream.

Key words:

queue, waiting time, applications, service

Wprowadzenie

Teoria kolejek (*Queue Theory*), zwana też teorią masowej obsługi jest odpowiedzią nauki na społeczne odczucie „straconego czasu”, jakie wiąże się z beczynnym oczekiwaniem w kolejce (poczekalni) na wykonanie określonej usługi (Kopocińska, 1963). Prekursorem badań nad problematyką teorii kolejek był duński inżynier A.K. Erlang (1917) pracujący w firmie telekomunikacyjnej, który swoje wyniki opublikował w roku 1909. Istotny wkład w rozwój teorii kolejek wniósł też D.G. Kendall, który w roku 1953 zaproponował specjalną notację do opisu systemów kolejkowych. Teoria masowej obsługi jest dyscypliną matematyczną opartą na ra-

chunku prawdopodobieństwa i statystyce matematycznej i należy do kategorii nauk stosowanych (Wołodin i in. 1966). Formalnie jest zaliczana do arsenału metod badań operacyjnych, choć swoim rodowodem sięga znacznie dalej niż historia badań operacyjnych. Dla potrzeb budowania użytkowych modeli prakseologicznych rozwiązujących zadania m.in. z obszaru teorii kolejek stworzyła specjalny rodzaj systemów masowej obsługi (Obretenow, Dimitrow, 1989).

Kolejka klientów oczekujących na obsługę powstaje na skutek nierównomiernego przybywania klientów lub nierównomiernej pracy systemu obsługi, albo z obu tych powodów jednocześnie. Ogólnie można określić, że problemy kolejek powstają, gdy jest zbyt dużo lub zbyt mało wymagań w stosunku

do istniejących możliwości obsługowych systemu (Zitek, 1963). W pierwszym przypadku powstaje na przykład kolejka klientów, w drugim przypadku występuje strata czasu ze strony zespołu urzędów, personelu obsługującego itp. Te dwie sytuacje są sobie przeciwstawne, lecz pociągają za sobą straty. Istnieje więc problem optymalizacji parametrów systemu obsługi, który należy rozwiązać za pomocą metod i narzędzi naukowych.

Bezproduktywne oczekiwanie w każdej kolejce rodzi nie tylko poczucie irytacji, ale niesie ze sobą poważne konsekwencje społeczno-ekonomiczne. Tymczasem praktycznie w każdej dziedzinie życia towarzyszą nam wszechobecne kolejki, które w zależności od pewnych standardów, takich jak długość kolejki, prognozowany czas oczekiwania czy pilność danej usługi, są w różnym stopniu akceptowane lub nieakceptowane (Kopocińska, 1963). Przysłowiowe kolejki „5-minutowe” są powszechnie traktowane jako stały element zamierzonej usługi i podlegają niemal we wszystkich sferach usług pełnej akceptacji przez potencjalnych klientów. Kolejki dłuższe niż przysłowiowe 5-minut irytują klientów po każdej stronie systemu obsługi dlatego w procesie racjonalizacji, czy optymalizacji działalności usługowej powinny być skutecznie minimalizowane, w czym zasadniczo stara się pomóc naukowa teoria kolejek i jej cały aparat narzędziowy. Ponieważ zjawisko kolejek jest powszechne i masowe dlatego należy podejść do jego rozwiązania w sposób racjonalny najlepiej z wykorzystaniem dorobku współczesnej nauki (Łukaszewicz, 1965).

Z naukowego punktu widzenia problem kolejek występujący zarówno w sferze usług, jak też w obszarze produkcji wynika z dysproporcji rynkowych między intensywnością strumienia podaży (potrzeb), a intensywnością strumienia popytu (możliwości). Im większa jest przewaga popytu nad podażą, tym teoretycznie większe są kolejki w danym sektorze i dłuższy czas oczekiwania na wykonanie określonej usługi czy to materialnej, czy to niematerialnej (Kopocińska, 1963). Kolejki mogą być także konsekwencją przewagi podaży nad popytem, kiedy to usługi oczekują na swoich konsumentów. Drastycznym przykładem kolejki-input w aktualnych polskich warunkach są kolejki pacjentów do publicznej służby zdrowia, kiedy czas oczekiwania na wykonanie bardziej zaawansowanej usługi medycznej wynosi nawet kilka lat. Przykładem kolejki-output są opustoszałe nadmorskie hotele i pensjonaty po gorącym letnim sezonie plażowym. Praktycznie nie istnieje taka dziedzina celowej działalności prakseologicznej, w której nie istniałby problem kolejek i straconego czasu przede wszystkim dla podmiotów oczekujących na wykonanie określonej usługi. Syndrom kolejek szczególnie negatywnie wpływa na działalność podmiotów komercyjnych, dla których wysoka produktywność jest największym naka-

zem biznesowym. W kontekście społecznym i gospodarczym można postawić tezę, że kolejki, zwłaszcza ponadnormatywne są symbolem marnotrawstwa i nieracjonalnej organizacji prowadzonej działalności usługowej.

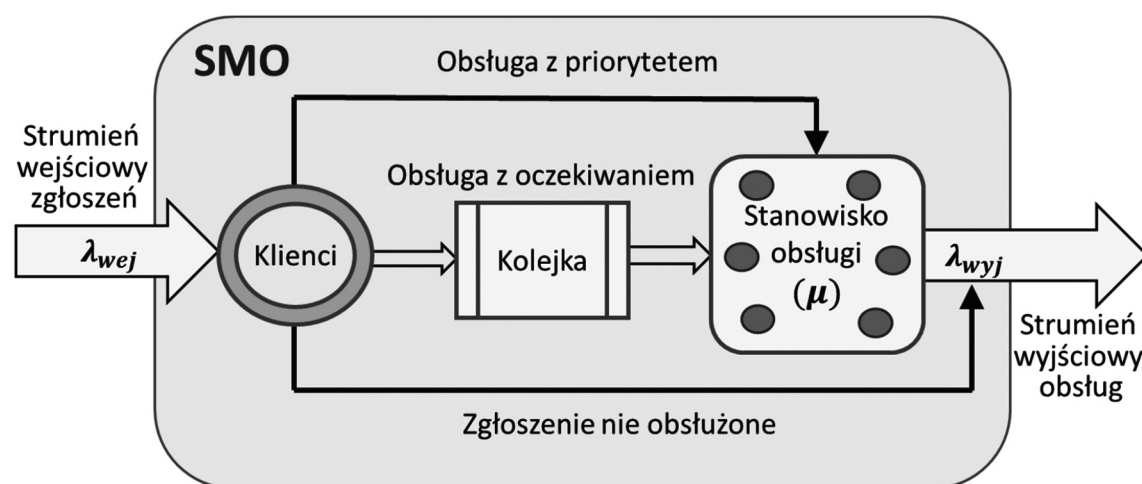
W każdym przypadku kolejki są naturalnym buforem, który w sensie organizacyjno-funkcyjnym dopasowuje strumień podaży do strumienia popytu i eliminuje dysproporcje rynkowe. Konieczność elastycznej koordynacji tych dwóch strumieni wynika z dynamiki i losowości procesów rynkowych, które pozostają w ciągłym ruchu i dlatego ich wektory w ogólności mają różne moduły. Zarówno strumień podaży, jak też strumień popytu podlegają rozmaitym wahaniom rynkowym i zawierają w sobie pierwiastek losowości, a najczęściej są procesami stochastycznymi (Zitek, 1963). Losowość i indeterminizm tych dwóch strumieni sprawia, że procesy obsługi, w szczególności kolejki są przedmiotem głębokich analiz i poważnych teorii naukowych w szerokim nurcie teorii masowej obsługi. Docelowym rozwiązaniem tej kwestii są prakseologiczne systemy masowej obsługi (Łukaszewicz, 1965), których zasadniczym kryterium ocenowym jest w ogólności minimalizacja wielkości kolejek, będących efektem irracjonalnej organizacji procesów obsługi.

Podstawowe pojęcia teorii masowej obsługi

Prakseologiczny aspekt teorii masowej obsługi akcentuje jej powszechne kojarzenie z teorią kolejek, która jest nieodłącznym elementem wszelkiej działalności praktycznej (celowościowej). Celem teorii masowej obsługi jest proponowanie użytecznych metod analitycznych pomocnych przy rozwiązywaniu zagadnień związanych z realizacją pewnych procesów, także stochastycznych (Czujew, 1973). Przykładem takiego procesu są procesy masowej obsługi, które powinny przebiegać w sposób optymalny ze względu na przyjęte kryterium — najczęściej natury ekonomicznej czy formalnej. W szczególnym przypadku teoria ta pozwala na wybór optymalnej struktury organizacyjno-funkcyjnej prakseologicznego systemu działania. Dzięki temu znajduje ona szerokie zastosowanie w procesie podejmowania decyzji przy projektowaniu optymalnych struktur rozmaitych systemów działania, zwanych też systemami kolejkowymi lub masowej obsługi (Koning, Stoyan, 1979). Jak każda autonomiczna dyscyplina naukowa teoria masowej obsługi operuje charakterystycznym systemem pojęć i definicji (Kopocińska, 1963). Podstawowe pojęcia związane z teorią masowej obsługi to: zgłoszenie, obsługa, stanowisko obsługi, poczekalnia (kolejka), zdarzenie, strumień wejściowy, strumień wyjściowy i system masowej obsługi (rysunek 1).

Rysunek 1

Model organizacyjno-funkcyjny systemu masowej obsługi



Źródło: Opracowanie własne.

System masowej obsługi można zdefiniować, jako: celowo zaprojektowana do wykonywania określonych zadań struktura organizacyjno-funkcyjna, której zasadniczymi elementami są poczekalnia (kolejka), stanowiska (kanały) obsługi oraz strumień wejściowy i wyjściowy (Kozłowska, Włodarczyk, 1978, s. 32).

Istotnym elementem systemu masowej obsługi jest regulamin kolejki, który steruje ruchem zgłoszeń. Systemy masowej obsługi zajmują się zdarzeniami będącymi ciągiem zgłoszeń losowych wpływających do danego systemu celem wykonania określonej usługi (Łukaszewicz, 1965). Spływające zgłoszenia w zależności od stopnia zajętości stanowisk obsługi albo są obsługiwane natychmiast, albo oczekują w poczekalni na wykonanie tej obsługi, lub opuszczają dany system bez obsługi. Zarówno proces spływania zgłoszeń, jak też procesy ich obsługi mogą być losowo zakłócone przez różne czynniki, co wynika z natury procesów stochastycznych. Strumień zgłoszeń wpływających do systemu, to strumień wejściowy, natomiast strumień zgłoszeń opuszczających system, to strumień wyjściowy.

Przedmiotem szczególnego zainteresowania jest tzw. poczekalnia będąca symbolicznym miejscem, gdzie gromadzone są wpływające zgłoszenia w oczekiwaniu na obsługę. Poczekalnia służy do formułowania kolejki (w szczególności zerowej) wpływających zgłoszeń. Każda poczekalnia posiada indywidualny regulamin ustawiania zgłoszeń w kolejkę. Minimalizacja długości kolejki zgłoszeń oczekujących na obsługę jest zasadniczym kryterium oceny i funkcjonowania każdego systemu masowej obsługi (Houlden, 1964, s. 117–121)

Z teorią kolejek związane są dwa rodzaje kolejek. Pierwszy rodzaj stanowią zgłoszenia oczekujące w poczekalni na obsługę, drugi rodzaj to kanały obsługi oczekujące na klientów. W rozważaniach teoretycznych dominują kolejki odnoszone do wejściowego strumienia zgłoszeń. Celem teorii kolejek jest zaprojektowanie takiego systemu masowej obsługi, aby łączny koszt strat związanych z kolejkami był minimalny. Teoria kolejek i jej aparat narzędziowy pozwala poprawić nie tylko rynkowe standardy obsługi klienta, ale także zwiększyć efektywność społeczną i ekonomiczną prowadzonej działalności usługowej (gospodarczej), stąd jej ranga społeczna oraz ekonomiczna jest ogromna, a wyzwanie pod adresem nauki i naukowców jeszcze większe (Nogalski, Czerska, Klimek, 2010).

Zazwyczaj intensywność strumienia zgłoszeń oraz intensywność strumienia obsługi mają charakter losowy. Zgłaszanie jednostek do systemu obsługi następuje zwykle zgodnie z rozkładem Poissona, zaś czas ich obsługi według rozkładu wykładniczego (Gniedenko, Kowalenko, 1971). Duże dysproporcje między intensywnością strumienia zgłoszeń i strumienia obsługi statystycznie nie gwarantują wysokiej stabilności pracy danego systemu masowej obsługi. Bezproduktywny w tym przypadku czas oczekiwania systemu obsługi na zgłoszenie powoduje niepełne wykorzystanie mocy produkcyjnej, co implikuje niepotrzebne koszty eksploatacji pustych stanowisk obsługi. Celem strategicznym projektowanego systemu obsługi jest kryterium stabilnego, czyli skoordynowanego obciążenia wszystkich elementów organizacyjno-funkcyjnych tego systemu w dostatecznie długim okresie czasu. Z punktu widzenia teorii specyficz-

ną formę tzw. kolejki wstecznej generuje przypadek, gdy intensywność strumienia obsługi jest statystycznie znacznie większa niż intensywność wpływających do systemu zgłoszeń. W takiej sytuacji stanowiska (kanały) obsługi pozostają w pewnych okresach czasu w bezczynności tworząc specyficzny rodzaj kolejki w oczekiwaniu na zgłoszenie (Obretenow, Dimitrow, 1989).

Aparat matematyczny teorii masowej obsługi

Zakłada się że klienci zgłaszają się do systemu w losowych odstępach czasu określonych rozkładem Poissona, zgodnie z którym prawdopodobieństwo, że w ciągu T okresów przybędzie n klientów oblicza się według wzoru:

$$P_n = \frac{(\lambda T)^n}{n!} e^{-\lambda T} \quad (1)$$

gdzie:

P_n — prawdopodobieństwo przybycia n -klientów w okresie T ,

λ — średnie tempo zgłaszania się klientów (klientów/okres),

T — liczba okresów,

Aby wstępnie scharakteryzować system masowej obsługi trzeba wyznaczyć trzy podstawowe parametry: intensywność strumienia zgłoszeń, intensywność procesu obsługi oraz regulamin kolejki. Średnią intensywność strumienia zgłoszeń (λ) zdefiniujemy jako:

$$\lambda = \frac{1}{t_\lambda} \quad (2)$$

gdzie:

t_λ — średni odstęp czasu między kolejnymi zgłoszeniami wpływającymi do systemu w badanym okresie.

Średnią intensywność strumienia obsługi zdefiniujemy jako:

$$\mu = \frac{1}{t_\mu} \quad (3)$$

gdzie:

t_μ — średni czas obsługi pojedynczego zgłoszenia w badanym okresie.

Z przyjętych założeń wynika, że natężenie stru-

mienia zgłoszeń (2) i intensywność procesu obsługi (3) nie są to wielkości stałe i podlegają losowym wahaniom (Houlden, 1964). Z tego powodu obsługa wpływających zgłoszeń jest zakłócona i dlatego w przypadku najbardziej typowym, gdy intensywność zgłoszeń jest większa od intensywności obsługi w systemie tworzą się kolejki zgłoszeń czekających na obsługę. Sytuacja odwrotna, gdy intensywność obsługi jest większa od intensywności strumienia zgłoszeń też jest niekorzystna, albowiem system nie wykorzystuje swoich mocy w sposób efektywny. Najbardziej korzystna jest sytuacja, gdy intensywność obu strumieni — zgłoszeń i obsługi jest z określonym prawdopodobieństwem zbliżona do siebie, ale nie identyczna i do tego stanu w praktyce należy dążyć (Rozenberg, Prochorow, 1972).

Jeśli strumień zgłoszeń ma rozkład Poissona, a intensywność obsługi opisana jest rozkładem wykładniczym oraz w kolejce zachowana jest dyscyplina typu FIFO to funkcjonowanie takiego systemu można wyrazić za pomocą stopnia wykorzystania systemu (ρ), zwanej stałą Erlanga:

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} \approx \frac{\lambda}{\mu S} \quad (4)$$

gdzie:

S — liczba stanowisk obsługi.

Jeżeli $\rho > 1$ przy $t \rightarrow \infty$ kolejka rośnie do nieskończoności, natomiast gdy $\rho < 1$ problem kolejki nie istnieje. Przypadek $\rho = 1$ przy powyższych założeniach jest mało praktyczny i w dłuższych okresach czasu niestabilny. Parametr ρ pozwala wyprowadzić szereg użytecznych wzorów, jak np.:

$$\alpha_0 = \frac{\rho^2}{1 - \rho} \quad (5)$$

α_0 — średnia liczba zgłoszeń w całym systemie (w kolejce i w kanałach obsługi),

$$\alpha_1 = \frac{\rho}{1 - \rho} \quad (6)$$

α_1 — średnia liczba zgłoszeń oczekujących w kolejce na obsługę

$$\tau_1 = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} \quad (7)$$

τ_1 — średni czas oczekiwania w kolejce

Powyższe parametry charakteryzujące system obsługi posłużyły do stworzenia specjalnej notacji tzw. klasyfikacji Kendalla w postaci (Kendall, 1951):

$$X / Y / m \quad (8)$$

gdzie:

X — symbol rozkładu wejściowego strumienia zgłoszeń,

Y — symbol rozkładu czasów obsługi zgłoszeń,

m — liczba stanowisk (kanałów) obsługi.

Najczęściej przyjmuje się, że strumień wejściowy zgłoszeń jest opisany rozkładem Poissona (1), a czas obsługi podlega rozkładowi wykładniczemu.

Regulamin kolejki określa kolejność realizacji poszczególnych zgłoszeń i w praktyce występują trzy najbardziej typowe zasady obsługi zgłoszeń (Kozłowska, Włodarczyk, 1978):

$$\mathfrak{R} = \{FIFO, LIFO, RSS, PR\} \quad (9)$$

gdzie:

FIFO (First In First Out) — zgłoszenie, które oczekuje najdłużej w kolejce kierowane jest w pierwszej kolejności na stanowisko obsługi,

LIFO (Last In First Out) — zgłoszenia, które przybyły do systemu ostatnie zostaną obsłużone w pierwszej kolejności,

RSS (Random Selection of Service) — zgłoszenia obsługiwane są losowo, przy czym wybór każdego ze zgłoszeń jest tak samo prawdopodobny,

PR (Priority) — zgłoszenie z kolejki posiada z różnym prawdopodobieństwem pierwszeństwo obsługi przed innymi zgłoszeniami.

Formalnie w kolejce występuje jeszcze jeden przypadek, gdy nieobsłużone zgłoszenie z różnych przyczyn opuszcza kolejkę. Należy wówczas określić tą regułę, a najczęściej odnosi się ona do dopuszczalnego czasu oczekiwania w kolejce lub do aktualnej długości kolejki.

Założenia badawcze

Przedmiotem dalszych rozważań będzie modelowy system masowej obsługi, w którym interesować nas będzie głównie zachowanie się kolejki zgłoszeń oczekujących na obsługę i tzw. krytyczne parametry kolejki, obejmujące średnią długość kolejki i średni czas oczekiwania (Czujew, 1973). Na wartość tych parametrów można oddziaływać różnymi sposobami. Po pierwsze, w pewnym zakresie można sterować intensywnością strumienia zgłoszeń, a po drugie, bardziej praktyczne jest sterowanie intensywnością strumienia obsługi i na tym drugim przypadku skupimy dalsze badania. Jak wynika ze wzorów (5) i (7) długość kolejki oraz czas oczekiwania na obsługę zależą w sposób odwrotnie proporcjonalny do wartości strumienia intensywności obsługi. Wobec

tego aby poprawić te parametry, czyli udrożnić system masowej obsługi należy przy niezmiennej intensywności strumienia zgłoszeń zwiększyć intensywność strumienia obsługi (Ficoń, 2018). Zasadność tej tezy zostanie wykazana na modelowym przypadku analitycznym.

Na wstępie przyjmujemy, że mamy do czynienia z systemem obsługi bez strat, czyli klienci przebywają w systemie aż do momentu wykonania obsługi — niezależnie od długości kolejki i czasu oczekiwania (Koning, Stoyan, 1979). Badany system obsługi funkcjonuje na podstawie następujących parametrów operacyjnych:

1) Klienci zgłaszają się do systemu w tempie 4 osoby na minutę

$$\lambda \text{ os. /min} \quad (10)$$

2) Pracownik obsługuje przeciętnie 5 klientów na minutę

$$\mu \text{ os. /min} \quad (11)$$

3) Intensywność ruchu w systemie

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{4}{5} = 0,8 = 80\% \quad (12)$$

gdzie:

λ — średnie tempo zgłaszania się klientów do systemu (stopa przybycia),

μ — średnie tempo obsługi klienta (stopa obsługi).

4) Średnia liczba klientów oczekujących w kolejce na obsługę:

$$L_k = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)} = \frac{16}{5 * 1} = 3,2 \quad (13)$$

5) Średnia liczba wszystkich klientów obecnych w systemie:

$$L_s = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} = \frac{4}{1} = 4 \quad (14)$$

6) Średni czas oczekiwania w kolejce:

$$T_k = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} = \frac{4}{5 * 1} = 0,8 \text{ min} \quad (15)$$

7) Średni czas przebywania klientów w systemie:

$$T_s = \frac{1}{\mu - \lambda} = \frac{1}{1} = 1 \text{ min} \quad (16)$$

Jak wynika ze wzoru (12) realne wykorzystanie mocy rozpatrywanego systemu obsługi na poziomie

80%, pozornie sugeruje istnienie dużej rezerwy rzędu 20%. Rezerwa ta ze względu na losowy charakter strumienia zgłoszeń i strumienia obsługi teoretycznie nigdy nie będzie wykorzystana w całości. Ponieważ zarówno intensywność przybycia klientów, jak też intensywność obsługi klientów są zmiennymi losowymi i wahają się wobec tego operujemy jedynie ich wartościami średnimi, zmierzającymi w granicy $t \rightarrow \infty$ przy do wartości maksymalnych, gwarantujących maksymalne obciążenie systemu obsługi.

Zasadnicze charakterystyki kolejki tj. średnia długość kolejki rozumiana jako liczba klientów oczekujących w poczekalni na obsługę (L_k) oraz średni czas oczekiwania klienta w kolejce (T_k) będą analizowane w funkcji intensywności strumienia zgłoszeń (λ) dla dwóch produktywności systemu obsługi, gdy intensywność strumienia obsługi wynosi — wariant 1 $\mu_5 = 5$ klient/min i wariant 2 $\mu_6 = 6$ klient/min. Charakterystyki operacyjne kolejki dla tych wariantów zostały przedstawione odpowiednio w tabeli 1 i tabeli 2.

Tabela 1
Parametry kolejki przy intensywność obsługi
 $\mu_5 = 5$ klient/min

Lp	λ	$p(5)$	$L_k(5)$	$T_k(5)$
1.	3,00	0,600	0,900	0,300
2.	3,25	0,650	1,207	0,371
3.	3,50	0,700	1,633	0,467
4.	3,75	0,750	2,250	0,600
5.	4,00	0,800	3,200	0,800
6.	4,25	0,850	4,817	1,133
7.	4,50	0,900	8,100	1,800
8.	4,75	0,950	18,050	3,800
9.	4,80	0,960	23,040	4,800
10.	4,85	0,970	31,363	6,467
11.	4,90	0,980	48,020	9,800
12.	4,95	0,990	98,010	19,800
13.	4,97	0,994	164,673	33,133
14.	4,99	0,998	498,002	99,800
Śred.	4,32	0,864	64,519	13,077

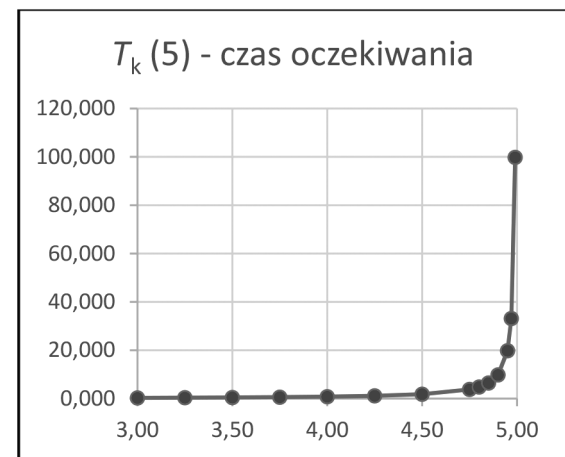
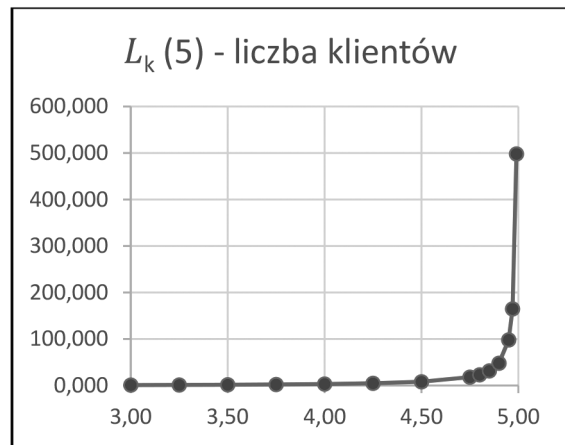
Źródło: Opracowanie własne na podstawie MS Excel.

Analiza wariantu V1

W tabeli 1 został zobrazowany wpływ strumienia intensywności zgłoszeń (λ) na kształtowanie się długości kolejki (L_k) i czasu oczekiwania w kolejce (T_k) w systemie w którym intensywność obsługi wynosi ($\mu = 5$)

Rysunek 2

Parametry kolejki w systemie $\lambda + (3 \div 5)$, $\mu = 5$



Źródło: Opracowanie własne na podstawie MS Excel.

$$L_k^5 = f(\lambda) \wedge T_k^5 = f(\lambda) \text{ dla } \mu = 5 \quad (17)$$

Jak wynika z tabeli 1 jeśli tempo zgłaszania się klientów zbliża się do tempa obsługi $\lambda \rightarrow \mu$, mimo, że stopień wykorzystania systemu nigdy nie osiągnie 100%, to kolejka i czas oczekiwania wydłużają się coraz bardziej i rosną wykładniczo (Obretenow, Dimitrow, 1989). Fakt ten doskonale ilustruje rysunek 2.

Wynika stąd wniosek, że w sytuacji gdy mamy do czynienia z losowym popytem praktycznie nie jest możliwe osiągnięcie pełnego stopnia wykorzystania systemu i jednocześnie utrzymanie wysokich standardów obsługi klienta. Zasadniczym powodem tej dychotomii jest fakt, że przy $\lambda \rightarrow \mu$ system obsługi nie może osiągnąć stabilnego stanu średniego. W tym przypadku średnia liczba klientów czekających w kolejce oraz średni czas oczekiwania na obsługę rośnie w sposób wykładniczy, co czyni taki system mało użytecznym.

Analiza wariantu V2

Praktycznym ograniczeniem problemu związane z losowym charakterem popytu jest planowanie terminów zgłoszeń a priori, np. w postaci zdeterminowanych planów i harmonogramów realizacji zadań. Ale nie zawsze zdeterminowane planowanie terminów zgłoszeń jest możliwe. Ograniczenie takie dotyczy tzw. krytycznych systemów obsługi, których przykładem są różne służby publiczne (Nogalski, Czerska, Klimek, 2010), czy placówki ratownictwa medycznego. W takiej sytuacji racjonalnym rozwiązaniem jest zwiększenie mocy wykonawczej systemu obsługi, np. poprzez stworzenie dodatkowego stanowiska lub kanału obsługi, który będzie w stanie natychmiast świadczyć wymaganą obsługę dla losowo spływającego zgłoszenia.

W tabeli 2 został zobrazowany wpływ strumienia intensywności zgłoszeń (λ) na kształtowanie się długości kolejki (L_k) i czasu oczekiwania w kolejce (T_k) w systemie w którym intensywność obsługi wynosi ($\mu = 5$).

$$L_k^6 = f(\lambda) \wedge T_k^6 = f(\lambda) \text{ dla } \mu = 6 \quad (18)$$

Tabela 2

Parametry kolejki przy intensywność obsługi
 $\mu_6 = 6$ klient/min

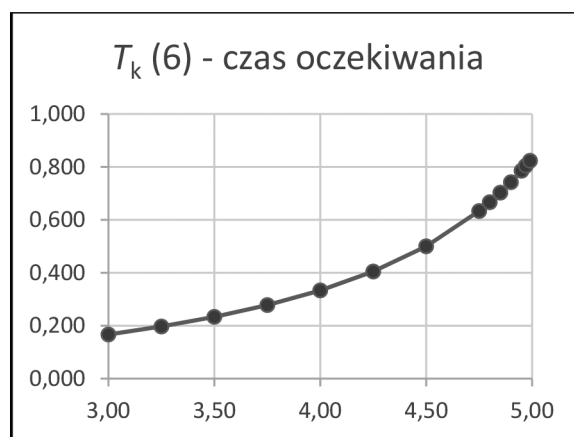
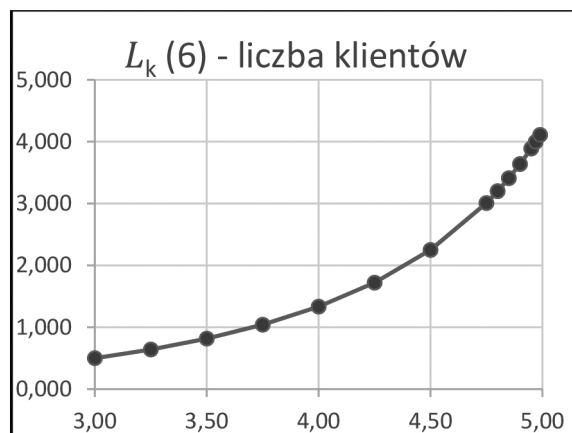
Lp	λ	$p(6)$	$L_k(6)$	$T_k(6)$
1.	3,00	0,500	0,500	0,167
2.	3,25	0,542	0,640	0,197
3.	3,50	0,583	0,817	0,233
4.	3,75	0,625	1,042	0,278
5.	4,00	0,667	1,333	0,333
6.	4,25	0,708	1,720	0,405
7.	4,50	0,750	2,250	0,500
8.	4,75	0,792	3,008	0,633
9.	4,80	0,800	3,200	0,667
10.	4,85	0,808	3,409	0,703
11.	4,90	0,817	3,638	0,742
12.	4,95	0,825	3,889	0,786
13.	4,97	0,828	3,997	0,804
14.	4,99	0,832	4,109	0,823
Śred.	4,32	0,720	2,397	0,519

Źródło: Opracowanie własne na podstawie MS Excel.

Takie rozwiązanie najczęściej implikuje dodatkowe nakłady, dlatego niezbędne jest precyzyjne zbilansowanie zamierzonych korzyści i ponoszonych kosztów. Ilustracją tej strategii jest wariant badawczy nr 2 polegający na zwiększeniu intensywności obsługi

Rysunek 3

Parametry kolejki w systemie $\lambda + (3 \div 5)$, $\mu = 6$

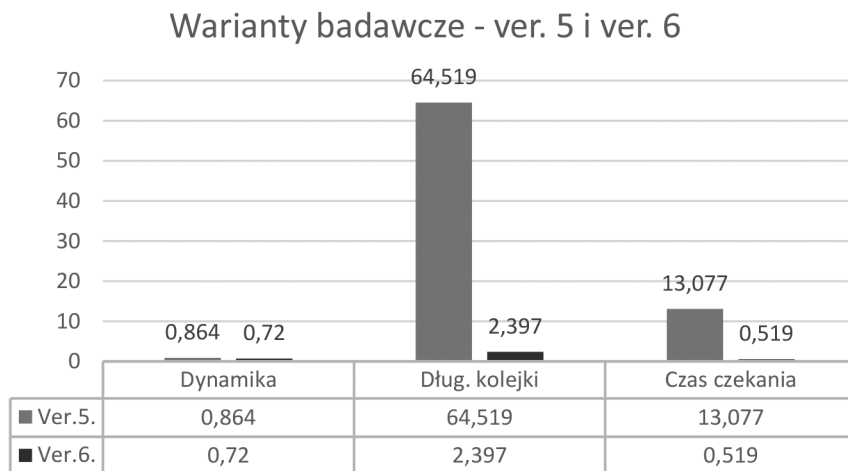


Źródło: Opracowanie własne na podstawie MS Excel.

do poziomu 6 klientów ma minutę, co szeroko obrazuje tabela 2. Jak wynika z analizy rysunku 2 i rysunku 3. powiększenie mocy obsługowej systemu zaledwie o 20% spowodowało statystyczne zmniejszenie długości kolejki prawie 27-razy oraz czasu oczekiwania na obsługę ponad 25-razy. Uzyskana redukcja długości kolejki i czasu oczekiwania jest bardzo znacząca i czyni system obsługi znacznie bardziej elastyczny i bardziej odporny na zakłócenia losowe i zwiększoną intensywność i losowość strumienia zgłoszeń.

Na rysunku 4 zostało zaprezentowane graficzne porównanie uśrednionych wartości parametrów krytycznych kolejki dla dwóch różnych strumieni intensywności obsługi — ver. 5 i ver. 6. Widać bardzo wyraźnie niezwykle pozytywny wpływ tego strumienia na parametry ilościowe kolejki w przypadku zwiększonej intensywności strumienia obsługi. Chwilowo nie wnikamy w mechanizm tego wzrostu, a notujemy jedynie jego decydujący wpływ na parametry krytyczne kolejki w badanym systemie masowej obsługi.

Rysunek 4

Porównanie średnich parametrów kolejki dla V_1 ($\mu_1 = 5$) i V_2 ($\mu_2 = 6$)

Źródło: Opracowanie własne na podstawie MS Excel.

Zaprezentowane badania potwierdzają tezę, że zasadniczy wpływ na długość kolejki i czas oczekiwania przy określonej intensywności strumienia zgłoszeń ma intensywność strumienia obsługi. Znając mechanizm funkcjonowania systemu masowej obsługi intuicyjnie wiemy, że wąskim jego gardłem są kanały i stanowiska obsługi. To właśnie intensywność systemu obsługi decyduje o długości kolejki i czasie oczekiwania zgłoszeń na obsługę. Pod pojęciem intensywności strumienia obsługi będziemy rozumieć liczbę obsłużonych zgłoszeń w określonej jednostce czasu. Im więcej zgłoszeń jest obsłużonych w danej jednostce czasu, tym większa jest intensywność (sprawność) danego systemu obsługi. Aby badany system masowej obsługi spełniał kryteria stabilnej pracy intensywność obu strumieni — zgłoszeń i obsługi musi być statystycznie skorelowana i utrzymana w określonych proporcjach.

Uwagi końcowe

Prakseologiczny i bardzo powszechny problem kolejek można rozwiązać m.in. za pomocą teorii masowej obsługi, wykorzystując modele i systemy masowej obsługi. Z punktu widzenia praktyki społecznej i kryteriów gospodarczych bezproduktywne oczekiwanie w kolejce na zamierzoną obsługę jest ogromnym marnotrawstwem czasu, energii i innych zasobów. Dlatego wymaga ono skutecznego rozwiązania, które można uzyskać albo na drodze odpowiednich inwestycji — z reguły poprzez zwiększenie

liczby stanowisk obsługi, albo na ścieżce bezinwestycyjnej — poprzez optymalne zorganizowanie całego procesu obsługi (Ficoń, 2008).

W pierwszym przypadku chodzi o budowę takiego systemu obsługi, który już na etapie projektowania spełnia wysokie kryteria obsługi szerokiego strumienia zgłoszeń. Najłatwiej spełnić ten warunek projektując perspektywiczny system nadmiarowy z wieloma kanałami (stanowiskami) obsługi, który obsłuży szerokie spektrum potencjalnych zgłoszeń. Takie podejście jest stosunkowo drogie i w dalszej perspektywie może być rozrzutne i zawodne. Bardziej racjonalne jest projektowanie i użytkowanie systemów elastycznych podatnych na usprawnienia, modernizację lub reorganizację, ale na drodze bezinwestycyjnej. Chodzi o to, aby wzrost intensywności strumienia obsługi, czyli produktywność całego systemu obsługi uzyskać możliwie najmniejszym nakładem sił i środków.

Takie podejście zostało zaprezentowane powyżej, a wyniki przeprowadzonych analiz i symulacji komputerowych potwierdzają jego słuszność. Bezinwestycyjne zwiększanie intensywności strumienia obsługi np. poprzez lepszą koordynację i organizację procesów obsługowych jest działaniem bardzo racjonalnym, ale nie zawsze dostatecznie skutecznym. Niekiedy potrzebne są bardziej radykalne rozwiązania także inwestycyjne, np. poprzez budowę dodatkowych stanowisk obsługi — w sensie osobowym czy materialnym. Rozwiązanie tego dylematu jest zadaniem zaliczanym do problematyki badań operacyjnych i wymaga stosowania metod optymalizacyjnych z obszaru programowania matematycznego, które obecnie są szeroko wspomagane za pomocą różnych modeli symulacji komputerowej.

Bibliografia

- Czujew J. (1973), *Badania operacji w wojsku*. Wyd. MON Warszawa, s. 225
- Erlang A. K. (1917), *Solution of some Problems in the Theory of Probabilities of Significance in Automatic Telephone Exchanges*. „Elektroteknikerer”, vol 13/1917.
- Ficoń K. (2017), *Zastosowanie teorii masowej obsługi do analizy systemu zabezpieczenia logistycznego sytuacji kryzysowych*. ZN WAT SLW nr 47/2017.
- Ficoń K. (2018), *Port morski jako wielokanałowy system masowej obsługi*. *Gospodarka magazynowa & Logistyka*, nr 12/2018.
- Gniedenko B., Kowalenko N. (1971), *Wstęp do teorii masowej obsługi*. PWN Warszawa.
- Houlden B. T. (red.) (1964), *Z praktyki badań operacyjnych*. PWE Warszawa.
- Kendall D. G. (1951), *Some problems in the theory of gueues*. *Journal of the Royal Statistical Society ser. B* no 13/1951.
- Koning D., Stoyan D. (1979), *Metody teorii masowej obsługi*. WN-T Warszawa.
- Kopocińska I., *O pewnym modelu z teorii kolejek z uwzględnieniem zniecierpliwienia klientów*. *IM PAN „Zastosowania Matematyki”* nr 7/1963.
- Kopociński B. (1977), *Zarys teorii odnowy i niezawodności*. PWN Warszawa 1973.
- Koźniewska I., Włodarczyk M. (1978), *Modele odnowy, niezawodności i masowej obsługi*. PWN Warszawa.
- Łukaszewicz J. (1965), *Teoria kolejek, czyli obsługi masowej*. *IM PAN „Zastosowania Matematyki”* 8/1965.
- Nogalski B., Czerska J., Klimek A. (2010), *Wykorzystanie metod teorii masowej obsługi i lean management w usprawnianiu procesów w zarządzaniu organizacją publiczną*. *Współczesne Zarządzanie* nr 1/2010.
- Obretenow A. Dimitrow B. (1989), *Teoria masowej obsługi*. *Poradnik*. PWN Warszawa.
- Rozenberg W., Prochorow A. (1972), *Teoria masowej obsługi*. PWE Warszawa.
- Wołodin B. G. i inni (1966), *Problemy rachunku prawdopodobieństwa*. PWN Warszawa.
- Zitek F. (1973), *Stracony czas. Elementy teorii obsługi masowej*. PWN Warszawa.

Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne poleca



Spółeczność wokół marki wzbudza zainteresowanie podmiotów rynkowych. Geneza powstania tej formy społeczności sięga czasów, kiedy to lokalnie funkcjonujące społeczności inspirowały się wzajemnie do podejmowania decyzji zakupowych. Dziś członkowie grupy gromadzącej się wokół marki dzielą się między sobą informacjami o marce, inspirowały się jej symboliką, przesłaniem, misją. Kreuje to w efekcie lojalność klientów do marki.

W prezentowanej książce została opisana społeczność wokół marki, mechanizm jej powstawania i korzyści, jakie z niej czerpią poszczególne podmioty rynkowe. Na podstawie badań przeprowadzonych wśród fanów Legii Warszawa pokazane zostały niuanse kreowania lojalności wobec marki w odniesieniu do rynku sportowego.

Adresatami publikacji są wszyscy czytelnicy zainteresowani tematyką marki, zwłaszcza menedżerowie oraz pracownicy uczestniczący w budowaniu strategii marki, osoby z agencji reklamowych, badawczych oraz studenci marketingu uczelni ekonomicznych.

www.pwe.com.pl