



ZMODYFIKOWANY MODEL BALISTYKI ZEWNĘTRZNEJ DLA NADDŹWIĘKOWYCH POCISKÓW MOŹDZIERZOWYCH

A MODIFIED MODEL OF EXTERNAL BALLISTICS FOR SUPERSONIC MORTAR PROJECTILES

Mariusz MAGIER, Tomasz MERDA
Wojskowy Instytut Techniczny Uzbrojenia
Military Institute of Armament Technology

DOI 10.5604/01.3001.0011.5829

Streszczenie: W artykule przeanalizowano podstawowe modele stosowane do analizy i modelowania parametrów toru lotu pocisków. Na podstawie przeprowadzonej analizy autorzy zaproponowali zmodyfikowany model analizy parametrów toru lotu naddźwiękowego pocisku moździerzowego, bazujący na modelu o pięciu stopniach swobody z pomijaniem szóstym stopniem swobody, którym jest prędkość obrotowa pocisku. W celu wyznaczenia współczynników wymaganych w zmodyfikowanym modelu wykorzystano metody CFD- program ANSYS FLUENT.

Słowa kluczowe: balistyka zewnętrzna, pocisk moździerzowy, siła oporu

1. Wprowadzenie

Głównym problemem balistyki zewnętrznej jest analiza i modelowanie ruchu pocisku w locie, który może być opisany wieloma modelami.

Najpowszechniej stosowane modele [1,2] to:

- model punktu materialnego,
- zmodyfikowany model punktu materialnego,
- modele o sześciu stopniach swobody.

Model punktu materialnego jest to najmniej skomplikowany, pod względem obliczeniowym, model wykorzystywany w balistyce zewnętrznej. Traktuje on pocisk jako punkt materialny, który porusza się po płaszczyźnie. W modelu tym uwzględnia się grawitację, opór

Abstract: Basic models applied for analysing and modelling the flight parameters of projectiles were discussed in the article. A modified model with five degrees of freedom and neglectation of the sixth one, representing the projectile rotation speed, is proposed by authors on the basis of conducted analysis to analyse flight parameters of a supersonic mortar projectile. To obtain the coefficients required in the modified model the CFD methods (ANSYS FLUENT software) were used.

Keywords: external ballistic, mortar projectile, drag force

1. Introduction

Analysis and modelling the movement of a projectile during the flight is the main question of external ballistics for which many models may be applied.

Following models are most commonly used [1,2]:

- Material point model
- Material point modified model
- Six degree of freedom models.

Material point model has the least calculation requirements among the models used in external ballistics. A projectile is treated as material point moving on the plane. The model considers the gravity, projectile front drag and mass.

czołowy pocisku oraz jego masę.

Podstawowe równania tego modelu to:

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{C_x \rho V^2 S}{2m} - g_0 \sin(\Theta) \quad (1)$$

$$\frac{d\Theta}{dt} = -\frac{g_0}{V} \cos(\Theta) \quad (2)$$

$$\frac{dX}{dt} = V \cos(\Theta) \quad (3)$$

$$\frac{dY}{dt} = V \sin(\Theta) \quad (4)$$

gdzie:

- v - prędkość pocisku,
- C_x - współczynnik oporu czołowego,
- ρ - gęstość powietrza,
- S - powierzchnia charakterystyczna pocisku,
- m - masa pocisku,
- g_0 - przyspieszenie ziemskie,
- Θ - kąt nachylenia stycznnej do toru lotu do poziomu,
- X, Y - współrzędne położenia pocisku

Model ten stosowany jest również dla ruchu punktu materialnego w przestrzeni. W tym wariancie może być on rozbudowany o m.in. takie elementy jak: boczny wiatr czy efekt Coriolisa. Można go zapisać w postaci wektorowej:

$$P = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad \vec{V} = \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix} \quad \vec{g} = \begin{bmatrix} 0 \\ -g_0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad V = \sqrt{\begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix}} \quad (5)$$

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = -\vec{V} \frac{VC_x \rho S}{2m} + \vec{g} \quad (6)$$

$$\frac{dP}{dt} = \vec{V} \quad (7)$$

gdzie:

- P - macierz współrzędnych położenia pocisku,
- \vec{V} - wektor składowych prędkości pocisku,
- \vec{g} - wektor składowych grawitacji

Dokładność tego modelu jest wystarczająca, szczególnie do wykonania szybkich analiz

Basic equations of this model are shown below:

where:

- v - projectile velocity,
- C_x - coefficient of front drag,
- ρ - air density,
- S - projectile specific surface,
- m - projectile mass,
- g_0 - Earth gravitation,
- Θ - inclination angle between the flying path tangential and horizontal line,
- X, Y - projectile position co-ordinates

This model is also used for the movement of the material point in space. In this version it may be supplemented by such components as a side wind or Coriolis effect. It may be written in vector form as:

where:

- P - matrix of projectile position co-ordinates,
- \vec{V} - projectile velocity components vector,
- \vec{g} - gravitation components vector

The accuracy of this model is sufficient especially in rapid analyses at defi-

przy braku pełnych danych balistycznych czy informacji o pocisku. Jego największą zaletą jest to, że nie stosuje się w nim trudnych do wyznaczenia parametrów. Wariant trójwymiarowy jest bardziej skomplikowany i bardziej wymagający obliczeniowo, jednakże możliwość prostej jego rozbudowy o kolejne elementy mające wpływ na tor lotu pocisku może zwiększyć jego dokładność.

Innym modelem powszechnie stosowanym w balistyce zewnętrznej jest zmodyfikowany model punktu materialnego opisany w STANAG 4355 i zalecany do stosowania w krajach NATO podczas opracowywania tabel strzelniczych. Jest to trójwymiarowy model punktu materialnego rozbudowany o m. in. o siłę Magnusa, efekt Coriolisa, czy wzrost oporu pocisku spowodowany nutacją. Model ten stanowi kompromis pod względem komplikacji pomiędzy modelem punktu materialnego a modelem o sześciu stopniach swobody. Zapewnia on wystarczającą dokładność do wykonania tabel strzelniczych bez generowania nadmiernego kosztu obliczeniowego. Szczegółowe równania tego modelu są opisane w STANAG 4355.

W przypadku modeli o sześciu stopniach swobody, stanowią one swoistą rodzinę traktującą pocisk jako bryłę sztywną o sześciu stopniach swobody. Modele te między sobą mogą różnić się sposobem zapisu danych i wyników, uwzględnieniem odmiennych czynników oddziałujących na pocisk czy stosowaniem różnych uproszczeń [1,2,3].

Są one najbardziej skomplikowanymi modelami ruchu pocisku stosowanymi w balistyce zewnętrznej. Podstawowym zadaniem tego typu modeli jest opisanie pocisku jako bryły sztywnej poruszającej się w przestrzeni i obracającej się wokół trzech osi. Modele te wymagają dużo większej ilości danych często trudnych do analitycznego czy empirycznego wyznaczenia oraz bardziej skomplikowanych i długotrwałych obliczeń prowadzących do uzyskania wyniku. W praktyce modele tego typu wykorzystuje się przede wszystkim w celu wykonania bardzo dokładnych obliczeń, gdy posiada się wszystkie wymagane do modelu dane wejściowe. Równania, jak i uproszczenia tych modeli, zostały przedstawione w pracach [1,2,3] i nie będą przytaczane w niniejszym artykule.

ciency of complete data on ballistics or projectile. Its biggest advantage is that there are not any parameters difficult for calculation. A three dimensional version is more sophisticated and demanding at calculations but the possibility of its extension by new components influencing the trajectory may increase its accuracy.

The material point modified model described in STANAG 4355 is another one used commonly in external ballistics. Most of all it is the model recommended for preparation of firing tables in NATO countries. It is the three dimensional material point model supplemented above all by the Magnus force, Coriolis effect and an increase of projectile's drag due to nutation. Concerning its sophistication this model is in the middle between the material point model and the six freedom degrees model. It provides a sufficient accuracy level for developing firing tables without excessive calculation efforts. Detailed equations of this model were presented in STANAG 4355.

Six freedom degree models create a specific family where the projectile is treated as a rigid body with six degrees of freedom. Particular models may differ by the way of data and results recording, consideration of different factors affecting the projectile or by using different simplifications [1,2,3].

They are the most sophisticated models of projectile movement used in the external ballistics. The basic task of such models is to describe the projectile as a rigid body moving in the space and rotating against three axes. These models need much more amount of data which are difficult for analytical or empirical identification and require more complex and time consuming calculations to get the result. In practice such models are used to perform very accurate calculations when all necessary input data are accessible. The equations and simplifications of these models were presented in [1,2,3] and are not included in the present paper.

2. Założenia do nowego modelu dla naddźwiękowych pocisków moździerzowych

O ile w zmodyfikowanym modelu punktu materialnego uwzględnia się aspekty związane ze stabilizacją żyroskopową, to pomija się stabilizację aerodynamiczną pocisku. Jest to spowodowane tym, że uwzględnienie stabilizacji aerodynamicznej pocisku wymagałoby dodania w modelu kolejnych stopni swobody pocisku. Powoduje to, że nie uwzględnia się wpływu stabilizacji aerodynamicznej na lot pocisków moździerzowych. Co więcej większość pocisków moździerzowych ma w przybliżeniu zerową lub bardzo małą prędkość obrotową co powoduje, że siły i momenty powstałe w wyniku efektu Magnusa są pomijalnie małe.

Zawarta w publikacji [4] analiza współczynnika oporu dla naddźwiękowych pocisków moździerzowych wskazuje na oscylacje tego współczynnika spowodowane zmianą kąta nutacji pocisku w czasie lotu. Dlatego pominięcie aspektu stabilizacji aerodynamicznej w obu modelach, traktujących pocisk jako punkt materialny, jest pewnym uproszczeniem. Zastosowanie modelu o sześciu stopniach swobody natomiast wymaga zarówno dużego czasu obliczeń jak i dużej ilości niezbędnych aczkolwiek trudnych do wyznaczenia współczynników dla danego pocisku.

W związku z powyższymi ograniczeniami autorzy postanowili zaproponować nowy zmodyfikowany model balistyki zewnętrznej dedykowany dla nowo opracowywanych naddźwiękowych pocisków moździerzowych.

Jako wyjściowy wybrano model o sześciu stopniach swobody przedstawiony w pracy [2]. Podstawowe równania tego modelu opisują zmianę prędkości pocisku w zapisie wektorowym $\frac{d\vec{v}}{dt}$ i zmianę momentu obrotowego działającego na pocisk dzielonego przez poprzeczny moment bezwładności $\frac{d\vec{h}}{dt}$. Równanie na $\frac{d\vec{v}}{dt}$ zawiera następujące składowe:

- siły oporu czołowego
- siły nośnej
- siły Magnusa
- siły od momentu stabilizacji obrotowej

2. Assumptions of a New Model for Supersonic Mortar Bombs

The modified model of material point regards question of gyroscopic stabilisation but the aerodynamic stabilisation of projectile is omitted. The reason for this is that consideration of aerodynamic stabilisation would need two more degrees of projectile freedom. In effect the influence of aerodynamic stabilisation on the flight of mortar bombs is omitted. Moreover the rotation of mortar projectiles in most cases is close to zero what makes the forces and moments generated by Magnus effect come to negligible values.

The analysis included in [4] indicates that the drag coefficient of supersonic mortar bomb oscillates during the flight due to changes of the nutation angle. For this reason the omission of the aerodynamic stabilisation aspect by the two models considering the projectile as a material point is a simplification. On the other hand the use of the six freedom degree model demands both time consuming calculations and a large amount of projectile's coefficients which are necessary but also difficult for determination.

Considering the above the authors decided to propose a new modified external ballistic model dedicated to supersonic mortar bombs being currently under development.

A six degree freedom model presented in [2] was taken as a base line. Basic equations of this model express the change of projectile velocity in vector form $\frac{d\vec{v}}{dt}$ and the change of rotating moment acting on the projectile divided by the crosswise moment of inertia $\frac{d\vec{h}}{dt}$. Equation for $\frac{d\vec{v}}{dt}$ includes following components:

- Force of frontal drag
- Lifting force
- Magnus force
- Force due to rotation stabilisation moment
- Gravitation

- grawitacji
- efektu Coriolisa
- ciągu silnika raketowego
- spalania paliwa i ruchu gazów wewnątrz pocisku.

Natomiast równanie na $\frac{d\vec{h}}{dt}$ zawiera następujące składowe:

- momentu tłumiącego prędkość obrotową
- momentu rozkręcającego wokół osi podłużnej pocisku związany ze ścięciami na lotkach
- momentu wywracającego lub stabilizującego
- momentu od siły Magnusa
- momentu stabilizacji obrotowej
- momentu ciągu silnika raketowego
- momentu wynikającego ze spalania paliwa i ruchu gazów wewnątrz pocisku.

Ponieważ model ma być stosowany dla klasycznych pocisków moździerzowych należy pominąć składowe związane z działaniem silnika raketowego. Ponadto, jak zaznaczono wcześniej, prędkość obrotowa klasycznych pocisków moździerzowych jest bliska zeru, więc założono, że efekty nią wywołane są pomijalne. W związku z tym równanie na $\frac{d\vec{v}}{dt}$ będzie zawierać następujące składowe:

- siły oporu czołowego
- siły nośnej
- grawitacji
- efektu Coriolisa.

Natomiast równanie na $\frac{d\vec{h}}{dt}$ będzie zawierać składową momentu stabilizującego lub wywracającego i momentu tłumiącego prędkość obrotową pocisku względem osi poprzecznej.

3. Nowy model o pięciu stopniach swobody

Po przyjęciu powyższych założeń powstał model balistyki zewnętrznej o pięciu stopniach swobody, gdyż pomijanym szóstym stopniem swobody jest prędkość obrotowa pocisku.

- Coriolis effect
- Rocket motor thrust
- Propellant combustion and gases movement inside the projectile.

And the equation for $\frac{d\vec{h}}{dt}$ includes following components:

- Moment suppressing the rotating velocity
- Spinning moment around the main axis of the projectile caused by the slants on the fins
- Toppling or stabilising moment
- Moment due to Magnus force
- Rotation stabilisation moment
- Rocket motor thrust moment
- Moment due to propellant combustion and movement of gases inside the projectile.

As the model has to be used for conventional mortar projectiles then the components linked with the operation of rocket motor has to be omitted. Moreover as it was mentioned earlier the rotation rate of conventional mortar bombs is close to zero and the assumption was made to neglect the effects of it. In consequence the relation for $\frac{d\vec{v}}{dt}$ can include following components:

- Front drag force
- Lifting force
- Gravitation
- Coriolis effect.

The equation for $\frac{d\vec{h}}{dt}$ includes then the components of a stabilising or toppling moment and a moment damping the projectile's rotation around the crosswise axis (pitching).

3. New Model with Five Degrees of Freedom

After taking the above mentioned assumptions the model of external ballistics with five degrees of freedom was created as the sixth degree of freedom represented by projectile rotation speed was neglected.

Podstawowe równania tego modelu będą miały następującą postać:

Basic relations of this model have the following form:

$$P = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\vec{V}_a = \vec{V} + \vec{W} \quad (9)$$

$$V_a = \sqrt{\begin{bmatrix} V_{ax} \\ V_{ay} \\ V_{az} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{ax} \\ V_{ay} \\ V_{az} \end{bmatrix}} \quad (10)$$

$$\vec{g} = \begin{bmatrix} 0 \\ -g_0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = -\frac{\rho V_a S C_x}{2m} \vec{V}_a + \frac{\rho S C_y}{2m} [V_a^2 \vec{x} - (\vec{V}_a \cdot \vec{x}) \vec{V}_a] + \vec{g} + \vec{A} \quad (12)$$

$$\vec{h} = \frac{\vec{H}}{I_y} \quad (13)$$

$$\frac{d\vec{h}}{dt} = \frac{\rho V_a S C_{my}}{2I_y} (\vec{V}_a \times \vec{x}) + \frac{\rho V_a S C_{t\omega y}}{2I_y} [\vec{h} - (\vec{h} \cdot \vec{x}) \vec{x}] \quad (14)$$

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = (\vec{h} \times \vec{x}) \quad (15)$$

$$\frac{dP}{dt} = \vec{V} \quad (16)$$

gdzie:

V_a, \vec{V}_a – prędkość i wektor składowych prędkości pocisku względem atmosfery,
 \vec{W} – wektor prędkości wiatru,
 C_y – współczynnik siły bocznej (nośnej),
 \vec{x} – wektor jednostkowy położenia kąowego pocisku,
 \vec{A} – wektor przyśpieszenia od efektu Coriolisa,
 \vec{H} – wektor momentu obrotowego,
 I_y – poprzeczny moment bezwładności,
 C_{my} – współczynnik momentu stabilizującego,
 $C_{t\omega y}$ – współczynnik tłumienia prędkości obrotowej wokół osi poprzecznej pocisku.

Model ten, w porównaniu do modelu o sześciu stopniach swobody, pozwala na zmniejszenie liczby danych niezbędnych do

where:

V_a, \vec{V}_a – velocity and projectile's velocity components vector against atmosphere,
 \vec{W} – wind velocity vector,
 C_y – side force coefficient (lift),
 \vec{x} – projectile angular position unit vector,
 \vec{A} – Coriolis effect acceleration vector,
 \vec{H} – rotation moment vector,
 I_y – crosswise inertia moment,
 C_{my} – stabilisation moment coefficient,
 $C_{t\omega y}$ – coefficient of rotation suppression against projectile crosswise axis.

This model requires less data and shorter time for calculations than the six freedom degree model.

wykonania obliczeń oraz skrócenie czasu ich wykonania.

W porównaniu do modelu punktu materialnego uwzględnia nutacje pocisku moździerzowego, wiatr oraz efekt Coriolisa. Dodanie dodatkowych współczynników, takich jak współczynnik siły bocznej i współczynnik momentu stabilizującego, wymaga wyznaczenia ich przed wprowadzeniem ich do modelu.

2. Wyznaczenie współczynników do modelu

Współczynniki wykorzystywane w modelu zależą od dwóch zmiennych t.j. prędkości opływu i kąta nutacji. Popularną metodą [1,2] zapisania tej zależności jest zastosowanie zależności liniowej lub kwadratowej tych współczynników od kąta nutacji. Pozwala to na podanie wymaganych współczynników wyłącznie w funkcji prędkości opływu i dodanie liniowych współczynników poprawkowych kąta nutacji. Rozwiązanie to znacznie upraszcza wyznaczenie danych koniecznych do wprowadzenia do modelu, zwłaszcza, że wyznaczenie tych współczynników eksperymentalnie jest trudne. W niniejszym artykule zastosowano odmienne podejście do rozwiązania problemu.

W celu otrzymania współczynników wymaganych w modelu wykorzystano metody CFD, a dokładnie program ANSYS FLUENT. Dokładność wyznaczania charakterystyk aerodynamicznych za pomocą tego oprogramowania przedstawiono w pracy [4]. Program ten pozwala na wyznaczenie współczynników oporu, siły bocznej i momentu stabilizującego dla dowolnego układu prędkość opływu – kąt nutacji. W efekcie powstaje macierz współczynników, w której wartości międzywęzłowe muszą być interpolowane. Przykłady takich macierzy zostały przedstawione w tabelach 1÷3.

Comparing to the material point model it takes into account the nutations of mortar projectile and the wind and the Coriolis effect. Addition of such coefficients as side force coefficient and stabilisation moment coefficient requires they have to be identified before deployment in the model.

4. Model Coefficients Identification

The coefficients used in the model depend on two variables i.e. velocity of air streamline and nutation angle. This dependence may be recorded in common way [1,2] by a linear or square relation between these coefficients and the angle of nutation. It allows for presenting these coefficients exclusively as streamline velocity function and for adding linear corrective coefficients of nutation angle. This solution significantly simplifies the identification of data that has to be incorporated into the model especially as the experimental measurement of these coefficients is difficult. The paper presents different approach to the solution of the question.

The methods CFD and more precisely the ANSYS FLUENT software are used to get the coefficients required by the model. The accuracy of calculations of aerodynamic characteristics by this software is presented in [4]. The software can be used to identify drag coefficients, side force and stabilisation moment for any combination between the streamline velocity and the nutation angle. In effect a matrix of coefficients is created where the values between nodes have to be interpolated. Examples of such matrixes are shown in tables 1÷3.

Tabela 1. Macierz współczynników oporu / *Table 1. Matrix of drag coefficients*

Współczynnik oporu / <i>Drag coefficient C_x</i>																	
Prędkość opływu <i>Streamline velocity</i> [Ma]		0,2	0,5	0,6	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1	1,05	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5
Kąt nutacji / <i>Nutation angle</i> [°]	0	0,1197	0,1283	0,1275	0,1279	0,1279	0,1288	0,1336	0,161	0,2622	0,4776	0,494	0,4902	0,509	0,5046	0,4941	0,4782
	0,5	0,1198	0,1284	0,1286	0,128	0,128	0,1289	0,1337	0,1611	0,2929	0,4786	0,4947	0,4908	0,5095	0,5049	0,4943	0,4782
	1	0,1201	0,1286	0,133	0,1283	0,1283	0,1292	0,1341	0,1617	0,2935	0,4789	0,4936	0,4918	0,5124	0,5057	0,4949	0,4791
	3	0,1312	0,134	0,1344	0,1339	0,134	0,135	0,1401	0,1692	0,3012	0,4881	0,5071	0,4996	0,521	0,5153	0,0794	0,4897
	5	0,1312	0,1469	0,1476	0,1475	0,148	0,1494	0,1553	0,187	0,3189	0,5127	0,5287	0,5268	0,5455	0,538	0,5262	0,5126
	7	0,1583	0,1677	0,1686	0,1694	0,1705	0,1737	0,1799	0,2149	0,3471	0,5504	0,5622	0,5723	0,5851	0,5752	0,5621	0,5481
	10	0,198	0,2089	0,2105	0,2125	0,2144	0,2179	0,2272	0,2682	0,4089	0,6191	0,6323	0,6481	0,6541	0,6467	0,6327	0,6171
	15	0,2956	0,3086	0,3124	0,3177	0,3222	0,3288	0,3421	0,3966	0,5575	0,7911	0,8021	0,8351	0,8455	0,8394	0,8292	0,8141

Tabela 2. Macierz współczynników siły nośnej / *Table 2. Matrix of lifting force*

Współczynnik siły nośnej / <i>Lifting force coefficient C_y</i>																	
Prędkość opływu <i>Streamline velocity</i> [Ma]		0,2	0,5	0,6	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1	1,05	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5
Kąt nutacji / <i>Nutation angle</i> [°]	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0,5	0,0175	0,0182	0,0182	0,0183	0,0184	0,0186	0,0189	0,0194	0,0202	0,0216	0,0222	0,0196	0,0222	0,0208	0,0214	0,0199
	1	0,0356	0,0373	0,0369	0,0372	0,0374	0,0378	0,0383	0,0394	0,0307	0,0274	0,0446	0,0383	0,0444	0,0418	0,0428	0,0402
	3	0,1913	0,1138	0,1138	0,1147	0,1155	0,1167	0,1185	0,1221	0,1274	0,1341	0,1277	0,1204	0,1384	0,1293	0,1295	0,1257
	5	0,187	0,1936	0,1945	0,1969	0,199	0,2018	0,206	0,2137	0,2222	0,2319	0,2179	0,2114	0,2328	0,2212	0,2216	0,2148
	7	0,2662	0,276	0,2791	0,2839	0,2877	0,293	0,3008	0,3152	0,328	0,3352	0,3281	0,3153	0,3297	0,3177	0,3148	0,3076
	10	0,2662	0,4058	0,4112	0,4199	0,426	0,4333	0,4432	0,4681	0,4974	0,5014	0,4835	0,4705	0,4801	0,4731	0,4661	0,4631
	15	0,6014	0,6174	0,6273	0,6432	0,656	0,6744	0,712	0,7735	0,7938	0,8061	0,7806	0,786	0,8114	0,8302	0,843	0,8623

Tabela 3. Macierz współczynników momentu stabilizującego / Table 3. Stabilisation moment coefficients matrix

Współczynnik momentu stabilizującego / Stabilisation moment coefficient C_{my}																	
Prędkość opływu Streamline velocity [Ma]		0,2	0,5	0,6	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1	1,05	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5
Kąt nutacji / Nutation angle [°]	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0,5	0,0032	0,0035	0,0034	0,0034	0,0033	0,0033	0,0033	0,0037	0,0034	0,0036	0,0035	0,0038	0,0036	0,0026	0,0025	0,0012
	1	0,0066	0,0072	0,007	0,0069	0,0068	0,0067	0,0067	0,0075	0,0069	0,0072	0,0071	0,0075	0,0073	0,0053	0,0049	0,0025
	3	0,0361	0,0227	0,0221	0,0218	0,0217	0,0215	0,0213	0,0232	0,0228	0,0225	0,0216	0,0197	0,0238	0,0174	0,1476	0,0099
	5	0,0361	0,0391	0,0387	0,0385	0,0385	0,0387	0,0388	0,0411	0,0434	0,0404	0,0387	0,0349	0,0395	0,0302	0,0257	0,0173
	7	0,0515	0,0562	0,0564	0,0568	0,0573	0,058	0,0589	0,0606	0,0695	0,0601	0,0584	0,0523	0,0538	0,0426	0,0342	0,0231
	10	0,0767	0,0834	0,084	0,0849	0,0856	0,0859	0,0852	0,0813	0,0973	0,0882	0,0826	0,0723	0,0677	0,0564	0,0407	0,0258
	15	0,1107	0,118	0,1181	0,1184	0,1194	0,1212	0,1269	0,1172	0,1125	0,1148	0,1106	0,0978	0,083	0,0743	0,0577	0,0488

Wyznaczenie powyższych współczynników niestety jest czasochłonne. Dla jednego układu prędkość-kąt, wykorzystując 16 rdzeni obliczeniowych komputera o częstotliwości 2 GHz, obliczenia trwają od kilku do kilkunastu godzin.

W równaniu 14 występuje współczynnik $C_{t\omega y}$, który jest tożsamy z sumą współczynników $(C_{m_q} + C_{m_{\dot{\alpha}}})$ opisaną w [2,5]. Współczynnik ten można wyznaczyć z równania wprowadzonego i opisanego w pracy [5]:

$$C_{t\omega y} = -\frac{\partial C_y}{\partial \alpha} (x_{\dot{s}m} - L)^2 \quad (17)$$

gdzie:

α – kąt nutacji,

$x_{\dot{s}m}$ – położenie środka masy pocisku mierzone od wierzchołka,

L – długość pocisku.

Wyznaczenie charakterystyk pocisku przedstawionym powyżej sposobem jest znacznie tańsze, prostsze i szybsze niż np. wykonanie do tego celu badań w tunelu aerodynamicznym. Inną zaletą tego rozwiązania jest możliwość wyznaczenia współczynników dla dużych kątów nutacji, dla których stosowanie liniowych czy kwadratowych aproksymacji charakterystyk może generować duże błędy obliczeniowe.

3. Podsumowanie

Przedstawiony w artykule zmodyfikowany model balistyki zewnętrznej, dedykowany do obliczeń parametrów lotu pocisków moździerzowych, pozwala na analizowanie ruchu pocisku w znacznie szerszym zakresie parametrów lotu niż jest to możliwe dla modeli opartych o trzy stopnie swobody. Zastosowane w nim uproszczenia pomijają stabilizację żyroskopową i efekty związane z prędkością obrotową pocisku. Zastosowanie pięciu stopni swobody pozwala na wprowadzenie aspektu stabilizacji aerodynamicznej pocisków przy mniejszej ilości równań i współczynników niż w metodzie opartej na sześciu stopniach swobody.

Przedstawiona metoda wyznaczania

Unfortunatly the identification of the above coefficients is time consuming. It takes a few to a dozen hours of calculations made on 16 core 2 GHz computer for one set of velocity-angle.

In relation 14 there is coefficient $C_{t\omega y}$ which is identical with the sum of coefficients $(C_{m_q} + C_{m_{\dot{\alpha}}})$ described in [2,5]. This coefficient may be identified by using an equation which was derived and described in [5]:

where:

α – nutation angle,

$x_{\dot{s}m}$ – position of projectile mass centre measured from the top,

L – length of projectile.

It is much cheaper, simpler and quicker to identify characteristics of projectile by using the above method than by using e.g. tests in aerodynamic tunnel. Another advantage of this solution is a chance for identification of coefficients for large angles of nutation for which the application of linear or square approximations of characteristics may lead to significant calculation errors.

5. Summary

The modified model of external ballistics presented in the paper and dedicated to calculation of mortar projectiles flying characteristics may be used to analyse the movement of the projectile within much greater scope of flying parameters than it is possible for models based on three degrees of freedom. The applied simplifications neglect the gyroscopic stabilisation and effects connected with the projectile spin. The use of five degrees of freedom allows for introduction of projectile aerodynamic stabilisation aspect at lower number of equations and coefficients than used by the method of six degrees of freedom.

Presented method for calculation of

współczynników do modelu oparta o oprogramowanie CFD, pozwala na wyznaczenie współczynników praktycznie dla dowolnego układu prędkość-kąt nutacji. Dzięki temu można modelować zjawiska trudne do modelowania innymi metodami.

Na podstawie powyższych równań jak i otrzymanych współczynników powstał program komputerowy obliczający lot pocisku za pomocą przedstawionego modelu. Model jak i metoda wyznaczania współczynników są obecnie weryfikowane na podstawie porównania wyników otrzymanych z programu komputerowego i wyników rzeczywistych strzelań.

Rezultaty weryfikacji będą zaprezentowane w kolejnej publikacji.

coefficients needed for the model is based on CFD software and can be used to identify the coefficients for any combination of velocity-nutation angle. The method is useful for modelling the phenomena for which other methods had failed.

On the basis of the above equations and received coefficients a computer code has been created for calculating the projectile flight by using the presented model. Both the model and the method for identification of coefficients are currently verified by comparison of results received from computer calculations and real firings.

The results of verification will be presented in the next publication.

Literatura / Literature

- [1] Józef Gacek, „Balistyka zewnętrzna”, Wydanie II Warszawa 1999
- [2] Robert L. McCoy, „Modern External Ballistics”, Schiffer Publishing Ltd., 1999 ISBN: 0-7643-0720-7
- [3] Dimitrios N. Gkritzapis, Elias E. Panagiotopoulos, Dionissios P. Margaritis, and Dimitrios G. Papanikas, “Computational Prediction of Complicated Atmospheric Motion for Spinning or non-Spinning Projectiles” *International Journal of Engineering and Applied Sciences* 3:7 2007
- [4] Merda Tomasz, Eksperymentalna weryfikacja analiz numerycznych aerodynamiki naddźwiękowych pocisków moździerzowych, Międzynarodowa Konferencja Uzbrojenie, Ryn 2016
- [5] James E. Danberg, „Paul Weinacht, An Approximate Method for Pitch-Damping Prediction”, Army Research Laboratory, ARL-TR-3007, 2003

