

# Przypadki pęknięcia szyn w świetle obliczeń MES

Ireneusz MIKŁASZEWICZ<sup>1</sup>, Robert BIŃKOWSKI<sup>2</sup>

## Streszczenie

W artykule przedstawiono przypadki pęknięcia szyn w eksploatowanych liniach kolejowych skutkujące zazwyczaj wypadkami pojazdów kolejowych. Pęknięcia szyn występowały zarówno w torze prostym, jak i w rozjazdach. Do wyjaśnienia przyczyn większości pęknięć szyn zastosowano obliczenia metodą elementów skończonych MES. Symulację wykonano w trzech przypadkach pęknięć szyn w eksploatowanych torach. W podsumowaniu stwierdzono, że duży wpływ na pęknięcie szyn w torze ma stan naprężeń w szynach oraz jakość materiału wynikająca z procesu wytwarzania.

**Słowa kluczowe:** pęknięcie zmęczeniowe szyn, metoda elementów skończonych

## 1. Wprowadzenie

Dostosowanie się do rosnących wymagań bezpieczeństwa jazdy pociągów i zwiększającej się prędkości jazdy, wymusza modernizację nawierzchni kolejowej oraz stosowanie materiałów dobrej jakości, w tym szyn. Istniejąca nawierzchnia kolejowa szczególnie na trasach o dużym nasileniu ruchu pociągów, wymaga stosowania monitoringu, którego celem jest między innymi ocena stanu szyn jako jednego z najważniejszych czynników bezpiecznego transportu.

Wady występujące w szynach to wady, związane z technologicznym procesem wytwarzania w hutach, zarówno zewnętrzne jak i wewnętrzne, tj. braku prawidłowego profilu główki szyny, braku prostoliniowości, przekroczenia tolerancji wymiarowych, wgniotów po zgorzelinie, rys mechanicznych, odwęglenia powierzchni, a także nadmierna obecność wtrąceń niemetalicznych. Natomiast do wad szyn powstałych podczas eksploatacji możemy zaliczyć podstawową wadę typu zmęczeniowego, tj. nadpęknięcie tzw. *head check* w różnych konfiguracjach. W łukach torów o małym promieniu powstają nadpęknięcia krawędzi główki szyny jako efekt działania obrzeża koła, które ulegają rozwojowi w dalszej eksploatacji. Nadpęknięcia te tworzą się na skutek silnego punktowego zgniotu miękkiej odwęglonej warstwy główki szyny.

Na odcinkach toru z niestabilną nawierzchnią, zwłaszcza z wychłapkami wokół podkładów, rozwija się wada nadpęknięcia zalegająca wewnątrz główki szyny, wychodząca na zewnątrz powierzchni główki szyny po

długim czasie rozwoju. Wada nadpęknięcia powstająca wewnątrz główki szyny ma swoje źródło w defektach struktury materiału i zmęczeniowym mechanizmie dyslokacyjno-wakancyjnym w obszarach o dużym nasileniu wtrąceń niemetalicznych, a także szczególnie niekorzystnym rozkładzie naprężeń w główce szyny, powodując powstanie mikropęknięć wewnętrznych w główce szyny. Rozwój tych wad następuje wskutek działania mechanizmu zmęczeniowego, co prowadzi do pęknięć szyn.

Kolejnymi wadami eksploatacyjnymi powierzchni szyn są wady typu *squat* i *shelling* [1, 5, 6] powstałe przede wszystkim na skutek miejscowego rozwarstwienia warstwy powierzchniowej szyny i jej wykruszenia w miejscach, w których wcześniej wystąpiło, tzw. buksowanie lub gwałtowne hamowanie kół jednostki napędowej oraz w miejscach zużycia falistego [2, 4]. Również nalepienia oraz złuszczenie się powierzchni tocznej mają związek z mikropoślizgiem i zjawiskami tarcia przy współpracy koło – szyna. Powstająca wówczas wada w postaci białej warstwy wykazuje wysoką twardość i kruchość.

Stosowany proces wytwarzania szyn, szczególnie w ostatnim dziesięcioleciu, spowodował zdecydowaną poprawę ich jakości. Wprowadzona obróbka próżniowa znacznie zmniejszyła ilość gazów w stali, tj. tlenu, wodoru i azotu i tym samym ograniczyła ilość wtrąceń niemetalicznych oraz płatków wodorowych, jako źródła tworzenia się mikropęknięć w szynach. Z tego względu, szyny wyprodukowane w ostatnim okresie będą miały zdecydowanie mniej wad wywołanych wtrąceniami wewnątrz materiału. Problemem będą natomiast wady powstające podczas eksploatacji.

<sup>1</sup> Inż.; Instytut Kolejnictwa, Laboratorium Badań Materiałów i Elementów Konstrukcji; e-mail: imiklaszewicz@ikolej.pl.

<sup>2</sup> Mgr inż.; Instytut Kolejnictwa, Laboratorium Badań Materiałów i Elementów Konstrukcji; e-mail: rbinkowski@ikolej.pl.

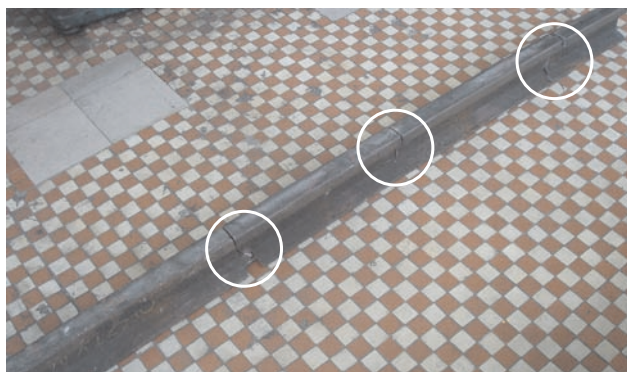
Z analizy publikacji [8, 9] dotyczących tworzenia się wady nadpęknięcia w eksploatowanej szynie wynika, że jest to proces, na który ma wpływ wiele czynników, a zatem również obciążenia toczne szyny oraz istniejące naprężenia własne i naprężenia powstające podczas pracy szyny.

## 2. Obliczenia MES zjawiska pęknięcia szyn

### 2.1. Materiał do badań

Do badań wybrano trzy przypadki pęknięcia szyn z gatunku R260 i R350HT podczas eksploatacji w torze oraz w rozjazdach kolejowych. Materiał do badań oznaczono w następujący sposób:

- próbkę **A** pobrano z pękniętej szyny z eksploatowanej linii kolejowej na odcinku prostym, spowodowanej wystąpieniem nadpęknięcia wewnętrznego (*head check*) (rys. 1),
- próbka oznaczona literą **B** pochodziła z szyny pękniętej iglicy wchodzącej w skład rozjazdu kolejowego, mającej zwężoną stopkę szyny frezowaną u wytwórcy rozjazdu (rys. 2),
- próbka **C** pochodziła z pękniętego dziobu krzyżownicy rozjazdu, którego szyna, wykonana ze stali R350HT była obrabiana cieplnie (rys. 3).



Rys. 1. Pęknięcia szyny A [fot. autor]



Rys. 2. Pęknięcie szyny B iglicy rozjazdu [fot. autor]



Rys. 3. Pęknięcie szyny C dziobu krzyżownicy rozjazdu [fot. autor]

Skład chemiczny próbek **A**, **B** i **C**, a także właściwości mechaniczne szyn zamieszczono w tablicy 1.

### Obliczenia metodą elementów skończonych MES

Celem obliczeń było zobrazowanie naprężeń i odkształceń powstających w obszarze kontaktu koło – szyna oraz wyznaczenie obszarów narażonych na wystąpienie uszkodzeń zmęczeniowych wynikających z sił kontaktowych. Analizę stanu naprężeń w pękniętych szynach przeprowadzono metodą elementów skończonych MES [3, 10]. Do utworzenia modelu naprężeń w szynach wykorzystano pakiet oprogramowania Hyper Works.

#### 2.2.1. Obliczenia MES pękniętej szyny A na odcinku prostym

Przełom pęknięcia szyny A na odcinku prostym pokazano na rysunku 4. Jest to pęknięcie zmęczeniowe typu *head check*. Szyny w torze ułożono na początku lat osiemdziesiątych ubiegłego wieku, zatem materiał szyn nie był poddany obróbce próżniowej i właściwości wytrzymałościowe nie były gwarantem materiału dobrej jakości.



Rys. 4. Pęknięcie zmęczeniowe wewnątrz przełomu szyny A [fot. autor]

Tablica 1

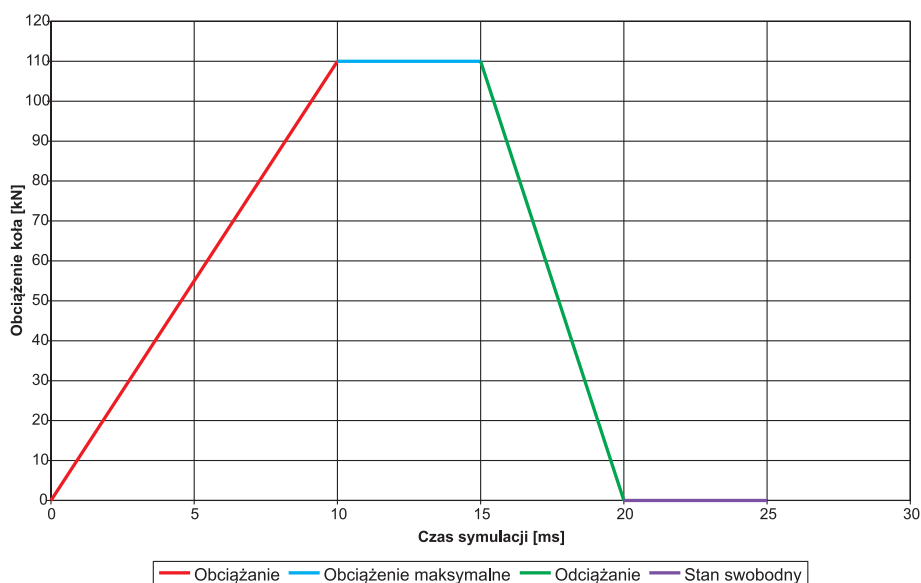
## Skład chemiczny i właściwości mechaniczne badanych szyn gatunku R260

Próbka (gatunek stali)	Skład chemiczny [%]												Właściwości badanych szyn		
	C	Mn	Si	P max	S max	Cr max	Ni max	Cu max	Al max	V max	O <sub>2</sub> [ppm]	H <sub>2</sub> [ppm]	Rm [Mpa]	A5 [%]	HBW
Szyna A (gat. R260)	0,65	1,06	0,39	0,021	0,022	0,014	0,015	0,018	0,005	0,005	20	1,1	839,1	4,0	286
Szyna B (gat. R260)	0,72	1,09	0,30	0,014	0,014	0,047	0,036	0,033	0,003	0,003	–	–	984,8	13,2	284
Szyna C (gat. R350HT)	0,78	1,11	0,40	0,020	0,010	0,03	0,02	0,010	<0,005	0,003	9	< 0,5	1201	10,6	327
R260 wg PN EN 13674-1	0,60- -0,82	0,65- -1,25	0,13- -0,60	0,030	0,008- -0,030	0,15	–	–	0,004	0,030	20	2,5	min 880	min 10	260–300
R350HT wg PN EN 13674-1	0,60- -0,82	0,65- -1,25	0,13- -0,60	0,030	0,008- -0,030	0,15	–	–	0,004	0,030	20	2,5	min 1200	min 10	min 340

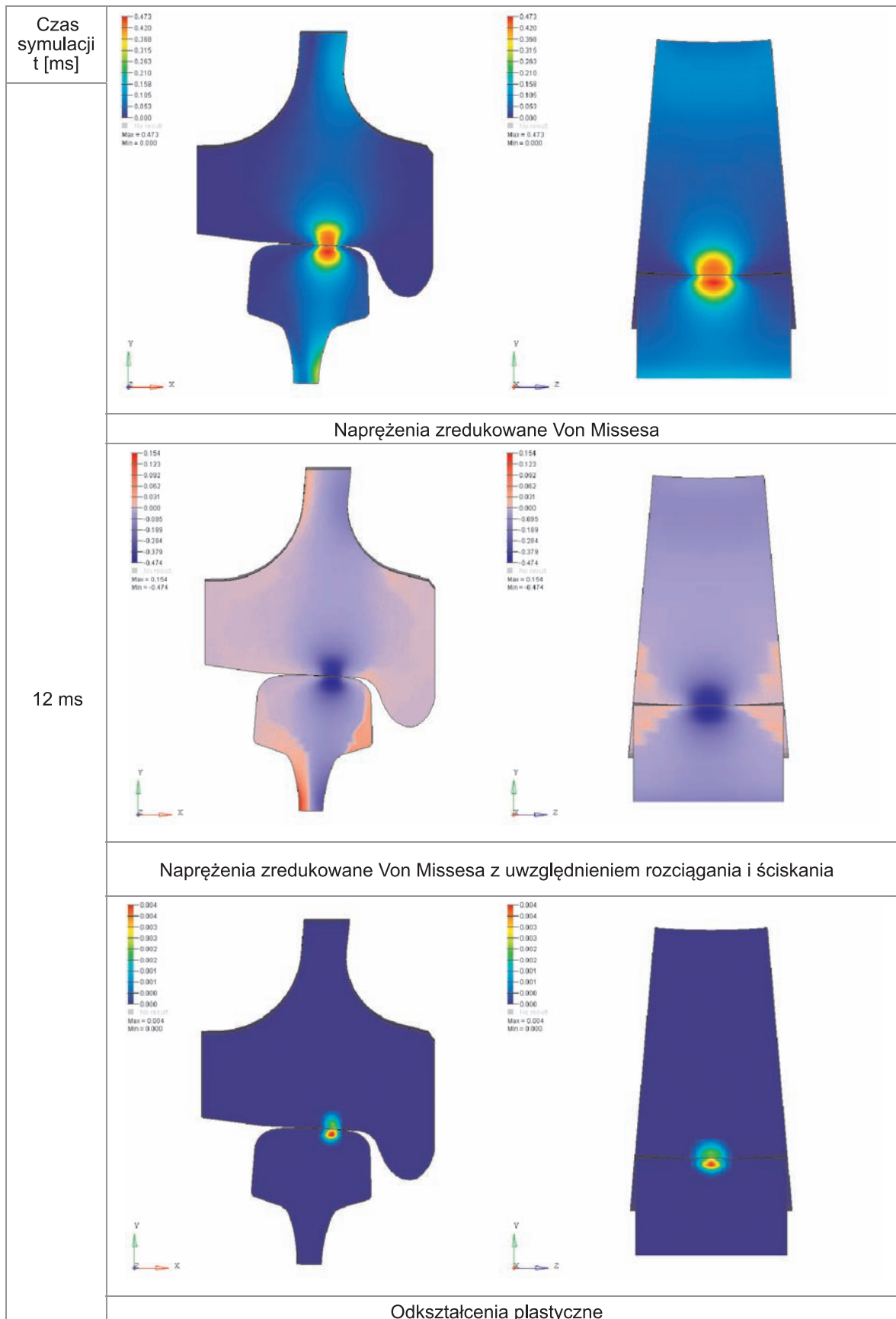
Warunki brzegowe dla symulacji naprężeń kontaktu koło – szyna obejmowały utwierdzenie dolnej powierzchni stopki szyny oraz zapewniały przemieszczenie koła tylko w kierunku pionowym. Obciążenie stanowiła siła przyłożona do koła o maksymalnej wartości 110 kN, zadawana w odpowiednich przedziałach czasowych (rys. 5). Na rysunku 6 pokazano wielkości i obszary naprężenia zredukowanego oraz odkształcenia plastyczne, które występują w układzie koło – szyna podczas kontaktu w czasie 12 ms. Na tym rysunku widać, że największe naprężenia oraz odkształcenia plastyczne występują w obu współpra-

cujących elementach, tj. kole i szynie pod powierzchnią kontaktową, ze znaczną przewagą tych wielkości w szynie. To stwierdzenie potwierdza rysunek 7a, 7b, na którym pokazano izochromy naprężeń zredukowanych w szynie wraz z lokalizacją największego spiętrzenia pod powierzchnią główki szyny.

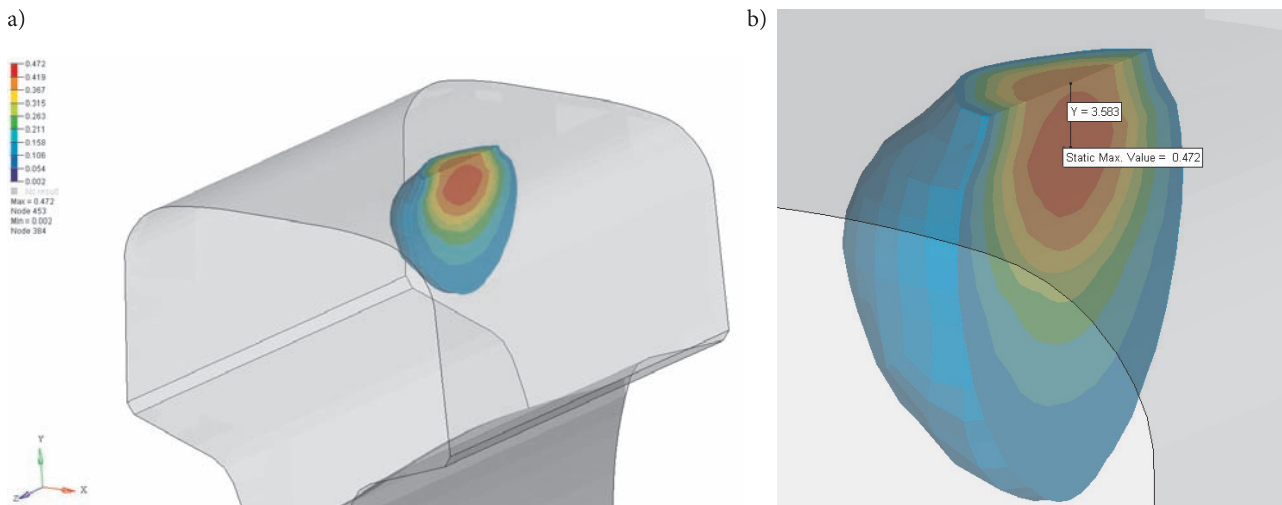
Najbardziej prawdopodobnym wyjaśnieniem tego zjawiska jest fakt, że na skutek niekorzystnego rozkładu naprężeń kontaktowo-stykowych podczas eksploatacji przy współpracy koło szyna, największe wyciężenie materiału znajduje się nie na powierzchniach stykających się elementów, lecz na niewielkiej głębokości



Rys. 5. Obciążenie koła w funkcji czasu [opracowanie własne]



Rys. 6. Symulacja pracy kontaktowo stykowej koło – szyna w czasie 12 ms [opracowanie własne]



Rys. 7. Izochromy naprężeń zredukowanych w szynie wraz z lokalizacją największego spiętrzenia pod powierzchnią główki szyny [opracowanie własne]

pod powierzchnią w punktach nazwanych punktami Bielajewa [3]. Miejsca te z uwagi na silną koncentrację naprężeń są źródłem powstania mikropęknięć zmęczeniowych, które przez mechanizm zmęczeniowy rozwijają się wewnątrz materiału szyny. Wpływ na powstanie tego rodzaju pęknięć oraz ich rozwój, mają również wady powierzchni współpracujących, takie jak np. płaskie miejsca na powierzchniach tocznych kół, powodujące znaczny wzrost chwilowych sił dynamicznych podczas jazdy taboru [1], jak również nierówności nawierzchni tworzące powtarzający się układ naprężeń w szynach.

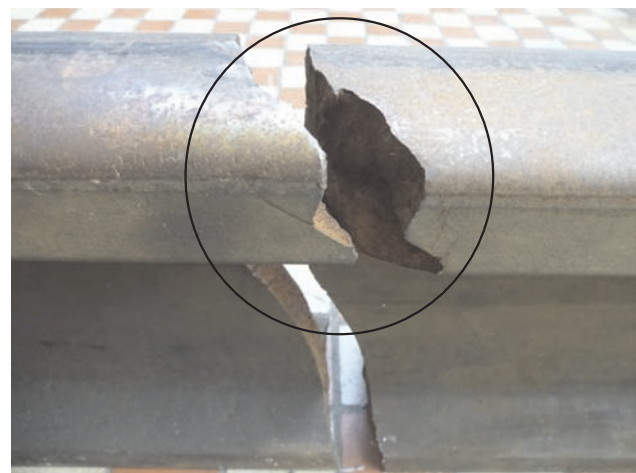
### 2.2.2. Obliczenia MES pękniętej szyny B iglicy rozjazdu

Pęknięcie szyny B iglicy pokazano na rysunku 8, na którym są widoczne wady powierzchni bocznej główki szyny w postaci drobnych nitkowych pęknięć w sąsiedztwie pęknięcia głównego. Stwierdzono, że te pęknięcia pochodzą z materiału wsadowego i zawierają wtrącenia niemetaliczne. Prawdopodobnie są to wtrącenia pochodzące z procesu odlewania ciągłego kęsisk stosowanych jako wsad do walcowania szyn. Z uwagi na skorodowanie przełomu pęknięcia głównego, nie stwierdzono wad typu pęknięcie zmęczeniowe.

Do utworzenia modelu obliczeniowego iglicy (rys. 9a, b, c, d) wykorzystano program Hyper Works. Warunki brzegowe obejmowały powierzchnię iglicy oraz przemieszczenie koła w kierunku poziomym. Obciążenie stanowiła siła pionowa przyłożona do koła o maksymalnej wartości 110 kN zadawana po przemieszczeniu się koła oraz siła powodująca przesunięcie iglicy rozjazdu. Symulację komputerową MES wykonano przy zastosowaniu trzech rodzajów obciążeń iglicy rozjazdu. Do obliczenia naprężeń wy-

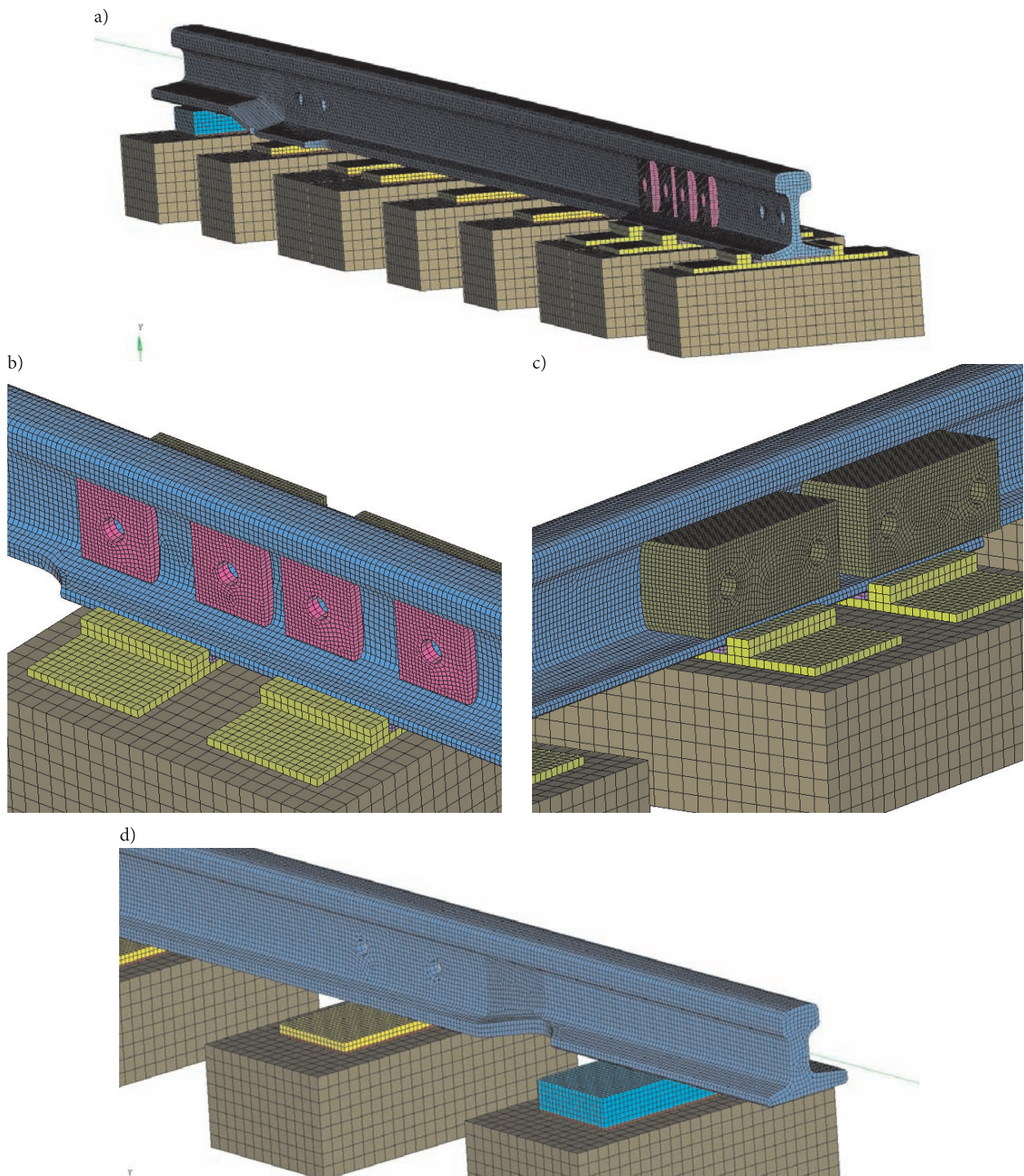
stępujących w iglicy podczas przejazdu pojazdu przyjęto następujące dane wejściowe:

- liczba podrozjazdnic  $n = 9$ ,
- zamodelowana długość iglicy  $L = 4550$  mm (pozostały odcinek zastąpiono elementem belkowym o odpowiednio dobranym momencie bezwładności przekroju),
- sztywność przekładki podszynowej i podpodkładkowej na jednostkę powierzchni  $C = 0,0067$  (kN/mm<sup>2</sup>)/mm<sup>2</sup>,
- obciążenie pionowe od koła zestawu  $F = 110$  kN,
- baza wózka  $A = 1800$  mm,
- siła docisku jednego systemu przytwierdzeń  $P = 20$  kN,
- siła osiowa od skręcenia śruby M27  $S = 200$  kN.



Rys. 8. Pęknięcie szyny B iglicy z widocznymi wadami [fot. autor]

Na rysunku 10 pokazano rozkład naprężeń w pękniętej części szyny iglicy z wyfrezowaną stopką szyny w poszczególnych położeniach i związa-

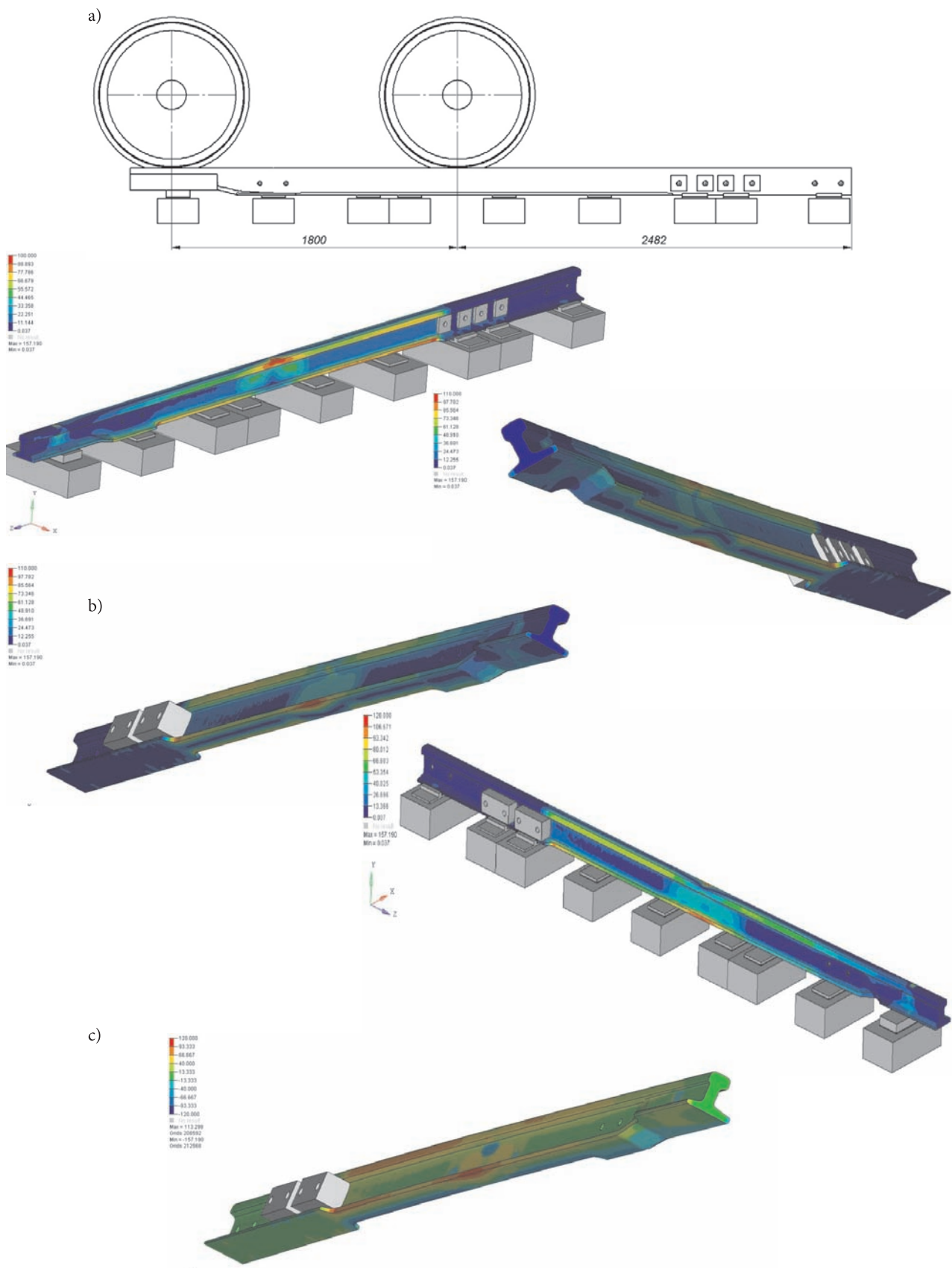


Rys. 9. Model obliczeniowy szyny iglicy [opracowanie własne]

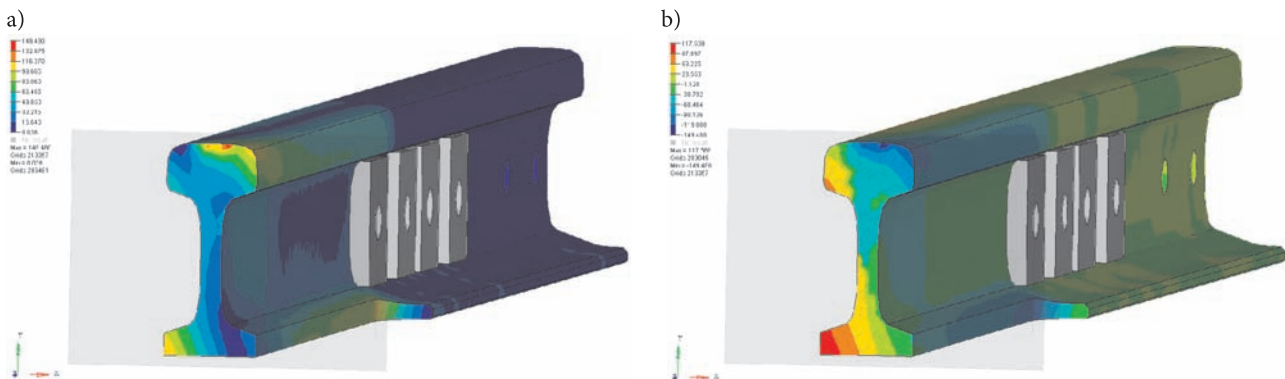
nych z tym obciążeniami, a na rysunku 11 rozkład naprężeń na przekroju iglicy przy obciążeniu nr 3. We wszystkich przypadkach stwierdzono niesymetryczny rozkład naprężeń pochodzących od nałożenia się naprężeń wywołanych zginaniem iglicy oraz obciążenia pionowego  $F = 110 \text{ kN}$ , a także sumowanie się naprężeń po lewej stronie stopki i redukcja po prawej. Maksymalne naprężenia w iglicy

związane z tego rodzaju obciążeniami nie przekraczają  $150 \text{ MPa}$ .

Zmienne, niesymetryczne naprężenia na osłabionym przez frezowanie stopki przekroju iglicy oraz stwierdzone wady materiałowe typu nitkowe wtrącenia niemetaliczne spowodowały osłabienie wytrzymałości materiału, co w wyniku zmiennych cyklicznych obciążeń spowodowało pęknięcie dziobu iglicy rozjazdu.



Rys. 10. Naprężenia zredukowane od obciążenia pionowego  $F = 110$  kN dla każdego z kół zestawu oraz od zgięcia iglicy (obciążenie nr 3): a), b) naprężenia zredukowane, c) naprężenia zredukowane z uwzględnieniem rozciągania i ściskania [opracowanie własne]



Rys. 11. Niesymetryczny rozkład naprężeń zredukowanych na przekroju szyny iglicy przy  $F = 110$  kN: a) naprężenia zredukowane, b) naprężenia zredukowane z uwzględnieniem rozciągania i ściskania (widoczne sumowanie się naprężeń po lewej stronie stopki i redukcje po prawej) [opracowanie własne]

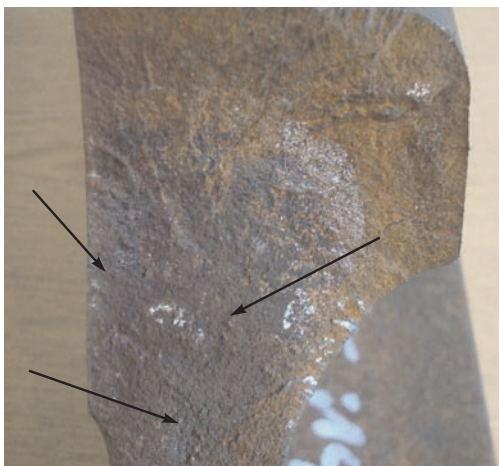
### 2.2.3. Badania MES pękniętej szyny C dziobu krzyżownicy

Na rysunku 12 pokazano pęknięty przełom szyny C dziobu krzyżownicy z widocznymi trzema ogniskami powstania pęknięcia zmęczeniowego szyny.

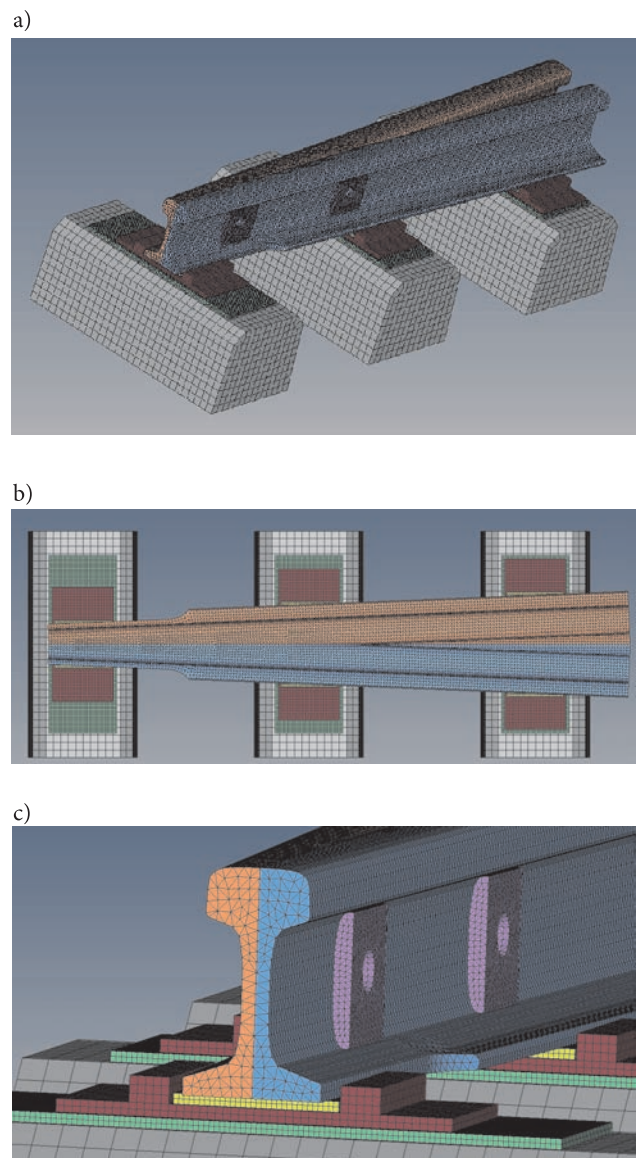
Badania rozkładu naprężeń w pękniętej szynie C dziobu krzyżownicy wykonano jako symulacje w programie Hyper Works. Warunki brzegowe symulacji wykonano na modelach 1D i 3D (rys. 13a, b, c). Stosowane typy elementów to SOLID.

Do obliczeń metodą MES przyjęto następujące dane wejściowe:

- liczba podrozjazdnic  $n = 3$ ,
- rozstaw podrozjazdnic  $A = 600$  mm,
- sztywność przekładki podszynowej i podpodkładkowej na jednostkę powierzchni  $C = 0,0067$  (kN/mm)/mm<sup>2</sup>
- obciążenie pionowe od koła zestawu  $F = 110$  kN,
- siła docisku jednego systemu przytwierdzeń  $P = 20$  kN,
- siła osiowa od skręcenia śruby momentem 1550 Nm  $S = 246$  kN.



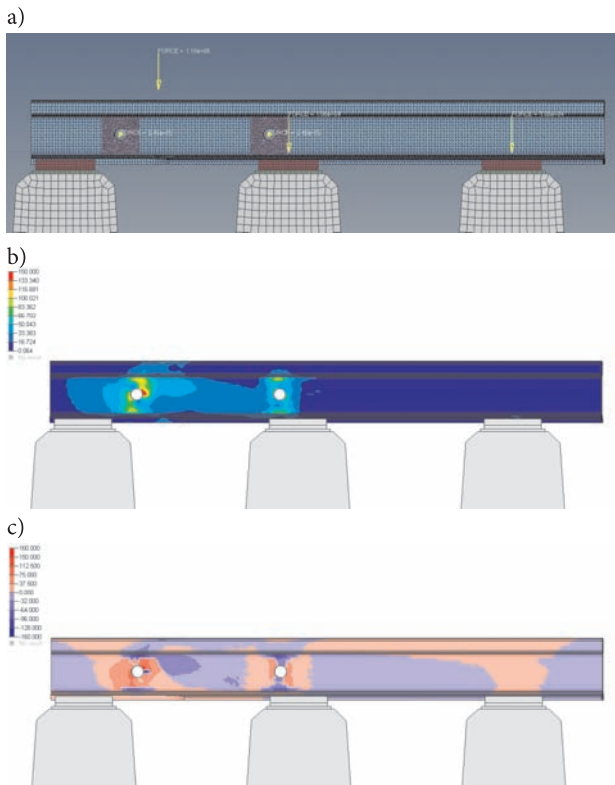
Rys. 12. Przełom pękniętej szyny C dziobu krzyżownicy z oznaczeniem źródła pęknięcia zmęczeniowego (powstanie mikropęknięć) [fot. autor]



Rys. 13. Model obliczeniowy dziobu krzyżownicy na odcinku pęknięcia szyny [opracowanie własne]



Symulację pracy dziubu krzyżownicy wykonano stosując obciążenia punktowe pionowe elementu dziubu w pięciu miejscach. Jako przykład pokazano obciążenie na odcinku pęknięcia szyny. Obciążenie to powodowało powstawanie naprężeń rozciągających i ściskających. Wzięto również pod uwagę siłę docisku śrub skręcających szyny, wprowadzając naprężenia zginające szyjek szyn dziubu krzyżownicy (rys. 14).

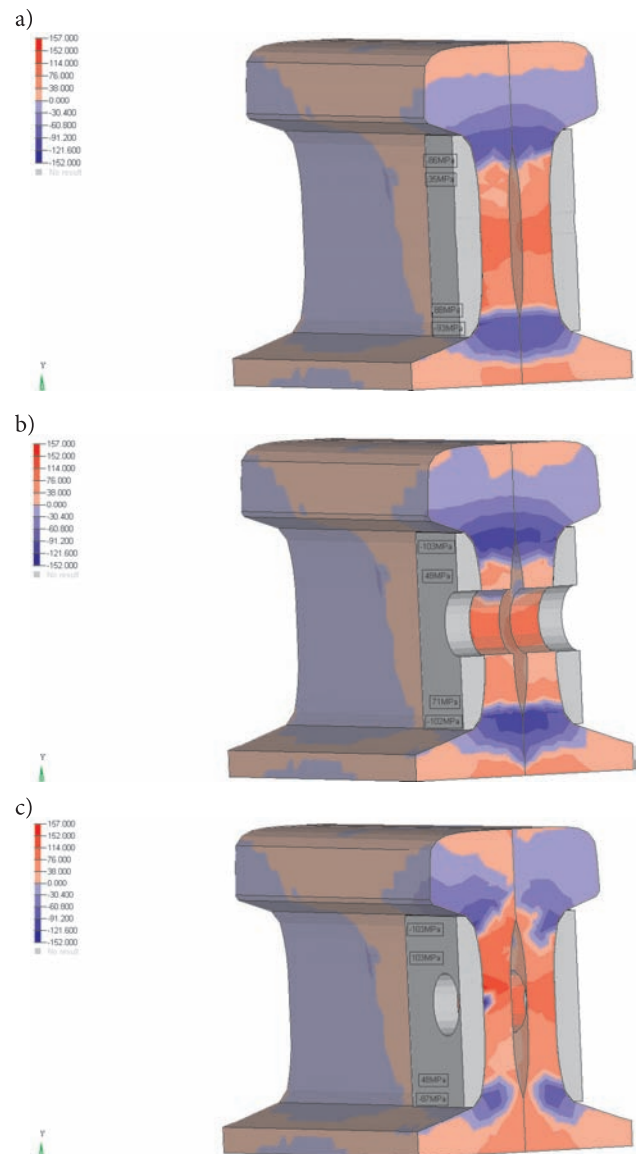


Rys. 14. Naprężenia zredukowane od obciążenia pionowego  $F = 110$  kN dla obciążenia L3: a) miejsce przyłożenia siły, b) naprężenia zredukowane, c) naprężenia zredukowane z uwzględnieniem rozciągania i ściskania [opracowanie własne]

Na rysunku 15 pokazano gradient naprężeń zredukowanych w obrębie główki i stopki szyny pochodzący od siły osiowej skręcenia  $S = 246$  kN oraz od obciążenia pionowego  $F = 110$  kN dla najbardziej niekorzystnego przypadku obciążenia, tj. przed otworem, w środku otworu i za otworem. Dodatkowo należy uwzględnić istnienie naprężeń własnych szyn oraz naprężeń powstających podczas montażu krzyżownicy.

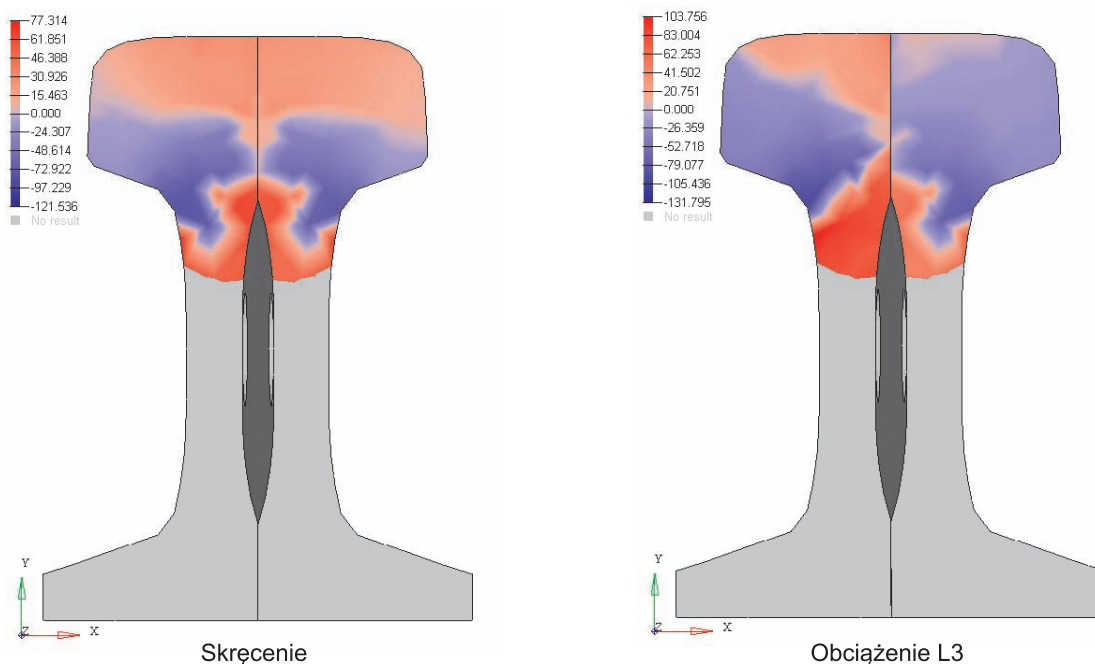
Rysunek nr 16 przedstawia przemieszczanie się granicy pomiędzy naprężeniami ściskającymi i rozciągającymi o gradientcie na poziomie 230 MPa ( $-120$  MPa, 100 MPa), podczas przejazdu koła zestawu w obrębie przejścia główki szyny w szyjkę. Przyczyną tego efektu było wprowadzenie wstępnych naprężeń od występującego w tym miejscu połączenia

śrubowego. Nałożenie się naprężeń pochodzących od połączenia śrubowego i nacisku koła występujące cyklicznie podczas eksploatacji, powodowało powstanie w tym obszarze obciążenia mającego charakter zmęczeniowy o najbardziej niekorzystnym, symetrycznie zmiennym przebiegu.



Rys. 15. Gradient naprężeń zredukowanych w obrębie główki i stopki szyny pochodzący od siły osiowej skręcenia  $S = 246$  kN oraz od obciążenia pionowego  $F = 110$  kN dla najbardziej niekorzystnego przypadku L3: a) przed otworem, b) w środku otworu, c) za otworem [opracowanie własne]

W wyniku sumowania się naprężeń oraz cyklicznych zmian naprężeń powstawały mikropęknięcia w obszarze przejścia główki w szyjkę szyny, które następnie w wyniku działania mechanizmu zmęczeniowego rozrastały się, powodując w efekcie wystąpienie pęknięcia dziubu krzyżownicy.



Rys. 16. Przemieszczenie granicy pomiędzy naprężeniami rozciągającymi i ściskającymi w obrębie główki za otworem ustalającym w czasie przejazdu koła [opracowanie własne]

### 3. Podsumowanie

Wykonane obliczenia metodą MES wraz z symulacją działających sił na układ kontaktowo-toczny koło – szyna, znacznie przyczyniły się do wyjaśnienia zjawiska pęknięcia szyn podczas eksploatacji w torze. Pokazane naprężenia powstające w szynie i częściach rozjazdów kolejowych mogą być pomocne szczególnie w ocenie prawidłowości konstrukcji rozjazdów, a także przy określeniu przyczyn pęknięcia szyn.

Jakość materiału szyn i ich właściwości wytrzymałościowe mają decydujące znaczenie na zużycie i żywotność szyn w torze. Pęknięta szyna A wykonana w latach osiemdziesiątych, miała niejednorodne właściwości wytrzymałościowe, znacznie niższe niż wymagania normy PN EN 13674:2011 [7], tym samym niższą odporność na naprężenia powstające podczas pracy w torze. Wynikiem było powstanie pęknięć zmęczeniowych szyn.

Analizując szynę B iglicy rozjazdu należy stwierdzić, że we wszystkich przypadkach obliczeń MES stwierdzono niesymetryczny rozkład naprężeń pochodzących od nałożenia się naprężeń wywołanych zginaniem iglicy oraz obciążenia pionowego siłą  $F = 110$  [kN], a także sumowanie się naprężeń po lewej stronie stopki i redukcję po prawej. Również i w tym przypadku jakość materiału iglicy przyczyniła się do osłabienia właściwości wytrzymałościowych materiału na skutek obecności wad powstałych podczas produkcji szyn.

Przypadek pęknięcia szyny C dziobu krzyżownicy i przedstawiony rozkład naprężeń w szynie, wskazuje

na wystąpienie nagłego przejścia naprężeń ściskających i rozciągających w obszarze główki i szyjki szyny, a także istnienie naprężeń własnych szyny. Na skutek zmian obciążenia dziobu krzyżownicy w trakcie przejazdu taboru kolejowego i cyklicznych zmian naprężeń, powstałe mikropęknięcia, wskutek działania mechanizmu zmęczeniowego, rozrastały się powodując pęknięcie dziobu krzyżownicy.

### Literatura

1. Bałuch H., Bałuch M.: *Eksploatacyjne metody zwiększania trwałości rozjazdów kolejowych*, CNTK Warszawa 2009.
2. Bałuch H., Bałuch J.: *Prognozowanie pęknięć szyn*, Problemy Kolejnictwa, 2010, z. 151.
3. Bąk R., Burczyński T.: *Wytrzymałość materiałów z elementami ujęcia komputerowego*, WNT, Warszawa 2001.
4. Bogdaniuk B., Massel A.: *Pomiary nierówności powierzchni tocznych szyn na liniach PKP*, Problemy Kolejnictwa, zeszyt 120, CNTK Warszawa 1995.
5. *Katalog wad w szynach, Karta UIC 712R*, 2002.
6. Mikłaszewicz I.: *Odwęglenie a wady powierzchni główki szyny*, Problemy Kolejnictwa, 2014, Tom 58, z. 165.
7. PN EN 13674-1:2011: Kolejnictwo – Tor – Szyna – Część 1: Szyny kolejowe Vignole'a o masie 46 kg/m i większej.
8. Reaserch Programme Engineering. Management and Understanding of Rolling Contact Fatigue.

- WP1: Mechanisms of Crack Initiation. WP2: Crack Growth. Literature Survey. Rail Safety and Standards Board, Copyright 2006.
9. Rolling Contact Fatigue in Rails: a Guide to Current Understanding and Practice, Railtrack PLC Guidelines: RT/PWG/001, Issue 1, 2001, (13).
10. Romanowicz P., Zieliński A.P.: *Analiza elementów maszyn poddanych obciążeniom cyklicznym w warunkach kontaktu*, Czasopismo Techniczne, z. 1-M/2007, Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, 65-77.

## Cases of Rail Cracks in the Light of FEM Calculation

### Summary

The article presents cases of rail cracks during railway line exploitation, which resulted mostly in accidents of railway vehicles. The rail cracks occurred both in plain track and installed rail turnouts. Finite elements method (FEM) calculations were applied to explain the cracks of rails. Three cases of rail cracks were simulated during operation on the track. The summary features conclusions that strain in rails, the process of their production and consequently the quality of material exerted big influence on cracks of rails during exploitation.

**Keywords:** fatigues cracks of rails, finite elements method (FEM)

## Случаи трещин рельсов в свете вычислений MES

### Резюме

В статье представлены случаи трещин рельсов возникших во время эксплуатации в железнодорожных линиях, которые в большинстве приводили к происшествиям единиц на железной дороге. Трещины рельсов выступали как на прямых участках пути, так и в застроенных стрелочных переводах. Для объяснения большинства возникших трещин рельсов были использованы вычисления методом конечных элементов (MES). Моделированию подвергли три случая трещин рельсов возникших во время эксплуатации в пути. В итоге был сделан вывод, что на трещины рельсов во время эксплуатации большое влияние имели условия напряжений в рельсах, а также процесс изготовления и связанное с ним качество материала.

**Ключевые слова:** усталостная трещина, метод конечных элементов