

## Janusz JANICZEK

KATEDRA METROLOGII ELEKTRONICZNEJ I FOTONICZNEJ POLITECHNIKI WROCŁAWSKIEJ  
UL. B. PRUSA 53/55 WROCŁAW 50-170

# Wyznaczanie charakterystyk wieloparametrowych przetworników pomiarowych

dr inż. Janusz JANICZEK

Docent w Katedrze Metrologii Elektronicznej i Fotonicznej Politechniki Wrocławskiej. Jest absolwentem Wydziału Elektroniki tej uczelni – rocznik 1979. Po ukończeniu studiów pracował w Instytucie Metrologii Elektrycznej gdzie w 1976 r. obronił pracę doktorską.

Jego zainteresowania dotyczą analogowych torów pomiarowych, przetworników A/C i C/A oraz mikrokontrolerów w zastosowaniu do aparatury pomiarowo-kontrolnej.

janusz.janiczek@pwr.wroc.pl



### Streszczenie

W artykule przedstawiono podział przetworników pomiarowych ze względu na formę funkcji opisujących ich charakterystyki oraz sposób znajdowania wielomianów aproksymacyjnych mający zastosowanie do wyznaczania charakterystyk wieloparametrowych przetworników pomiarowych.

**Słowa kluczowe:** przetworniki pomiarowe, aproksymacja.

## Determination of characteristics of multi-parameter measuring transducers.

### Abstract

This paper presents the classification of the measuring transducers for the form of functions describing their characteristics and for the mathematical method of finding the approximating polynomials to determine the characteristics of multi-parameter measuring transducers.

**Keywords:** transducers, approximation.

## 1. Wstęp

Coraz szybszy postęp technologiczny wywołany rozwojem technologii półprzewodnikowej, wprowadzanie coraz bardziej złożonych procesów produkcyjnych i ich kompleksowa automatyzacja wraz z robotyzacją, wymagają stosowania coraz bardziej złożonej i dokładniejszej aparatury i systemów pomiarowych, zwłaszcza do pomiarów fizyko-chemicznych. Główną rolę odgrywają tu przetworniki pomiarowe.

Przetworniki, zwłaszcza do pomiaru wartości wielkości fizyko-chemicznych, przetwarzają wartość mierzonego sygnału na odpowiadającą tej wartości wartość sygnału elektrycznego, najczęściej na napięcie, które w przetworniku analogowo-cyfrowym jest przetwarzane na kod cyfrowy.

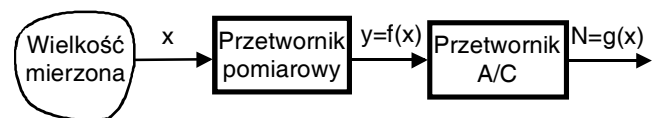
Przetworniki pomiarowe, w zależności od sposobu ich reagowania na sygnały można podzielić na trzy grupy.

Do pierwszej grupy zaliczane są przetworniki reagujące bezpośrednio tylko na wartość sygnału mierzonego. Wpływy innych czynników nie występują lub są pomijalnie małe. Przykładem może być przetwornik do pomiaru temperatury

Tor pomiarowy, zawierający taki przetwornik jest przedstawiony na rysunku 1.

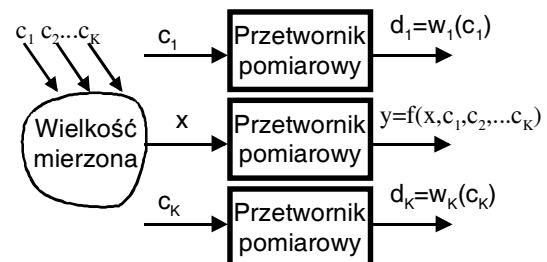
Określenie charakterystyki tych przetworników, to znaczy znalezienie funkcji opisującej zależność wartości sygnału na wyjściu przetwornika w zależności od wartości sygnału na jego wejściu jest na ogół zadaniem dość prostym.

Jeżeli charakterystyka przetwornika pomiarowego jest nieliniowa, to trzeba stosować odpowiednie metody korekcji. Jedynie gdy charakterystyka przetwornika pomiarowego jest bardzo nieliniowa, na przykład w przypadku niektórych przetworników do pomiaru natężenia światła, to może wystąpić problemem z dobraniem odpowiedniego przetwornika A/C. W krańcowych przypadkach trzeba stosować przetwornik A/C o odpowiednio kształtowanej charakterystyce przetwarzania [4, 5, 9, 10].



Rys. 1. Układ blokowy prostego przetwornika pomiarowego.  
Fig. 1. block diagram of simple measurement transducer

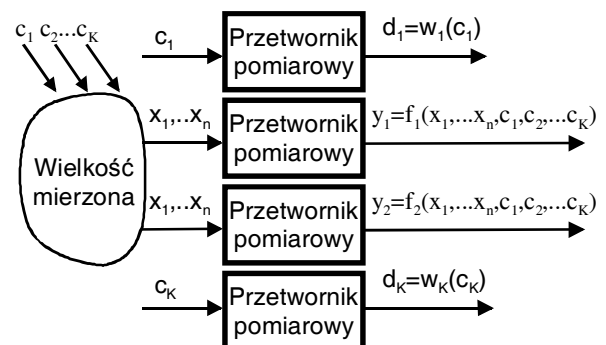
W drugiej grupie znajdują się przetworniki pomiarowe z czynnikami wpływającymi, przy czym czynniki wpływające są mierzone przetwornikami jednoparametrowymi, rysunek 2. Przykładem mogą być przetworniki, na przykład do pomiaru przepływu, na które znaczący wpływ ma temperatura i ciśnienie.



Rys. 2. Układ blokowy złożonego przetwornika pomiarowego.  
Fig. 2. Block diagram of complex measurement transducer.

Charakterystyka takiego czujnika jest opisana funkcją, która oprócz sygnału pożądanego zawiera także czynniki wpływające. Jedną z metod znajdowania funkcji takich przetworników została opisana w [7, 11].

Do trzeciej grupy zostały zaliczone przetworniki, które można określić jako zespołowe, rysunek 3.



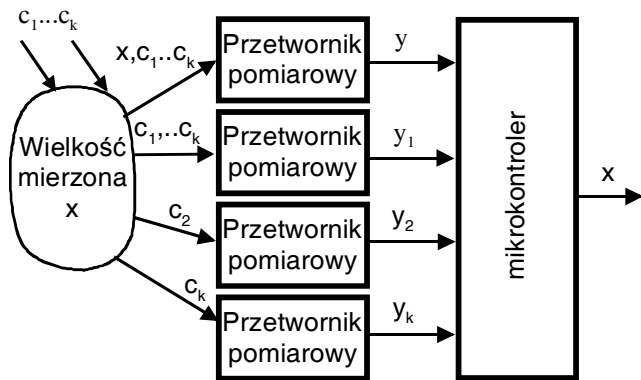
Rys. 3. Schemat zespołowego przetwornika pomiarowego.  
Fig. 3. Block diagram of assembly measurement transducer.

Mają one zastosowanie wszędzie tam, gdzie warunki pomiaru są bardzo złożone, na przykład w sytuacji gdy na przetwornik podstawowy, oprócz wielkości podstawowej, oddziałują wielkości wpływające. Z kolei na przetworniki mające przetwarzać kolejne wielkości wpływające oddziałuje zarówno wielkość mierzona jak i inne wielkości wpływające. Przykładem może być przetwornik do pomiaru stężenia określonego gazu ze stałym elektrolitem, w którym poza temperaturą czynnikami wpływającymi mogą być inne gazy. Jedną z metod określania charakterystyki takiego zespołu przetworników jest zastosowanie sieci neuronowych [6, 12].

Poniższy artykuł przedstawia analityczny sposób wyznaczania charakterystyk wieloparametrowych przetworników pomiarowych.

## 2. Złożony przetwornik wieloparametrowy

W dalszych rozważaniach przyjęto, że przedmiotem analizy jest przetwornik zespołowy zawierający  $n+1$  przetworników, przy czym na jeden przetwornik oddziałuje sygnał mierzony  $x$  i czynniki wpływające  $c_1, \dots, c_n$ , na drugi przetwornik oddziałują tylko czynniki wpływające  $c_1, \dots, c_n$ , a na pozostałe przetworniki tylko pojedyncze czynniki wpływające od  $c_2$  do  $c_n$ , rysunek 4.



Rys. 4. Schemat blokowy złożonego przetwornika wieloparametrowego.  
Fig. 4. Block diagram of assembly multiparameter measurement transducer.

Zespół czujników przedstawiony na rysunku 4, można potraktować jako czujnik o wielu wejściach i jednym wyjściu. Każdy z przetworników wchodzących w skład zespołu jest opisany bądź funkcją wynikającą z modelu matematycznego związanego z fizycznym działaniem przetwornika, co zdarza się rzadko, bądź jest dana w postaci tablic z danymi otrzymanymi w trakcie badań przetwornika, na podstawie których można szukać odpowiedniego wzoru, który umożliwi określenie zależności pomiędzy sygnałami wejściowymi a sygnałem wyjściowym dla dowolnej wartości argumentu z założonego przedziału.

Ponieważ, ze względów pomiarowych, istotne jest określenie wartości mierzonej wielkości, dlatego należy znaleźć funkcję odwrotną, która na podstawie wartości sygnałów wyjściowych  $y$ ,  $y_1$ ,  $y_n$  pozwoli wyznaczyć mierzoną wartość  $x$ .

Przyjęto, że funkcje opisujące poszczególne przetworniki są związane z następującymi wartościami:

$$\begin{aligned} y &= f(x, c_1, c_2, \dots, c_k) \\ y_1 &= f_1(c_1, c_2, \dots, c_k) \\ y_2 &= f_2(c_2) \\ &\dots \\ y_k &= f_k(c_k) \end{aligned} \quad (1)$$

Przyjęcie takiego układu przetworników jest z jednej strony podyktowane tym, że jest on często spotykany, na przykład do pomiaru stężeń różnego rodzaju gazów (elektroniczny nos), a z

drugiej strony - można tu wykorzystać rozwiązanie przedstawione w [8].

W poniższych rozważaniach przyjęto, że znane są charakterystyki przetworników wielkości wpływających  $f_2, \dots, f_k$  lub ich odwrotności, to znaczy, że są znane wartości wpływające  $c_2, \dots, c_k$ . Należy wyznaczyć funkcje odwrotne do funkcji  $f$  i  $f_1$ , to znaczy znaleźć funkcję:

$$c_1 = g_1(y_1, c_2, \dots, c_k) \quad (2)$$

oraz funkcję

$$x = g(y, c_1, \dots, c_k) \quad (3)$$

Znalezienie funkcji (2) zostało przeprowadzone w ten sposób, że dla ustalonych wartości  $c_3, \dots, c_k$  szuka się zależności między  $c_1$  a  $y_1$  dla  $J$  wartości  $c_2$  traktowanych jako parametr. Można wtedy, na podstawie twierdzenia Weierstrassa, przy założeniu że funkcja (2) jest ciągła w założonym przedziale domkniętym, [1, 2, 3], utworzyć ciąg wielomianów aproksymujących zależności między  $c_1$  a  $y_1$  dla kolejnych wartości  $c_2$ :

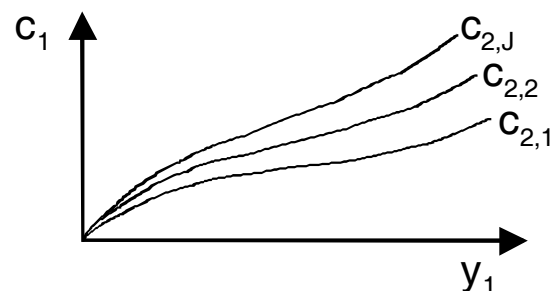
$$c_{1,j}(y_{1,j}, c_{2,j}) = \sum_{i=0}^N b_{i,j} \cdot y_{1,j}^i \quad (4)$$

$$b_{i,j} = f_{i,j}(c_{2,j}, c_3, \dots, c_k) \quad (5)$$

gdzie:  $j = 1 \div J$

$N$  – stopień wielomianu aproksymującego

Ilustruje to rysunek 5.



Rys. 5. Zbiór wielomianów aproksymujących  
Fig. 5. Complex of approximation polynomials.

Dla  $J$  wartości parametru  $c_2$  i  $N+1$  współczynników dla każdego wielomianu, można utworzyć macierz  $\mathbf{B}$  tych współczynników o wymiarach  $(N+1) \times J$ :

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_{0,1} & b_{0,2} & b_{0,N} \\ b_{1,1} & b_{1,2} & b_{1,N} \\ b_{J,1} & b_{J,2} & b_{J,N} \end{bmatrix} \quad (6)$$

W wierszach znajdują się współczynniki dla kolejnych wielomianów aproksymujących. W każdej kolumnie znajdują się współczynniki występujące na tej samej pozycji w wielomianach, ale dla różnych wartości wielkości  $c_2$ . Jeżeli wielomiany aproksymujące są ciągłe, to dla każdej kolumny można znaleźć wielomian aproksymacyjny określający zależność współczynników od wartości  $c_2$ .

$$b_i(c_2) = \sum_{m=1}^M b_{i,m}^{(0)} \cdot c_2^m \quad (7)$$

Uwzględniając, że współczynniki  $b_{i,j}$  w wyrażeniu (4) są określone teraz zależnością (7), wyrażenie (4) można przedstawić w postaci:

$$c_1(y_1, c_2) = \sum_{i=0}^N \left( \sum_{m=1}^M b_{i,m}^{(0)} \cdot c_2^m \right) \cdot y_1^i \quad (8)$$

W ten sposób w miejsce zbioru wielomianów opisanych wyrażeniem (4) otrzymano ciągłą funkcję dwóch zmiennych przedstawioną zależnością (8).

Przy wprowadzeniu kolejnej wartości wpływającej należy postąpić podobnie. Dla uproszczenia zapisu przyjęto następujący zapis współczynników w wyrażeniu (8):

$$b_i^{(1)} = \sum_{m=0}^M b_{i,m}^{(0)} \cdot c_2^m \quad (9)$$

wyrażenie (8), w którym uwzględniono kolejną wartość wpływającą będzie miało postać:

$$c_{1,j}(y_1, c_2, c_{3,j}) = \sum_{i=0}^N b_{i,j}^{(1)} \cdot y_{1,j}^i \quad (10)$$

Wyrażenie (10), będące funkcją dwóch zmiennych z parametrem określa ciąg powierzchni. Przesunięcie tych powierzchni w przestrzeni wynika z wprowadzenia parametru  $c_3$  poprzez związanego z nim współczynnika  $b_{i,j}^{(1)}$ . Jeżeli powierzchnie z wyrażenia (10) są ciągłe i nie mają punktów osobliwych, to można znowu znaleźć wielomiany aproksymacyjne określające zależność pomiędzy tymi współczynnikami, parametrem  $c_3$ :

$$b_i(c_3) = \sum_{p=0}^P b_{i,p}^{(2)} \cdot c_3^p \quad (11)$$

Łącząc wyrażenia (8), (9), (10) i (11) otrzymuje się:

$$c_1(y_1, c_2, c_3) = \sum_{i=0}^N \left( \sum_{m=0}^M \left( \sum_{p=0}^P b_{i,p}^{(2)} \cdot c_3^p \right) \cdot c_2^m \right) \cdot y_1^i \quad (12)$$

Wyrażenie (12) przedstawia ciągłą funkcję trzech zmiennych. Postępując dalej według powyższego algorytmu można znaleźć funkcję uwzględniającą kolejne wartości wpływające.

Wyznaczenie wyrażenia (12) oznacza, że są znane wszystkie wyrażenia określające zależności pomiędzy wielkościami wpływającymi. Można więc wyznaczyć wielomian aproksymacyjny określający zależność wartość wielkości mierzonej –  $x = g(y, c_1, c_2, \dots, c_k)$ . W ten sposób znana jest charakterystyka czujnika złożonego.

### 3. Implementacja przetwornika wieloparametrowego

Przedstawiony powyżej algorytm został zastosowany do znalezienia funkcji opisującej charakterystykę przetwornika do pomiaru przepływu objętościowego powietrza.

Zasada pomiaru tego przetwornika polegała na pomiarze spadku ciśnienia na oporze pneumatycznym [x]. Ponieważ przetwornik pracował w zakresie przepływu turbulentnego, to zależność pomiędzy przepływem a spadkiem ciśnienia jest nieliniowa, a ponadto zależy od temperatury i ciśnienia bezwzględnego. Należy więc znaleźć funkcję trzech zmiennych.

Przyjęto, że przetwornik będzie badany w zakresie temperatur od 0 do 40 °C (273.15 ÷ 313.15 K) i w zakresie ciśnienia bezwzględnego od 100 do 120 kPa. Czujnik ciśnienia różnicowego pozwalał na pomiar w zakresie 0 ÷ 250 Pa. Pozwalało to na pomiar przepływu w zakresie 0 ÷ 0.8 m<sup>3</sup>/s.

Najpierw przeprowadzono badania przetwornika dla określenia zależności przepływu Q od spadku ciśnienia dP dla pięciu różnych temperatur i przy stałym ciśnieniu bezwzględnym wynoszącym 102 kPa. Następnie, na podstawie otrzymanych wyników badań wyliczono wielomiany aproksymujące dla każdej temperatury. Do obliczeń zastosowano metodę aproksymacji średniokwadratowej z wykorzystaniem wielomianów ortogonalnych Gama [13]. Dla określenie optymalnego stopnia wielomianu aproksymacyjnego zastosowano kryterium związane z szybkością malenia błędu średniokwadratowego wraz ze wzrostem stopnia wielomianu [13, 14]

Wielomiany określające zależność przepływu od ciśnienia były wielomianami trzeciego stopnia, opisanymi poniższym wyrażeniem:

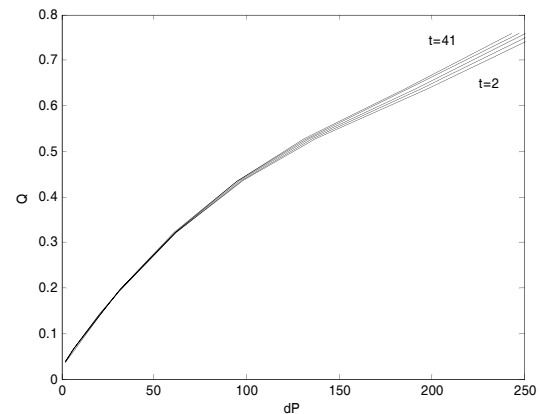
$$Q = a_3 dP^3 + a_2 dP^2 + a_1 dP + a_0 \quad (13)$$

o współczynnikach podanych w tabeli 1.

Tab. 1. Współczynniki wielomianów aproksymujących.  
Tab. 1. Coefficients of approximation polynomials.

Lp.	T	$a_3 \cdot 10^7$	$a_2 \cdot 10^4$	$a_1 \cdot 10^{-3}$	$a_0$
1.	275.1	0.3995	-0.226	5.993	0.0271
2.	284.3	0.4110	-0.230	6.052	0.0259
3.	296.8	0.4224	-0.233	6.111	0.0248
4.	305.7	0.4322	-0.235	6.170	0.0237
5.	314.2	0.4403	-0.238	6.204	0.0227

Wielomiany te zostały przedstawione na rysunku 1.



Rys. 1. Zależność przepływu Q od ciśnienia różnicowego dP i temperatury t.  
Fig. 1. Flow rate Q vs. different pressure dP and temperature t.

Teraz z kolei zostały obliczone wielomiany aproksymacyjne określające zależność współczynników  $a_0, \dots, a_3$  od temperatury T. Współczynniki tych wielomianów są przedstawione w tabeli 2.

Tab. 2. Współczynniki  $b_{i,j}$  kolejnych wielomianów  
Tab. 2. Coefficients  $b_{i,j}$  of approximation polynomials.

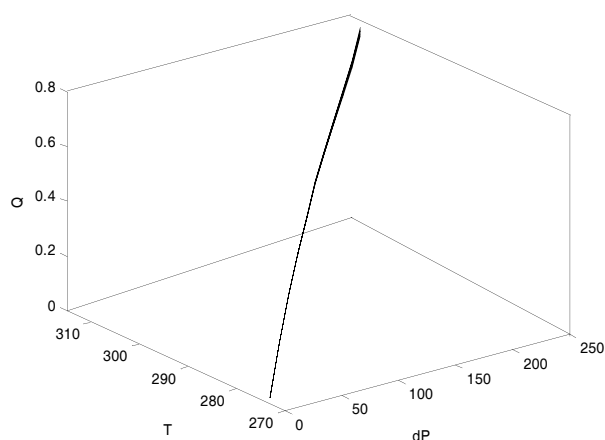
	$b_{i,2}$	$b_{i,1}$	$b_{i,0}$
$a_0$	$1.91 \cdot 10^{-7}$	$2.225 \cdot 10^{-4}$	$7.36 \cdot 10^{-2}$
$a_1$	$2.89 \cdot 10^{-8}$	$2.228 \cdot 10^{-5}$	$2.07 \cdot 10^{-3}$
$a_2$	$2.42 \cdot 10^{-10}$	$-1.704 \cdot 10^{-7}$	$5.90 \cdot 10^{-6}$
$a_3$	$-5.59 \cdot 10^{-13}$	$4.303 \cdot 10^{-10}$	$-3.59 \cdot 10^{-8}$

Wyrażenie określające zależność przepływu od ciśnienia różnicowego i temperatury, przy stałym ciśnieniu absolutnym ma postać:

$$Q = \sum_{i=0}^3 \left( \sum_{j=0}^2 b_{i,j} \cdot T^j \right) \cdot dP^i \quad (14)$$

gdzie dla  $b_{i,j}$  'i' – oznacza współczynniki b współczynnika  $a_i$ , a 'j', kolejny współczynnik b.

Płaszczyzna opisana funkcją dwóch zmiennych (14) jest przedstawiona na rysunku 2. Widać na nim, że wpływ temperatury, choć niewielki, zaznacza się wyraźnie dla dużych przepływów. Ten wpływ jest istotny jeśli błędy pomiaru powinny być mniejsze od 1%, ale jeżeli zmiany wywołane wpływem temperatury są małe, to może to skutkować zwiększeniem się błędów przy wyznaczaniu współczynników wielomianów.



Rys. 2. Zależność przepływu Q od ciśnienia różnicowego dP i temperatury T.  
Fig. 2. Flow rate Q vs. different pressure dP and temperature T.

Kolejne pomiary, wykonane z dla różnych ciśnień absolutnych pozwoliły znaleźć zależność współczynników  $b_{i,j}$  od ciśnienia absolutnego. Współczynniki tych nowych wielomianów aproksymacyjnych są przedstawione w tabeli 3.

Tab. 3. Współczynniki  $c_{i,j,k}$  kolejnych wielomianów  
Tab. 3. Coefficients  $c_{i,j,k}$  of approximation polynomials.

	$C_{i,j,2}$	$C_{i,j,1}$	$C_{i,j,0}$
$b_{0,0}$	$7.18 \cdot 10^{-6}$	$1.01 \cdot 10^{-5}$	$7.99 \cdot 10^{-4}$
$b_{0,1}$	$3.12 \cdot 10^{-9}$	$1.82 \cdot 10^{-6}$	$1.21 \cdot 10^{-5}$
$b_{0,2}$	$-4.41 \cdot 10^{-12}$	$2.23 \cdot 10^{-9}$	$1.25 \cdot 10^{-8}$
$b_{1,0}$	$8.12 \cdot 10^{-6}$	$1.98 \cdot 10^{-5}$	$5.12 \cdot 10^{-4}$
$b_{1,1}$	$2.99 \cdot 10^{-10}$	$1.91 \cdot 10^{-7}$	$1.18 \cdot 10^{-6}$
$b_{1,2}$	$-1.41 \cdot 10^{-13}$	$2.92 \cdot 10^{-10}$	$1.09 \cdot 10^{-9}$
$b_{2,0}$	$8.12 \cdot 10^{-11}$	$5.31 \cdot 10^{-8}$	$6.28 \cdot 10^{-8}$
$b_{2,1}$	$1.06 \cdot 10^{-11}$	$-1.87 \cdot 10^{-9}$	$7.06 \cdot 10^{-9}$
$b_{2,2}$	$4.21 \cdot 10^{-15}$	$1.94 \cdot 10^{-12}$	$2.03 \cdot 10^{-12}$
$b_{3,0}$	$2.52 \cdot 10^{-13}$	$-3.85 \cdot 10^{-10}$	$1.00 \cdot 10^{-9}$
$b_{3,1}$	$2.41 \cdot 10^{-15}$	$3.97 \cdot 10^{-12}$	$1.98 \cdot 10^{-11}$
$b_{3,2}$	$8.12 \cdot 10^{-18}$	$-6.32 \cdot 10^{-15}$	$9.10 \cdot 10^{-15}$

Dysponując wszystkimi współczynnikami można określić pełną zależność między przepływem a ciśnieniem różnicowym, temperaturą i ciśnieniem absolutnym:

$$Q = \sum_{i=0}^3 \left( \sum_{j=0}^2 \left( \sum_{k=0}^2 c_{i,j,k} \cdot P^k \right) \cdot T^j \right) \cdot dP^i \quad (15)$$

Wykonane pomiary kontrolne wykazały, że błąd pomiaru nie przekracza 0.8%, przy błędzie pomiaru temperatury wynoszącym 0.1°C, i błędach pomiaru ciśnień na poziomie 0.2%.

## 4. Wnioski

Przedstawiony algorytm wyznaczania funkcji wielu zmiennych jest skuteczny ale trochę uciążliwy wraz ze wzrostem ilości argumentów funkcji ze względu na coraz większe „zagłębienie się” w nim. Dokładność uzyskiwanych współczynników będzie zależała od sposobu aproksymacji (aproksymacja jednostajna, średniokwadratowa), czy też od interpolacji danych pomiarowych. Również liczba danych pomiarowych oraz ich dokładności pomiarów będzie miała istotny wpływ na kształt funkcji końcowej.

W przedstawionej metodzie przyjęto aproksymację funkcją wielomianową, ale może tu być użyta każda inna funkcja. Wstępna znajomość funkcji opisujących oddziaływanie na przetwornik poszczególnych wielkości może znacznie uprościć procedurę wyznaczania funkcji końcowej i zmniejszyć wymaganą liczbę pomiarów.

Wydaje się również, że powyższy algorytm może być wykorzystany do znajdowania ogólnej funkcji opisującej dany typ przetwornika. Natomiast każdy indywidualny przetwornik musi być poddany procedurze kalibracyjnej. Będzie to wymagało opracowania odpowiednich metod obliczeniowych, które umożliwią określenie wartości współczynników funkcji przetwornika, przy mniejszej liczbie pomiarów, bez pogorszenia dokładności pomiarów.

## 5. Literatura

- [1] Fortuna Z. i inni Metody numeryczne. WNT Warszawa 1982.
- [2] Philips G. M. Interpolation and Approximation by Polynomials. Springer-Verlag. New York. 2003.
- [3] Shrüfer E. Signalverarbeitung. Carl Hanser Verlag. München, Wien. 1989.
- [4] Janiczek J. Korekcja statycznych charakterystyk torów pomiarowych metodą kształtowania funkcji przetwarzania przetworników analogowo-cyfrowych. Metrologia i systemy pomiarowe. Monografia nr 5. Pan – KMiAP. Warszawa 1990.
- [5] Janiczek J. Kształtowanie charakterystyk przetwarzania przetworników analogowo-cyfrowych. KKM, Gdańsk, wrzesień, 1998.
- [6] Conoram P., Lowery P. Neural network applications in multisensor systems. Sensor Review V.15, No 4, 1995.
- [7] Janiczek J. Woźniak M. Calibration of a multiparameter sensor: an example of flow meters with unnormalized pneumatic resistance. Metrology and Measurement Systems. Vol X, nr 4, 2003. s. 409 – 416.
- [8] Janiczek J. Wieloparametrowa korekcja nieliniowości charakterystyk czujników pomiarowych. MWK'99. IV szkoła – konferencja Rynia. Czerwiec 1999. T3 – Granty i projekty celowe.
- [9] Janiczek Janusz. Analogue-to-digital converter with digitally controlled transfer function. Meas. Sc. Technol. 1993
- [10] Janiczek Janusz. Le convertisseur analogique-numerique pour la correction des caracteristiques statiques nonlineaires des capteurs. Meas. Sc. Technol. 1992
- [11] Janiczek Janusz. Miernik przepływu i objętości. W: Metrologia w procesie poznania. Kongres Metrologii. KM. Materiały kongresowe. 2004
- [12] Janiczek Janusz, Stępień Andrzej F, Licznarski Benedykt, Szczewka Przemysław, Huyberegts G. Implementation of gas sensors responses processing neural network on Siemens 8xC515 microcontroller. Proceedings of the Third Conference Neural Networks and their Applications and Summer School on Neural Networks Applications to Signal Processing. 1997
- [13] Ralston A. Wstęp do analizy numerycznej. PWN. Warszawa 1975.
- [14] Fisz M. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna. PWN Warszawa 1958