

Analiza numeryczna stanu naprężenia i stanu przemieszczenia pustaków stropowych Teriva w schemacie badania wytrzymałości na zginanie wg normy PN-EN 15037-2:2011

Mgr inż. Maciej Szelaąg, Wydział Budownictwa i Architektury, Katedra Budownictwa Ogólnego, Politechnika Lubelska

1. Wprowadzenie

W budownictwie mieszkaniowym, jak i użyteczności publicznej powszechnie projektowane i wykonywane są stropy gęstożebrowe. Ich popularność wynika z faktu, że do ich wykonania na budowie nie potrzeba specjalistycznego sprzętu, gdyż montaż stropu można wykonać w sposób ręczny. Metr belki stropowej w zależności od rodzaju stropu waży około 12 kg, natomiast pustaki stropowe w zależności od wymiarów i materiału z jakiego są wykonane (najpopularniejsze: ceramiczne, z lekkich betonów kruszywowych, z betonów zwykłych) ważą od 10 do 18 kg. W związku z tym ułożenie stropu jest możliwe już przy dwu- lub trzyosobowej ekipie, a brak konieczności pracy dźwigu znacznie obniża koszty wykonania takiego stropu. Kolejnym atutem jest fakt, że do wykonania stropu nie potrzeba deskowania, a jedynie na czas montażu pod belkami należy ustawić podpory montażowe w odstępach najczęściej 2-metrowych. Istnieje jeszcze szereg innych zalet wykonywania stropów gęstożebrowych, takich jak: ograniczenie prac zbrojarskich bezpośrednio na budowie, łatwość w układaniu instalacji elektrycznych itp. Natomiast największą wadą jest możliwość wystąpienia zjawiska klawiszowania [1].

Zarówno elementy nośne stropów gęstożebrowych, jak i elementy wypełniające muszą spełniać szereg wymagań normowych odnośnie parametrów mechanicznych, geometrycznych, odporności ogniowej, akustycznej itp. Wymagania dotyczące belek stropowych zawarte są w normie PN-EN 15037-1 [2], natomiast wymagania jakie powinny spełniać betonowe pustaki stropowe zostały zdefiniowane w normie PN-EN 15037-2

[3]. W literaturze krajowej wykonywano badania mające na celu analizę pracy elementów składających się na strop gęstożebrowy. Badania takie w swoich pracach przeprowadzili Fedorczyk [4] oraz Tribiřto, Krentowski i Michalczuk [5]. Natomiast w pracach Jarmontowicza i Sieczkowskiego [6], Cholewickiego i Szulca [7] dokonano przeglądu nowych norm dotyczących stropów gęstożebrowych i zmian jakie wprowadzają do obecnych procedur. Brakuje natomiast prac zajmujących się analizą numeryczną elementów składających się na stropy gęstożebrowe.

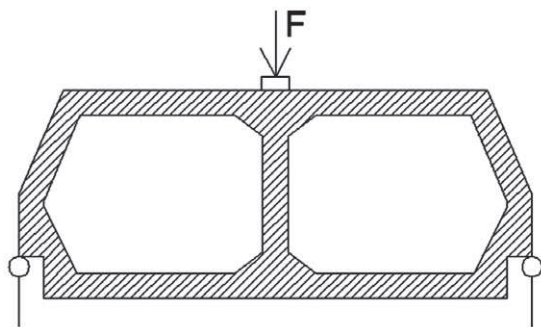
Ostatnimi laty obserwuje się gwałtowny rozwój metod numerycznych używanych w zakresie analizy statycznej, co wynika bezpośrednio ze wzrostu wydajności środowisk obliczeniowych. Najczęściej stosowana jest Metoda Elementów Skończonych (MES), która obecnie zyskała miano podstawowego narzędzia analizy w wielu dziedzinach nauki i praktyce inżynierskiej. Polega ona na podziale rozpatrywanej konstrukcji bądź elementu na mniejsze elementy skończone połączone ze sobą w węzłach. Wszystkie zmienne wyraża się przez przemieszczenia punktów węzłowych wyznaczane z układu równań algebraicznych, co wymaga zdefiniowania relacji geometrycznych oraz przyjęcia związków konstytutywnych uzależniających składowe stanu naprężenia i odkształcenia.

Przedmiotem pracy są najczęściej spotykane pustaki stropowe TERIVA. Wyróżniono 3 grupy pustaków, w zależności od ich wysokości (210 mm, 260 mm, 300 mm). Na każdą grupę składają się po dwa pustaki o różnej geometrii.

Celem pracy jest porównanie stanu naprężenia i przemieszczenia w przekrojach pustaków stropowych obciążonych

zonych wg schematu badania wytrzymałości na zginanie zgodnego z normą [2], a następnie ocena wpływu geometrii pustaków na rozkład wartości naprężeń i przemieszczeń w przekroju.

Schemat obciążenia elementu (rys. 1) spełnia wszystkie wymagania przedstawione w [8] pozwalające na rozpatrywanie elementu jako konstrukcji płaskiej pracującej w płaskim stanie odkształcenia (PSO). Element podparty jest na krawędziach, na całej długości pustaka w celu symulacji podparcia na belkach stropowych.



Rys. 1. Schemat badania wytrzymałości na zginanie pustaka stropowego zgodnie z PN-EN 15037-2

W tym celu zaleca się oparcie pustaka na podkładkach drewnianych bądź stalowych. Obciążenie powinno być przyłożone w sposób liniowy, za pomocą stalowej przekładki o szerokości 20 mm na środku górnej powierzchni pustaka. Wymagane jest, aby każdy pustak stropowy niezależnie od tego czy element wypełniający jest niekonstrukcyjny (NR), półkonstrukcyjny (SR) lub konstrukcyjny (RR) wykazywał wytrzymałość mechaniczną na obciążenie równe 2 kN w rozpatrywanym schemacie badania.

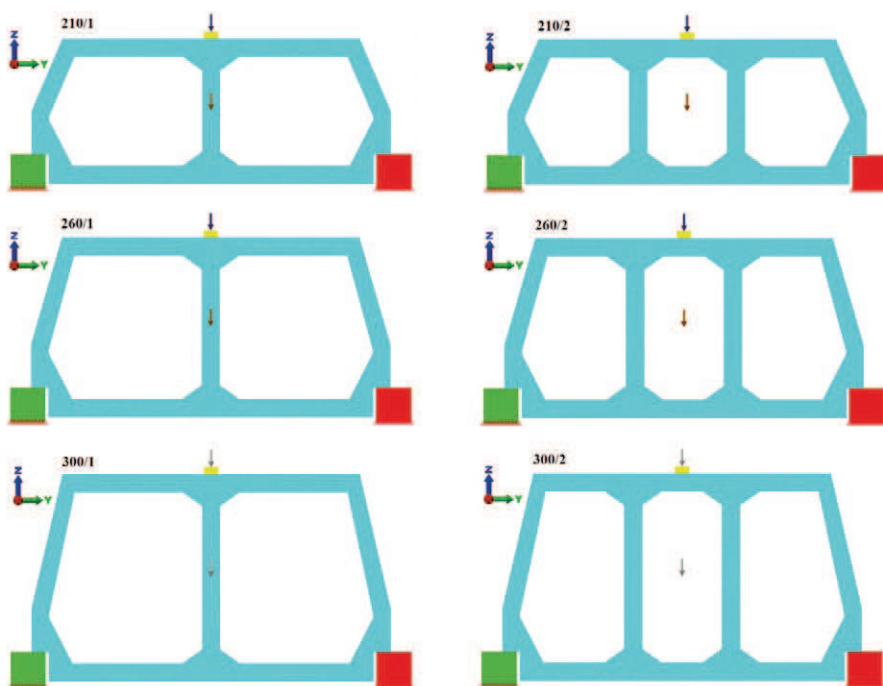
2. Modelowanie pustaków stropowych

Modelowanie i obliczenia zostały przeprowadzone z wykorzystaniem oprogramowania *Autodesk Algor Simulation 2011*. Wykorzystano moduł programu związany z analizą statyczną z liniowym modelem materiału (*Static Stress with Linear Material Models*).

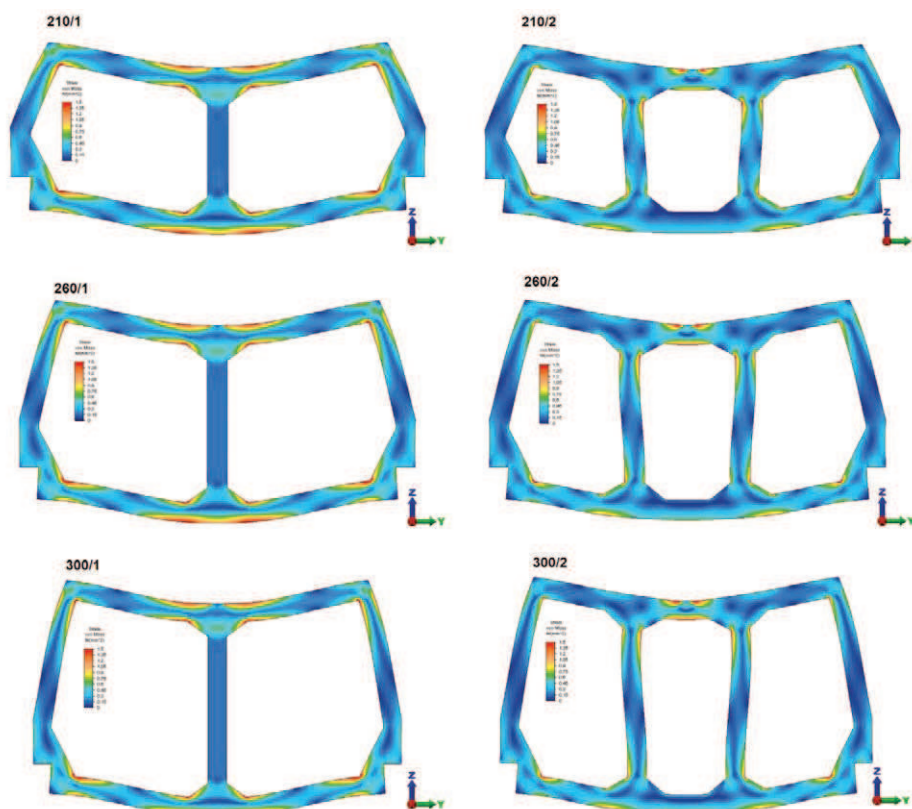
Wykonano sześć modeli MES (oznaczenia: 210/1, 210/2, 260/1, 260/2, 300/1, 300/2). Parametry geometryczne pustaków zaczerpnięto z [9]. Szerokość dolnej krawędzi pustaka we wszystkich przypadkach wynosi 470 mm, natomiast odpowiednio pierwsza cyfra w oznaczeniu modelu oznacza wysokość pustaka wyrażoną w mm, zaś druga jest liczbą śródników wewnątrz pustaka stropowego. Opisane wyżej modele przedstawiono na rysunku 2.

Tabela 1. Charakterystyka siatki MES poszczególnych modeli obliczeniowych.

Elementy modelu	Liczba elementów	Liczba węzłów	
210/1	pustak podpory przekładka 55	9819 1234 55	10886
210/2	pustak podpory przekładka 55	11255 1234 55	12255
260/1	pustak podpory przekładka 55	10822 1234 55	11905
260/2	pustak podpory przekładka 55	12527 1234 55	13594
300/1	pustak podpory przekładka 55	11688 1234 55	12811
300/2	pustak podpory przekładka 55	13779 1234 55	14828



Rys. 2. Modele obliczeniowe pustaków stropowych



Rys. 3.
Rozkład naprężeń
dla poszczególnych
modeli obliczenio-
wych

Siatki MES dla poszczególnych modeli były tworzone automatycznie z wykorzystaniem generatora siatek wbudowanego w program, gdzie zadawano wymiar płaskiego elementu skończonego. Dla wszystkich elementów w każdym modelu przyjęto wymiar boku siatki równy 2 mm. Podział został wykonany używając elementów trój- i czterowęzłowych, w zależności od miejsca występowania oraz styczności z elementem o innym wymiarze siatki. Wygenerowane siatki dla poszczególnych składowych modelu (pustak, podpory i przekładka) posiadają wspólne węzły na powierzchniach styku. Wszystkie składowe modeli zostały zamodelowane jako elementy 2-D oraz zastosowany został izotropowy model materiału. Przy wyborze geometrii elementu płaskiego (*Geometry Type*) zastosowano PSO (*Plane Strain*). Szczegółowe dane odnośnie wygenerowanych siatek MES przedstawiono w tabeli 1.

Warunki brzegowe zostały zdefiniowane na spodniej części podpór, które symulowały krawędzie belek stropowych. Obciążenie zostało przekazane na pustaka stropowego za pomocą przekładki znajdującej się na środku górnej krawędzi pustaka. Przy przyjęciu elementu płaskiego (2-D) i charakteru pracy w PSO program przeprowadza obliczenia przy założeniu, że grubość badanego elementu równa się jednej jednostce przyjętej podczas definiowania zadania, czyli 1 mm w rozpatrywanym przypadku. W celu poprawnego zdefiniowania obciążenia, wartość 2 kN została podzielona przez długość pustaka (240 mm) i obliczona siła została przyłożona w środkowym węzle górnej krawędzi przekładki. Taki zabieg zagwarantował poprawność przeprowa-

dzanych obliczeń. Zastosowane podpory (50 x 50 mm) i przekładka (20 x 10 mm) są takie same we wszystkich modelach. W dalszych rozważaniach pominięto rozwój naprężeń i przemieszczeń w elementach podporowych i przekładce, ponieważ są to jedynie elementy pomocnicze w przeprowadzanej analizie.

Do przeprowadzenia obliczeń założono, że we wszystkich modelach podkładki, jak i podpory zostały wykonane ze stali zwykłej, której parametry przyjęto zgodnie z normą [10]. Natomiast na materiał pustaka przyjęto beton zwykły klasy C12/15, którego charakterystyka odpowiada normie [11]. Dane materiałowe wymagane do przeprowadzenia obliczeń numerycznych zestawiono w tabeli 2.

Tabela 2. Charakterystyki materiałowe.

Parametr materiału	Stal zwykła	Beton C12/15
Gęstość objętościowa – ρ	7860 kg/m ³	2400 kg/m ³
Moduł Younga – E	210 GPa	27 GPa
Moduł Kirchhoffa – G	80 GPa	11,25 GPa
Współczynnik Poissona – ν	0,3	0,2

3. Analiza stanu naprężenia

Mapy naprężeń dla rozpatrywanych modeli zostały przedstawione na rysunku 3. W celu możliwości porównania wyników zakres skali został ustawiony w przedziale od 0 MPa do 1,5 MPa.

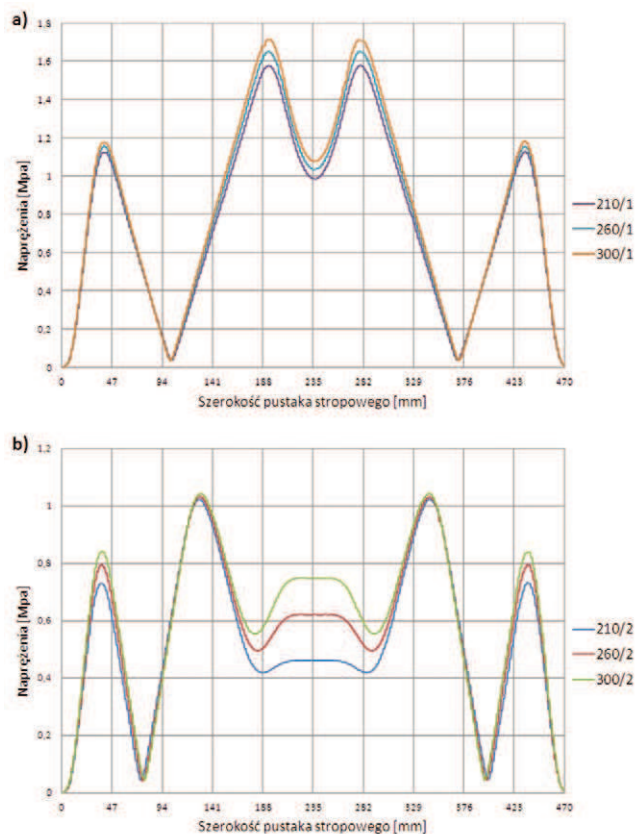
Analizując mapy naprężeń zauważono, że wysokość pustaka nie ma znacznego wpływu na rozkład naprężeń w obrębie modeli o jednakowej konstrukcji, tj. z pojedynczym średnikiem oraz z podwójnym średnikiem. W mo-

delach 210/1, 260/1, 300/1 występuje silna koncentracja naprężeń praktycznie we wszystkich narożach wewnętrznych, co w praktyce skutkuje zniszczeniem elementu poprzez przekroczenie dopuszczalnych naprężeń właśnie w przekrojach przechodzących przez naroża. W powyższych modelach naprężenia w środku są równomiernie rozłożone na całej jego wysokości i oscylują wokół stałej wartości wynoszącej ok. 0,15 MPa. W modelach 210/2, 260/2, 300/2 rozkład naprężeń w środkach jest nierównomierny i lokalne wartości naprężeń w narożach górnych są znacznie większe, aniżeli w narożach dolnych. Takiego zjawiska nie zaobserwowano w modelach z pojedynczym środnikiem, gdzie wartości ekstremalne naprężeń w odpowiadających sobie narożach górnych i dolnych są do siebie zbliżone.

W obszarach obejmujących punkty, gdzie obciążenie jest przekazywane z przekładki na pustak stropowy, w modelach z pojedynczym środnikiem naprężenia rozkładają się na większej powierzchni przekroju pustaka, zwłaszcza w kierunku szerokości pustaka stropowego. W modelach z podwójnym środnikiem, w analogicznych obszarach tworzą się lokalne koncentracje naprężeń, co bezpośrednio zwiększa ryzyko zniszczenia wskutek przebicia przez półkę górną pustaka.

Obserwując rozkład naprężeń stwierdzono także, że w modelach z pojedynczym środnikiem występują znaczne naprężenia rozciągające na spodniej krawędzi pustaka, z lokalną koncentracją w obszarach znajdujących się bezpośrednio pod narożami wewnętrznymi. W odniesieniu do modeli z podwójnym środnikiem również występują lokalne obszary wzrostu naprężeń na dolnej krawędzi pustaka, ale nie osiągają one tak wysokich wartości oraz obszar ich występowania jest dużo mniejszy. Wysokie wartości naprężeń rozciągających występują natomiast na dolnej krawędzi półki górnej, na odcinku pomiędzy środnikami pustaka. Biorąc pod uwagę powyższe rozważania stwierdzono, że zniszczenie w pustakach z podwójnym środnikiem następuje poprzez przekroczenie naprężeń rozciągających w półce górnej pod punktem przyłożenia obciążenia, bądź przez przebicie w tym miejscu.

W przypadku modeli z pojedynczym środnikiem, jak i z podwójnym zauważono wzrost wartości naprężenia wraz ze wzrostem wysokości pustaka. Rysunek 4a przedstawia wartości naprężeń dla modeli z pojedynczym środnikiem, rysunek 4b obrazuje analogiczne wartości dla modeli z podwójnym środnikiem. W obu przypadkach zobrazowane wartości naprężeń występują na całej szerokości dolnej krawędzi pustaka stropowego. Zwiększenie wysokości pustaka stropowego powoduje zwiększenie objętości betonu potrzebnego do jego wykonania, a tym samym zwiększenie ciężaru własnego pustaka. W przypadku modeli z pojedynczym środnikiem, wzrost wartości naprężenia wynikający z faktu zwiększenia wysokości pustaka jest relatywnie niewielki. Maksymalna różnica wartości naprężenia pomiędzy modelami 210/1 a 300/1 wynosi ok. 9% i jest zauważal-

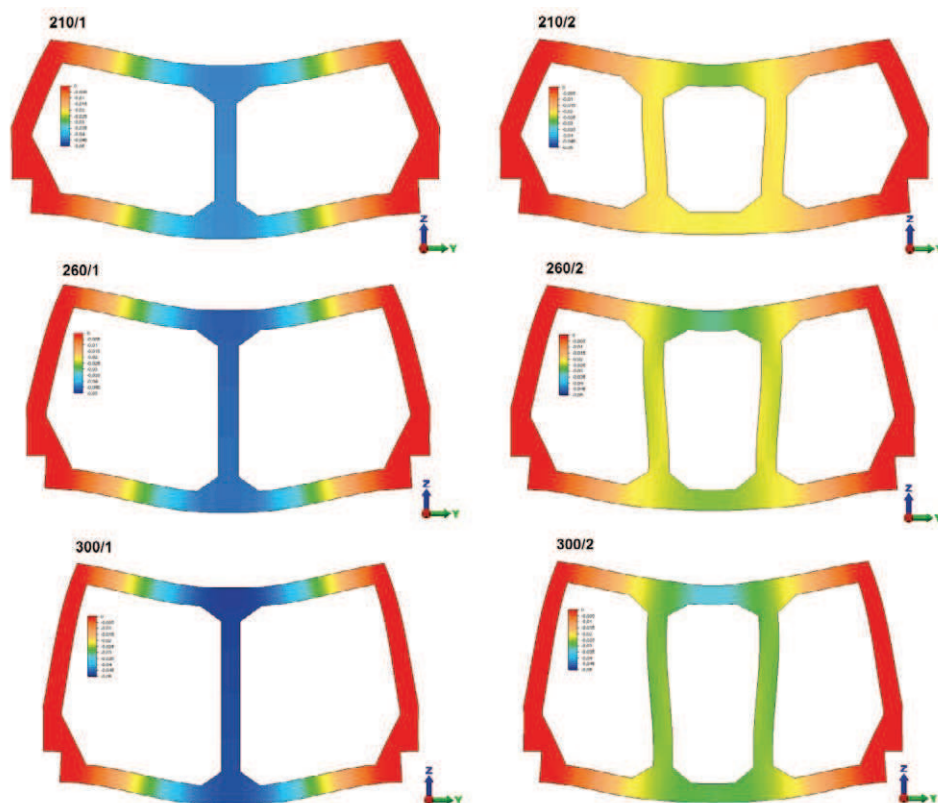


Rys. 4. Wartości naprężeń na dolnej krawędzi pustaka stropowego: a) dla modeli z pojedynczym środnikiem; b) dla modeli z podwójnym środnikiem

na w obszarach występujących bezpośrednio pod narożami wewnętrznymi pustaka. Natomiast na odcinkach między narożami wysokość pustaka stropowego w znikomym sposób wpływa na rozkład naprężeń i przyjmuje wartości bardzo do siebie zbliżone. Modele z podwójnym środnikiem na odcinkach od krawędzi pustaka do najbliższego środnika zachowują się podobnie jak modele z pojedynczym środnikiem. Zauważono nieznaczny wzrost wartości naprężenia przy narożu wewnętrznym, a na odcinku pomiędzy narożami wewnętrznymi rozkład naprężeń jest prawie jednakowy dla każdego modelu. Różnica natomiast pojawia się na odcinku pomiędzy środnikami, w środku rozpiętości pustaka stropowego. W tym przypadku różnica wartości naprężenia pomiędzy modelami 210/2 a 300/2 wynosi ok. 64% i stanowi znaczący składnik w szacowaniu wytrzymałości pustaka stropowego. Powyższa zależność pokazuje, że zmiana wysokości pustaków stropowych i jej wpływ na nośność elementu jest mniej znacząca, kiedy dotyczy to pustaków z pojedynczym środnikiem.

4. Analiza stanu przemieszczenia

Analizie poddano przemieszczenia wzdłuż osi pionowej przekroju (oś „z”). Rozkład przemieszczeń w przekrojach pustaków stropowych w zależności od geometrii pustaka został przedstawiony na rysunku 5.



Rys. 5.
Rozkład przemieszczeń dla poszczególnych modeli obliczeniowych

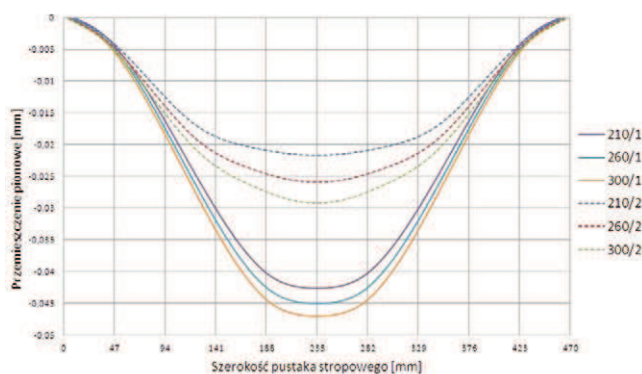
Celem możliwości porównania otrzymanych wyników ustalono jednakową skalę dla wszystkich modeli w zakresie od 0 mm do $-0,05$ mm. W przypadku przemieszczeń wszystkie wartości na każdym modelu zawierają się w zdefiniowanej skali.

Zgodnie z założeniami, przemieszczenia w miejscach podparcia równe są zero. Rozważając schemat podparcia można było się spodziewać, że wartość maksymalna przemieszczenia zostanie osiągnięta w środku rozpiętości przekroju. Po przeprowadzeniu analizy numerycznej maksymalne ugięcie w każdym rozpatrywanym modelu zostało osiągnięte w środku rozpiętości, zgodnie z przypuszczeniami. Stwierdzono jednocześnie, że dużo większe przemieszczenia w kierunku pionowym wykazują modele z pojedynczym średnikiem. Stan ten wynika z faktu, że dwa średniki w przekroju pustaka stropowego dodatkowo usztywniają element w porównaniu do pustaków z pojedynczym średnikiem. W celu osiągnięcia porównywalnych wartości przemieszczenia, modele 210/2, 260/2, 300/2 należałoby obciążyć dużo większą siłą.

Modele 210/1, 260/1, 300/1 cechują jednakowe wartości ugięcia zarówno w półce dolnej, jak i górnej, w punktach odpowiadających sobie w płaszczyźnie pionowej. Inaczej to zagadnienie wygląda w modelach z podwójnym średnikiem. O ile wartości przemieszczeń są jednakowe w półkach górnych i dolnych na odcinkach pomiędzy podporą a najbliższym średnikiem, o tyle fragmenty półek pomiędzy średnikami wykazują różnicę w ugięciu o blisko 15% w każdym modelu. W modelach 210/2, 260/2, 300/2 największe ugięcie wystę-

puje w środku rozpiętości półki górnej, w tym samym miejscu gdzie występuje lokalne ekstremum naprężenia. Powyższe obserwacje dodatkowo potwierdzają tezę, że przekroczenie nośności pustaków stropowych z podwójnym średnikiem będzie wynikało ze zniszczenia półki górnej pustaka stropowego.

Wartości przemieszczeń pionowych dla wszystkich modeli obliczeniowych przedstawiono na rysunku 6. Zobrazowane wielkości występują na całej szerokości dolnej krawędzi rozpatrywanych pustaków stropowych. We wszystkich modelach wraz ze wzrostem wysokości pustaka rośnie wartość przemieszczenia, co jest bezpośrednim skutkiem coraz to większego ciężaru własnego elementów. Różnica w wartościach przemieszczenia pomiędzy modelami 210/1 a 300/1 w środku



Rys. 6. Wartości przemieszczeń na dolnej krawędzi pustaka stropowego dla wszystkich modeli

rozpiętości elementu wynosi 9,2%. Analogiczna zależność pomiędzy modelami 210/2 a 300/2 wynosi 25,8%. Na podstawie powyższego stwierdzono, że wpływ wysokości pustaka stropowego na przemieszczenie pionowe jest dużo większy w przypadku pustaków z podwójnym średnikiem. Jednakże prawie dwukrotnie większe ugięcie pod tą samą wartością obciążenia wykazują pustaki stropowe z pojedynczym średnikiem. Przynajmniejne obserwacje pozwalają na stwierdzenie, że bardziej podatne na zniszczenie w zakresie analizy przemieszczenia są mimo wszystko pustaki stropowe z pojedynczym średnikiem.

5. Podsumowanie

Biorąc pod uwagę tylko kryterium ekonomiczne, należałoby stosować jak najczęściej elementy wypełniające w postaci pustaków o jak najmniejszej objętości betonu potrzebnego do ich wykonania. Nie zawsze jednak można tak postąpić, ponieważ stropy pod pomieszczeniami, gdzie występują duże obciążenia – użytkowe, stałe czy technologiczne powinny być wykonane z elementów o dużej nośności i sztywności.

Zauważono, że bardziej wytrzymałe pod obciążeniem mechanicznym są pustaki stropowe z podwójnym średnikiem. W zależności od wysokości pustaka stropowego, wzrost wytrzymałości szacuje się na poziomie około 40–50%. Dodatkowo powyższa analiza dała pogląd na mechanizm zniszczenia elementów wypełniających stropy gęstożebrowe. W rozpatrywanym schemacie ob-

ciążenia zniszczenie pustaków stropowych z pojedynczym średnikiem następuje poprzez przekroczenie naprężeń dopuszczalnych w przekrojach bezpośrednio pod narożami wewnętrznymi pustaka. Natomiast zniszczenie w pustakach z podwójnym średnikiem zachodzi poprzez przebicie półki górnej pustaka.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Lichołai L., Budownictwo ogólne: Elementy budynków, podstawy projektowania. Tom 3. Arkady, Warszawa 2011
- [2] PN-EN 15037-1:2011: Prefabrykaty z betonu. Belkowo-pustakowe systemy stropowe. Część 1: Belki
- [3] PN-EN 15037-2+A1:2011: Prefabrykaty z betonu. Belkowo-pustakowe systemy stropowe. Część 2: Pustaki betonowe.
- [4] Fedorczyk Z., Badania i ocena stropów gęstożebrowych wg PN-EN 15037-1 oraz PN-EN 15037-2. Materiały Budowlane, nr 5/2011
- [5] Tribińto R., Krentowski J., Michalczuk P., O nośności żelbetonowych stropów gęstożebrowych typu „Teriva”. Inżynieria i Budownictwo, nr 2/2002
- [6] Jarmontowicz R., Sieczkowski J., Zmiany wymagań dotyczących stropów TERIVA wynikające z normy PN-EN 15037. Materiały Budowlane, nr 5/2012
- [7] Cholewicki A., Szulc J., Nowa norma PN-EN 15037-1 Prefabrykaty z betonu. Belkowo-pustakowe systemy stropowe. Cz. 1: Belki. Materiały Budowlane, nr 11/2011
- [8] Rusiński E., Czmochoński J., Smolnicki T., Zaawansowana metoda elementów skończonych w konstrukcjach nośnych. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2000
- [9] Jarmontowicz R., Sieczkowski J., Stropy Teriva, projektowanie i wykonywanie. Przedsiębiorstwo Projektowo-Produkcyjno-Usługowe Inwenta Spółka z o.o., Warszawa 2004
- [10] PN-EN 1993-1-1 Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dotyczące budynków
- [11] PN-EN 1992-1-1 Eurokod 2: Projektowanie konstrukcji z betonu. Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków

Tytuł: Mechanika budowli teoria i przykłady

Autor: Marian Paluch, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2013

Mechanika budowli jest nauką o metodach obliczeń dotyczących wytrzymałości, sztywności i stateczności konstrukcji budowlanych jako całości.

Podręcznik wprowadza w problematykę analizy statycznej i dynamicznej inżynierskich konstrukcji budowlanych na przykładach układów prętowych (belek prostych, belek złożonych, ram, łuków, kratownic i cięgien). Uczy metod obliczeniowych tych konstrukcji, twórczego myślenia i rzetelnego stosowania wiedzy w praktyce inżynierskiej.

Poruszane są następujące zagadnienia:

- Rozwiązywanie układów statycznie niewyznaczalnych;
- Metoda sił;
- Metoda przemieszczeń;
- Rozwiązywanie płaskich układów prętowych;
- Dynamika płaskich układów prętowych;
- Stateczność prętów i ram płaskich w zakresie sprężystym.

Wszystkie wprowadzone pojęcia zdefiniowano w sposób przystępny, wzory wprowadzono teoretycznie i pokazano ich praktyczne zastosowanie. Książka jest przeznaczona dla studentów budownictwa, architektury i urbanistyki oraz ich wykładowców. Skorzystają z niej także projektanci i inżynierowie budownictwa.

